F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII NUMĂRUL 1 ANUL 1971
IANUARIE—FEBRUARIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il refète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
INSTITUTUL POLITEHNIC
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIII — NUMĂRUL 1

IANUARIE—FEBRUARIE
1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Euzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICĂ

M. St. Botez
Bemerkungen über den iterativen Hyperbolismus 21

Gh. C. Mocică
Coordonate normale afine într-un calcul absolut mixt supuse la o transformare proiectivă de conexiune 35

Z. Stoian
O problemă de repartiție 41

FIZICĂ

Diana Moisil, C. Cristescu
Obsezvații privind utilizarea prismelor cu reflexie totală la alinierea elipsometrelor 45

CHIMIE

I. Blum, Elena Cernica
Studiul interacțiunii dintre solvenții organici și cărbunii românești 49

Gr. Teodorescu
Metodă de determinare pentru metil-sulfonatul 3-piperidino-1, 1-difenil-1-propanolului 67

TEORIA MECANISMELOR

N. I. Manolescu, P. Alexandru
Studiul structural al mecanismelor de direcție ale autovehiculelor rutiere 71

P. Antonescu
Sinteza mecanismului patrulater spațial în funcție de unghiul de presiune 97

AVIAȚIE

Șt. Staicu
Scurgerea supersonică în jurul aripii cruciforme subțiri antisimetrice avînd planul orizontal cu bordurile de atac supersonice, considerînd separația de curent la borduri 103

ENERGETICĂ

N. Dănilă, R. Dumitrache
Reprezentarea discretă a caracteristicilor energetice ale agregatelor din centralele termoelectrice 119

AUTOMATICĂ

C. Nitu
Regulator hibrid pentru procese rapide 131

ELECTRONICĂ

P. Postelnicu
L'expression de la matrice de répartition des quadripôles en pont symétriques en potentiel-symétriques 137

Резюме

Д. К- 515

М. Ст. Ботев

Замечание касателъно итерационного гиперболизма

Исходя из изучения бельгийского ученого-геометра М.Р. Гоормаггига существуют новые свойства изменения, называемого гипербор лизмом. Автор ввел понятие : интерациониый гиперболизмом. кривая присоединенная гиперболизму, и развил плоский гиперболизм в пространстве. Установил, что касателъные в соответствующих пунктах изогнутой кривои и ее гиперболизм находятся в одной и той же плоскости. что привело к месту точек пересечения между итерациями данной кривой, являющейся кривой, называемой присоединенной. Принимая плоскости за нормальные, находятся линейные поверхности с главной плоскостъю, как поверхности изогнутой кривой.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 516

Г. Мочика

Нормальные аффинные координаты в смешанном абсолютном расчете, подверженные проективному изменению связи

В этой работе устанавливается закон изменения нормальных аффинных смешанных координат, в то время когда производится проективное изменение связи относительно смешанной аффинной связи. Дается геометрическое объяснение способа как изменяются нормальные аффиные неслономные координаты посредством проективного изменения связи, применяя аффинный параметр на само параллельной кривой.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 519.2

З. Стоян

О вопросе распределения

Исходя из счетного семейства полей вероятности об азуется новое поле вероятности. Путем преобразования в систему распределения, автор указывает на возможность применения данной темы в статистике.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Summary

D.C. 515

M. Şt. Botez

Remarks on the Iterated Hyperbolism

Starting from the study made by the Belgian mathematician M. R. Goormaghtigh, new proprieties are found for the transformation called hyperbolism. The author introduced and extended the plane hyperbolism to space. He establischd that the tangents to the points corresponding to a crooked curve and its hyperbolism are co-planar, this leading to the locus of the cross points between the iterates of a given curve called associated curve. Considering then the normal planes, the ruled surfaces with a directional plane are found as surfaces associated to a crooked curve.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 516

Gh. Mocică

Normal Affine Coordinates in a Mixed Absolute Calculation Subjected to Connexion Collination

The paper establishes the transformation law for the mixed affine normal coordinates, when a connexion collineation is made upon the mixed affine connexion. A geometrical interpretation is given for the way the normal affine non-holonomic coordinates are transformed by connexion collineation, using the affine parameter on the self-parallel curve.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 519.2

Z. Stoian

Distribution Problem

Starting from a family of probability fields numerable at the most a new probability field is formed. By transforming in distribution language, a possibility of applying the theme in statistics is given.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 531.7

Д. Мойсил, К. Кристеску

К вопросу применения призм полного отражения в выравнивании эллипсометров

Работа представляет результаты, полученные при выравнивании эллипсометров методом Мк. Кракина с помощью металлических зеркал и призм полного отражения. Применение призм полного отражения не рекомендуется при выравнивании эллипсометров.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 662.6/8

И. Блум, Е. Черника

Исследование взаимодействия между органическими растворителями и румынским углем в различных стадиях метаморфизма

Работа показывает связь между характерными факторами структуры угля и количествами экстракта, полученными в различных условиях с неспецифическими растворителями.

Результаты исследования показывают возможность получения физико-химических характеристик стадий каменного угля его свойства к спеканию (аглютинированию), коксификации на основе количеств экстракта с хлороформом, полученных после термической обработки.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 547

Гр. Теодореску

Метод определения для метил сульфоната 3 — ридино — 1, 1 — дифенил — 1 пропанол

Определение производится косвенно-объемным методом. Продукт осаждают раствором соли Раинека, разбавляют полученный комплекс ацетатом, обрабатывают комплексный раствор избытком, нитрата серебра и титрируют избыток последного раствором тиоцианата аммония.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 531.7

D. Moisil, G. Cristescu

Remarks Referring to Total Reflection Prisms Used for Ellipsometer Aligning

The results are presented for ellipsometer aligning by the Mc. Crackin methods, using metallic glasses and total reflection prisms. It is not recommendable to use total reflection prisms for ellipsometer aligning.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 662.6/8

I. Blum E. Cernica

An Interaction Study Between the Organic Solvents and the Romanian Coal in Different Metamorphism Stages.

The work has in view the relation between the characteristic factors of the coal structure and the extract quantities obtained in different conditions with the non-specific solvents.

The results obtained are showing the physico-chemical characterisation of the bituminous coal and their caking (agglutination) — coaking feaures, on the basis of the extract quantities with the chloroform obtained afer thermic post treatment.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 547

Gr. Teodorescu

Determination Method for 3-Piperidine-1.1-Diphenyl-1 Propanol Methyl Sulphonate

Determination has been carried out by the indirect volumetric method. The product is precipitated with a Reinecke, salt solution the obtained complex is solved in acetone, the complex solution is treated in an excess of silver nitrate, the excess is tritrated with ammonium thiocyanate solution.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К- 621.8.0.2:629.113

Н. Манолеску, П. Александру

Структуральные исследования механизмов рулевого управления автомашин

В работе систематизируется большое число схем механизмов рулевого управления и делается полный анализ этих механизмов. В представленных системах рулевого управления, определяются составляющие механизмы, степень подвижности М, семья, структура в обратном движении и в случае прохода па неровностям дороги. Надо подчеркнуть, что все эти схемы изображяются в реальном положении пространственных механизмов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 621.802

П. Антонеску

Синтез четырехзвенных пространственных механизмов в зависимости от угла давления

После того как автор определяет угол давления в случае пространственных четырехзвенных механизмов, подчеркивается влияние этого угла на наилучшее функционирование этих механизмов. В этом труде представлен метод синтеза четырехзвенного пространственного механизма в случае заданного угла давления, соответствующего заданному положению кривошипа.

Кроме того производится синтез этого механизма в том случае, когда угол давления в определенном положении ведомого звена, решения будут даны графическим методом.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 629.13

Ст. Стайку

Сверхзвуковое обтекание вокруг антимметричного тонкого крестообразного крыла со сверхзвуковыми горизонтальными плоскостямио и заборными воротами, учитывая разделение потока на борту.

В данной работе изучается сверхзвуковое обтекание вокруг тонкого крестообразного крыла с антисимметричными падениями, горизонтальная плоскостет располагает сверхзвуковыми заборными бортами, учитывая отщепления потока у бортов вертикальной плоскости.

Также как и у тонкого крыла дельта с равным, но разнозначным падением на обоих своих половинах, в случае крестообразного креста, поток разделяется у бортов в виде конических рожков.

Косвенно трактуя задачу, как и при простых крыльях дельта, добивается и здесь создать теоретическую модель для изучения, через которую приходим к распределению давлений и к аэродинамическим характеристикам крестообразного крыла.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 621.8.0.2 : 629.113

N. Manolescu, P. Alexandru

Structural Study of the Steering Mechanisms of the Road Vehicles

In the work is systematized a great number of steering mechanisms schemes and a complete structural analysis of them is made. For the represented steering linkages are determined the component mechanisms, the degree of mobility **M**, the family **f** and the structure in the inverse wheel-steering wheel motion and in the case of passing over road unevenesses. It must be emphasized that all of this schemes are represented in the real condition of spatial mecanisms.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 621.8.02

P. Antonescu

Synthesis of Space Quadrilater Mechanisms in Terms of Pressure Angle

After defining the pressure angle is space quadrilater mechanisms, the influence of this angle is pointed out for the mechanism optimum operation.

The paper gives the synthesis method for the space quadrilater mechanisms, in terms of the imposed pressure angle, corresponding to a given handle position.

The synthesis of the same mechanism is also made when the pressure angle is given for a certain position of the driven element, the solutions being given by graphical methods.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 629.13

St. Staicu

Supersonic Flow Around the Cross-shaped Thin Non-Symmetrical Wing Having a Supersonic Horizontal Plane with Supersonic Leading Edges, Considering the Current parting at the Edge

The paper studies the supersonic flow around a thin cross-shaped wing, having non-symmetrical incidences, and the horizontal plane having supersonic leading edges, considering the current partings at the vertical plane edges.

As in the case of the delta thin wing having an equal incidence and opposed sign on its halves, in the case of the cross-shaped wing the current is parted on edges as taper cornets.

Dealing indirectly, with the problem as in the case of simple delta wings, we succeded in obtaining here as well a theoretical study model leading to the pressure distributions and to the aerodynamic characteristics of the cross-shaped wing.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 621.311.22

И. Дэнилэ, Р. Думитраке

Дискретное изображение энергетических характеристик аггрегатов тепловых электростанций

Решение вопроса оптимального распределения задач в теплоцентрали и в тепловой электростанции математическим образцом динамического программирования требует дискретного изображения энергетических характеристик данных агрегатов.

Несоответствующий выбор шага сети, на которой изображаются значения расхода топлива вследствие погрешностей присущим динамическому программированию, либо при возрастании расчетного времени и расходов, связанных с определением путем измерений энергетических характеристик.

В результате цифрового испытания, основанного на подделку энергетических характеристик, в работе указывается оптимальное значение шага сети, на которой изображаются энергетические характеристики на 0,05 — 0,1 всей номинальной мощности агрегатов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 621.52

К. Ниту

Гибридный пропорционально-интегральный регулятор для скоростных процессов

В работе предлагается новая схема для конструкции гибридных результатов, в которых пропорциональная составляющая получается непрерывными методами, а интегральная составляющая—цифровыми методами исчисления.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Д. К. 621.392.5

П. Постельнику

Выражение матрицы распределения четырехполюсника в симметрических или потенциально симметрических точках.

Прежде всего выводятся выражения параметров распределения S_{11} и S_2 симметричного четырехполюсника с X в зависимости от импеданса ветвей Z_a и Z_b. Эти результаты применяются для дифференциального симметричного трансформатора, используемого в голосовом повторителе, и для четырехполюсника с X реактивным. Для второго случая дается диаграмма графического определения параметров S_{11} и S_{21} в зависимости от импедансов $Z_a = jX_a$ и $T_b = jX_b$

Считая дифференциальный трансформатор симметричным, выводятся параметры распределения потенциального симметричного четырехполюсника. Дается физическое обозначение выведенных формул и диаграмм соответствующего сигнала.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 621.311.22

N. Dănilă, R. Dumitrache

Discrete Representation of the Energetic Characteristics of the Units in the Thermoelectric Power Stations.

The load optimum distribution problem solving in a thermoelectric power station, mathematical model of direct programming, requires the discrete representation of the energetical characteristics of the units taken into consideration.

Inadequate selection of the network pitch, on which the fuel consumption values are represented, brings about either supplementary fuel consumption, as a result of the errors in the dynamic programming, or the increase of the calculation time and of the costs due to the determination by measuring of the energetic characteristics.

As a result of a new numerical experiments, based upon the energetic characteristic simulation, the paper gives the optimum value for the network pitch on which the energetic characteristics of 0.05—0.1 out of the unit nominal power are presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 621-52

C. Nitu

Proportional Hybrid Controller for Rapid Processes

A new diagram is suggested for hybrig controller manufacturing, where in the proportional component is obtained by analogical methods, whole the integral component is obtained by numerical calculation techniques methods.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.C. 621.392.5

P. Postelnicu

Distribution Matrix Expression of Symmetrical of Potentially Symmetrical Bridge Quadripoles

The S_{11} and S_{21} distribution parameter expressions are first determined for a quadripole symmetrical with X, in terms of Z_a and Z_b arm impedance. The results are used for the symmetrical differential transformer used in voice repeaters and in case of quadripole in reactive X. In the latter case, a diagram is given for the S_{11} and S_{21} parameters graphical determination, in terms of impedance $Z_a = j X_2$ and $Z_b = j X_b$ Considering a symmetrical differential transformer, the distribution parameters are determined for a symmetrical potential quadripole. The physical meaning for the deduced formula and the corresponding signal diagrams are given.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Résumé

C.D. 515

M. Şt. Botez

Observation sur l'hyperbolisme itéré

En partant de l'étude du géomètre belge M. R. Goormaghtgh on trouve de nouvelles propriétés de la transformation nommée hyperbolisme. L'auteur a introduit : hyperbolisme itéré, la courbe associée à un hyperbolisme, et il a étendu l'hyperbolism plan à l'espace. Il a établi que les tangentes dans des points correspondants d'une courbe tortueuse et son hyperbolisme sont coplanaires, ce qui mena à la place des points d'intersection entre les itérés d'une courbe donnée qui est la courbe nommée associée.

En considérant ensuite les plans normaux on trouve les surfaces avec un plan directoire comme surfaces associées à une courbe tortueuse.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 516

Gh. Mocică

Les coordonnées normales dans un calcul absolument mixte soumises à une transformation projective de connexion

Dans cet ouvrage on établit la loi de la transformation des coordonnées normales mixtes, lorsqu'on effectue sur une connexion mixte une transformation projective de connexion. On donne une interprétation géométrique sur la modalité de transformation des coordonnées normales par la transfromation projective de connexion, en utilisant le paramètre sur la courbe autoparallèle.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 519.2

Z. Stoian

Un problème de répartition

En partant d'une famille tout au plus numérable de champs de probabilité on construit un nouveau champ de probabilité. Par transformation en langage de répartition, on indique une possibilité d'application en statistique du thème.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

Zusammenfassung

D.K. 515

M. Şt. Botez

Bemerkungen übetr den iterativen Hyperbolismus

Ausgehend von einem Studium des belgischen Geometrieforschers M. R. Goormaghtigh findet der Autor neue Eigenschaften der als Hyperbolismus bezeichneten Umformung. Es werden der iterierte Hyperbolismus und die assoziierte Kurve des Ebenhyperbolismus, der sich auch auf den tridimensionalen Raum ausdehnt, eingeführt. Es wird gefunden, dass die Tangenten zu einer Raumkurve und ihr Hyperbolismus konkurrent sind, indem die einer Raumkurve assoziierte Kurve und ihren Hyperbolismus Ort der Tangenten Schnittpunkte in Korrespondenzpunkten zu betrachten ermöglichen.

Es wird eine Klasse von Regelflächen mit Richtebene als Ort von Schnittgeraden der Normalebenen bei einer Raumkurve festgesetzt. Das Studium schliesst mit Abbildungen für Helixkurven und die Kurven, die zu einem tetraedischen Komplex gehören.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 516

Gh. Mocică

Affine Normalkoordinaten in einer absoluten Mischrechung, unterworfen einer projektiven Verbindungstransformation

In dem Referat wird das Transformationsgesetz der affinen gemischten Normalkoordinaten, wenn auf die affine Mischverbindung eine projektive Verbindungstransformation ausgeführt wird, festgesetzt. Es wird eine geometrische Normalkoordinaten durch die projektive Verbindungtransformation geändert werden, wobei das affine Parameter auf der autoparallelen Kurve angewendet wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 519.2

Z. Stoian

Ein Zuteilungsproblem

Ausgehend von einer mindestens zählbaren Familie von Wahrscheinlichkeitsfeldern, wird ein neues Wahrscheinlichkeitsfeld gebaut. Durch Umwandlung in einer Zuteilungsausdrucksweise, wird eine Anwendungsmöglichkeit in der Statistik des Themas angeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 531.7

D. Moisil, G. Cristescu

Observations concernant l'utilisation des prismes à reflexion totale à l'alignement des ellipsomètres

On présente les résultats obtenus dans l'alignement de l'ellipsomètre par le procédé Mc. Crackin, à l'aide des miroirs métalliques et des prismes à reflexion totale. L'utilisation des prismes de reflexion totale n'est pas recommandable dans l'opération d'alignement des ellipsomètres.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 662.6/8

I. Blum, E. Cernica

L'étude de l'interaction entre les solvants organiques et le charbon roumain dans différentes phases de métamorphisme.

L'étude a pour but d'établir le lien entre les facteurs caractéristiques de la structure du charbon et les quantités d'extrait obtenues dans différentes conditions avec des solvents non spécifiques.

Les résultats obtenus démontrent la possibilité de caractériser du point de vue physico-chimique l'état des houilles de même que leurs qualités d'agglutination — cokéfaction à partir des quantités d'extrait avec chloroforme obtenus après le traitement thermique ultérieur.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 547

Gr. Teodorescu

La méthode de détermination pour le méthyle sulphonate de 3-pipéridino 1,1 diphényl-1 propanol

Cette détermination a été réalisée par la méthode volumétrique indirecte.

On précipite le produit avec une solution de sel Reinecke, on dissout le complexe obtenu dans de l'acétone, on traite la solution de complexe avec de l'excès d'azotate d'argent et on titre l'excès avec une solution de tiocyanate d'ammonium.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 531.7

D. Moisil, G. Cristescu

Bemerkungen betreffend die Verwendung von Prismen mit Totalreflexion bein Fluchten der Ellipsometer

Es werden die beim Fluchten des Ellipsometers mittels Mc. Crackin-Verfahren erzielten Ergebnisse mit Hilfe von Metallspiegeln und Totalreflexionsprismen vorgestellt. Die Anwendung der Totalreflexionsprismen ist beim Ellipsometerfluchten nicht zu empfehlen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 662.6/8

I. Blum, E. Cernica

Studium der Wechselwirkung zwischen den organischen Lösungsmitteln und den rumänischen Kohlen in verschiedenen Metamorphismusstufen.

Das Referat verfolgt die Beziehung zwischen den charakteristischen Faktoren der Kohlenstruktur und den unter verschiedenen Bedingungen mit nichtspezifischen Lösungsmitteln erzielten Extraktmengen.

Die gewonnenen Ergebnisse zeigen die chemisch physikalische Kennzeichnungsmöglichkeit des Steinkohlenstadium und deren Eignungen zum Backen und Verkoken aufgrund der durch nachträgliche Wärmebehandlung mit Chloroform erhaltenen Extrakt mengen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 547

Gr. Teodorescu

Bestimmungsverfahren für 3-Piperidin-1,1-Diphenyl-1-Propanol-Methyl-Sulfonat

Die Bestimmung wurde durch die mittelbare volumetrische Methode vorgenommen. Das Produkt wird mit Reinecke-Salzlösung ausgefällt, des erhaltene Komplex mit Azeton aufgelöst, die Komplexlösung mit einem Überschuss von Silbernitrat behandelt und dessen Überschuss mit einer Ammonium-Thiozyanatlösung titriert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 621.8.02 : 629.113

N. Manolescu, P. Alexandru

Etude structurale des mécanismes de direction des véhicles automobiles routiers

Dans l'ouvrage on systématise un grand nombre de schémas cinématiques de mécanismes de direction et on fait leur analyse structurelle complète. Aux timonéries de direction présentées, on détermine les mécanismes composants, le degré de mobilité M, la famille f, la structure dans le mouvement inverse roues-volant et dans le cas de passage par dessus les irégularités de la route. Il faut souligner que toutes ces schèmas se représentent dans la situation réele des mécanismes spatiaux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 621.8.02

P. Antonescu

La synthèse du mécanisme quadrilatère spatial en fonction de l'angle de pression

Après avoir défini l'angle de pression chez les mécanismes quadrilatères spatiaux on souligne l'influence de cet angle sur le fonctionnement optime des mécanismes.

Dans l'ouvrage on donne la méthode de synthèse du mécanisme quadrilatère spatial en fonction de l'angle de pression imposé, correspondant à une position donnée de la manivelle.

On fait aussi la synthèse du même mécanisme lorsqu'on donne l'angle de pression dans une certaine position de l'élément conduit, les solutions étant données par des méthodes graphiques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 629.13

St. Staicu

L'écoulement supersonique autour de l'aile cruciforme mince antisymétrique ayant de plan horizontal avec les bords d'attaque supersoniques en considerant la séparation de courant au bord

Dans cet ouvrage on étudie l'écoulement supersosique autour d'une aile cruciforme mince, avec les incidences antisymtriques le plan horizontal ayant les bords d'attaque supersoniques, en considérant les séparations de courant aux bords du plan vertical.

Tout comme à l'aile delta mince, avec incidence égale et de signe contraire sur ses deux moitiés, dans le cas de l'aile cruciforme le courant se sépare aux bords sous forme de cornets coniques.

En traitant le problème indirectement, tout comme pour les ailes delta simples, nous réussissons à créer ici ausi un modèle théorique d'étude par lequel on arrive à la distribution de pressions et les caractéristiques aérodynamiques de l'aide cruciforme.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 621.8.0.2 : 629.113

N. Manolescu, P. Alexandru

Untersuchung des Aufbaues der Lenkmechanismen der Strassenkraftfahrzeuge

In der Arbeit wird eine grosse Anzahl von kinematischen Schemen der Lenkmechanismen systematisiert so wie eine gänzliche Analyse ihres Aufbaues gemacht. Bei den vorgezeigten Lenkgestängen werden die zusammensetzenden Mechanismen, der Beweglichkeitsgrad **M** die Familie **f**, der Aufbau in der umgekehrten Bewegung Räder-Steuer und im Falle des Fahrens über die Unebenheiten des Wages bestimmt. Es muss unterstrichen werden, dass alle diese Schemen in der tatsächlichen Situation der räumlichen Mechanismen dargestellt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 621.8.02

P. Antonescu

Die Synthese des Raumvierechmechanismus in Abhängigkeit vom Druckwinkel

Nach Bestimmung des Druckwinkels bei Raumviereckstrieben wird der Einfluss dieses Winkels auf die optimale Funktion der Mechanismen unterstrichen.

In dem Referat ist die Synthesemethode des Raumviereckstriebs in Abhängigkeit von dem vorgeschriebenen Druckwinkel angeführt, in bezug einer vorgegebenen Kurbelstellung.

Desgleichen wird die Synthese desselben Triebs vorgenommen, wenn der Druckwinkel in einer bestimmten Stellung des geführten Elements gegeben wird, wobei die Lösungen mittels graphischer Verfahren erledigt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 629.13

St. Staicu

Der Überschallfluss um den asymmetrischen kreuzförmigen dünnen Flügel, mit waagerechter Ebene mit Überschall-Flügeleintrittskanten, unter Berücksichtigung der Kantanströmungstrennung.

In vorliegender Arbeit wird die Überschallströmung rund um einen kreuzförmigen dünnen Flügel mit asymmetrischen Inzidenzen untersucht, wobei die waagerechte Ebene Überschall-Flügeleintrittskanten besitzt, und unter Beachtung der Strömungstrennungen an den Kanten der Senkrechtebene.

Wie beim dünnen Deltaflüge mit gleicher Inzidenz und umgekehrtem Zeichen auf seinen beiden Hälften, trennt sich die Strömung, im Falle des kreuzförmigen Flügels, an den Kanten in From von kegelförmigen Trichtern.

Bei unmittelbarer Behandlung des Problems, wie bei den einfachen Deltaflügeln, gelingt es auch hier ein theoretisches Forschungsmodell zu erzeugen, mittels welchem man zu einer Druckverteilung und zu aerodynamischen Merkmalen des kreuzförmigen Flügels gelangen kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 621.311.22

N. Dănilă, R. Dumitrache

La représentation discrète des caractéristiques énergétiques des agreges des centrales thermoélectriques

La résolution du problème de la répartition optime des charges des erreurs propres à la programmation dynamique, soit à l'augmention dynamique, nécessite une représentation discrète des caractéristiques énergétiques des agrégés pris en considération.

Le choix noncorrespondant du pas du réseau sur lequel on représente les valeurs de la consommation du combustible même soit à une consommation supplémentaire de combustible comme suite des erreurs propres à la programmation dynamique, soit à l'augmentation du temps de calcul et des frais liés à la détermination par des mesurements des caractéristiques énergétiques.

A la suite d'une expérimentation numérique, basée sur la simulation des caractéristiques énergétiques, dans l'ouvrage on indique une valeur optime du pas du réseau sur lequel on représente des caractéristiques énergétiques de 0,03—0 1 la puissance nominale des agrégés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 621-52

C. Nitu

Régulateur hybride proportionnel intégral pour des processus rapides

On propose un nouveau schéma pour la construction des régulateurs hybrides, auxquels la composante proportionnelle est obtenue par des méthodes analogues, et la composante intégrale par des méthodes de la technique des numéros de calcul.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

C.D. 621.392.5

P. Postelnicu

L'expression de la matrice de répartition des quadripôles en pont symétriques ou potentiel-symétriques

On déduit tout d'abord les expressions des paramètres de répartition S_{11} et S_{21} d'un quadripôle symétrique à X (en treilles en fonction des impédances des bras Z_a et Z_b. On applique ces résultats au cas du transformateur différentiel symétrique utilisé dans les répéteurs vocaux et au cas du quadripôle en X réactif. Pour ce dernier cas, on donne un diagramme pour la détermination graphique des paramètres de répartition en fonction des impédances $Z_a = j X_2$ et $Z_2 = j X_b$ En considérant un transformateur différentiel disymétrique, on déduit les expressions des paramètres de répartition d'un quadripôle potentiel-symétrique. On don la signification physique des formules déduites, ainsi que les diagrammes de fluence de signal correspondants.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 621.311.22

N. Dănilă, R. Dumitrache

Die diskrete Darstellung der energetischen Merkmale der Aggregate in Wärmekraftzentralen

Die Problemlösung der besten Lastverteilung in einem Wärmekraftwerk durch das mathematische Modell der dynamischen Programmierung benötigt eine diskrete Darstellung der energetischen Merkmale der in Frage kommenden Aggregate.

Eine unentprechende Wahl der Netzteilung, auf welcher die Werte der Brennstoffaufnahme dargestellt werden, führt sei es zu einem vermehrten Brennstoffverbrauch, zufolge der der dynamischen Programmierung eigenen Fehler, sei es zu einer Vergrösserung der Rechendauer und der mit der Bestimmung durch Messung der energetischen Merkmale verbundenen Ausgaben.

Nach einer zahlenmässigen Versuchsreihe, die auf einer Nachahmung der energetischen Charakteristiken beruht, wird in der Arbeit ein optimaler Wert der Netzteilung angegeben, auf welchem die energetischen Kennwerte von 0,05...0,1 von der Nennleistung der Aggregate dargestellt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 621-52

C. Nitu

Pi-Regler für schnelle Vorgänge

Es wird ein neues Schema für den Bau von hybriden Reglern vorgeschlagen, bei welchen die Proportionalitätskomponente durch analogische, die Intergrationskomponente durch digitale Rechenverfahren erzielt wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

D.K. 621.392.5

P. Postelnicu

Der Ausdruck der Zuteilungsmatrize der symmetrischen bez potentiell symmetrischen Brücken-Vierpole

Es werden zuerst die Ausdrücke der Zuteilungsparameter S_{11} und S_{21} eines X-symmetrischen Vierpols in Abhängigkeit von den Zweigimpedanzen Z_a und Z_b abgeleitet. Die Ergebnisse werden im Falle des in Stimmenverstärkern verwendeten symmetrischen Differentialwandlers und in dem des X-reaktiven Vierpols angewandt. Im letzteren Falle wird ein Diagramm für die graphische Bestimmung der S_{11}-und S_{21}-Parameter in Abhängigkeit von den Impedanzen $Z_a = j\,X_a$ und $Z_b = j\,X_b$ gegeben. Für einen symmetrischen Differentialwandler werden die Zuteillungsparameter eines potentiellen symetrischen Vierpols abgeleitet. Es werden die physikalische Bedeutung der abgeleiteten Formeln und die entsprechenden Signaldiagramme angeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 1/1971

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

MATEMATICĂ

C.Z. : 515

BEMERKUNGEN UBER DEN ITERATIVEN HYPERBOLISMUS

MIHAIL ȘT. BOTEZ

I

1 — Bezüglich der Abstammung von geometrischen Iteration ist Babbage [1] als gründer der iterativen Funktionstheorie zu betrachten.

Diese Anmerkung fusst auf den seit paar Jahren erschienen Artikel von N. O. Zaharia [2], wo der Autor ausgehend von den iterativen Funktionen eine geometrische Iteration konstruiert.

In der Folge, nehme ich mir vor eine geometrische Iteration zu erhalten, betrachted eine Umformung von Newton [3], die er Hyperbolismus bezeichnet, und die dank interessanter zwischen mehreren neuen Kurven bestehenden Eigenschaften und Ähnlichkeiten vom bekannten belgischen Prof. M. R. Goormagtigh [4] wiederaufgenommen wurde.

Für seine Umformung bewahrt M. R. Goormagtigh die Bezeichnung Hyperbolismus, die wir auch beibehalten, wen wir uns auf ihren iterativen Aspekt beziehen.

2 — Newton benennt Hyperbolismus einer Kurve :

$$(C): \qquad f(x, y) = 0 \tag{1}$$

Kurve :

$$(C_1): \qquad f(x, xy) = 0 \tag{2}$$

während Goormagtigh [4] folgende Umformung betrachtet :

Nehmen wir die Achsen Ox, Oy und eine feste Rechte Δ mit ihrer Gleichung $x=a$, an (Abb. 1). Ist M der Punkt der eine Kurve (Γ) beschreibt, derer Radiusvektor Δ im Punkt I durchschneidet, von wo eine Parallele zu Ox geführt wird, die die Ordinate des Punktes M in M_1 trifft, so stellt der geometrische von M_1 beschriebene Ort eine Kurve (Γ_h) dar, die als Hyperbolismus der gegebenen Kurve bezeichnet wird. Die beiden Punkte haben die selbe Abszisse und zwischen ihren Ordinaten y und y_1 besteht folgende Relation :

$$a\, y = x\, y_1 \tag{3}$$

Bericht an der wisenschaftlichen Tagung des Lehrkörpers von Cralova Universität in 20—22 April 1970.

Antihyperbolismus ist als eine umgekehrte Operation zu deuten.

Wir richten unsere Absicht aufs vielseitiges Studium der Iteration dieser Umformung und auf ihre Raumerweiterung.

II

1 — Nehmen wir an, dass (Γ) die Kurve $y=f(x)$, die wir als *Basis* bezeichnen, und die Rechte $x=a$, die wir *Leitlinie* nennen, darstellt.

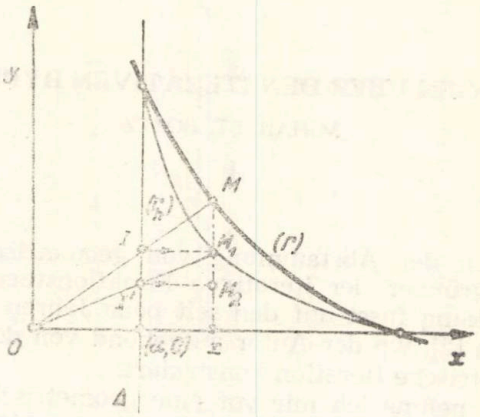


Abb. 1

Betrachtend die relation (3), wird uns auf der Stelle klar, dass zwischen der iterierten Ordinate der i-Ordnung und der Ordinate y der Basiskurve, die derselben Abszisse entspricht, besteht folgende Rekursion :

$$y_i = \left(\frac{\alpha}{x}\right)^i y \tag{4}$$

Aus (4) folgt, dass für :

$$x = \alpha \Rightarrow y_i = y \tag{4'}$$

D.h. : die iterierten Hyperbolismen einer Kurve $y=f(x)$ queren den Konkurrenzpunkt zwischen der Kurve und der Leitlinie Δ durch.

Daraus ist ersichlich dass für $x=0$ fällt in Koinzidenz der Radiusvektor mit Oy. Da er mit der Leitlinie gleichlaufend ist, wird der Hyperbolismus ungeeignet. Das gleich auch für $x>a \Rightarrow y_i < y_{i+s}$ und für $x<a \Rightarrow y_i > y_{i+s}$. Daraus folgt folgende Eigenschaft hervor :

Die Reihe der iterierten Ordinaten (y_i) ist zu — oder abnehmend je a kleiner oder grösser als die Abszisse des betrachtenden Punktes der Basiskurve, ist.

2 — Sei nun die algebraische Kurve :

$$(C): \quad f(x\,y) = \varphi_n(x\,y) + \varphi_{n-1}(x\,y) + \cdots\cdots + \varphi_1(x\,y) = 0 \tag{5}$$

mit

$$\varphi_r(x\,y) = a_{r,0}\,x^r + a_{r-1,1}\,x^{r-1}\,y + \cdots\cdots + a_{0,r}\,y^r$$

derer Abstammung ein einfacher Punkt bildet : $\varphi_0 = a_{0\,0} = 0$

Der Hyperbolismus erster Ordnung (C_h^1) der Kurve (C) hat zu beginn:

$$a_{1,0}\, x + a_{0,1} \frac{x}{\alpha}\, y = 0 \tag{6}$$

mit den Tangenten $x=0$ und $y=\lambda$.

Für der Iterierte der i-Ordnung wird die Relation (6) :

$$\alpha_1\, x + \beta_1\, x^i\, y = 0 \tag{6'}$$

die sich in Rechte $x=0$ und eigene Hyperbel höherer Ordnung zersetzt :

$$x^i\, y = \mu^{i+1} \tag{6''}$$

mit einen ungeeigneten Punkt auf der Achse x, und einen uneeigneten Punkt der i-Ordnung auf der Achse y, [5], hat.

3 — Werden die Kurven $y=f(x)$ und $y=\varphi(x)$, betrachtet so gibt die Gleichung :

$$f(x) - \varphi(x) = 0 \tag{7}$$

die Abszissen ihrer Schnittpunkte wieder. Ist $P_0(x_0 y_0)$ ein Schnittpunkt und die Radiusvektor OP_0 alleinig, so ist die Relation (4) identisch geprüft und kann ausgedrückt werden, abgesehen von der Iterationsordnung des dem Systeme der zwei Kurven entsprechenden Hyperbolismus.

Theorem 1. *Haben zwei oder mehrere Kurven einen oder mehrere Schnittpunkte, so haben ihre Iterierten derselben Ordnung dieselbe Anzahl von gemeinsamen Punkten.*

a) Daher geht hervor, dass der Hyperbolismus eines Kurvenbündels stellt gleichfalls ein Bündel von Kurven dar, die abgesehen vom iterierten Bündel die Schnittpunkte der Kurven des gegebenen Bündels durchqueren.

b) Die zweite Folge besteht aus der Eigenschaft, dass der Hyperbolismus eines Strichsystems der δ-Dimension stellt ein Strichsystem von Kurven der gleichen Dimension dar.

Folglich stellt der Netzhyperbolismus ein Netz dar.

c) Zugleich jede algebraische Kurve $f(xy)=0$, die bei einen Produkt nicht reduzierbar ist, kann als algebraische Zuordnung $[x, y]$ zwischen den Punkten x und y zweier Rechten [6] gedeuten werden.

Setzt man voraus, dass die Kurve $f(xy)=0$ durch ein Polynom m-Grades bei x und n-Grades bei y, so wird $[m, n]$ die algebraische Zuordnung darstellen.

Wiedergibt man die Kurve $f(xy)=0$ unter folgender Form :

$$\begin{aligned} f(xy) = y^n (a_{n,m}\, x^m + \cdots + a_{n,0}) + y^{n-1} (a_{n-1,m}\, x^m + \cdots + \\ + a_{n-1,0}) + \cdots + (a_{0,m}\, x^m + \cdots + a_{00}) = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

bei einem gegebenen wert $x=x_0$, so wird im grossen die Gleichung (8) eine Gleichung n-Grades bei y, die n unterschiedene oder nicht dem $x=x_0$ homologe Punkte bestimmt.

Die Iterierte der Kurve (8) der i-Ordnung wird wie folgt:

$$f_i(x\,y)=\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{i+n} y^n\,(a_{n,m}\,x^m+\cdots+a_{n,0})+$$
$$+\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{i+n-1} y^{n-1}\,(a_{n-1,m}\,x^m+\cdots+a_{n-1}\cdot 0)+\cdots=0 \tag{9}$$

Was die Kurve, nämlich das Bild der Zuordnung $[m+n+i,\ n]$, dastellt.

Ist diese Zuordnung symmetrisch, nämlich der komplesive Grad der Kurve, d.h. des Bildes, sich bei der Permutation des x und y nicht ändert, so wird es daraus ersichtlich, dass der iterierte Hyperbolismus einer gewissen Ordnung der Kurve, d.h. des Bildes, die Symmetrie der Zuordnung ändert.

Insofern der Typus des Bildes einer symmetrischen Zuordnung ist:

$$f(x\,y)=\Sigma\,\overline{a}_{i,k}\,(x^i\,y^k-x^k\,y^i)=0 \tag{10}$$

wo für jeden i und jeden k die Gleichheit $i+k=n$ besteht, wo n den komplesiven Grad der Kurve, d.h. des Bildes, bildet; wird der iterierte Hyperbolismus der λ-Ordnung der Kurve (10):

$$f_\lambda(x\,y)=\Sigma\,\overline{a}_{ik}\,(a^k\,x^{i-\lambda-k}\,y^k-a^i\,x^{k-\lambda-i}\,y^i) \tag{11}$$

wo der komplesive Grad des ersten Gliedes der Paranthese sich vom Grade des zweiten Gliedes unterscheidet. Der Hyperbolismus der Kurve, d.h. des Bildes, bildet nicht mehr eine symmetrische Zuordnung auch im Falle, in dem diese Kurve durch einen symetrischen Polynom dargestellt ist.

d) Da die dem $x=\infty$, und $y=\infty$ entsprechenden Punkte werden ohne Einführung von homogenen Koordinaten erzielt, dann werden der Kurve, d.h. dem Bilde, für $x=\infty$, n-Punkte entsprechen, die aus der Gleichung ersichtlich sind:

$$a_{n,m}\,y^n+a_{n-1,m}\,y^{n-1}+\cdots+a_{0,m}=0$$

und dass der Hyperbolismus der Gleichung (9) dem Grade der vorausgehenden Gleichung entspricht.

D.h.: *die Anzahl der ungeeigneten Punkte invariant ist, abgesehen von der Ordnung des der Basiskurve applizierten Hyperbolismus.*

e) Ist die algebraische Zuordnung [1, 1] d.h. eine projektivität [7] so bildet der Hyperbolismus der λ-Ordnung die projektive Zuordnung $[\lambda+2,\ 1]$ um.

f) Nimmt man an, dass die Kurvenstrichsystems der Ordnung 1 und 2:

$$\lambda_0 f_0+\lambda_1 f_1=0$$
$$\lambda_0 f_0+\lambda_1 f_1+\lambda_2 f_2=0 \tag{12}$$

einen Basispunkt haben, so haben auch ihre Hyperbolismen einen Basispunkt *und der Hyperbolismus eines Strichsystems ein Strichsystem derselben Ordnung bildet.*

Aus dem Obenerwähnten geht hervor, dass diese Umformung *die verwandten Eigenschaften wie auch die Senkrechtigkeit, die eine metrische Eigenschaft bildet, nicht bewahrt, dafür bewahrt sie die Konkurrenz, die eine projektive Eigenschaft darstellt.*

Eignet sich die Basiskurve zur Zersetzung nicht, so sind auch ihre iterierten Hyperbolismen nicht zersetzbar d.h. der Hyperbolismus bewahrt die Monoigenität [8] auf.

4 — *Symmetrische Hyperbolismen* (abb. 2)

Wird die Gerade $\Delta_1 : x = -\alpha$, die die simmetrik der Leitlinie Δ im vergleich zum Anfangspunkt bildet, eingeführt, so quert der Radiusvektor OM eines Punktes $M \in (\Gamma)$, Δ und Δ_1, bei μ und μ_1, durch denen die symmetrischen im Vergleich zu Ox Punkte m und m_1, auf der Ordinate des M-Punktes entsprechen.

Beschreibt M die Kurve (Γ), so beschreiben die Punkte m und m_1 die Kurven (γ) und (γ_1), *die die symmetrischen Hyperbolismen im Vergleich zu Ox der Kurve* (Γ), *bilden.* Daher geht hervor, *dass die Tangenten gegenüber* (γ) *und* (γ_1), *bei den korrespondierenden Punkten m und* m_1 *sind auch symmetrisch im Vergleich zu Ox.*

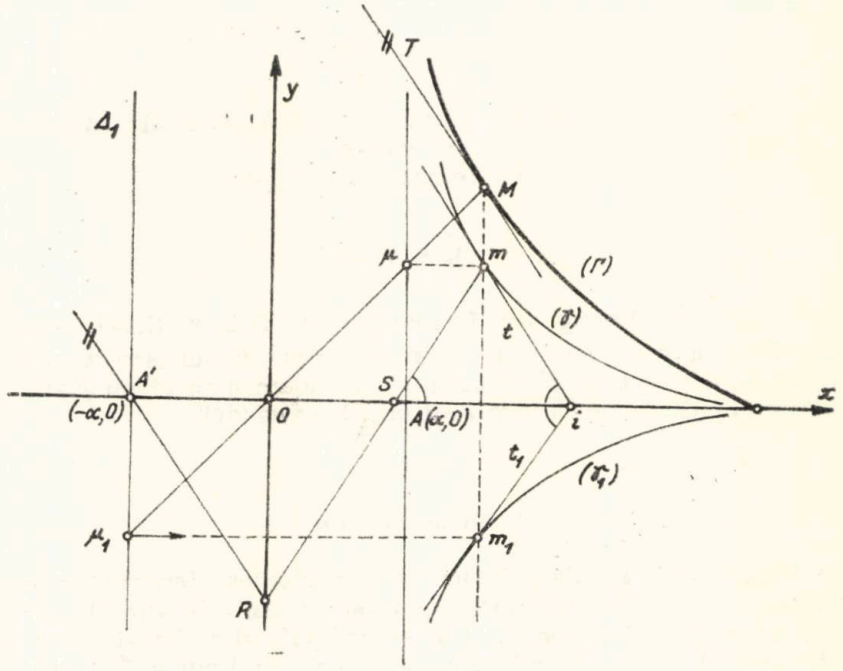


Abb. 2

M. R. Goormaghtigh [9] setzt folgende Eigenschaft fest :

Notiert man den Schnittpunkte A der Leitlinie Δ *mit Ox und betrachtet man die Symmetrik A' im Vergleich zu O, fuhrt man zugleich von A' die Parallele zur Tangente in M bei* (Γ), *die Oy in R durchschnei-*

det, so wird mR die Tangentensymmetrik in m bei (γ) im Vergleich zur Ordinate des M-Punktes, darstellen.

Beachtend diese und die von uns oben festellte Eigenschaft und betrachtend die Tangenten t und t_1 zu (γ) und (γ_1) bei den Punkten m und m_1, so wird es gleich klar, dass die Tangente t_1, beim, parallel zu Rm (Abb. 3) ist. Kennt man, folglich, die Stellung der Tangente bei einem iterierten Hyperbolismus der λ—Ordnung, so wird es die Möglichkeit gegeben mittels Parallelen die Tangenten zu den symmetrischen Iterierten der $\lambda+1$ —Ordnung zu konstruiren.

5 — Sei $y=f(x)$ die Kurve, der sich die Differentialkurve $y_1=f'(x)$ assoziiert. Der Hyperbolismus dieser Kurve ist :

$$x\,y_1 = x\,f'(x) \tag{13}$$

der eben die Tangentialkurve der Kurve $y=f(x)$, wenn man als Leitlinie des Hyperbolismus die Gerade $x=1$ nimmt, bildet. Hiermit kann die Eigenschaft ableiten :

Der Differentialkurvenhyperbolismus einer Kurve $y=f(x)$ stellt eine identische Kurve mit der entsprechenden Tangentialkurve dar.

Integriert man die Gleichung (13), so erhält man :

$$\int x\,y_1\,dx = \int x\,f'(x)\,dx = x\,f(x) - \int y\,dx$$

D.h. die integrabilität des Ausdruckes (13) setzt die Integrabilität der Funktion $y=f(x)$ und umgekehrt voraus.

Es ist zu bemerken, dass die Integrale des Types :

$$I = \int_0^{\lambda} x\,f(x)\,dx$$

häufig in die Berechnung der fortdauernden Träger einschreiten [10].

Da die Kurve $y=f(x)$ das Diagramm des Biegungsmomentes vorstellen kann, erhält man die Kurve $xf(x)$, indem man einen Hyperbolismus, dessen Leitlinie die Gerade $x=1$ bildet, anwendet.

III

1. Generalisation

a) Nehmen wir an, dass $O.xyz$ ein kartesisches Merkzeichen und die feste Ebene $\pi \parallel [xz]$ deren Gleichung $y=a$ ist und die wir als Leitebene der Umformung bezeichnen, und M einen laufenden Punkt einer krummen Kurve (Γ), bildet. Durch den zwischen den Radius OM und π liegenden Schnittpunkt zieht man die Ebene $\varpi \parallel [xy]$, die die Quotenlinie des Punktes M und M_1 durchschneidet. Beschreibt M die Kurve (Γ), so beschreibt M_1 eine krumme Kurve (Γ_h), die wir als Hyperbolismus der gegebenen Kurve bezeichnen. Ähnlich dem ebenen Hyperbolismus stellt man dabei fest, *dass die Umformung zweieindeutig ist behält die Konkurrenz, dafür die Senkrechtigkeit und die Afinität nicht.*

b) Nehmen wir an, dass (Γ) die Kurve darstellt und ihre Gleichungen sind :

$$x = x(t) \quad ; \quad y = y(t) \quad ; \quad x = z(t). \tag{14}$$

Auf Grund der Art der Generalisation des ebenen Hyperbolismus, ergeben sich die Gleichungen der umformten Kurve :

$$x_1 = x \quad ; \quad y_1 = y \quad ; \quad z_1 = \frac{\alpha}{y} z \tag{15}$$

Aus den Formeln (15) geht hervor, dass der Hyperbolismus, einer krummen Kurve und die Basiskurve sich auf demselben projizierenden Zylinder gegenüber der Ebene [xy] befinden. Für den iterierten Hyperbolismus der λ-Ordnung der Basiskurve (Γ) werden folgende Gleichungen erzielt :

$$x_\lambda = x \quad ; \quad y_\lambda = y \quad ; \quad z_\lambda = \left(\frac{\alpha}{y}\right)^\lambda z .$$

Für den Punkt in dem (Γ) die Ebene durchschneidet : $z = a \Rightarrow z_\lambda = z$.

Infolgendessen : *der Schnittpunkt — falls er besteht — zwischen der Ebene $y = a$ und der Kurve (Γ) stellt den festen Punkt für alle iterierten Hyperbolismen der gegebenen Kurve dar.*

2. — a) Nehmen wir an, dass T und T_1 die Tangenten zweier korrespondierenden Punkte der Kurven (Γ) und (Γ_1) ihren Hyperbolismus darstellen :

$$(T) : \quad \frac{X - x}{x'} = \frac{Y - y}{y'} = \frac{Z - z}{z'}$$

$$(T_1) : \quad \frac{X - x_1}{x_1'} = \frac{Y - y_1}{y_1'} = \frac{Z - z_1}{z_1'}$$

$$\text{da } x = x_1 ; \quad y = y_1 ; \frac{\alpha}{y} z = z_1 \quad \text{und} \quad z' = \alpha \frac{(z' y - z y')}{y^2}$$

Die determinante :

$$D = \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x' & y' & z' \\ x_1' & y_1' & z_1' \end{vmatrix} = 0$$

offenbar null ist, werden die Tangenten T und T_1 von derselben projizierenden Ebene im Vergleich zur Ebene [xy] umfasst. Aus den Obenerwähnten kann das Theorem 2 ausgesprochen werden.

Theorem 2. *Die Tangenten bei einer krummen Kurve und ihrem Hyperbolismus sind koplanar, indem die auf dieser Weise bestimmte Ebene senkrecht gegenüber der Umformungsleitebene ist.*

b) **Definition 1.** *Als assoziierte Kurve (C_A) bezeichnen wir den Ort der Schnittpunkte zwischen den Tangenten zu zwei krummen nacheinanderfolgenden Kurven der Iteration in den korrespondierenden Punkten.*

Das Dasein dieser Kurve erklärt die Tatsache, dass die Vektoren :

$$\overline{V}(x', y', z') \quad \text{und} \quad \overline{V}_1\left(x', y', \alpha \frac{z' y - z y'}{y^2}\right)$$

zu keinem Paar der Iterierten parallel sind, abgesehen von de korrespondierenden Tangenten T und T_1.

Schreibt man die Tangentengleichungen unter Form :

$$(T): \begin{matrix} X = a Z + p \\ Y = b Z + q \end{matrix} \qquad (T_1): \begin{matrix} X = a_1 Z + p_1 \\ Y = b_1 Z + q_1 \end{matrix}$$

hat der Schnittpunkt, der die assoziierte Kurve (C_A) beschreibt, folgende Gleichungen :

$$X = \frac{a p_1 - a_1 p}{a - a_1} \; ; \quad Y = \frac{b q_1 - b_1 q}{b - b_1} \; ; \quad Z = \frac{p_1 - p}{a - a_1} \tag{16}$$

c) **Definition 2.** *Wir bezeichnen als assoziierte Fläche (S_A) einer krummen Kurve und ihren Hyperbolismus die Fläche, die vom der Schnittrechte der normalen Ebenen in zwei korrespondierenden Punkten generiert ist.*

Nimmt man an, dass (Γ) die gegebene Kurve und (Γ_h) ihren Hyperbolismus darstellen, die parametrisch durch:

$$(\Gamma): \quad x = x(t) \; ; \quad y = y(t) \; ; \quad z = z(t),$$

$$(\Gamma_h): \quad x_1 = x_1(t) \; ; \quad y_1 = y_1(t) \; ; \quad z_1 = z_1(t),$$

ausgedrückt sind. Die normalen Ebenen haben die Gleichungen :

$$\begin{aligned} (X - x) x' + (Y - y) y' + (Z - z) z' &= 0 \\ (X - x_1) x_1' + (Y - y_1) y_1' + (Z - z_1) z_1' &= 0 \end{aligned} \tag{17}$$

die auch folgenderweise schreiben kann :

$$\begin{aligned} X x' + Y y' + Z z' - (x x' + y y' + z z') &= 0 \\ X x_1' + Y y_1' + Z z_1' - (x_1 x_1' + y_1 y_1' + z_1 z_1') &= 0 \end{aligned}$$

Aus der Matrix :

$$|\mathfrak{M}| = \begin{bmatrix} x' & y' & z' & -(x x' + y y' + z z') \\ x_1' & y_1' & z_1' & -(x_1 x_1' + y_1 y_1' + z_1 z_1') \end{bmatrix}$$

derer mit den ersten zwei Säulen gebildete Determinante null ist, geht hervor, dass das System (17') im Vergleich zu y und z gelöst werden kann. Fuhrt man die entsprechenden Berechnungen aus, so erhält man die Gleichungen :

$$Y = p X + q \quad ; \quad Z = r \tag{18}$$

Wo :

$$p = p(t) = -\frac{x'}{y'}$$

$$q = q(t) = \frac{\alpha z z' (\alpha - 1)(z' y - z y') + (z' y^3 - \alpha)(x x' + y y')}{y y [y z' (\alpha - y) - \alpha y z]} \tag{19}$$

$$r = r(t) = \frac{z [z' y (y^2 - \alpha^2) + \alpha^2 y' z]}{y [z' y (y + \alpha) + \alpha y z']}$$

Die Gleichungen (18) stellen die parametrischen Gleichungen der Fläche (S_A) dar.

Diese Gleichungen zeigen, dass die Erzeugenden der Fläche Konstant parallel zur Ebene $[xy]$ sind ohne parallel zu sein mit einer unbeweglichen Direktion dieser Ebene, da $p(t)$ samt t variiert und der Koeffizient des X der weiten Gleichung (18) null ist. Daher lässt sich das Theorem 3, ableiten :

Theorem 3. *Die einer krummen Kurve assoziierte Fläche (S_A) und ihr Hyperbolismus stellen eine Regelfläche mit einer Leitebene dar.*

d) Nehmen wir an, dass G_0 die Erzeugende der dem Wert $t=t_0$ entsprechenden Fläche (S_A) darstellt, auf der Punkt P_0 der Abszisse x_0 betrachtet wird. Die zur (S_A) im Punkt P_0 tangentiale Ebene ist von G_0 und der Tangente zu dem in (S_A) mit der parallel zu $[yz]$ hindurchgehenden Ebene, die P_0 durchgeht, bestimmt.

Die Gleichung dieser Ebene ist :

$$Z - r = \lambda (Y - pX - q) \tag{20}$$

wo p, q und r ihre in der Gleichung (19) gegebene Bedeutung haben.

Die Schnittebene ist :

$$X - x_0 = 0$$

und die parametrischen Gleichungen der Schnittkurve sind :

$$y = px + q \quad ; \quad z = r .$$

Die Leitparameter der Tangente in P_0 beim Schnitt sind :

$$y'_t = p'_t x + q \quad ; \quad z'_t = r'_t \quad ; \quad x'_t = 0$$

mit $x = x_0 = Ct$. Die Tangente gehört der Ebene (20), wenn :

$$\lambda = \frac{r'_t}{p'_t x + q'_t}$$

In diesem Fall die Tangentialebene zur Fläche (S_A) ist :

$$\frac{Z - r}{Y - p\lambda - q} = \frac{r'_t}{p'_t x + q'_t}$$

Die Gleichung (21) zeigt, dass die Tangentialebenen längs derselben Erzeugenden der einer krummen Kurve assoziierten Fläche (S_A) und Ihr Hyperbolismus sich samt der Abszisse des Kontaktpunktes ändern.

Folglich, lässt sich das :

Theorem 4. *Abgesehen von den zwei iteriert nacheinanderfolgenden Hyperbolismen, stellt ihre assoziierte Fläche eine krumme Regelfläche mit Leitebene dar.*

Bemerkung : Da die Leitebene konstant gegenüber der Ebene $[xy]$ ist, so kann man behaupten, dass die der Iterierten einer krummen Kurve assoziierten Flächen eine Familie von krummen Regelflächen mit gemeinsamer Leitebene bilden.

Eine andere Fläche die an zwei nacheinanderfolgenden Hyperbolismen assoziierbar ist kann auch die Fläche darstellen, die vom Schnittgerade der Tangentialebenen in den korrespondierenden Punkten von zwei iterierten nacheinanderfolgenden Hyperbolismen, generiert ist.

IV

Anwendung

a) Nehmen wir an die Helix :

$$(E): \quad x = k\,t; \quad y = a.\cos t.; \quad z = a.\ \sin t.$$

Die projektion auf die Ebene $[yz]$ des Helixhyperbolismus (E_h) ist ersichtlich auss den Gleichungen :

$$y = a.\cos t; \quad z = \operatorname{tg} t$$

und wenn man aus ihrer Mitte den parameter t beseitigt, so erhält man :

$$y^2 z^2 - \mu^2 (a^2 - y^2) = 0 \tag{22}$$

die für $\mu = a$ die Konkoide Külp darstellt.

Sobald die Helixprojektion auf dieselbe Ebene stellt der Kreis dar :

$$y^2 + z^2 = a^2 \tag{23}$$

stellen die Kurven (22) und (23) die Helixprojektionen und ihren Hyperbolismus auf die Ebene $[yz]$ dar, die senkrecht auf die Helixachse (E) fällt. Daraus lässt sich die Eigenschaft ableiten :

Die ortogonale Projektion des Hyperbolismus einer zylindrischen Helix auf eine Ebene, die senkrecht auf ihre Achse fällt, stellt der Hyperbolismus der Helixprojektion auf dieselbe Ebene dar, wenn die Leitebene parallel zur Helixachse ist.

b) Nehmen wir jetzt die Normalebenen bei der Helix (E) und ihrem Hyperbolismus (E_h) an :

$$(N): \quad (X - k\,t)\,k - (Y - a.\cos t)\,a.\sin t + (Z - a.\sin t)\,a.\cos t = 0$$

$$(N_h): \quad (X - k\,t)\,k - (Y - a.\cos t)\,a.\sin t + (Z - \mu \operatorname{tg} t)\frac{\mu}{\cos^2 t} = 0$$

oder :

$$(N): \quad kX - Y\sin t + Z\cos t - k^2 t = 0$$

$$(N_h): \quad kX - Y\sin t + Z\frac{1}{\cos^2 t} - \left(k^2 t - \cos t.\sin t - \operatorname{tg} t.\frac{1}{\cos^2 t}\right) = 0 \tag{24}$$

wo $a = \mu = 1$, für Vereinfachung genommen wurde.

Wenn man die Matrix des Systems (24) betrachtet, so wird ersichtlich, dass es lösbar im Vergleich zu Y und Z ist. Aus den entsprechenden Berechnungen erhält man die Gleichungen folgender Form :

$$Y = \frac{k}{\sin t} X + \varphi(t)$$

$$Z = \varphi_1(t).\operatorname{tg} t \tag{25}$$

wo $\varphi(t)$ und $\varphi_1(t)$ die aus der in *sin t* und *cos t* ausgeführten Berechnung hervorgehenden Funktionen darstellen.

Die Formeln (25) stellen die Fläche (S_A) dar, die von der Schnittrechte der Normalebenen bei de Helix (E) und ihrem Hyperbolismus (E_h) generiert ist.

Wie bekannt, die Gerade, derer Gleichung ist :

$$X = MZ + P \quad ; \quad Y = NZ + Q,$$

generiert eine entfaltbare Fläche, wenn die Determinante :

$$\Delta = \begin{vmatrix} dM & dP \\ dN & dQ \end{vmatrix} = 0 \tag{26}$$

die in diesem Falle wird :

$$\begin{vmatrix} d\left(\frac{k}{\sin t}\right) & d\varphi \\ 0 & d(\operatorname{tg} t \cdot \varphi_1) \end{vmatrix} \neq 0$$

Da die Bedingung (26) also nicht erfüllt ist, so geht hervor, das (S_A) eine krumme Fläche ist, indem man so das vorher festgestellte Theorem überprüft.

c) Wir betrachten die Tangenten in den der Helix und ihrem Hyperbolismus korrespondierenden Punkten, d.h.

$$(T): \quad \frac{X - kt}{k} = \frac{Y - a\sin t}{-a\sin t} = \frac{Z - a\sin t}{a\cos t}$$

$$(T_h): = \frac{X - kt}{k} = \frac{Y - a\cos t}{-a\sin t} = \frac{2Z\cos^2 t - a\sin 2t}{2a}$$

die noch in folgender Form formuliert sein können :

$$(T): \quad \begin{aligned} X &= Z\,\frac{k\,t}{a\cos t} + k\,(t - \operatorname{tg} t) \\ Y &= -\,Z\,t\,.\operatorname{tg} t + \frac{a}{\cos t} \end{aligned}$$

$$(T_h): \quad \begin{aligned} X &= Z\,\frac{k}{a}\cos^2 t + k\left(t - \frac{1}{2}\sin 2\,t\right) \\ Y &= -\,Z\,\frac{a}{2}\sin 2\,t\cos t + \left(\frac{a^2}{2}\sin t\cos 2\,t + a\cos t\right) \end{aligned} \tag{27}$$

Die der Helix assoziierte Kurve, die den Schnittort der Tangenten T und T_h in den korrespondierenden Punkten bildet, erhält man durch Anwendung der Verhältnisse (16) so, dass die Gleichung der Kurve (C_A) folgenden Types sein soll :

$$x = (t) \qquad y = \psi(t) \qquad z = x(t).$$

d) Nehmen wir jetzt an die einem Tetraederkomplex gehörenden Kurven, deren Differentialgleichung ist :

$$\frac{x\,(b-c)}{dx} + \frac{y\,(c-a)}{dy} + \frac{z\,(a-b)}{dz} = 0$$

die sich in die Hypothese integriert, derzufolge die Verhältnisse :

$$\frac{dx}{x} \; ; \; \frac{dy}{y} \; ; \; \frac{dz}{z}$$

kostant sind. In diesem Falle sind die Formeln :

$$\frac{dx}{x} : \frac{1}{\alpha}; \quad \frac{dy}{y} : \frac{1}{\beta}; \quad \frac{dz}{z} : \frac{1}{\gamma}\,.$$

Mit $\frac{1}{\gamma} = dt$, erhält man die parametrischen Gleichungen :

$$x = A\,e^{\alpha t} \quad ; \quad y = B\,e^{t\beta^{-1}} \quad ; \quad z = C\,e^{t\gamma^{-1}} \tag{28}$$

wo A, B, C die Konstanten darstellen.

Die Kurvenhyperbolismus (28) lässt die Abszisse und die Ordinate unverändert und die Quote wird :

$$z_1 = \frac{\alpha}{y}\; z = \frac{\alpha}{B\,e^{t\beta^{-1}}} \cdot C\,e^{t\gamma^{-1}} = C^*\,e^{t\gamma_*^{-1}}$$

wo

$$C^* = \frac{\alpha\,C}{B}\,, \quad \text{und} \quad \gamma^* = \frac{\gamma\beta}{\beta - \gamma}$$

und der Kurvenhyperbolismus (28) drückt sich folgenderweise aus :

$$x = A e^{\alpha t} \; ; \; y = B e^{t^{\beta-1}} \; ; \; z = C e^{t^{\gamma-1}} \tag{29}$$

der auch einem tetraedrischen Komplex gehört.

Infolgendessen, *gehört der Kurvenhyperbolismus eines tetraedrischen Komplex auch einem tetraedrischen Komplex.*

Diese Eigenschaft weitet sich über alle Iterierten aus.

Eemerkung. Betrachtet man von den einfachsten „Tzitzeica-Kurven":

$$(\Gamma_T): \; \begin{matrix} x = A e^{at} \\ y = B e^{bt} \\ z = C e^{ct} \end{matrix} \qquad (\Gamma_T'): \; \begin{matrix} x = A e^{at} \\ y = B e^{bt} \\ z = C e^{bt} \end{matrix} \qquad (\Gamma_T''): \; \begin{matrix} x = A e^{at} \\ y = B t e^{at} \\ z = C t^2 e^{at} \end{matrix}$$

so kann man leicht feststellen, dass der Hyperbolismus einer „Tzitzeica-Kurve" darstellt, unter der Bemerkung, dass $(\Gamma_T)_h$ eine von einer Ebene umfasste Ebenkurve ist, derer Gleichung ist $z=\lambda$ und der Hyperbolismus der Kurve (Γ_T) ist die Kurve :

$$x = A e^{at} \; ; \; y = B t e^{at} \; ; \; z = \lambda t \tag{30}$$

Die Kurve (Γ_T'') befindet sich auf dem quadratischen Kegel mit seiner Spitze in dem Anfangspunkt :

$$x z B^2 - C A y^2 = 0,$$

indem ihr Hyperbolismus (30) dem Paraboloide :

$$y - \mu x z = 0$$

gehört.

III. Katheder für Mathematik
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Babbage,* Recueil d'exemples de l'application du calcul aux différence finies — 1820 — Mémoire.
2. *N. O. Zaharia,* Curbe iterate. Studii şi cercetări matematice XIII 1962-1-pg. 127.
3. *B. Niewenglowski,* Géométrie Analytique. Gauthier-Villars-Paris, T. 2, p. 117.
4. *M. R. Goormagtigh,* Sur les hyperbolismes. — Mathesis. T. XLVIII 1934-209.
5. *Gino Loria,* Curve Plane speciale — Hoepli-Milano 1930, pg. 370.
6. *F. Enriques-O-Chisini,* Teoria geometrica delle equazioni. Bologna — 1929 cap. II.
7. *Chasles,* C. R. de l'Acad. de France T. 41 pg. 1097.
8. *H. Malet,* Transformation birationelles — Gauthier-Villars. Paris 1921.
9. *M. R. Goormaghtigh,*
10. *Masson,* Calcul graphique à l'usage des ingenieurs. Eyrolles-Paris 1952.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

C.Z.: 516

COORDONATE NORMALE AFINE ÎNTR-UN CALCUL ABSOLUT MIXT SUPUSE LA O TRANSFORMARE PROIECTIVĂ DE CONEXIUNE *

GH. C. MOCICĂ

1. Fie un spaţiu X_n, cu n dimensiuni, raportat la două feluri de variabile (x^h, s^a), unde x^h sînt variabile olonome iar s^a variabile neolonome şi sînt legate între ele prin ecuaţiile [1]

$$(1) \qquad d s^a = \lambda_h^a (x^1, x^2, \dots, x^n)\, d x^h; \quad d x^h = \lambda_a^h (x^1, x^2, \dots, x^n)\, d s^a$$

cu

$$|\lambda_h^a| \cdot |\lambda_a^h| = 1 \qquad \text{şi} \qquad h = 1,2, \dots, n; \quad a = 1,2, \dots, n.$$

O transformare mixtă de coordonate în spaţiul Xn este dată de

$$(2) \qquad x^{k'} = x^{k'}(x^1, \dots, x^n) \qquad \text{cu} \quad |A_k^{k'}| = |\partial_k x^{k'}| \not\equiv 0,$$

indicii k, k' luînd valorile $k=1,2,\dots,n$; $k'=1', 2', \dots, n'$ şi

$$(2') \qquad d s^{a'} = A_a^{a'}(x^1, \dots, x^n)\, d s^a \qquad \text{cu} \quad |A_a^{a'}| = |\partial_a s^{a'}| \not\equiv 0,$$

indicii a, a' luînd valorile $a=1,2,\dots,n$; $a'=1', 2', \dots, n'$.

În spaţiul X_n o conexiune afină va avea două feluri de coeficienţi $(\Gamma_{hk}^i, \gamma_{bc}^a)$, [2], care la o transformare de coordonate mixte (2) şi (2') se vor schimba după legile

$$(3) \qquad \partial h\, A_k^{i'} = \Gamma_{h'k'}^{i'} A_h^{h'} A_k^{k'} - \Gamma_{hk}^i A_i^{i'}$$

$$(3') \qquad \partial_e A_b^{a'} = \gamma_{b'c'}^{a'} A_b^{b'} A_c^{c'} - \gamma_{bc}^a A_a^{a'}$$

Presupunînd conexiunea simetrică mixtă, adică luînd

$$(4) \qquad \Gamma_{[hk]}^i = \Gamma_{kh}^i \quad \text{şi} \quad \gamma_{cb}^a = \gamma_{bc}^a - w_{bc}^a$$

unde

$$w_{bc}^a = 2\, \partial_{[b} \lambda_{c]}^h \lambda_h^a$$

---

* Lucrarea a fost prezentată la Sesiunea de Comunicări a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, din mai 1969.

se pot determina sisteme de coordonate normale mixte cu originea într-un punct M_0 [2].

2. O transformare proiectivă mixtă de conexiune este definită prin formulele [3]

$$\bar{\Gamma}^i_{hk} = \Gamma^i_{hk} + 2\,\delta^i_{(h}\psi_{k)} \tag{5}$$

$$\bar{\gamma}^a_{bc} = \gamma^a_{bc} + 2\,\delta^a_{(b}\psi_{c)}, \tag{5'}$$

unde

$$\varphi_c = \lambda^k_c \psi_k$$

și are proprietatea că lasă invariante curbele autoparalele ale spațiului.

Fie (y^k, σ^a) și $(y^{k'}, \sigma^{a'})$ coordonatele normale mixte cu originea în punctul M_0, care corespund aceluiași sistem de coordonate mixte (x^k, s^a), pentru două conexiuni afine mixte legate prin relațiile (5) și (5').

Curbele autoparalele ale spațiului ce trec prin originea sistemului de coordonate normale mixte, în variabile olonome, sînt date de

$$y^k = \left(\frac{d x^k}{d s}\right)_0 \cdot s = \xi^k \cdot s \quad ; \quad y^{k'} = \left(\frac{d x^k}{d \bar{s}}\right)_0 \cdot \bar{s} = \bar{\xi}^k \cdot \bar{s}. \tag{6}$$

s și $\bar{s}$ fiind parametrii afini pe curbele autoparalele pentru conexiunile Γ^i_{jk} respectiv $\bar{\Gamma}^i_{hk}$. În variabile neolonome curbele autoparalele ce trec prin punctul M_0, vor avea ecuațiile

$$d\sigma^a = \left(\frac{d s^a}{d s}\right)_0 \cdot ds \quad ; \quad d\sigma^{a'} = \left(\frac{d s^a}{d \bar{s}}\right)_0 \cdot d\bar{s}. \tag{6'}$$

unde

$$\left(\frac{d s^a}{d s}\right)_0 = \lambda^a_h \xi^h = \xi^a$$

și

$$\left(\frac{d s^a}{d \bar{s}}\right)_0 = \lambda^a_h \bar{\xi}^h = \bar{\xi}^a$$

Propoziție: Într-o vecinătate a originii coordonatelor normale mixte avem:

$$C^i_{hk}\, y^h\, y^k = 0 \tag{7}$$

și

$$c^a_{bc}\, d\sigma^b\, d\sigma^c = 0; \quad C^i_{hk} \text{ și } c^a_{bc}$$

fiind coeficienții conexiunii în variabilele normale mixte.

În adevăr, într-un sistem oarecare de variabile mixte ecuațiile curbelor autoparalele sînt

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = \Gamma^i_{hk} \frac{d x^h}{d s} \frac{d x^k}{d s} \tag{8}$$

şi

$$\frac{d^2 s^a}{ds^2} = \gamma^a_{bc} \frac{ds^b}{ds} \frac{ds^c}{ds} .$$

Însă, în coordonate normale mixte (6$_1$) şi (6'$_1$) avem

$$\frac{d^2 y^i}{ds^2} = 0 \quad \text{şi} \quad \frac{d^2 s^a}{ds^2} = 0 \tag{9}$$

şi deci într-o vecinătate a originii coordonatelor normale mixte din (8) şi (9) rezultă

$$C^i_{hk}\, y^h y^n = 0$$

şi

$$C^a_{bc}\, d\sigma^b\, d\sigma^c = 0.$$

3. Ne propunem să găsim legătura între cele două sisteme de coordonate normale mixte (y^k, σ^a) şi $(y^{k'}, \sigma^{a'})$ cînd se efectuează asupra conexiunii o transformare proiectivă mixtă de conexiune.

Deoarece o transformare proiectivă de conexiune lasă invariantă separat fiecare curbă autoparalelă, rezultă din ecuaţiile (6) ale curbelor autoparalele că $y^{k'}$ (notat şi y'^k) este proporţional cu y^k, iar într-o întreagă vecinătate a punctului M_0, $y^{k'}$ sînt funcţii de y^k [4, pag. 91]. Deci va trebui să avem

$$y'^k = f(y^1, \ldots, y^n) \cdot y^k \tag{10}$$

şi

$$y^k = f^{-1}(y'^1, y'^2, \ldots, y'^n) \cdot y'^k ; \; (k = 1,2, \ldots, n).$$

unde f este o funcţie regulată în vecinătatea originii M_0 şi nu se anulează în M_0. În plus avem $f(y^k) \cdot f^{-1}(y'^k) = 1$.

Să notăm prin $C^i_{hk}(y^j)$ şi $\overline{C}^i_{hk}(y^j)$ coeficienţii celor două conexiuni legate între ele prin relaţiile (5) în variabilele normale y^i, adică vom avea

$$\overline{C}^i_{hk} = C^i_{hk} + 2\,\delta^i_{(h}\psi_{k)}, \tag{11}$$

ψ_k fiind calculate în coordonate normale y^i.

De altă parte, dacă notăm prin $\overline{C}^{i'}_{h'k'}$, coeficienţii conexiunii $\overline{\Gamma}^i_{hk}$ în variabilele y'^k din (3) vom avea

$$\overline{C}^{i'}_{h'k'} = \partial_h A^{i'}_k \cdot A^h_{k'} A^k_{k'} + \overline{C}^l_{hk} A\, A^{i'\,h}_{l\;\;h'} A^k_{h'}. \tag{12}$$

Deoarece y^k şi $y^{k'}$ sînt coordonate normale avem

$$C^i_{hk}\, y^h y^k = 0 \quad \text{şi} \quad \overline{C}^{i'}_{h'k'}\, y^{h'} y^{k'} = 0. \tag{13}$$

Dacă înmulțim ecuațiile (12) cu $y^{h'} y^{k'}$, sumăm după h' și k', ținem seama de formulele (10), (11) și (13) și lăsăm la o parte soluția dată de ecuația $f^{-1} + y^{k'} \frac{\partial f^{-1}}{\partial y^{k'}} = 0$ care nu este regulată în origine și nici într-o vecinătate a ei, obținem

$$(14) \qquad y^h \psi_k \left(f + y^h \frac{\partial f}{\partial y^h} \right) + y^h \frac{\partial f}{\partial y^h} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^h \partial y^h} \cdot y^k y^h = 0 .$$

În ipoteza că vectorul ψ_k este dat, această ecuație determină funcția f, adică determină transformarea de coordonate normale afine olonome (10) cînd se dă o transformare proiectivă de conexiune. Reciproc, dacă se dă funcția f din ecuația (14) se pot determina componentele vectorului ψ_k, adică se poate determina transformarea proiectivă de conexiunea fină care corespunde transformării de coordonate normale (10) dată.

Pentru coordonatele normale neolonome vom avea

$$(15) \qquad d\sigma^{a'} = A^{a'}_{a} \, d\sigma^{a} \text{ cu } |A^{a'}_{a}| \cdot |A^{a}_{a'}| = 1 \text{ și } A^{a'}_{a} = A^{a'}_{a}(y^1, y^2 \ldots, y^n) .$$

Dacă notăm prin c^{a}_{bc} și $\bar{c}^{a}_{bc}$ coeficienții celor două conexiuni legate între ele prin relațiile (5') în variabilele normale neolonome σ^a obținem

$$(16) \qquad c^{a}_{bc} = c^{a}_{bc} + 2\,\delta^{a}_{(b}\psi_{c)},$$

unde $\psi_c = \lambda^k_c \psi_k$, fiind calculate în variabile normale mixte.

Notînd cu $\bar{c}^{a'}_{b'c'}$, coeficienții conexiunii $\bar{\gamma}^{a}_{bc}$ în variabilele normale neolonome $\sigma^{a'}$ din (3') rezultă

$$(17) \qquad \bar{c}^{a'}_{b'c'} = \partial_k A^{a'}_{b} \lambda^k_c A^{b}_{b'} A^{c}_{c'} + \bar{c}^{a}_{bc} A^{a'}_{a} A^{b}_{b'} A^{c}_{c} ,$$

Înmulțind aceste ecuații cu $d\sigma^{b'} = A^{b'}_{e} \, d\sigma^{e}$ și $d\sigma^{c'} = A^{c'}_{f} \, d\sigma^{f}$ sumăm după b' și c', obținem, în baza lui $\bar{c}^{a'}_{b'c'} \, d\sigma^{b'} \, d\sigma^{c'} = 0$ și $c^{a}_{bc} \, d\sigma^{b} \, d\sigma^{c} = 0$ și schimbării convenabile a indicilor de însumare

$$(18) \qquad (\partial_k A^{a'}_{b} \cdot \lambda^k_c + 2\psi_c A^{a}_{b}) \, d\sigma^b \, d\sigma^c = 0 \quad ; \quad (a' = 1', 2', \ldots, n')$$

din care rezultă

$$(19) \qquad \partial_k A^{a}_{(b} \lambda^k_{c)} + \psi_{(c} A^{a'}_{b)} = 0 \quad ; \quad (a' = 1', \ldots, n' ; \; b, c = 1, 2, \ldots, n) .$$

Ținînd seama de $\psi_c = \lambda^k_c \psi_k$ din (19) obținem

$$(20) \qquad (\partial_k A^{a'}_{(b} + 2\psi_k A^{a'}_{(b}) \lambda^k_{c)} = 0 \quad ; \quad (a' = 1', \ldots, n' ; \; b, c = 1, 2, \ldots, n) .$$

Se obține astfel un sistem de $n^2(n+1)/2$ ecuații cu derivate parțiale cu n^2 funcții necunoscute.

Dacă în sistemul (20) considerăm ecuațiile pentru care $b=c$ obținem

$$(21)\quad (\partial_k A_a^{a'} + 2 A_a^{a'} \psi_k)\lambda_a^k = 0 \;;\; (a' = 1', .., n' \;;\; a = 1,2,..., n,$$

nu se sumează după a).

Deoarece $|\lambda_b^k| \neq 0$, rezultă că

$$(22)\quad \partial_k A_a^{a'} + 2 A_a^{a'} \psi_k = 0 \;;\; (a' = 1', ..., n' \;;\; a = 1,2, ..., n \;;\; k = 1,2,..., n)$$

Se vede că o soluție care verifică sistemul (22) verifică și sistemul (20). Condițiile de integrabilitate ale sistemului (22) sînt

$$(23)\quad \partial_{[k}\psi_{h]} = 0$$

adică vectorul ψ_k trebuie să fie un gradient.
Dar sistemul (22) este echivalent cu ecuațiile

$$(24)\quad d A_a^{a'} = 2 A_a^{a'} \psi_k \, dy^k = 0; \;\; (a' = 1', ..., n' \;;\; a = 1,2, ..., n)$$

care ne dau soluțiile

$$(25)\quad A_a^{a'} = c_a^{a'} e^{-2\psi}$$

unde $c_a^{a'}$ sînt constante cu $|c_a^{a'}| \neq 0$ iar

$$(26)\quad \psi = \int \psi_k \, dy^k$$

Rezultă că transformarea de variabile neolonome (15) este de forma

$$(27)\quad d\delta^{a'} = e^{-2\psi} c_a^{a'} \, d\sigma^a \;,\quad \text{cu } c_a^{a'} \text{ constante.}$$

Putem enunța următoarea

Teoremă: Dacă o conexiune afină simetrică mixtă $(\Gamma_{hk}^i, \gamma_{bc}^a)$ este supusă la o transformare proiectivă mixtă de conexiune dată de (5) și (5') cu ψ_k un gradient, atunci coordonatele normale afine mixte $(y^k \sigma^a)$ asociate punctului M_0 se schimbă după legile

$$(28)\quad \begin{aligned} y^{k'} &= f(y^1, y^2, ..., y^n) \cdot y^k \;;\; (y'^k = y^{k'}) \\ d\sigma^{a'} &= e^{-2\psi} c_a^{a'} \, d\sigma^a \end{aligned}$$

cu $c_a^{a'}$ constante și $|c_a^{a'}| \neq 0$
unde f este o soluție a ecuației (14) iar $\psi = \int \psi_k \, dy^k$.

Se ştie că printr-o transformare proiectivă de conexiune cu $\underset{k}{\psi} = \text{grad } \psi$, parametrul afin s al curbei autoparalele se schimbă după legea $\bar{s} = c \int e^{2\psi} ds$ de unde $\frac{d\bar{s}}{ds} = \frac{1}{c} e^{-2\psi}$ şi se obţine astfel interpretarea geometrică a funcţiei $e^{-2\psi}$ care apare în (28).

Catedra de matematici IV
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Th. Gheorghiu* — Des coordonées normales dans un calcul absolut mixte relativement à un espace riemannien — Rev. Roum. Math. Pures et Appl. Tome XIII, Nr. 4, p. 451—469, Buc.. 1968.

2. *Gh. Th. Gheorghiu* — Des coordonnées normales mixtes dans un espace à connexion afine — Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano — vol. XXXVIII, 1968.

3. *Gh. Th. Gheorghiu, V. Pleşu* — Connexions projéctives dans un calcul absolut mixte — Rend. Sem. Mat. Messina, Tomo XI, 1966—1967, pag. 21—32.

4. *L. P. Eisenhart,* Non. — Riemannian Geometry, American Mathematical Society, New-York, vol. VIII, 1927.

5. *G. Vrănceanu,* Lecţii de Geometrie Diferenţială, vol. I, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

C.Z. : 519.2

O PROBLEMĂ DE REPARTIŢIE

ZAHARIA STOIAN

În unele probleme de statistică avem posibilitatea să studiem complet anumite subcolective statistice. Se pune problema în ce condiţii putem să facem studiul statistic al întregului colectiv pornind de la aceste subcolective.

Vom formula şi preciza problema în limbaj probabilistic şi apoi vom urmări rezultatele în limbaj de repartiţii, arătînd astfel posibilitatea aplicării rezultatelor în probleme de statistică.

Fie $(S_i)_{i\in I}$ o familie de subsisteme de obiecte şi fiecărui sistem să-i ataşăm un cîmp de probabilitate $\{E_i, K_i, P_i\}$ cunoscut.

Să considerăm $S=\bigcup_{i\in I} S_i$. Ne propunem să construim un cîmp de probabilitate $\{E, K, P\}$ pe care să-l ataşăm sistemului.

Vom considera $E=\bigcup_{i\in I} E_i$, $K=B(\bigcup_{i} K_i)$ şi să determinăm P astfel ca împreună cu $\{E,K\}$ să formeze cîmpul de probabilitate pe care să-l ataşăm lui S.

Vom găsi soluţia în condiţii mai restrictive şi apoi vom da o generalizare.

Presupunem că sîntem în cazul card $I \leqslant \aleph_0$ deoarece în probleme de statistică avem situaţia card $I<\aleph_0$.

Rezolvăm problema cerînd ca un eveniment ce poate fi studiat pe un subcîmp, $\{E_i, K_i, P_i\}$ să aibă aceeaşi probabilitate dacă va fi studiat pe cîmpul general $\{E, K, P\}$ sau pe cîmpul particular $\{E_i, K_i, P_i\}$ ceea ce revine formal la condiţia :

$$P_{E_i}(\omega)=P_i(\omega\cap E_i) \text{ orice } i\in I \tag{1}$$

Se pot ivi două cazuri :

1° orice $i, j, i\neq j$ să avem $E_i\cap E_j=\emptyset$

2° există $i, j, i\neq j$ să avem $E_i\cap E_j\neq\emptyset$

Vom trata cazul 1° şi vom arăta că 2° se reduce la 1°.

1°. Fie $E=\bigcup_{i\in I} E_i$, $E_i\cap E_j=\emptyset$ orice $i, j, i\neq j$

$$P(\omega)=P(\omega\cap(\bigcup_{i\in I} E_i))=P(\bigcup_{i\in I}(\omega\cap E_i))=\sum_{i\in I} P(\omega\cap E_i)$$

Ţinînd seama că $P(\omega \cap E_i) = P(E_i) \cdot P_{E_i}(\omega)$ şi că am formulat cerinţa (1) rezultă

$$P(\omega) = \sum_{i \in I} P(E_i) \cdot P_i(\omega \cap E_i) \tag{2}$$

Aşa dar probabilitatea unui eveniment din K este o combinaţie liniară convexă de probabilităţi ale părţii evenimentului pe K_i Se vede că pe lîngă probabilităţile P_i trebuie să cunoaştem şi probabilităţile P ale evenimentelor unei partiţii a lui E.

Următoarea observaţie ne arată însă că această cerinţă este destul de slabă şi anume :

$$B(\bigcup_{i \in I} K_i) \supset B(\{E_i \mid i \in I\})$$

şi

$$B(\bigcup_{i \in I} K_i) = B(\{E_i \mid i \in I\}) \Leftrightarrow K_i = \{\emptyset, E_i\}$$

2°. Există $i, j, i \neq j$ aşa că $E_i \frown E_j \neq \emptyset$

Pentru acei i şi j care sînt în această situaţie introducem următoarele subcîmpuri

$$\begin{aligned} E_{ij} &= E_i \frown E_j && \{E_{ij}, K_{ij}, P_{ij}\} \\ E_{iij} &= E_i - E_{ij} \quad \text{şi respectiv} && \{E_{iij}, K_{iij}, P_{iij}\} \\ E_{jij} &= E_j - E_{ij} && \{E_{jij}, K_{jij}, P_{jij}\} \end{aligned}$$

şi cu aceasta evident cazul 2° s-a redus la cazul 1°.

Generalizare. Fie

$(\varrho_i)_{i \in I}$ cu proprietăţile $\sum_{i \in I} \varrho_i = 1, \varrho_i \geqslant 0$

Putem defini

$$P(\omega) = \sum_{i \in I} \varrho_i P_i(\omega \frown E_i) \tag{3}$$

Probabilitatea astfel definită nu satisface însă cerinţa ca un eveniment să aibă aceeaşi probabilitate ca eveniment din K_i şi ca eveniment din K, încît pentru această generalizare nu avem o interpretare şi nu putem s-o folosim decît cel mult pentru construirea unui model apriori, ale cărui consecinţe să poată fi verificate pe $\{E_i, K_i, P_i\}$.

Pentru transformarea în limbaj de repartiţii vom considera cazul card $I < \aleph_0$, acesta fiind cazul aplicabil în statistică şi anume $I = \{1,2,...,n\}$.

Vom considera variabilele aleatoare, funcţiile lor de repartiţie şi vom presupune că fiecare funcţie de repartiţie are o densitate de repartiţie.

Fie :

$$V = \{\xi \mid \xi \text{ variabilă aleatoare pe } E\}$$

şi

$$V_i = \{\xi_i \mid \xi_i \text{ variabilă aleatoare pe } E_i\}.$$

Fie deasemenea F, F_i funcțiile de repartiție ale variabilelor aleatoare ξ respectiv ξ_i și f, f_i densitățile de repartiție ale lui F respectiv F_i.

Din definiția funcției de repartiție rezultă

$$F(x) = P(\xi^{-1}(-\infty, x)) = \sum_{i=1}^{n} P_i((\xi^{-1}(-\infty, x)) \cap E_i) \cdot$$

$$\cdot P(E_i) = \sum_{i=i}^{n} P(E_i) \cdot F_i(x) \tag{4}$$

și derivînd această relație avem :

$$f(x) \equiv \sum_{i=1}^{n} P(E_i) f_i(x) \text{ și respectiv } f(x) = \sum_{i=1}^{n} \varrho_i f_i(x) \tag{5}$$

Observație

Dacă considerăm că atît f_i cît și f sînt nule în afara unui interval $[a, b]$ și deasemeni că f_i pot fi aproximate pe $[a, b]$ cu funcții polinomiale, putem determina pe ϱ_i și deci pe f aplicînd metodele de calcul cu diferențe finite.

Exemplu.

$$\text{Fie } f_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_i} E^{-\frac{(x - m_i)^2}{2\sigma_i^2}}$$

sau

$$P(E_i) = C_n^i p^i q^{n-i}, \quad (p + q = 1)$$

Rezultă

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_n^i}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_i} p^i q^{n-i} e^{-\frac{(x - m_i)^2}{2\sigma_i^2}}$$

Pentru a folosi calculul cu diferențe finite se dezvoltă $e^{-\frac{(x - m_i)^2}{2\sigma_i^2}}$ în serie Taylor, se consideră în calcule termenii pînă la un ordin n și apoi se interpolează pentru a afla valoarea aproximativă a lui f.

Catedra de matematici
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Cramér H.* — Mathematical methods of statistics. Princeton, 1946.

2. *Neveu I.* — Bases matématiques du calcul des probabilites. Masson et Cie. Paris, 1964.

3. *Onicescu O., Mihoc Gh., Ionescu Tulcea C. T.* — Ca'culul probabilităților și aplicații, Edit. Acad. RPR, 1956

4. *Trumpler R., Weaver H.* — Statistical Astronomy. Berkeley and Los Angelos 1953.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

FIZICĂ

C.Z.: 531.7

OBSERVAȚII PRIVIND UTILIZAREA PRISMELOR CU REFLEXIE TOTALĂ LA ALINIEREA ELIPSOMETRELOR

DIANA MOISIL, C. CRISTESCU

Introducere

Prima operație în măsurătorile elipsometrice o constituie alinierea aparatului, adică determinarea planului de incidență pe o anumită suprafață. Azimutul polarizorului se măsoară de la planul de incidență, iar azimutul analizorului de la $\frac{\pi}{4}$ față de planul de incidență. Mărimile elipsometrice ψ și Δ sînt date de azimuturile analizorului și polarizorului. Se vede deci importanța determinărilor foarte exacte a planului de incidență.

În mod obișnuit planul de incidență se determină cu ajutorul incidenței brewsteriene, determinare care nu conferă însă un grad suficient de precizie. O altă metodă de aliniere constă în studierea luminii reflectată de o suprafață metalică, elipsometrul avînd în componența lui un polarizor și un analizor (cu compensatorul îndepărtat). Prin rotirea analizorului și a polarizorului se caută minimul de extincție. Acesta este realizat în cazul în care lumina trimisă de polarizor oscilează în planul de incidență sau perpendicular pe acest plan. În acest caz suprafața reflectătoare trimite lumina mai departe cu același plan de oscilație ; lumina va fi în continuare plan polarizată și deci va putea fi stinsă de analizor. Procedeul de lucru va fi următorul : căutarea minimului de extincție. Mc. Crackin [1] arată însă că minimul cel mai adînc nu corespunde planului de incidență, aceasta deoarece de obicei polarizorul nu oferă o lumină strict liniar polarizată, ci ușor eliptic polarizată.

Pentru alinierea elipsometrului se preferă reflexia pe suprafețe metalice care dau lumină eliptic polarizată în locul reflexiei pe dielectrici, deoarece precizia este mai mare.

Plecînd de la faptul că fenomenul de reflexie totală este similar cu fenomenul de reflexie metalică, deoarece și în acest caz o lumină plan polarizată se reflectă polarizată eliptic, am încercat să obținem alinierea elipsometrului cu ajutorul prismelor cu reflexie totală.

Modul de lucru

Mai întîi se aduce analizorul coliniar cu polarizorul. Se pune apoi polarizorul la poziția 0° a scalei și se rotește analizorul în montura lui, pînă cînd se stabilește extincția ; fie A' această poziție a analizorului. Dacă prismele analizorului și polarizorului sînt încrucișate, atunci diferența $A—P$, între unghiul A citit pe scala analizorului și unghiul P citit pe scala polarizorului, are de asemenea valoarea A'. Se repetă operația pentru diferite poziții ale polarizorului, ajustîndu-se astfel aparatul, încît această diferență să se mențină aceeași, indiferent de poziția polarizorului la care s-a făcut această operație. Se așează apoi pe măsuța elipsometrului o probă metalică reflectătoare și se rotește cursorul analizorului, astfel ca să se prindă imaginea luminii reflectate în centrul lunetei. Se rotește analizorul în montura lui, astfel încît planul de transmisie al acestuia să fie aproximativ perpendicular pe planul de incidență.

Extincția se poate realiza în două moduri : fie punînd analizorul într-o poziție fixă și rotind polarizorul, fie ținînd polarizorul fix și rotind analizorul. Mc. Crackin arată că rezultatele obținute pe cele două căi sînt diferite. Pentru descrierea procesului de aliniere, acest autor folosește reprezentarea Poincaré. Punînd condiția de extincție se obține, în cazul analizorului fix, relația :

$$\left(A + \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{tg} \psi \cos \Delta = P \qquad (1)$$

În planul $P, A + \frac{\pi}{2}$, pentru un eșantion dat, această relație este o dreaptă care trece prin origine. Deci extincția realizată prin menținerea analizorului într-o poziție fixă are loc numai dacă analizorul și polarizorul sînt încrucișați, adică exact situația căutată. Extincția obținută prin fixarea polarizorului nu duce la situația polarizor-analizor încrucișați.

În continuare, se procedează la obținerea extincției prin rotirea polarizorului, evident cu analizorul fix ; se notează citirile pe scalele analizorului și polarizorului și se efectuează diferența $A—P$, dintre citirile pe aceste scale. Se rotește apoi analizorul în montura lui cu 15′ ; se caută din nou extincția cu ajutorul polarizorului ; se notează citirile pe scalele analizorului și polarizorului, precum și diferența dintre ele. Dacă în acest caz diferențele între citirile la extincție pe scalele polarizorului și analizorului sînt mai depărtate de valoarea A' decît în primul caz, atunci analizorul se va roti cu 15′ în celălalt sens. Se repetă operația aceasta de cîteva ori. Se figurează apoi, pe o diagramă, pozițiile analizorului în funcție de diferențele A—P dintre citirea pe scala analizorului și pe cea a polarizorului. Se determină poziția analizorului A_s, la care diferența $A—P$ este A' : aceasta este poziția în care planul de transmisie al analizorului este normal pe planul de incidență. Poziția polarizorului încrucișat cu A_s va fi în planul de incidență ; numim această poziție P_p. Este de menționat că Mc. Crackin nu utilizează reprezentarea

într-un plan A, $A—P$, ci într-un plan A, P. În acest plan, punctul căutat de coordonate A_s și P_p, este dat de întretăierea dreptei de aliniere cu o probă metalică, cu dreapta care reprezintă situațiile polarizor-analizor încrucișați.

Rezultate

În fig. 1 sînt arătate rezultatele obținute la măsurători efectuate pe o oglindă de bismut, formată prin evaporare termică în vid si pe o prismă cu reflexie totală. În fiecare set de măsurători, dreptele diferă între ele prin unghiul de incidență. Conform relației (1) aceste drepte se întîlnesc

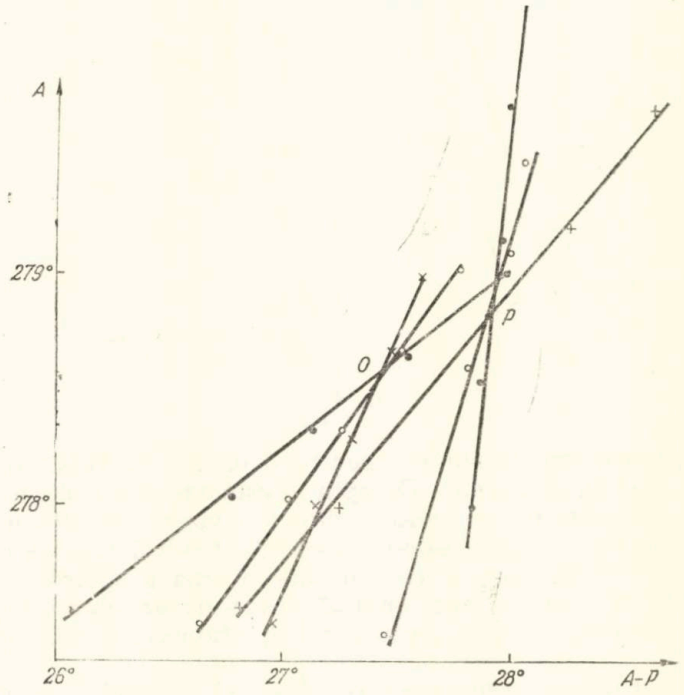


Fig. 1

în punctul pentru care analizorul și polarizorul sînt încrucișați, ele au însă puncte diferite, deoarece mărimile elipsometrice ψ și Δ sînt funcție de unghiul de incidență. Din analizarea fig. 1 se observă că există două puncte de întîlnire, O și P, corespunzătoare oglinzii, respectiv prismei cu reflexie totală. Punctele acestea diferă atît ca abscisă cît și ca ordonată. Numai în cazul oglinzii metalice întîlnirea are loc la abscisa $A - P = A'$; ordonata acestui punct va fi A_s. În toate măsurătorile am avut grijă ca imaginea luminii reflectate să cadă în centrul cîmpului vizual, exact ca în cazul luminii care trece direct de la polarizor la analizor.

Pentru a putea explica deplasările punctelor de întîlnire prezentate de prismele cu reflexie totală, am presupus că muchiile acestora nu sînt riguros paralele. Într-adevăr, înclinînd eşantionul astfel încît imaginea să se deplaseze pe verticală, rezultatele diferă de cele din fig. 1, în sensul că punctul de întîlnire se deplasează în planul A, $A—P$. În fig. 2 este

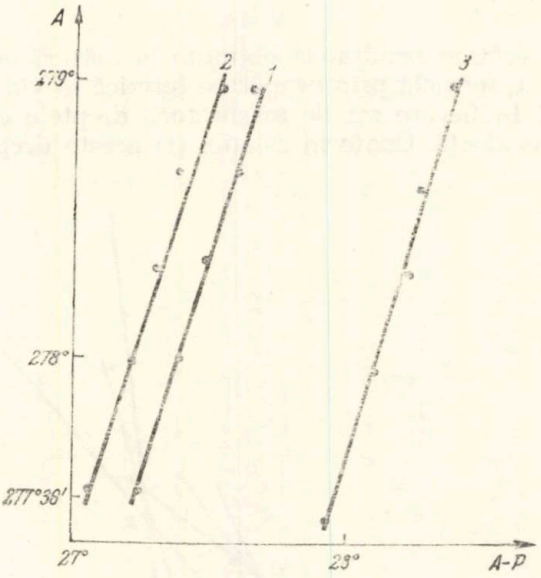


Fig. 2

dată deplasarea dreptei de aliniere pentru o prismă cu reflexie totală la un unghi de incidenţă de 45°. Dreapta 1 este trasată pentru imaginea luminii reflectate obţinută în centrul cîmpului vizual, iar dreptele 2 şi 3 pentru deplasări ale imaginii într-un sens şi într-altul faţă de orizontala centrului cîmpului. Dreapta 2, pentru care prisma a suferit o înclinare de aproximativ 20′, este dreapta căutată ; într-adevăr, abscisei $A—P=A'$ îi corespunde aceeaşi ordonată ca în cazul eşantionului metalic din fig. 1, adică A_s .

Din acest studiu se poate trage concluzia că prismele cu reflexie totală nu sînt indicate pentru operaţia de aliniere a elipsometrelor. Este interesant de semnalat că cercetările mai sus descrise sugerează posibilitatea folosirii procedeului de aliniere a elipsometrului în scopul determinării calităţii prismelor cu reflexie totală, diferenţa dintre ordonata punctului de întretăiere a dreptelor de aliniere şi A_s fiind o măsură a acestei calităţi.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Mc. Crackin şi alţii*, Measurement of the thickness and refractive index of very thin films and the optical properties of surfaces by elipsometry : In : Journ. Res. Natl. Bur. Std. 67 *A*, 1963, p. 363—377.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

CHIMIE

C.Z.: 662.6/8

STUDIUL INTERACȚIUNII DINTRE SOLVENȚII ORGANICI ȘI CĂRBUNII ROMÂNEȘTI *

I. Extracția cărbunilor românești cu solvenți nespecifici

I. BLUM, ELENA CERNICA

A. *Acțiunea solvenților asupra cărbunilor*

Interacțiunea dintre solvenții organici și cărbuni constituie una din problemele deosebit de interesante și actuale ale chimiei combustibililor. Lucrările lui Dryden [1], Pankhurst [2] și I. Blum [3, 4], au dus la lămurirea modificărilor structurii interne a cărbunilor bruni și a huilelor în funcție de gradul de carbonificare și au permis cunoașterea caracterului transformărilor care au loc în cazul formării structurii cocsului. Dryden [5] corelează capacitatea de aghitimare cu diferite caracteristici ale materialelor cărbunoase cum ar fi conținutul de carbon, hidrogen. El emite ipoteza posibilităților de identificare a extractului cu cloroform a cărbunilor preîncălziți cu „metaplastul" format în timpul proceselor pirogenetice. Idei similare găsim și la van Krevelen [6].

Extracția cu solvenți organici constituie nu numai una din principalele metode de cercetare teoretică a cărbunilor ci și un procedeu de obținere a unor produse utilizabile în diverse industrii. Completată cu alte metode, extracția ar putea aduce indicații prețioase pentru cunoașterea structurii și proprietăților cărbunilor.

Dată fiind importanța extracției pentru chimia și tehnologia cărbunelui, s-a impus cunoașterea parametrilor care o influențează și a corelațiilor dintre ei. Numeroasele cercetări întreprinse în acest scop, duc la concluzia că atît randamentul cît și natura produselor obținute depind de : natura solventului, compoziția cărbunelui și condițiile de lucru.

Proprietățile fizico-chimice cele mai des considerate în vederea caracterizării capacității substanțelor organice de a fi buni solvenți pentru cărbune sînt : tensiunea superficială și presiunea internă. Kiebler [7] stabilește, statistic, o relație lineară între randamentul de extracție al unui solvent (la punctul său de fierbere) și presiunea internă. Firește, o astfel de relație nu este general valabilă, datorită complexității cărbunelui ; substanțe cu punct de fierbere ridicat și presiune internă mare (piperidina, metil-anilia, etilen glicolul) nu sînt solvenți buni pentru

* Manuscris predat la redacție la data de 20 mai 1969.

cărbuni. În solvenţii de acest gen, legăturile de hidrogen care unesc grupările hidroxilice contribuie, în mare măsură, la căldura latentă de vaporizare şi nu-i mai conferă substanţei respective puterea de solvire, fapt subliniat de Dryden [8] care arată că nu pot fi active toate tipurile de forţe intermoleculare ce contribuie la presiunea internă. De asemeni, relaţia lui Kiebler nu poate fi aplicată la temperaturi sub punctul de fierbere al solventului [9]; Dryden face o clasificare a solvenţilor ţinînd seama de gradul de carbonificare şi de condiţiile de lucru. El constată că rezultatele diferă considerabil în funcţie de natura substanţelor folosite, şi stabileşte că un solvent bun conţine un atom de azot sau oxigen posedînd o pereche de electroni neparticipanţi [10].

Capacitatea de solvire a substanţelor organice pentru materiale carbunoase poate fi mărită prin substituţia hidrogenului cu un radical, introducerea unei grupe carbonil în poziţia para etc.

Principalii solvenţi specifici pentru cărbune sînt [14], compuşi alifatici conţinînd cel puţin o singură grupă aminică, compuşi aromatici conţinînd cel puţin o singură grupă aminică şi unele baze heterociclice cum sînt : piridina, piperidina.

De remarcat este faptul că unii compuşi cu azot sînt mai buni solvenţi decît compuşii corespunzători cu oxigen (grupele alchil par, tind să reducă puterea de solvire) [11].

O altă categorie de substanţe cu capacitate de solvire mare o constituie compuşii conţinînd unul sau mai multe nuclee benzenice. Orchin şi Storch [12] au arătat că pentru această clasă de solvenţi, randamentul obţinut la extracţia huilelor se corelează cu punctul de fierbere şi ajunge la un maxim în cazul fenantrenului (punct de fierbere 340°C) care dizolvă 90% din cărbune. Orchin [12], extrăgînd cu ulei de antracen o serie de cărbuni cu grade diferite de carbonificare observă o descreştere considerabilă a randamentului de extract atît pentru antraciţi cît şi pentru cărbuni bruni. El remarcă astfel susceptibilitatea solventului respectiv pentru huile. Pentru cărbunii cu grad mai ridicat de carbonificare — pentru huile — şi β-naftolul este un solvent eficace; utilizat pentru cărbunii bruni, acest solvent dă o cantitate mică de extract, în timp ce α-naftolul solubilizează peste 60% din cărbune.

Literatura de specialitate se preocupă şi de o altă categorie de solvenţi : solvenţii nespecifici. Ei sînt substanţe cu eficacitate mică asupra cărbunilor şi cu temperatură joasă de fierbere (sub 100°C) ca de exemplu : cloroformul, acetona, benzenul. Extractele obţinute cu ajutorul lor au valori mici (de ordinul a cîteva procente). Ei extrag de obicei, materialele formate în diversele procese de prelucrare.

Nu numai solventul, ci şi natura cărbunelui prezintă deosebită importanţă pentru studiul interacţiunii dintre aceste materiale, solubilitatea variind în limite foarte largi. Dependenţa cantităţii de extract de gradul de carbonificare, în cazul solvenţilor nespecifici, a fost studiată de un mare număr de lucrări [13, 14]. Rezultatele obţinute sînt destul de disparate şi arată că diferenţieri în tehnica de lucru şi în compoziţia petrografică a cărbunelui studiat pot influenţa randamentele. Astfel, Zabavin [15] extrăgînd cu solvenţi nespecifici o serie de huile din bazinul Donbas, în condiţii de lucru deosebite (mărind durata şi izolînd termic)

obține un maxim de randament de 10% pentru o huilă de gaz. Din această categorie de solvenți, cel puțin mai puțin eficient este benzenul ; o acțiune mult mai eficace o are cloroformul.

În clasa solvenților nespecifici un caz particular îl prezintă alcool-benzenul. Deși este un solvent slab pentru cărbuni, alcoolul contribuie la mărirea eficienței benzenului, cloroformului etc. pentru dublul lui caracter condiționat atît de existența radicalului organic cît și de existența grupei OH. În condițiile utilizării de presiuni și temperaturi ridicate, sau după pretratare termică, solvenții din această categorie prezintă un randament maxim de extract în domeniul huilelor cu un grad mediu de carbonificare.

În cazul solvenților specifici, datele prezentate în literatură arată un maxim al randamentului de extract, în domeniul huilelor aglutinate, a cărui poziție variază desigur, cu tipul genetic și gradul de carbonificare a cărbunelui studiat.

Dormans și Krevelen [16] tratează cu diverși solvenți o serie de cărbuni cu grad diferit de carbonificare în atmosferă inertă de azot, la temperatura de fierbere a solventului. El constată că în cazul huilelor tinere, piridina extrage cantități de ordinul 20—22%, iar în domeniul huilelor aglutinante randamentul poate atinge 30—33%. Cantitativ, randamentul extractelor piridinice este cu mult mai ridicat decît cel obținut cu solvenți nespecifici chiar la temperaturi și presiuni ridicate.

Studiile făcute de Dryden asupra variației randamentului în funcție de gradul de carbonificare pentru o serie de compuși cu azot cum sînt : monoetalonamina, dietilentriamina, benzilamina, piperidina, etilendiamina, au adus la următoarele considerațiuni :

Etilendiamina, deși solvent specific ca și piridina, se caracterizează printr-o scădere bruscă a solubilității în domeniul huilelor aglutinabile.

Solvenții aminici au o comportare similară dar nu identică. Astfel monoetanolamina și dietilentriamina sînt solvenți buni pentru cărbunii cu 75—83% C, dar, capacitatea lor de solubilizare scade, pe măsură ce crește gradul de carbonificare.

Randamentele la prelucrarea cu solvenți cu puncte de fierbere ridicate depășesc cu mult randamentul extractelor obținute în condițiile folosirii celorlalți solvenți, prezentînd un maxim în domeniul huilelor.

Din numeroasele studii întreprinse asupra extracției cărbunilor, vedem că nu putem înțelege această noțiune decît dacă ne-o imaginăm ca pe o interacțiune cărbune-solvent, ce variază în limite foarte mari, atît datorită solvenților cît și gradului de carbonificare. Este evident că pentru lămurirea acestui proces deosebit de complex, nu sînt suficiente numai unele proprietăți ale solventului, ci trebuie să se țină seama și de însușirile lui fizice și chimice. Dryden [8] subliniază, că eficiența solvenților față de cărbuni nu este constantă. Este posibil ca datorită structurii sale, cărbunele să aibă o comportare față de o clasă de substanțe și altă comportare cu altă clasă. Cărbunii fiind diferiți atît ca tip genetic cît și ca grad de carbonificare, este destul de dificilă corelarea eficienței solvenților cu natura materialului cărbunos. În cazul turbelor și a cărbunilor bruni, alcoolul, amestecurile de hidrocarburi aromatice sau derivații halogenați sînt buni solvenți. Pentru stadiile inferioare ale huile-

lor, aceştia sînt încă suficient de eficienţi. După stadiul de huilă de gaz, ei îşi pierd însă eficacitatea. Solvenţii buni pentru huilă pot fi consideraţe substanţe ca benzenul sub presiune, uleiul de antrocen etc.

Acţiunea solvenţilor asupra cărbunilor va depinde în bună măsură de condiţiile de lucru şi anume : de mărimea particolei, de durata tratamentului, de temperatură şi de atmosfera oxidantă sau inertă în care s-a efectuat determinarea.

Indicaţii cu privire la influenţa pozitivă a gradului de măcinare avansat asupra cantităţii de extract sînt menţionate, printre alţii, de către Fischer [17], Peters şi Kremmer [18]. În lucrările efectuate de ei, asupra unei huile cu triclor etilenă (solvent specific) se constată creşterea concomitentă a randamentului de extract cu scăderea dimensiunilor particulelor. La o granulaţie sub un micron, ei obţin o creştere a randamentului de peste zece ori. Aceasta arată că adîncimea de pătrundere a solventului în cărbune este de ordinul de 0,5 μ deci pentru a obţine o extracţie completă cărbunele trebuie măcinat la o dimensiune a particolei în subdiviziuni de microni. Granulaţia influenţează mai mult în cazul huilelor aglutinante decît a celor neaglutinante, iar pentru cărbunii bruni nu s-a observat dependenţa faţă de gradul de măcinare.

S-a observat că cu cît solubilitatea cărbunelui, în solventul respectiv, este mai mare, gradul de măcinare, influenţează mai puţin. Constatări făcute de Oele şi Krevelen [19] au arătat că la tratarea huilei cu solvenţi de mare eficacitate se observă o bruscă scădere a dependenţei procentului de extract de granulaţie. Aceasta se datorează faptului că solvenţii eficienţi rup legăturile dintre nuclee şi realizează ei înşişi dezintegrarea particolelor de cărbune, mărind astfel spaţiile dintre pori şi creind căi suplimentare de desfăşurarea reacţiilor ce înlocuiesc gradul mărit de măcinare. Asbury [20], Dryden [21], Kröger [22] nu recomandă folosirea măcinării cărbunelui la dimensiuni de ordinul micronilor pentru extracţie, considerînd că mărirea randamentului de extract rezultat din aceasta poate fi parţial eronată datorită antrenării în soluţie a particolelor fine de cărbune.

Este recunoscută în literatura de specialitate influenţa temperaturii asupra cantităţii de extract ; ea este mai mare pentru solvenţii nespecifici [23]. Astfel, benzenul la temperatura de 220—280°C extrage din cărbunii bruni şi huile cu grad de carbonificare coborît o cantitate de 2—3 ori mai mare de extract decît la punctul său de fierbere.

Influenţa temperaturii se constată şi în cazul solvenţilor specifici. Illingwort [24] constată că extracţia cu piridină la cărbunii cu raportul C/H=17 decurge în mod intens chiar la temperatura de fierbere a solventului. Pentru cărbunii cu raportul C/H=17—20, mărimea temperaturii influenţează mult asupra cantităţii de extract. Acelaşi lucru îl demonstrează şi lucrările lui Dryden [25] ce folosesc drept solvenţi un număr mare de amine.

În cazul solvenţilor cu punct de fierbere ridicat, randamentul creşte considerabil cu temperatura. Pentru uleiul de antracen randamentul creşte de la 3% la 200°C pînă la 50% la temperatura de 300°C. Van Krevelen [26] arată că la temperatura de peste 250°C pot avea loc şi importante modificări chimice în substanţa cărbunoasă şi explică aceasta prin

faptul că nu poate fi vorba de o mărire a solubilității propriu zise, ci de creșterea accesibilității substanței respective față de solvent, datorită slăbirii legăturilor, dintre moleculele sale. Cu cît temperatura este mai mare cu atît ea este mai capabilă să slăbească legături rezistente începînd de la cele de absorbție și terminînd cu cele intermoleculare.

Este de remarcat faptul că în cazul folosirii temperaturilor mai ridicate o importanță deosebită o capătă durata de încălzire. Desfășurarea procesului de extracție este influențată de umiditate și de oxigenul atmosferic. Prezența umidității în solvent și a oxigenului în aparatura de extracție, tind să micșoreze randamentul obținut. În cazul solvenților aminici, absența apei este o condiție esențială, deoarece activitatea lor „specifică este direct afectată de apă [27]. S-a constatat că în cazul solvenților nemiscibili cu apa, randamentul extracției nu este condiționat de prezența umidității. Se pare chiar, că umiditatea — favorizează solubilizarea în cazul β-naftolului [28].

Oxidarea cărbunelui înainte sau în timpul extracției micșorează randamentul, în timp ce hidrogenarea îl mărește. S-a observat că randamentul de extracție, în cazul uleiului de antracen, a crescut cînd experiența a decurs în prezența azotului sau a bioxidului de carbon [29].

Cele expuse mai sus indică unele aspecte ale interacțiunii dintre solvenții organici și cărbuni precum și factorii ce condiționează obținerea unor cantități mari de extract utilizînd solvenți de diverse tipuri. Absența din literatura de specialitate a unor date similare, care să caracterizeze comportarea cărbunilor românești în aceste procese, justifică necesitatea studiilor efectuate și prezentate în cadrul acestei lucrări.

B. *Extracția cărbunilor românești cu solvenți „nespecifici"*

Literatura de specialitate scoate în evidență posibilitatea de a urmări structura cărbunilor prin studiul extractelor obținute în diverse condiții cu solvenți organici.

În vederea stabilirii corelației dintre structura cărbunilor și însușirile lor chimico-tehnologice s-au studiat o serie de cărbuni în diverse stadii de carbonificare. S-au stabilit analizele lor tehnice și elementare și s-au calculat indicii structurali caracteristici (H/C ; R/C și f_a) în vederea stabilirii variației cantității de extract în funcție de acești indici — atît pentru cărbuni ca atare, cît și pentru cei pretratați termic. Caracteristicile cărbunilor precum și valorile indicilor structurali sînt prezentate în tabela 1.

Cărbunii analizați au fost pretratați termic la temperaturi situate în jurul punctului de înmuiere — în cazul huilelor — și în apropierea degajării gudroanelor pentru ligniți și cărbuni bruni. S-a urmărit corelația dintre cantitatea de extract obținută în raport cu temperatura de pretratament termic și gradul de carbonificare reprezentat prin indicii structurali și tehnologici ai cărbunilor. Solvenții folosiți pentru extracție au fost cloroformul și amestecul de alcool-benzen (1 : 1). Ei se încadrează conform clasificării lui Kröger în grupa solvenților „nespecifici" cu eficacitate mică și temperatură scăzută de fierbere.

Cantitățile de extract obținute din cărbunii tratați și netratați termic sînt consemnate în tabelele nr. 2 și nr. 3.

Tabela 1

Caracteristicile chimico-tehnologice ale cărbunilor studiați

Nr. crt.	Cărbunele tip	Analiza tehnică			Analiza elementară			Indici structurali calculați		
		umiditate W^a	cenușă A^a	materii volat. V^a	carbon C^{mc}	hidrogen H^{mc}	oxigen, azot sulf (O+N+S) mc %	H/C	R/C	f_a
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	Rovinari, cărbune brun pămîntos	21,04	28,20	52,98	64,34	5,48	30,18	1,030	0,182	0,606
2.	Schitu Golești — lignit	8,4	9,10	52,75	66,29	5,49	28,22	0,990	0,193	0,624
3.	Comănești — cărbune brun lucios	3,04	8,80	54,93	71,43	5,41	23,16	0,915	0,212	0,661
4.	Petrila — huilă flambantă	2,25	9,10	42,5	73,06	5,47	21,67	0,900	0,216	0,668
5.	Lupeni — huilă de gaz	1,75	8,67	42,2	78,90	5,90	15,41	0,885	0,226	0,683
6.	Anina — huilă de cocs	1,35	7,55	28,4	85,3	4,22	10,48	0,600	0,293	0,803

Tabela 2

Cantitatea de extract obținută cu cloroform din cărbuni românești în diverse stadii de carbonificare

Cărbune	Cantitatea de extract obținută din cărbune pretratat la temperaturile : %									
	nepretratat termic	260°	280°	300°	320°	340°	360°	380°	400°	420°
Rovinari	3,6	3,9	4,2	3,6	3,0	—	—	—	—	—
Schitu Golești	2,5	3,0	3,65	2,0	1,25	—	—	—	—	—
Comănești	1,3	1,2	1,6	2,3	2,1	—	—	—	—	—
Petrila	1,4	—	—	—	—	4,2	4,6	1,65	1,0	—
Lupeni	1,6	—	—	—	—	2,5	7,0	2,05	0,55	—
Anina	1,75	—	—	—	—	—	4,0	6,0	3,6	2,1

Tabela 3

Cantitatea de extract obținută cu alcool-benzen din cărbunii românești în diverse stații de carbonificare

Cărbune	Cantitatea de extract obținută din cărbune pretratat la temperaturile, %									
	nepretratat termic	260°	280°	300°	320°	340°	360°	380°	400°	420°
Rovinari	4,75	5,2	6,3	4,5	3,8	—	—	—	—	—
Schitu Golești	3,1	4,0	4,0	2,8	2,3	—	—	—	—	—
Comănești	2,75	1,8	1,8	4,4	4,2	—	—	—	—	—
Petrila	2,8	—	—	—	—	7,6	8,6	6,5	2,0	—
Lupeni	3,3	—	—	—	—	6,2	10,1	7,6	2,6	—
Anina	3,4	—	—	—	—	—	3,6	4,9	3,05	1,6

Datele prezentate în tabelele nr. 2 și 3 au fost sistematizate în figurile 1—6 ce înfățișează variația cantității de extract obținută din cărbuni de Rovinari, Schitu Goleşti, Petrila, Lupeni și Anina, cu cloroform sau amestec de alcool benzen 1 : 1, funcție de temperatura de pretratament termic.

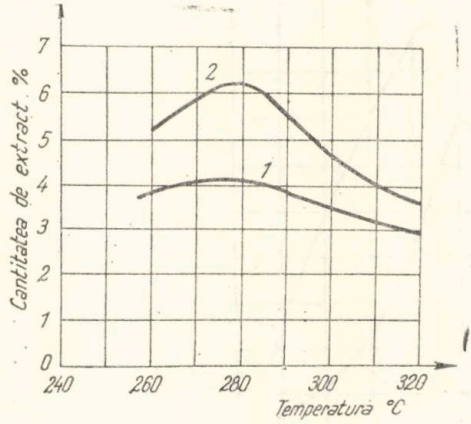


Fig. 1. Variația cantității de extract obținută din cărbuni de Rovinari : 1. — cloroform ; 2. alcool-benzen.

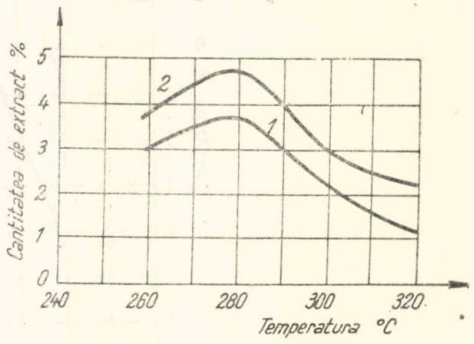


Fig. 2. Variația cantității de extract obținută din cărbunii de Schitu-Goleşti : 1. — cloroform : 2. — alcool-benzen.

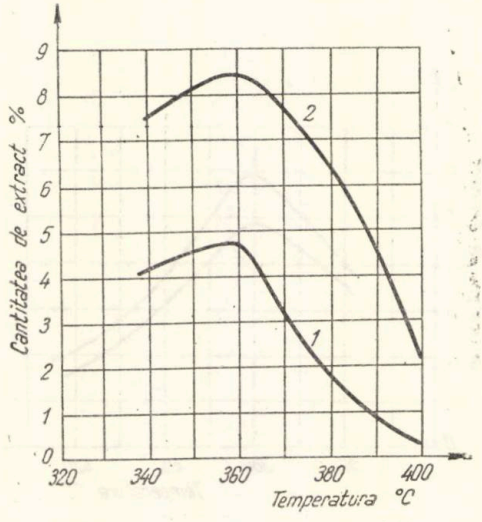
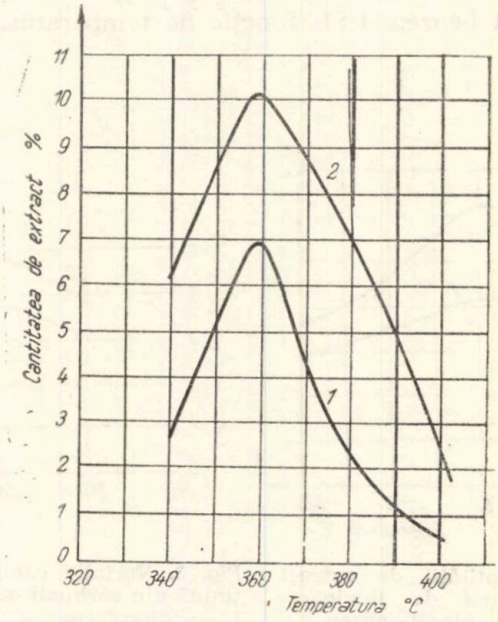


Fig. 3. Variația cantității de extract obținută din cărbunii de Petrila : 1. — cloroform ; 2. — alcool-benzen



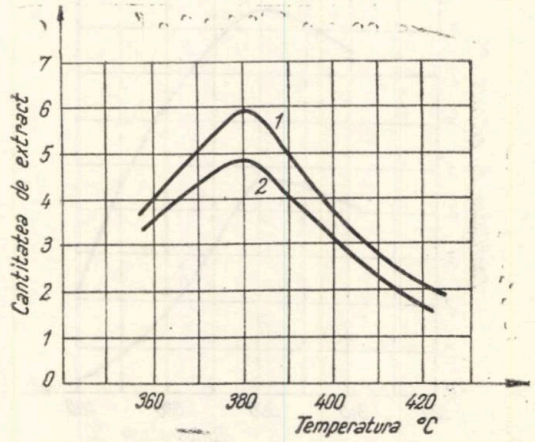


Fig. 5. Variația cantității de extract obținută din cărbunii de Anina : 1. — cloroform : 2. — alcool-benzen

S-a căutat să se găsească o corelare a cantității de extract cu conținutul de materii volatile. Fig. 6, prezintă variația cantității de extract obținută cu benzen-alcool din cărbunii românești în diverse stadii de carbonificare în funcție de conținutul de materii volatile.

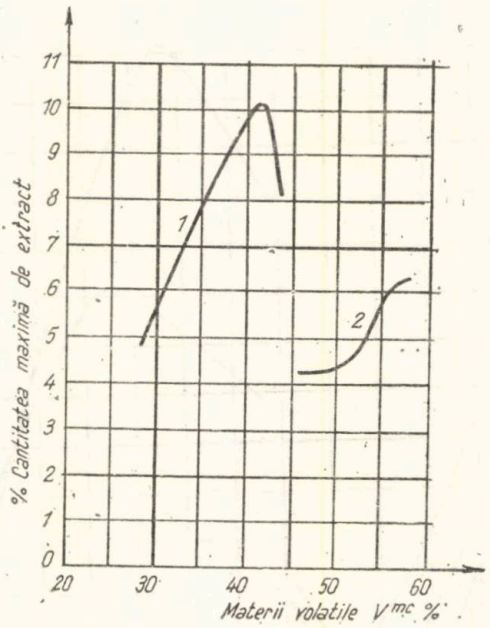


Fig. 6. Variația cantității de extract cu alcool-benzen în funcție de conținutul de materiile volatile. : 1. — cărbuni bruni ; 2 — huilă.

Dat fiind importanța extractului cu cloroform pentru caracterizarea fazei plastice a carburilor în figurile 7-8-9-10, sînt prezentate variațiile cantității de extract obținute cu acest solvent funcție de conținutul de carbon, de factorul H/C, R/C și de gradul de anomalicitate f_a.

Aceste diagrame au scopul de a indica corelațiile existente între elementele structurale caracteristice și cantitățile de extract obținute cu cloroform în diverse condiții.

Din cercetarea tabelelor și graficelor rezultă următoarele :

— Cantitatea de extract obținută cu alcool-benzen din cărbunii de Rovinari, Schitu Golești, Comănești, Petrila și Lupeni este mai mare decît cea obținută cu cloroform. Pentru cărbunii de Anina (cu grad mărit de metamorfozare) cantitatea de extract obținută cu cloroform o depășește pe aceea cu alcool-benzen. Deci există o selectivitate a solvenților folosiți pentru cărbunii cu grad diferit de carbonificare.

— Cantitatea maximă de extract s-a obținut din cărbunii de Lupeni, atît în cazul folosirii cloroformului cît și a alcool-benzenului.

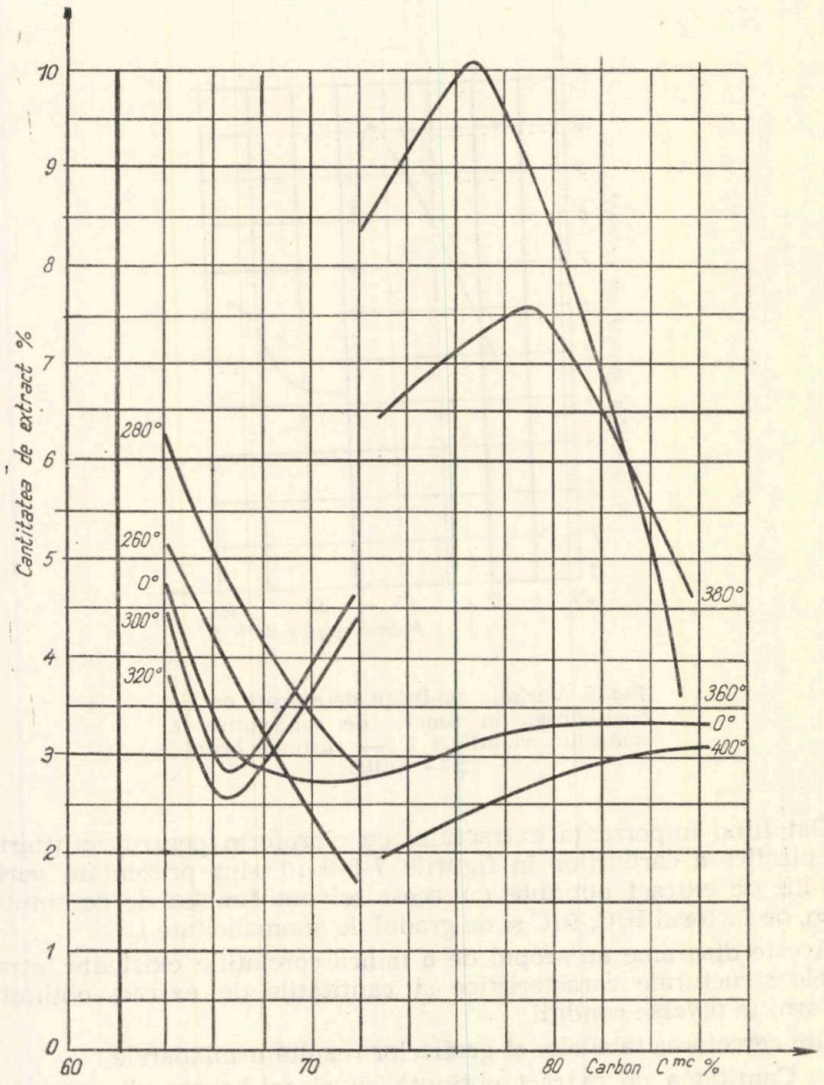


Fig. 7. Variaţia cantităţii de extract cu cloroform obţinută din cărbunii pretrataţi termic în funcţie de conţinutul de carbon.

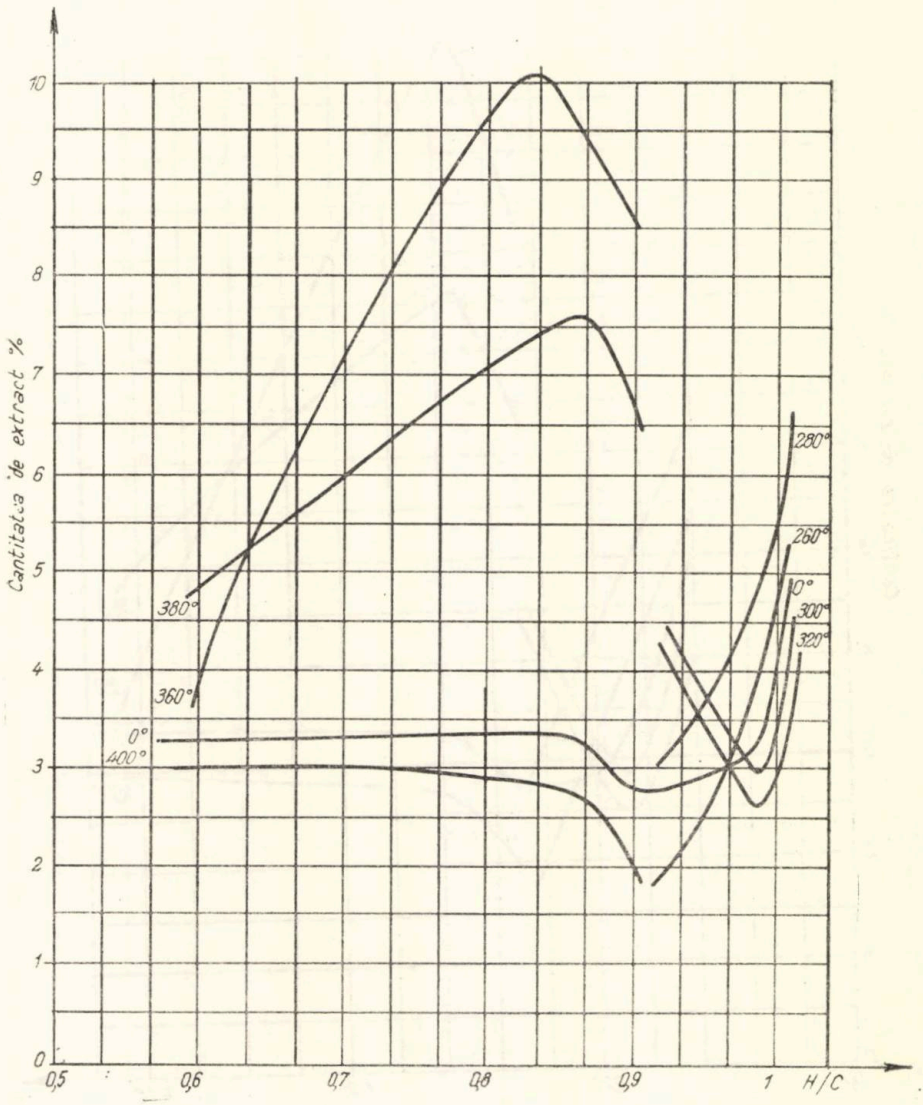


Fig. 8. Variația cantității de extract cu clorcform obținută din cărbunii pretratați termic la diferite temperaturi în funcție H/C.

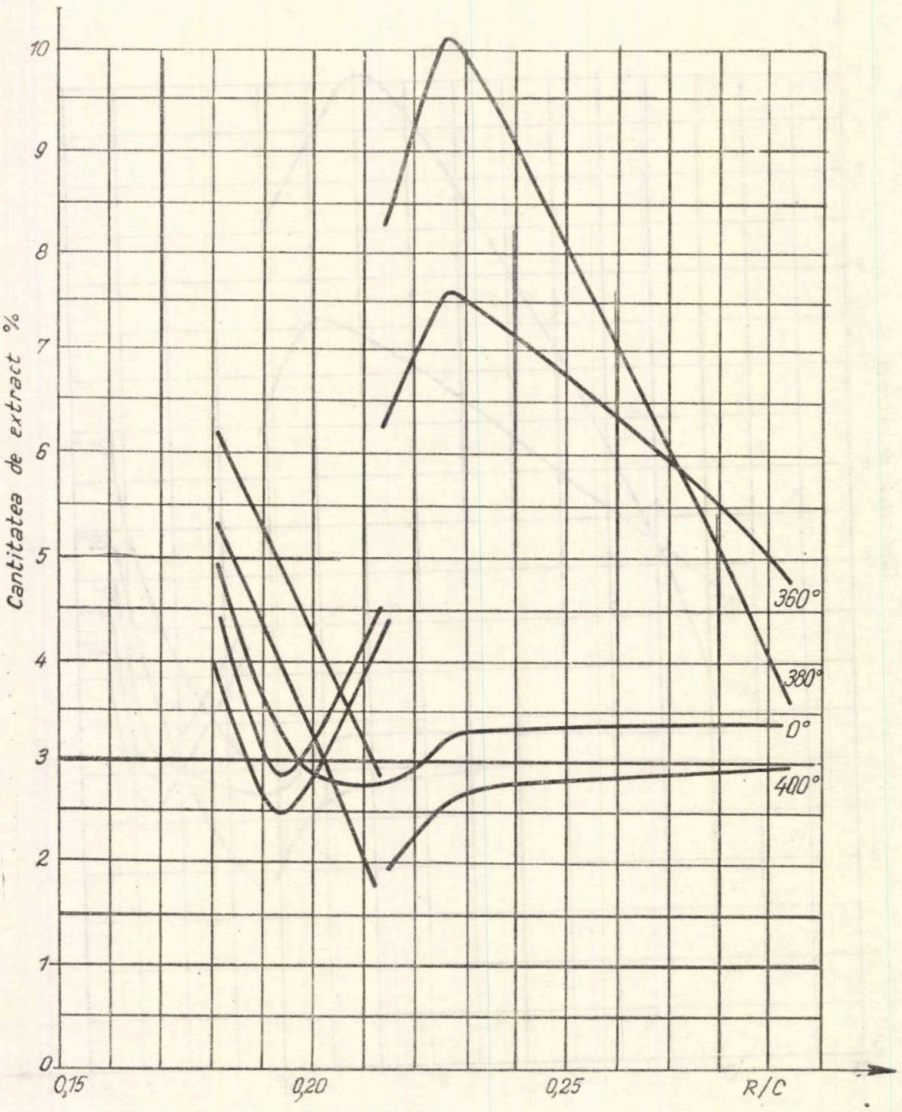


Fig. 9. Variația cantității de extract cu cloroform obținută din cărbunii pretratați termic la diferite temperaturi funcție de factorul R/C al cărbunilor

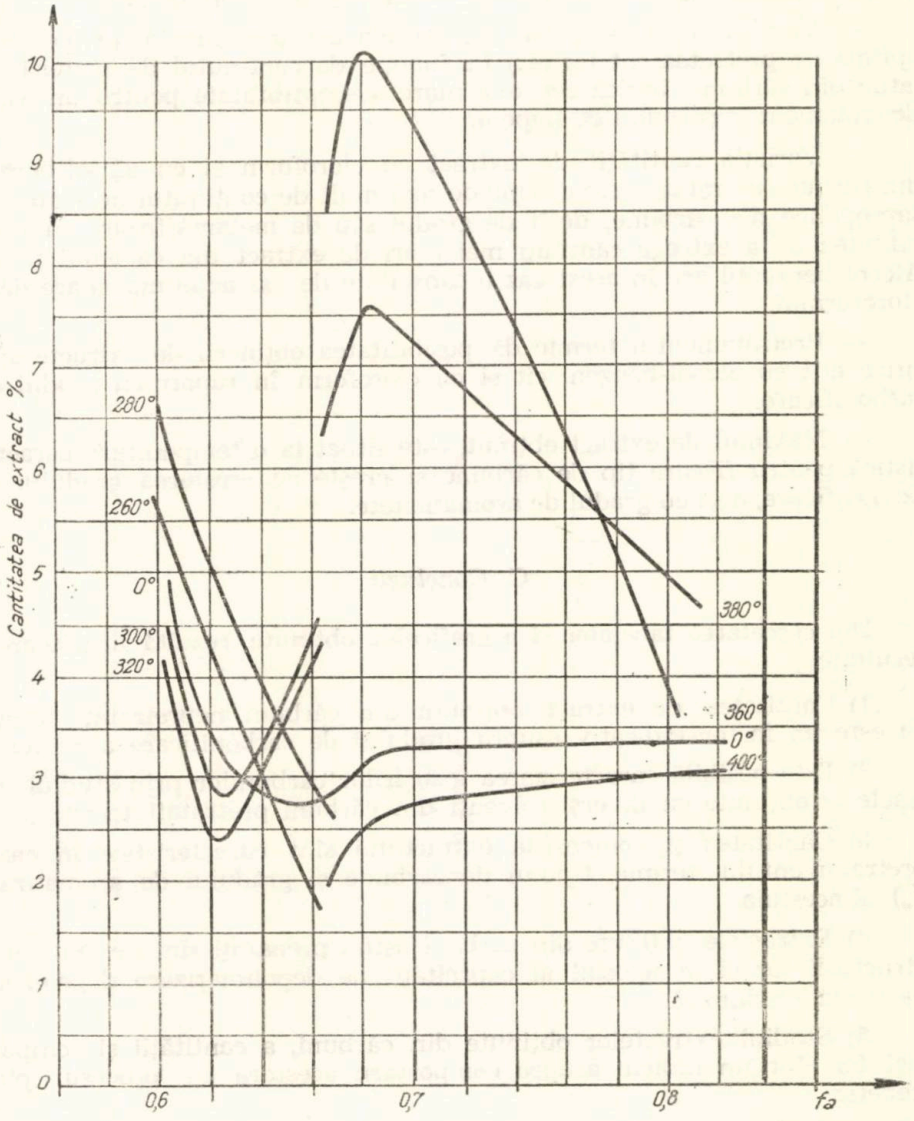


Fig. 10. Variația cantității de extract cu cloroform obținută din cărbunii pretratați termic la diferite temperaturi și funcție de gradul de aromaticitate

— Creşterea gradului de carbonificare a substanţei cărbunoase dă posibilitatea obţinerii de extracte stabile la temperaturi de pretratament termic mai ridicate.

— Depăşirea acestor temperaturi duce la micşorarea rapidă a cantităţii de extract datorită distrugerii lui cu degajare mare de gaze.

— Variaţia cantităţii maxime de extract (obţinut la temperatura optimă de pretratament termic) în funcţie de conţinutul de materii volatile din cărbune, indică cea mai mare susceptibilitate pentru un astfel de tratament la cărbunii de Lupeni.

— Variaţia cantităţii de extract cu cloroform şi cu alcool-benzen din cărbuni netrataţi termic depinde mai mult de conţinutul de materiale sapropelice din cărbune, decît de gradul său de metamorfozare cu posibilitatea de a extrage cantităţi mai mari de extract din cărbunii tineri. Alcool-benzenul are în acest caz o capacitate de extracţie mai mare decît cloroformul.

— Pretratamentul termic dă posibilitatea obţinerii de extracte specifice atît cu alcool-benzen, cît şi cu cloroform în raport cu gradul de carbonificare.

— Maximul de extract obţinut, este situat la o temperatură caracteristică pentru fiecare tip de cărbune şi creşte cu creşterea gradului de carbonificare, deci cu gradul de aromaticitate.

C. *Concluzii*

Din cercetarea tabelelor şi a graficelor obţinute, rezultă următoarele rezultate :

1) Cantitatea de extract obţinută din cărbuni nepretrataţi termic nu este un factor indicativ asupra gradului de carbonificare a acestora.

2) Este posibilă caracterizarea însuşirilor cărbunilor prin studiul extractelor obţinute cu diverşi solvenţi din cărbuni pretrataţi termic.

3) Cantitatea şi compoziţia extractului sînt caracteristice în cazul pretratamentului termic, tipului de cărbune şi gradului de aromatizare (f_a) al acestuia.

4) Extractele obţinute din cărbuni astfel preparaţi sînt un indiciu al structurii lor şi în special al capacităţii de depolimerizare dependentă de vîrsta lor chimică.

5) Studiul extractelor obţinute din cărbuni, a cantităţii şi compoziţiei lor sînt un indiciu asupra comportării acestora în procesul pirogenetic.

6) Cărbunii tineri dau extracte la temperaturi scăzute puţin rezistente termic şi care nu le pot conferi însuşirile de cocsificare.

7) Huilele cocsificabile dau extracte mai stabile la temperatură mai înaltă. Cantitatea şi calitatea extractelor şi intervalul de temperatură în care-l găsim sînt caracteristice pentru faza plastică, deci pentru însuşirile de cocsificare a cărbunilor.

8) Studierea extractelor obținute din cărbuni este indicată pentru stabilirea însușirilor de cocsificare, căci spre deosebire de probele tehnologice ele sînt legate direct de structura cărbunelui.

Laboratorul de combustibili
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. G. C. Dryden*, Fuel 29 (1950) 197, 221.
2. *K. S. Pankhurst*, Fuel, 34 (1955) 363.
3. *I. Blum*, Cercetări științifice, vol. I. București 1939.
4. *I. Blum*, Studii și cercetări de energetică, 1962.
5. *I. G. Dryden*, Fuel 31 (1958) 259.
6. *D. W. van Krevelen*, Solvent Extraction of Coals, chap. X. În : Coal Elsevier, Amsterdam 1961.
7. *M. W. Kiebler*, Chemistry of Coal Utilization, New York 1945, vol. I, 715.
8. *I. G. Dryden*, Chemical Constitutions and Reactions of Coals, chap. 6, în Chemistry of Coal Utilization, Suppl. Vol. (Ed. H. H. Lowry, New-York, 1963).
9. *I. G. Dryden*, Chem. et Ind. (London) 30 (1952) 502.
10. *I. G. Dryden*, Fuel 30 (1951) 39.
11. *M. W. Kiebler*, The Action of Solvents on Coal, chap. 19, în Chemistry of Coal 26 Utilization, 1945.
12. *M. Orchin și H. H. Stroch*, 26. S. Bur. Mines. Invest. 4662 (1950).
13. *I. G. Dryden*, Fuel (31) 952, 176.
14. *D. W. van Krevelen*, Chim. et ind., 80 (1958) 234.
15. *Zabavin*, Izv. Akad. Nauk SSSR O.T.N. 11 (1946).
16. *Dormans și D. W. van Krevelen*, Fuel 39 (1960) 273.
17. *F. Fischer, Brennstoff* — Chem. 6 (1925) 33.
18. *Kremer și Peters*, Fuel 12 (1933) 148, 390.
19. *D. W. van Krevelen, A. P. Oele, H. I. Waterman*, Fuel 30 (1951) 169.
20. *R. S. Asbury*, Ind. Eng. Chem. v. 28 Nr. 6, 1936.
21. *I. G. Dryden*, Fuel 34, (1955) 363.
22. *C. Kröger*, Erdól und Kohle, 9 (1956) Nr. 7, 441—446.
23. *Radcenko*, Izv. Acad. Nauk SSSR 1961.
24. *Illingworth*, Fuel 1961, 6.
25. *I. G. C. Dryden*, Fuel, 30, (1951) 145—58.
26. *I. G. C. Dryden*, Chem. and Ind. (London) 1952, 502.
27. *A. P. Oele, H. I. Waterman*, Fuel (1951) 177.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

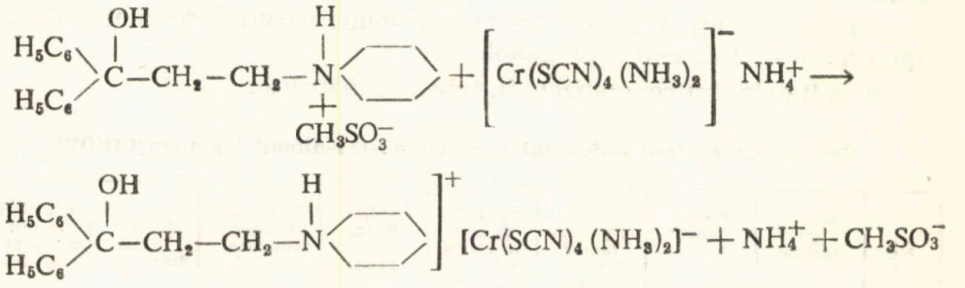
C.Z. : 547

METODĂ DE DETERMINARE PENTRU METIL-SULFONATUL 3-PIPERIDINO-1, 1-DIFENIL-1-PROPANOLULUI

GRIGORE TEODORESCU

Metil-sulfonatul 3-piperidino-1, 1-difenil-1-propanolul (Lyseen) este un medicament cu acţiune spasmolitică. El face parte din clasa medicamentelor spasmolitice (parasimpaticolitice), avînd pe lîngă acţiunea musculotropă şi una de tipul atropinei.

Metoda de determinare redată în această lucrare, utilizabilă şi ca metodă de control analitic în sinteza acestui produs şi ca metodă de determinare a purităţii produsului finit, se bazează pe complexarea poziţiei N-cationizate, preexistentă în moleculă, cu reineckatul de amoniu $[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]^-NH_4^+$ (tetracianato-diamino-cromat (III) de amoniu = sarea lui Reinecke (prescurtat RA), reactiv folosit de noi şi la determinarea altor substanţe (1...13). Reacţia care are loc este :



Principiul metodei

Se dizolvă substanţa în soluţie apoasă de 1% acid sulfuric. Se precipită sub formă de complex cu soluţie de RA de 3% concentraţie. Complexul format de culoare roz pal, se filtrează, se spală cu eter, şi se dizolvă în acetonă.

Soluţia rezultată de la dizolvarea complexului în acetonă se tratează cu exces de soluţie de azotat de argint. Precipită reineckatul de argint conform reacţiei :

$$[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]^- + Ag^+ \longrightarrow Ag\,[Cr(SCN)_4(N$$

După filtrarea și spălarea acestuia, se titrează excesul de azotat de argint, în modul cunoscut, cu tiocianat de amoniu 0,1 n în prezența alaunului de Fe(III) și amoniu (indicator).

Modul de lucru

Metil-sulfonatul 3-piperidino-1, 1-difenil-1-propanolul este o substanță cristalină albă, ușor solubilă în apă. Se cîntăresc 0,2 g substanță, care se aduc cantitativ în balon cotat de 250 cm^3 cu soluție apoasă de acid sulfuric 1%, completîndu-se la semn cu acid de aceeași concentrație. S-au luat din soluția obținută probe variind între 15...34 cm^3, și s-au precipitat cu exces de soluție de RA 3% proaspăt preparată, adăugată picătură cu picătură și sub continuă agitare, pînă ce soluția de deasupra precipitatului este intens colorată în roș-violaceu. Complexul format se filtrează pe creuzet G_4, se antrenează complexul cu soluție apoasă 0,1% RA, se spală de două ori cu cîte 5 cm^3 apă distilată și final de două ori cu cîte 10 cm^3 eter.

Se dizolvă complexul direct pe creuzetul filtrant cu 25...30 cm^3 acetonă, se spală creuzetul final cu 10...20 cm^3 apă distilată și se prinde totul într-un pahar de 250 cm^3. Se adaugă 10 cm^3 azotat de argint 0,1 n, iar precipitatul de reineckat de argint format se filtrează pe pîlnie Hirsch, se spală și se prind filtratul și apele de spălare într-un flacon de titrare de 750 cm^3. Se diluează la 500 cm^3 cu apă distilată, se adaugă 0,5...1 cm^3 soluție saturată de alaun de Fe(III) și amoniu (cca 40%), 2 cm^3 HNO_3 2 n și se titrează excesul de azotat de argint cu soluția de tiocianat de amoniu 0,1 n cu factor cunoscut, în prezența alaunului de Fe(III) și amoniu indicator.

La 1 cm^3 soluție 0,1 n de $AgNO_3$ corespund 0,0391 g de metil sulfonat 3-piperidino-1, 1-difenil-1-propanol.

Rezultatele sînt concretizate în tabela următoare :

Determinarea Metil sulfonatul 3-piperidino-1, 1-difenil-1-propanol (PDP)

Nr. crt.	Soluție de analizat cm^3	PDP în probă g	$AgNO_3$ la precipitare F 0,1 n= 1,0000 cm^3	NH_4SCN adăogat la titrare F 0,1 n= 0,9090 cm^3	$AgNO_3$ 0,1 n, reacționat cm^3	PDP 100% în probă determinat cu RA g	PDP 100% în PDP tehnic determinat cu RA %	PDP 100% în PDP tehnic prin combustie %
1	15	0,0120	10	9,70	0,30	0,01173	98	98...99
2	18	0,0144	10	9,64	0,36	0,01407	98	98...99
3	16	0,0128	10	9,68	0,32	0,01251	98	98...99
4	20	0,0160	10	9,60	0,40	0,01564	98	98...99
5	22	0,0176	10	9,55	0,45	0,01759	99	98...99
6	25	0.0200	10	9,49	0,51	0,01994	99	98...99
7	28	0,0224	10	9,43	0,57	0.02287	99	98...99
8	30	0.0240	10	9,39	0,61	0,02385	99	98...99
9	32	0,0256	10	9,35	0,65	0.02541	99	98...99
10	34	0.0272	10	9,31	0.69	0,02697	99	98...99

Laboratorul de chimie anorganică și analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Spacu P., Teodorescu Gr.* Rev. de chimie, nr. 1, pag. 41 (1957).
2. *Teodorescu Gr., Dinescu A.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVI, nr. 1, pag. 49 (1964).
3. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 4, pag. 43 (1967).
4. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 4, pag. 43 (1867).
5. *Teodorescu Gr.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucurşti, Tom. XXIX, nr. 5, pag. 83 (1967).
7. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheor- Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 6, pag. 55 (1967).
8. *Teodorescu Gr., Luu A. M.* Buletinul Institutului politehpinc „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, nr. 1, pag. 17 (1968).
8. *Teodorescu Gr., Lupu A. M.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, nr. 5, pag. 59 (1968).
9. *Teodorescu Gr.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXI (1969) ; Metodă de determinare pentru 6-metoxi-2 amino-benzotiazol, nr. 3, pag. 51.
10. *Teodorescu Gr.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej' Bucureşti, Tom. XXXI (1969) ; Metodă de determinare pentru N-fenil-morfolindă, nr. 4, pag. 45.
11. *Teodorescu Gr.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Ghorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXI (1969) ; Metodă de determinare a bicarbonatului de amino-guanidină, nr. 5, pag. 61.
12. *Teodorescu Gr.* Buletinul Institutului poiitehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXI (1969) ; Metodă de determinare a N-β-hidroxi-etil-piperidină, nr. 2, pag. 39.
13. *Teodorescu Gr.* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII (1970) ; Metodă de determinar pentru 1,4-di-(N,N-dimetil-amino)-2-butină, nr. 4, pag. 79.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

TEORIA MECANISMELOR

C.Z. : 621.8.0.2 : 629.113

STUDIUL STRUCTURAL AL MECANISMELOR DE DIRECŢIE ALE AUTOVEHICULELOR RUTIERE *

N. I. MANOLESCU, P. ALEXANDRU

§ 1. *Condiţii generale*

Sistemul de direcţie asigură autovehiculului capacitatea de a-şi menţine mersul rectiliniu şi de a se deplasa în direcţia comandată de conducătorul auto. Capacitatea autovehiculului de a suferi modificări ale traiectoriei este determinată de caracteristicile sistemului de direcţie şi ale autovehiculului în general. Ea este influenţată de condiţiile în care are loc mişcarea ca : vîntul lateral, elasticitatea transversală a pneurilor, viteza de deplasare, înclinaţia laterală şi neregularităţile drumului. Schimbarea direcţiei de mişcare se realizează prin schimbarea planului de rulare al roţilor directoare, prin întoarcerea lor în direcţia dorită.

Este cunoscută construcţia clasică a sistemului de direcţie pentru suspensia dependentă (fig. 1) şi independentă a roţilor directoare (fig. 2). Sistemul de direcţie este format din mai multe mecanisme componente,

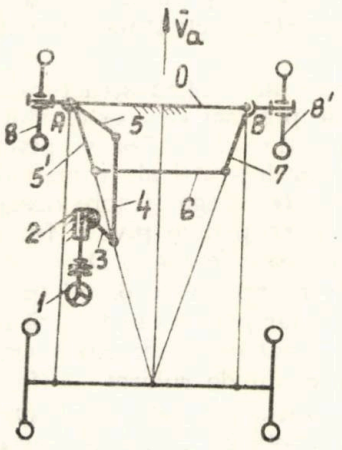


Fig. 1. Sistem de direcţie cu trapez nedivizat, aşezat posterior osiei din faţă.

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti 29—31 mai 1969.

pentru care se propune adoptarea următoarelor denumiri : *mecanismul de acţionare a casetei* — cuprins între axul volanului „1" şi caseta de direcţie „2", *mecanismul casetei de direcţie* — mecanismul component al casetei (în figură este reprezentat numai conturul casetei), *mecanismul de acţionare a trapezului* — format din elementele 3-4-5, *trapezul sau patrulaterul de direcţie* — format din elementele 5'-6-7 (Fig. 1), respectiv 5-6-6'-7-7' (fig. 2). Se va denumi *mecanism de direcţie* — meca-

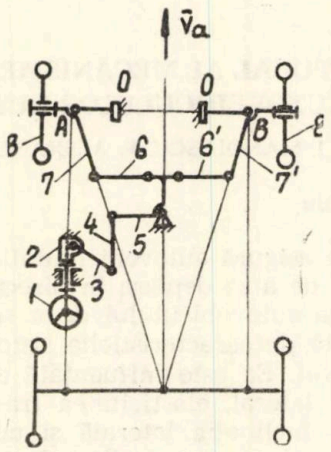


Fig. 2. Sistem de direcţie cu trapez divizat, aşezat posterior osiei din faţă (patrulater de direcţie).

nismul dintre caseta de direcţie şi roţile directoare, adică mecanismul de acţionare a trapezului împreună cu trapezul (mecanismul casetei este în fond un reductor).

Înainte de a se trece la analiza structurală a mecanismelor sistemului de direcţie, trebuie precizat că acestea sînt mecanisme spaţiale datorită unghiurilor de poziţie ale roţilor şi pivoţilor. Astfel dacă roţile directoare ar fi dispuse paralel-vertical, la mersul rectiliniu, ele ar fi deviate cu multă uşurinţă spre stînga şi spre dreapta (datorită neregularităţilor drumului), în timp ce pentru pivoţii fuzetelor dispuşi vertical se pierde cu uşurinţă stabilitatea de mers. De aceea roţile se dispun astfel încît partea de jos să fie apropiată de pivoţi (pentru micşorarea braţului de rulare la valoarea „a"), iar partea din faţă să fie apropiată de axa longitudinală a vehiculului (pentru micşorarea tendinţei de desfacere a roţilor prin rularea lor pe conul de rulare) — (fig. 3). Se realizează astfel *unghiul de cădere* α_0 al roţii şi *unghiul de convergenţă* γ_0 (nereprezentat în figură). De asemenea pivoţii se înclină cu capul inferior lateral şi înainte, micşorînd braţul de rulare la valoarea „*b*", respectiv creind braţul de redresare „*c*" (fig. 4). Se realizează astfel *unghiul de înclinare laterală* δ_0. al pivotului şi unghiului de fugă. Se propune adoptarea acestor denumiri, deoarece în literatura română apar denumiri care pot duce la confuzii. Se precizează că toate aceste unghiuri, sînt unghiuri de stabili-

tate a direcției. Pentru comparație se dau și corespondentele franțuzești: α_0 — angle de cabrage (carrosage), γ_0 — pincement, β_0 — chasse. Cauciucurile moi și late diminuiază importanța unghiurilor de cădere, convergență și fugă, păstrîndu-se importanța unghiului de înclinare laterală.

Sistemul de direcție al autovehiculelor pe roți, tratat în ansamblu de la volan la roți, are în compunerea sa o mare varietate de tipuri de mecanisme cum sînt: mecanisme cardanice, mecanisme cu roți din-

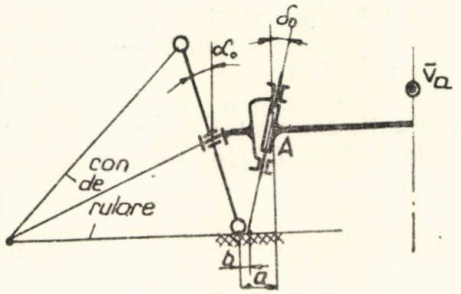


Fig. 3. Unghiul de înclinare laterală al pivotului și unghiul de cădere al roții.

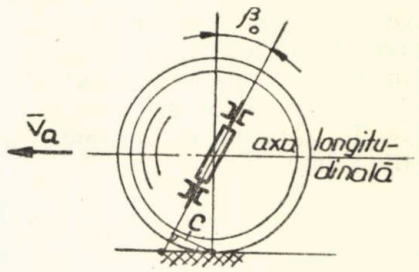


Fig. 4. Unghiul de fugă al pivotului.

țate, mecanisme șurub-piuliță, mecanismul manivelă-balansier, dublu-manivelă sau dublu-balansier, mecanism bielă-balansier sau patină-manivelă. De aceea, înainte de reprezentarea schemelor mecanismelor de direcție este necesar să se facă unele *considerații generale* privind *structura* mecanismelor spațiale și determinarea mobilității acestora. În acest domeniu școala românească de mecanisme a obținut frumoase succese, rezultatele școlii din Institutul Politehnic București bucurîndu-se de mare autoritate pe plan mondial. Studiul structural se va face în concordanță cu rezultatele acestei școli.

Relația generală a mobilității mecanismelor (1), dată de V. Dobrovolschi, pentru lanțul cinematic general cu cuple de diverse clase,

$$M_f = (6-f)\,n - \sum_{\substack{m=1+f \\ f=0\ldots4}}^{5} (m-f)\,c_m\,, \tag{1}$$

trebuie totuși aplicată cu multă precauție în cazul mecanismelor complexe, deoarece în compunerea lor pot intra lanțuri cinematice cu condiții inițiale diferite, deci cu restricții diferite, adică aparținînd la familii diferite. În relația (1), semnificația notațiilor este următoarea: n — numărul elementelor cinematice (mobile); c_m — numărul cuplelor cinematice de clasa „m"; f — familia mecanismului. Dacă $f=0$, cuplele sînt complet independente între ele, toate mișcările sînt posibile și relația (1) va lua forma (2), dată de P. Somov-A. Malîșev pentru familia $f=0$:

$$M_0 = 6\,n - 5\,c_5 - 4\,c_4 - 3\,c_3 - 2\,c_2 - c_1\,. \tag{2}$$

Cele două relații, cunoscute în Teoria mecanismelor, s-au explicitat pentru parcurgerea cu mai multă ușurință a lucrării de către specialiștii

automobiliști, mai puțin familiarizați cu aceste noțiuni. Se dau și cazurile :

$$f=1 \Rightarrow M_1=5n-4c_5-3c_4-2c_3-2c_2:$$
$$f=2 \Rightarrow M_2=4n-3c_5-2c_4-c_3: \qquad (3)$$
$$f=3 \Rightarrow M_3=3n-2c_5-c_4: \quad f=4 \Rightarrow M_4=2n-c_5.$$

Aplicarea relației (1) impune în prealabil determinarea familiei „f", ceea ce nu întotdeauna este simplu. Lucrările [12, 13, 14] stabilesc metodele de determinare a familiei mecanismului prin aflarea numărului condițiilor de legătură impuse elementelor cinematice sau prin identificarea grupelor cinematice avînd $M=0$ (Assur), care compun mecanismul.

În cazul în care în compunerea mecanismelor intră grupe Assur de familii diferite, determinarea gradului de mobilitate [14] se face cu una din relații (4) sau (5) :

$$M=M_f+\Sigma M_{gr}\,, \qquad M=\Sigma M_f^i-M_l\,. \qquad (4),\ (5)$$

Pentru aplicarea relației (4) se descompune mecanismul în mecanism fundamental-final și grupe cinematice [13] — (pentru grupe Assur $Mgr=0$). Pentru aplicarea relației (5) se descompune mecanismul în mecanisme componente de familia „f" și mecanismul de legătură [12, 13] Sistematizarea problemelor de structură a mecanismelor este făcută în lucrările [15, 16, 17], în special pentru mecanisme plane. Familia întregului mecanism se calculează cu relația (6), unde complexitatea $Z=\Sigma C_m-n$, iar M_0 rezultă aplicînd relația Somov-Malîșev [12] :

$$f_a=\frac{M_f-M_0}{Z}. \qquad (6)$$

În lucrarea [26] relația determinării mobilității ia în considerare numărul parametrilor scalari cinematici ai lanțului, din care se scade rangul matricei sistemului parametrilor cinematici $w_{ij}-v_{ij}-M=N-r$), cuplele fiind unificate la cuple-șurub (realizînd astfel lanțuri cinematice fundamentale), iar în lucrările [5, 20] cuplele se aduc la aceiași clasă (cuple unificate), folosindu-se grupe neassur ($Mgr\neq 0$).

Erorile ce apar la stabilirea familiei, *confundarea clasei cuplelor* și *suprimarea unor cuple de legătură*, au fost studiate în lucrarea [3].

Drept exemplu de confundare a cuplei se dă mecanismul cuțitului de combină (fig. 5), care s-ar părea că este un mecanism unitar de familie $f=0$, elementul „4" legîndu-se de elementele „3" și „5" prin cuple de clasa 3-a și 1-a (D, respectiv F), gradul de mobilitate fiind $M=1$:

$$c_5=5,\ c_3=1,\ c_1=1,\ n=5,$$
$$M_0=6n-5c_5-4c_4-3c_3-2c_2-c_1=6\cdot 5-5\cdot 5-3\cdot 1-1=1.$$

În realitate cupla din F funcționează ca o cuplă plană superioară de clasa a 4-a (clasa funcțională este mai mare decît cea constructivă), ceea ce

duce la un prim mecanism de familia $f=1$ (format din elementele 1-2-3-4 pentru care $M_0=6.4-5.4-3.1=1$) și o grupă Assur [13] aparținînd familiei $f=3$ (formată din elementul „5" cu cuplele F și G :

$$(In'=1,\ c_5'=1,\ c_4'=1 \Rightarrow M_{g3}-3n'-2c_5'-c_4'=3\cdot1-2\cdot1-1=0).$$

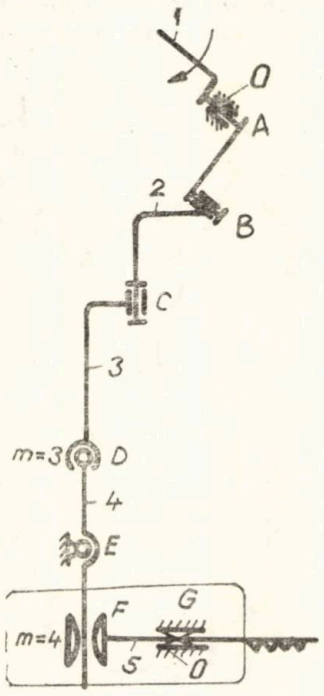


Fig. 5. Mecanismul unui cuțit de combină.

Suprimarea cuplelor este ilustrată cu mecanismul din figura 6, folosit ca mecanism de înregistrare, care transmite mișcarea de rotație între axe perpendiculare (de la elementul „1" la elementul „4"). S-ar părea, la prima vedere, că mecanismul aparține familiei $f=2$, deoarece la mișcările din plan ale elementelor 2-3-4, se adaugă rotația elementului „1" într-un plan perpendicular. Aplicînd relația (1), pentru familia $f=2$, rezultă mobilitatea $M_2=2$, ceea ce este eronat. În realitate mecanismul este de familia $f=3$, format din două grupe Assur dispuse în plane perpendiculare, la care s-a creat posibilitatea suprimării cuplei de translație C (se propune denumirea de „cuplă suprimată"), elementul „2" executînd mișcarea de translație și fără această cuplă, datorită modului de dispunere a lanțului dinaintea și din urma sa. Luînd în considerare și cupla C, gradul de mobilitate, pentru familia $f=3$, devine ($n=4$, $c_5=5$, $c_4=1$) : $M_3=3n-2c_5-c_4=3.4-2.5-1=1$. Astfel de cazuri se întîlnesc la unele mecanisme de acționare a casetei sau la mecanismele casetei de direcție.

În cazul lanțului cinematic simplu, avînd $\Sigma c_m = n+1$, relația lui Dobrovolski se poate pune sub forma (7) — (aplicată la grupe Assur $Mgr=0$) :

$$\Sigma (6-m)\, c'_m = 6-f. \qquad (7)$$

Mult mai dificil este încadrarea într-o singură familie a mecanismelor formate din *două elemente mobile*, grupa fiind în acest caz formată dintr-un singur element și două cuple. Cum, obișnuit, cuplele legate la

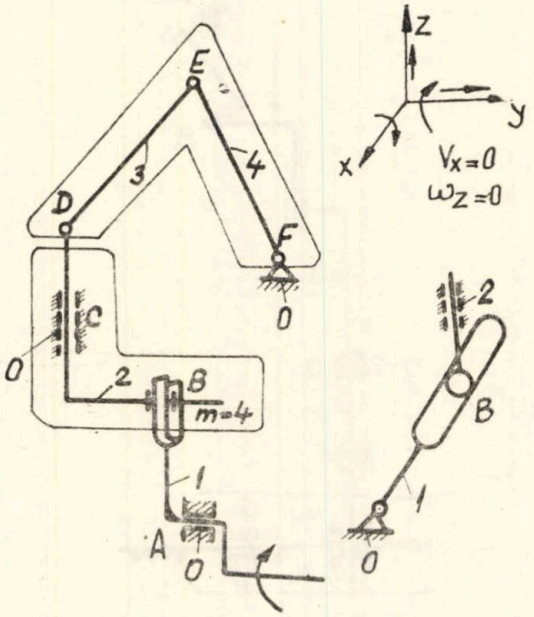


Fig. 6. Mecanism de înregistrare.

bază sînt de clasa a 5-a atunci, după cum cupla dintre cele două elemente este de o clasă sau alta, mecanismul aparține unei familii sau alta. Astfel pentru grupa Assur care are $n=1$ și $c_5=1$, conform relației (7), dacă cealaltă cuplă este de una din clasele :

1^a: $c_1 = 1 \Rightarrow c_5 + 5\,c_1 = 6 \Rightarrow$ grupă de familie $f=0$;
$a\ 2^a$: $c_2 = 1 \Rightarrow c_5 + 4\,c_2 = 5 \Rightarrow$ grupă de familie $f=1$;
$a\ 3^a$: $c_3 = 1 \Rightarrow c_5 + 3\,c_3 = 4 \Rightarrow$ grupă de familie $f=2$;
$a\ 4^a$: $c_4 = 1 \Rightarrow c_5 + 2\,c_4 = 3 \Rightarrow$ grupă de familie $f=3$;
$a\ 5^a$: $c_5 = 1 \Rightarrow c_5 + \ c_5 = 2 \Rightarrow$ grupă de familie $f=4$.

Din această cauză, la mecanismele cu două elemente se ridică două probleme esențiale. În primul rînd trebuie determinată clasa funcțională a cuplei, deoarece clasa geometrico-constructivă poate să fie mai mică. A doua problemă va fi aceea că mișcarea elementelor este determinată de cele două cuple de legătură cu baza, cupla dintre elemente neinfluențînd mișcarea lor, deci ar trebui să nu influențeze nici familia „f“ (ceea

ce constituie o contradicție). Astfel la un angrenaj cilindric, cele două elemente (roți) execută numai o mișcare de rotație în jurul unor axe paralele, deși aparține familiei $f=3$. Răspunsul trebuie căutat în forma zonelor de contact dintre elemente. Zona acestei cuple execută o mișcare mai generală decît elementele, în această zonă apar *mișcări camuflate* și care se pot pune ușor în evidență pe mecanismul înlocuitor. Introducînd un element suplimentar, el va executa „mișcările camuflate", iar determinarea familiei nu va mai conține nici-o contradicție. Înlocuirea cuplei dintre elemente este indicat să se facă cu un singur element și și două cuple de clasă mai mare [13]. Înlocuirea se face astfel încît să se conserve mobilitatea lanțului cinematic și familia „f". Notînd cu „m" clasa cuplei înlocuite și cu m'—m'' — clasele cuplelor de înlocuire trebuie îndeplinită condiția structurală de anulare a unui număr egal de mișcări [13] :

$$m-f=(m'-f)+(m''-f)-(6-f)\cdot 1 .$$

Din această relație rezultă formula care precizează clasele cuplelor m' și m'' ce trebuie introduse în locul cuplei m :

$$m'+m''=6+m . \tag{9}$$

Relația (9) scoate în evidență și faptul că înlocuirea cuplelor este independentă de familie, lucru ce simplifică alcătuirea schemei mecanismului înlocuitor [13, 17, 21], fiind totodată un caz particular al celui general tratat în [13].

Astfel la mecanismul șurub melc-roată melcată, din structura casetei de direcție (fig. 7), cupla c este de clasa $m=1$, deoarece nu utilizează

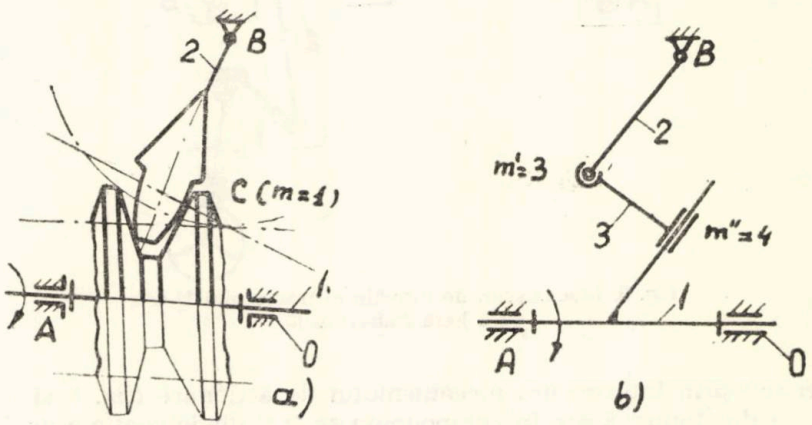


Fig. 7. Mecanism melc-roată melcată real și înlocuitor.

translația după normala comună. Atunci [13] : $m'+m''=6+1 \Rightarrow m'=3$, $m''=4$. Mecanismul va aparține familiei $f=0$, cu $M_0=1$ atît pentru mecanismul real din fig. 7-a, cît și pentru cel înlocuitor din fig. 7-b :

$$n=2,\ c_5=2,\ c_1=1 \Rightarrow M_0=6\cdot 2-5\cdot 2-1=1;\quad n=3,\ c_5=2,\ c_4=1,\ c_3=1 \Rightarrow M_0=6\cdot 3-5\cdot 2-4\cdot 1-3\cdot 1=1.$$

Studiul structural trebuie să țină cont de toate aceste aspecte.

§ 2. *Analiza structurală a mecanismelor de direcţie cu trapez avînd o singură bară transversală*

Mecanismele de direcţie cu trapez avînd o singură bară transversală (fig. 1) se folosesc în cazul vehiculelor cu suspensie dependentă a roţilor directoare, trapezul de direcţie avînd bara transversală (biela) *nesegmentată*. Această schemă este întîlnită în general la autocamioane şi tractoare. Se propune adoptarea schemelor de reprezentare de mai jos, deoarece mecanismele de direcţie sînt mecanisme spaţiale. Mecanismele s-au dedus după unele desene de construcţii sau scheme din tratate [6, 9, 19, 24, 25], articole de revistă [4, 8, 10, 23], brevete de invenţii [11, 18, 22, 27] sau documentaţie de uzină.

Se reprezintă astfel mecanismele sistemului de direcţie cu trapez anterior sau posterior punţii din faţă, cu volanul pe stînga (fig. 9), pe dreapta (fig. 8) sau central (fig. 10), cu acţionare directă a mecanismului

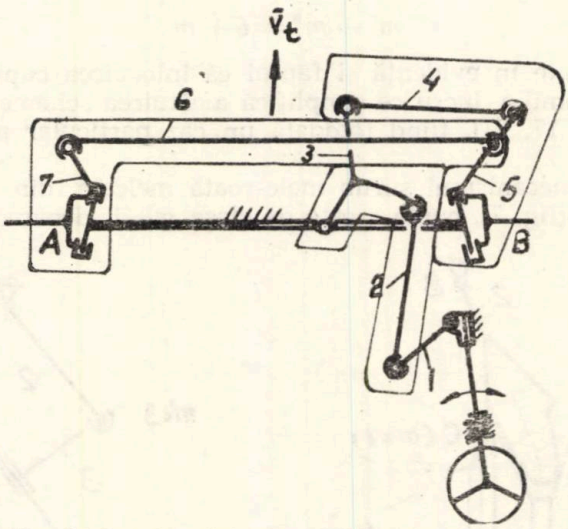


Fig. 8. Mecanismul de direcţie al tractorului U-450, cu o bară transversală.

casetei sau prin intermediul mecanismului de acţionare (fig. 8 şi 9). Mecanismul din figura 8 are în componenţa sa trei diade spaţiale de familie $f=0$. Se va analiza mai amănunţit structura mecanismelor din sistemul de direcţie al camionului SR-131 şi tractorului U-651.

Sistemul de direcţie al *camionului Carpaţi* (SR-131) — (fig. 9) are în componenţa sa mecanismele de mai jos :

— *Mecanismul de acţionare a casetei* de direcţie — un mecanism patrulater sferic format din axul volanului „1", crucea cardanică „2" şi axul melcului „3", constituind o articulaţie cardanică. Mecanismul este de familie $f=3$, cu $M_3=1$ ($n=3$; $c_5=4$-C, D, E, F).

— *Mecanismul casetei de direcție* — un mecanism melc globoidal-rolă format din melcul 3, rola 4′ și levierul „4". Rola 4′ este element pasiv, neinfluențînd cinematica mecanismului, de aceea se va considera solidarizată la levierul „4". Deoarece cupla G este de clasa $m=1$, mecanismul este de familia $f=0$, cu $M_0=1$ ($n_2=2$; $c_5=2$-F, H ; $c_1=1$-G). Dacă se introduce și rola 4′ cu cupla G', rezultă o mobilitate pasivă :

$$n=3,\quad c_5=3\,(F, G', H),\quad c_1=1\,(G)\Rightarrow M_0=6\cdot 3-5\cdot 3-1=2.$$

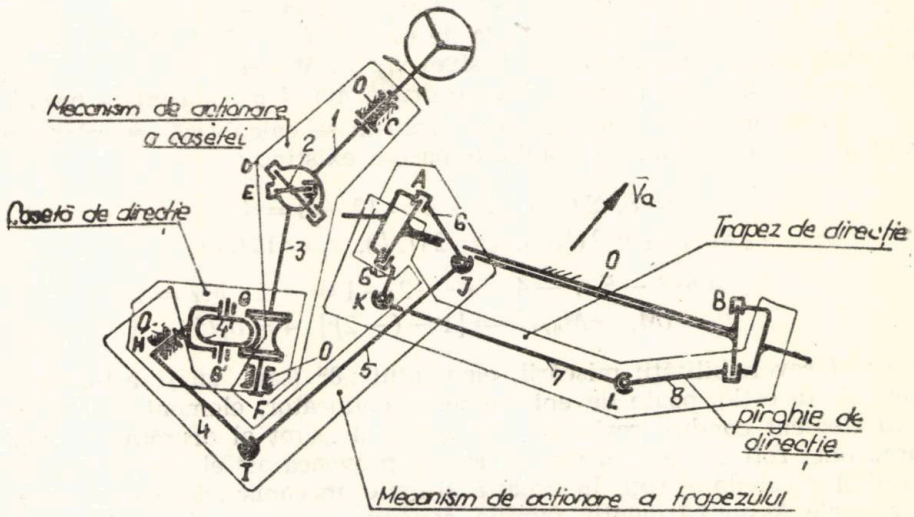


Fig. 9. Sistemul de direcție al autocamionului SR-131.

— *Mecanismul de acționare a trapezului de direcție* — un mecanism patrulater spațial format din levierul „4", bara longitudinală „5" și brațul fuzetei „6". Mecanismul este de familie $f=0$, cu $M_0=2$:

$$n=3,\quad c_5=2\,(H, A),\quad c_3=2\,(I, J)\Rightarrow M_0=6\cdot 3-5\cdot 2-3\cdot 2=2$$

Cele două articulații sferice, permit rotirea suplimentară a barei „5" în jurul propriului ax. Acest grad de mobilitate pasiv este necesar, nu numai din motive constructive, dar și pentru a ține cont de deplasările verticale ale caroseriei în raport cu puntea directoare. Acest grad de mobilitate pasiv al bielei „5" nu influențează mișcarea barelor „4" și „6".

— *Trapezul de direcție* — un mecanism patrulater spațial format din pîrghiile de direcție 6′—8 și bara transversală de direcție „7". Mecanismul aparține familiei $f=0$, cu $M_0=2$ ($n=3$; $c_5=2$-A, B ; $c_3=2$-k, L). Și aici apare un grad de mobilitate pasiv datorită existenței celor două articulații sferice la biela „7".

Gradul de mobilitate al întregului mecanism rezultă prin metoda legării mecanismelor, aplicînd relația (5). Mecanismul de legătură este format din bază împreună cu elementele 3-4-6 (dublu încercuite în figu-

ră). $M_l = 3$. Cele patru mecanisme componente au gradul de mobilitate $\Sigma M_f = 4$ (după anularea celor două grade de mobilitate pasive) :

$$\Sigma M_f^{i} = M_3 + M_0 + M_0 + M_1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \Rightarrow M =$$
$$= \Sigma M_f^{i'} - M_l = 4 - 3 = 1.$$

Mai apar trei grade de mobilitate pasive : rotaţia liberă în jurul propriului ax a elementelor 4'-5-7, rezultînd gradul de mobilitate total $M = 4$. De altfel aplicînd relaţia (4), prin descompunerea în grupe Assur, mecanismul este format din mecanismul fundamental 0-1, cu $M_f = 1$ şi patru grupe Assur : diada de familie $f = 3$ (2-3), monada de familie $f = 0$ (4, 4'), diada de familie $f = 0$ (5-6) şi diada de familie $f = 0$ (7-8). Deci gradul de mobilitate (după anularea celor pasive) va fi : $M = M_f + M_{gr} = 1$. Mecanismul este format prin lungire, fiecare grupă avînd o legătură la bază.

Familia aparentă a întregului mecanism se calculează cu relaţia (6). După anularea gradelor de mobilitate pasive, existînd :

$$n = 8,\ \Sigma c_m = 12 \rightarrow Z = 12 - 8 = 4 :$$
$$c_5 = 7,\ c_4 = 2\,(I, K), c_3 = 2\,(I, L),\ c_1 = 1\,(G) \Rightarrow$$
$$M_0 = 6 \cdot 8 - 5 \cdot 7 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 1 = -2;\ M_f = 1 :$$
$$f_a = (M_f - M_0)/Z = [1 - (-2)]. 4 = 0{,}75.$$

În cazul reversibilităţii mişcării, elementul „8“ (sau „6“) acţionat de roata de direcţie, poate deveni element conducător, elementul „1“ devenind element condus, realizîndu-se aşa zisul „simţ al drumului“. Deplasarea unei roţi din planul său de rulare provoacă astfel deplasarea volanului şi a celeilalte roţi. În această situaţie, mecanismele componente ca şi grupele Assur îşi menţin familia, structura conservîndu-se. Deplasarea pe verticală, datorită neregularităţilor drumului, provoacă înclinarea generală a punţii din faţă, deci trapezul de direcţie nu este influenţat decît în măsura în care între cinematica suspensiei şi a barei longitudinale „5“ nu este concordanţă. (Acelaşi mecanism este la autobuzul TV).

Sistemul de direcţie al *trapezului U-651* (fig. 10, tractor cu două punţi motoare) are în componenţa sa mecanismele de mai jos :

— *Mecanismul de acţionare a casetei* — un mecanism compus la rîndul său din trei articulaţii cardanice şi o transmisie şurub-piuliţă, formînd trei mecanisme componente, primele de familie $f = 3$ şi ultimul de familie $f = 2$, avînd mobilitatea după cum urmează :

— mecanismul cardanic [7] format din elementele mobile 1-2-3, la care se figurează cupla suprimată C ($n = 3$, $c_5 = 4$) $\Rightarrow M_3 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$;

— mecanismul cardanic format din elementele 3 — 4 — 5 $\Rightarrow M_3 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$;

— *mecanismul cardan-şurub-piuliţă* format din elementele 5 — 6 — 7 — 8, de familie $f = 2$ ($n = 4$, $c_5 = 5$) $\Rightarrow M_2 = 4n - 3c_5 - 2c_4 - c_3 = 4 \cdot 4 - 3 \cdot 5 = 1$.

— *Mecanismul casetei de direcţie* — un mecanism cremalieră-roată dinţată format din elementele 8-9, aparţinînd familiei $f = 0$;

$$(n = 2,\ c_5 = 2,\ c_1 = 1) \Rightarrow M_0 = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - 1 = 1.$$

— *Mecanismul de acționare a trapezului* — un mecanism patrulater format din elementele 9'-10-11, aparținînd familiei $f=0$ ($n=3$, $c_5=2$, $c_3=2$) $\Rightarrow M_0=6\cdot 3-5\cdot 2-3\cdot 2=1+1$.

— *Trapezul de direcție* — un patrulater spațial format din elementele 11' — 12 — 13, aparținînd familiei $f=0$ ($n=3$, $c_5=2$, $c_3=2$) $\Rightarrow M_0=2$, (Eielele „10" și „12" posedă cîte un grad de mobilitate pasiv, fiind legate cu două cuple sferice).

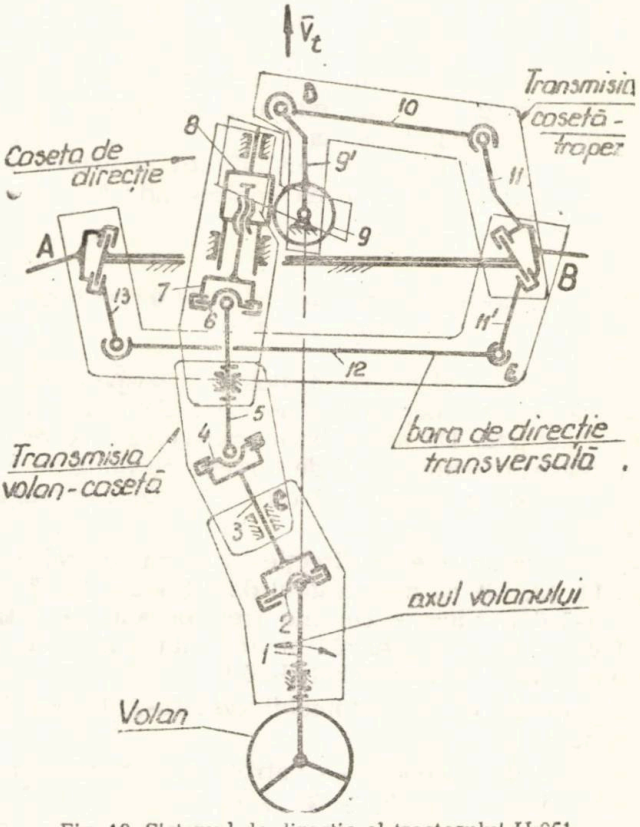


Fig. 10. Sistemul de direcție al tractorului U-651.

Folosind metoda legării mecanismelor, mecanismul de legătură va fi format din bază împreună cu elementele 3-5-8-9-11, dublu încercuite în figură, deci gradul său de mobilitate va fi $M_l=5$. Cele șase mecanisme componente vor avea gradul de mobilitate șase (după anularea celor pasive) :

$$\Sigma M_f^l = M_3 + M_3 + M_2 + M_0 + M_0 + M_0 = 1+1+1+1+1+1=6:$$

$$M = \Sigma M_f^l - M_l = 6-5=1.$$

De altfel despărțind mecanismul în grupe Assur de diferite familii, el va fi compus din mecanismul fundamental 0-1 și șase grupe Assur (2, 3 ; 4, 5; 6, 7, 8; 9; 10, 11; 12, 13), astfel că $M=M_f+M_{gr}=1$ (după anularea gradelor de mobilitate pasive).

Familia întregului mecanism se deduce după anularea mobilităţilor pasive :

$$\Sigma c_m = 19;\ n = 13 \Rightarrow Z = \Sigma c_m - n = 19 - 13 = 6:$$

$$n = 13,\ c_5 = 14;\ c_4 = 2\ (D, E);$$

$$c_3 = 2;\ c_1 = 1 \Rightarrow M_0 = 6 \cdot 13 - 5 \cdot 14 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 1 = -7;$$

$$M_f = 1,\ f_a = \frac{1 - (-7)}{6} = 1{,}333.$$

Familia fiind fracţionară, între unu şi doi, mecanismul nu se va putea încadra în nici-o familie. Aplicînd relaţia lui M_1 rezultă mecanism supraconstrîns ($M<0$), iar aplicînd relaţia lui M_2 rezultă mecanism cu mobilitate superioară ($M>1$). În cazul reversibilităţii, structura nu se schimbă, elementele „11" sau „13" devenind elemente conducătoare datorită acţiunii prin şoc a drumului.

§ 3. *Analiza structurală a mecanismelor de direcţie cu două bare transversale*

Sistemul de direcţie al autovehiculelor cu suspensie independentă a roţilor trebuie să permită deplasarea pe verticală a unei roţi fără ca direcţia să fie influenţată. De aceea bara transversală se execută *segmentată* (fig. 2). În cazul patrulaterului de direcţie cu două bare transversale, mecanismul de acţionare antrenează direct barele transversale printr-o pîrghie oscilantă.

Se reprezintă mecanisme de direcţie cu volan central, pe dreapta sau pe stînga (fig. 11, 12, 13), cu mecanismul de acţionare 1-2-3 şi patrulaterul de direcţie 3'-4-5-6-7. Fiecare conţine trei mecanisme patrulatere spaţiale. Se va face analiza structurală amănunţită a sistemului de direcţie de la automobilul ZIL-110 şi tractorul U-650.

Mecanismul de direcţie al *automobilului ZIL-110* (fig. 14) se compune din trei mecanisme.

— *Mecanismul de acţionare* — patrulater spaţial format din elementele 1 — 2 — 3 ($n=3, c_5=2, c_3=2$) $\Rightarrow M_0 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 2$.

— *Patrulaterul de direcţie* — două patrulatere spaţiale 3-4-5 şi 3-6-7, avînd fiecare $M_0=2$. Toate cele trei mecanisme au cîte un grad de mobilitate pasiv la bielele 2, 4 şi 6, datorită existenţei la ambele capete a unor articulaţii sferice. Întreg mecanismul va fi mecanism spaţial de familie $f=0$, pentru care $M_0=6.7-5.4-4.3-3.3=1$ (după anularea celor pasive). Simţul drumului (mişcarea inversă-deplasarea roţilor din planul de rulare datorită lovirii de neregularităţile drumului) apare prin devenirea fuzetei „5" sau „7" drept element conducător. La deplasarea independentă pe verticală a roţilor, prin trecerea peste neregularităţi, intră în mişcare patrulaterele plane ale suspensiei. Referindu-ne la partea dreaptă, cupla pivot-fuzetă execută o deplasare după o curbă de bielă (8-element conducător). Se poate imagina că această deplasare a cuplei se asigură printr-o patină „7" care se mişcă pe respectiva curbă de bielă, materializată sub forma unui ghidaj. Mecanismul obţinut (schema „*b*") este format din diada 6-7

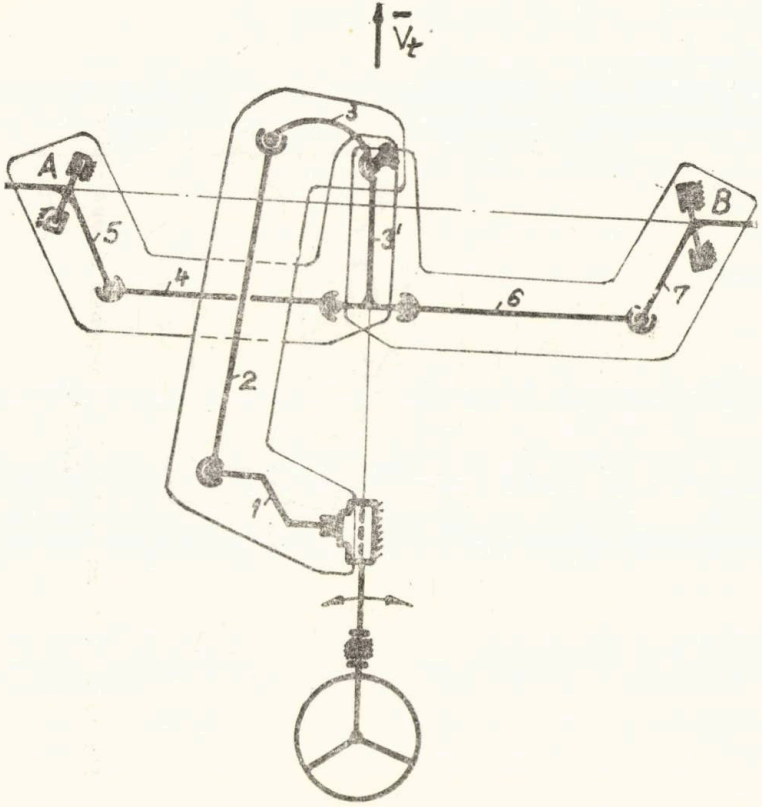


Fig. 11. Mecanismul de direcție al tractorului U-400 (FIAT), cu două bare transversale.

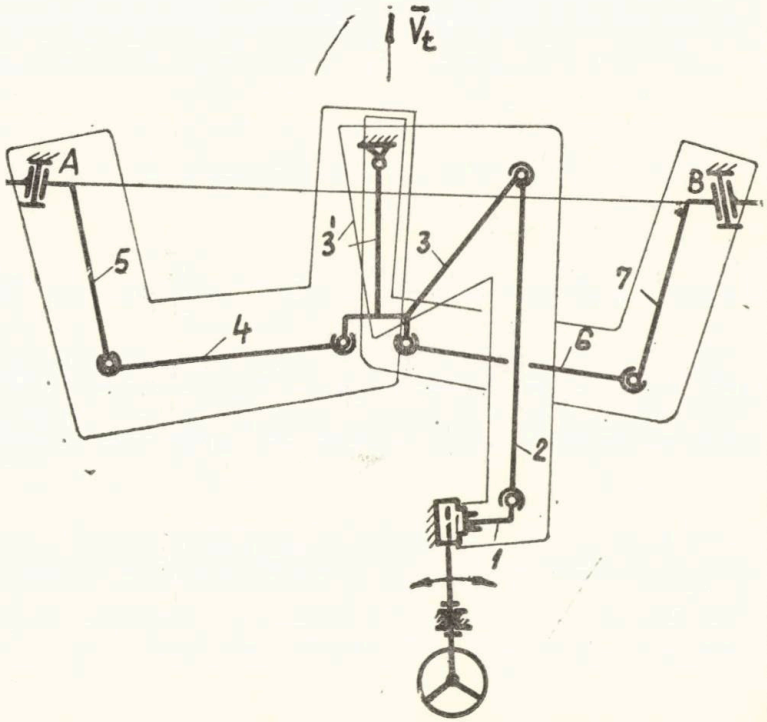


Fig. 12. Mecanismul de direcție al tractorului U-500.

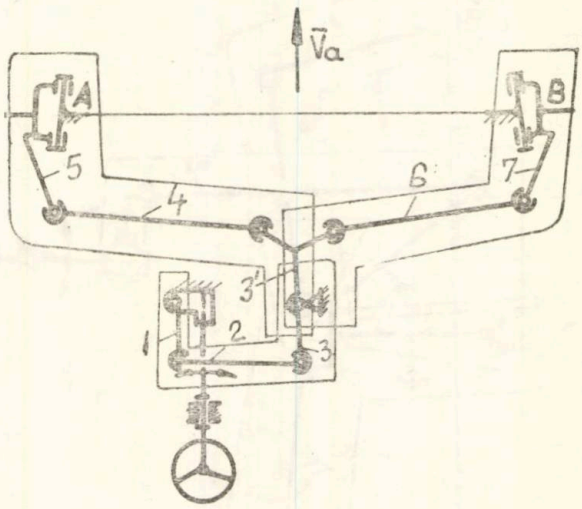


Fig. 13. Mecanismul de direcție al autoturismului FIAT-1100.

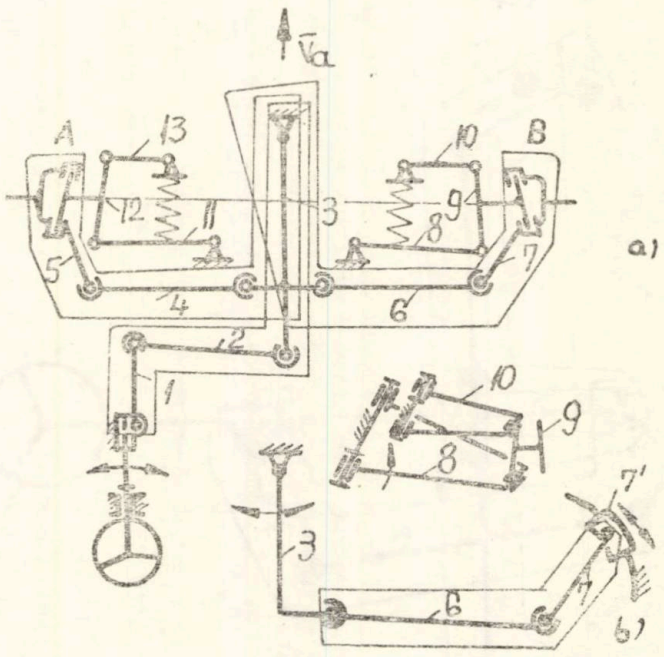


Fig. 14. Mecanismul de direcție și suspensie al automobilului ZIL-110.

și elementele conducătoare 3-7', astfel că mișcarea independentă pe verticală a roții nu influențează brațul oscilant 3, deci nici volanul, nici cealaltă roată.

Sistemul de direcție al *tractorului U-650* (fig. 15) se compune din mecanisme analizate anterior, astfel :

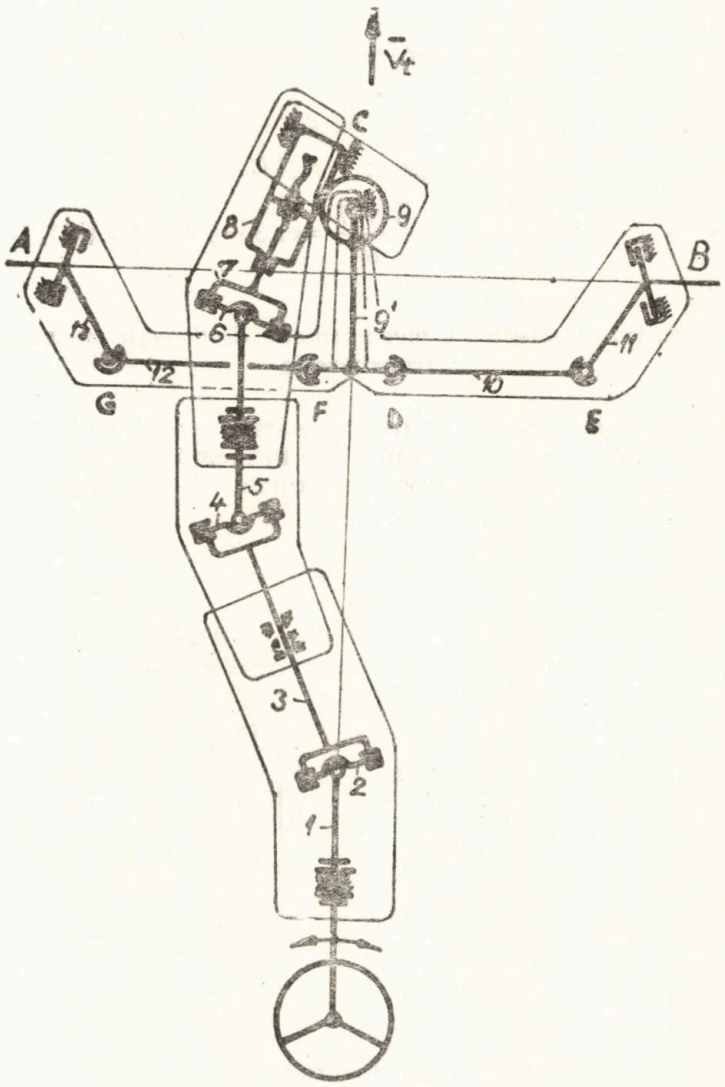


Fig. 15. Sistemul de direcție al tractorului U-650.

— *Mecanismul de acționare a casetei* — un mecanism format identic cu cel al tractorului U-651, compus deci din două mecanisme cardanice de familie $f=3$ și un mecanism cardan-șurub-piuliță de familie $f=2$, astfel că, succesiv, mobilitatea va fi : $M_3=1$, $M_3=1$, $M_2=1$.

— *Mecanismul casetei de direcție* — un mecanism cremalieră-roată dințată, avînd $M_0=1$, identic cu cel de la U-651.

— *Patrulaterul de direcție* — format din două mecanisme patrulatere spațiale 9'-10-11 și 9'-12-13, fiecare avînd $M_0=1$ (după anularea bineînțeles a mobilităților pasive ale bielelor); M_{total} va rezulta unu: $M_l=5$, mecanismul de legătură fiind format din baza „0" împreună cu elementele 3-5-8-9-9, iar $\Sigma M_f^l=6$, fiind șase mecanisme componente (după anularea mobilităților pasive). Familia întregului mecanism se va deduce astfel:

$$\Sigma c_m=19,\ n=13\Rightarrow Z=6;\ c_5=14,\ c_4=2\,(D,\ F),$$

$$c_3=2\,(E,\ G);\ c_1=1\,(C);\Rightarrow$$

$$M_0=-7,\ M_f=1\Rightarrow f_a=\frac{1+7}{6}=1{,}33\Rightarrow M_1<0\ \text{și}\ M_2>1.$$

§ 4. *Analiza structurală a mecanismelor de direcție cu trei bare transversale*

Mecanismele de direcție cu trei bare transversale au și două pîrghii oscilante (care împreună cu bara mijlocie formează un paralelogram). Barele transversale marginale se pot lega direct de biela paralelogramului

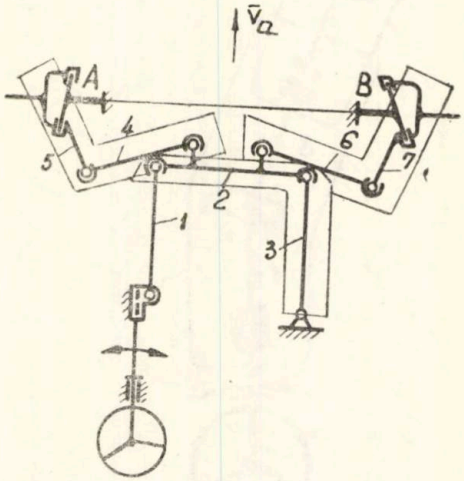


Fig. 16. Mecanism de direcție cu trei bare transversale și antrenare prin bielă.

sau de cele două manivele. În schemele din figurile 16 și 17, paralelogramul plan este format din elementele 1-2-3, avînd $M_3=1$, după anularea eventualelor grade de mobilitate pasive. În figura 16 mecanismul este posterior, cu antrenare de la bielă, iar în figura 17 mecanismul de direcție este anterior, cu antrenare de la balansiere 1 și 3, ambele avînd în com-

ponență trei grupe Assur. Se va analiza amănunțit sistemele de direcție de la vehiculele M-20 și M-240.

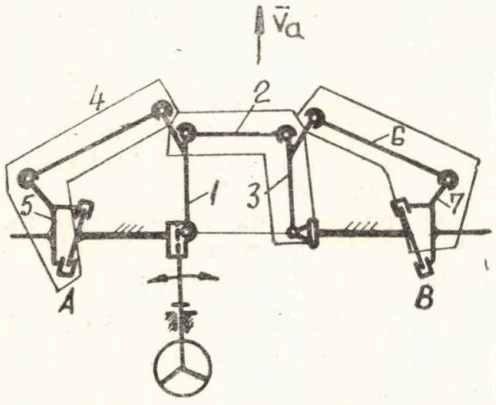


Fig. 17. Mecanism de direcție cu trei bare transversale și antrenare prin brațe oscilante.

Sistemul de direcție al *automobilului M-20* (fig. 18) este compus din următoarele mecanisme :

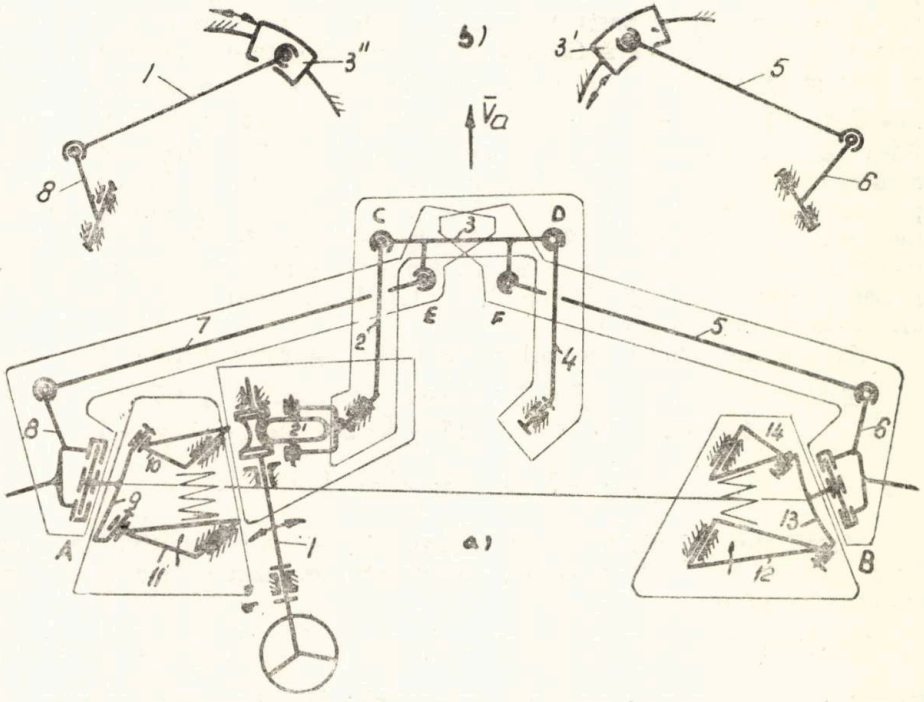


Fig. 18. Sistemul de direcție și suspensie al autoturismului M-20.

Mecanismul casetei de direcţie — un mecanism melc-roată oscilantă, aparţinînd familiei $f=0$: $n=2$, $c_5=2$, $c_1=1 \Rightarrow M_0=6\cdot 2-5\cdot 2-1=1$ fără mobilitatea pasivă a rolei „2'".

— *Mecanismul de acţionare* — un mecanism paralelogram (deşi cuplele *C-D* sînt articulaţii sferice) format din elementele 2 — 3 — 4: $n=3$, $c_5=4 \Rightarrow M_3=3\cdot 3-2\cdot 4=1$.

— *Patrulaterul de direcţie* — un mecanism compus din cinci elemente mobile 3-5--6-7-8, antrenat de către biela „3", formînd separat două mecanisme bielă-balansier 3-5-6 şi 3-7-8. Cele două mecanisme bielă-balansier sînt antrenate de biela „3", care execută o mişcare determinată (translaţie circulară). Se imaginează astfel biela „3" sub forma unor patine 3 şi 3'' care se deplasează pe un ghidaj circular care materializează curba de bielă a cuplelor E şi F, fiecare mecanism avînd gradul de mobilitate unu (fără mobilitatea pasivă a bielelor 5 şi 7) :

$$n=3,\ c_5=2,\ c_4=1.\ c_3=1 \Rightarrow M_0=6\cdot 3-5\cdot 2-4\cdot 1-3\cdot 1=1,$$

respectiv $M_0=1$.

— *Mecanismul suspensiei* — un mecanism patrulater plan la fiecare roată directoare, format din elementele 9-10-11, respectiv 12-13-14 : $n=3$, $c_5=4 \Rightarrow M_3=3\cdot 3-2\cdot 4=1$, respectiv $M_3=1$. Mecanismele suspensiei sînt independente, fiecare antrenate de neregularităţile drumului, cuplele **E** şi *F* rămînînd fixe în timpul deplasării pe verticală a roţilor, deci în timpul cînd „11" şi „12" devin elemente conducătoare.

Legînd mecanismele componente într-un tot unitar, considerînd cuplele *E* şi *F* de clasa a 4-a, *C* şi *D* de clasa a 5-a şi imobilizînd 2' (pentru anularea mobilităţilor pasive) gradul de mobilitate rezultă astfel : $M_f=3$ — (mecanismul de legătură fiind format din bază împreună cu elementele 2, 3 şi 3') $\Sigma M_f^j=6$ (fiind şase mecanisme componente) rezultă $M=\Sigma M_f^j-M_f=6-3=3$ (cele trei elemente conducătoare fiind 1, 11 şi 12). Fără suspensie rezultă: $\Sigma M_f^j=4 \Rightarrow M=4-3=1$. De altfel separînd mecanismul în grupe Assur de familii diferite, mecanismul final va fi compus din trei mecanisme fundamentale (1-0; 11-0; 12-0) şi şase grupe cinematice (2; 3, 4; 5, 6; 7, 8; 9, 10; 13, 14), deci $M=M_f+M_{gr}=3$. Excluzînd mecanismele suspensiei, rămîne un singur mecanism fundamental (1-0) şi patru grupe Assur (2; 3, 4; 5, 6; 7, 8) astfel că gradul de mobilitate devine unu $M=M_f+M_{gr}=1$.

Familia întregului mecanism, incluzînd şi mecanismele suspensiei :

$$\Sigma c_m=20,\ n=14 \Rightarrow Z=\Sigma c_m-n=6;\ c_5=15,\ c_4=2,\ c_3=2,$$
$$c_1=1 \Rightarrow M_0=6\cdot 14-5\cdot 15-4\cdot 2-3\cdot 2-1=-6;$$
$$M_f=3,\ f_a=\frac{3+6}{6}=1{,}50.$$

Mobilitatea calculată cu relaţia familiei $f=1$ va fi negativă, iar cu relaţia familiei $f=2$ este pozitivă. Excluzînd mecanismele suspensiei, mecanismul are familia

$$f=0{,}75:\ \Sigma c_m=12;\ n=8,\ Z=4,\ c_5=7,\ c_4=2,\ c_3=2.\ c_2=1.$$
$$M_0=6\cdot 8-5\cdot 7-4\cdot 2-3\cdot 2-1=-2;\ M=1,\ f_a=\frac{1+2}{4}=0{,}75.$$

Structura se conservă în mișcarea inversă, elementele 6 și 8 devin conducătoare, influențîndu-se poziția celeilalte roți și a volanului („simțul drumului").

Mecanismul de direcție al *automobilelor ZIM și M-240* (fig. 19), excluzînd mecanismele suspensiei, va fi compus tot din trei mecanisme 1-2-3, 1-4-5 și 3-6-7, barele „4" și „6" fiind legate de manivelele 1 respectiv 3. În mișcarea inversă 7 (sau 5) devine element conducător. La trecerea peste neregularități, mecanismele suspensiei antrenează cupla *A* sau *B* pe o curbă de bielă, care materializată va da mecanismul din sche-

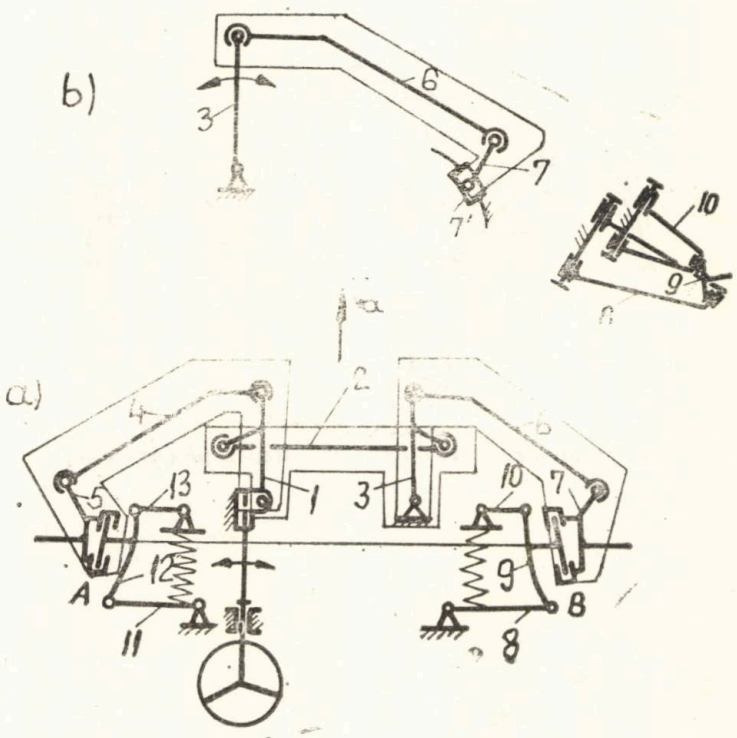


Fig. 19. Mecanismul de direcție și suspensie al automobilelor ZIM și M-240.

ma „*b*", cu două elemente conducătoare, realizînd astfel independența direcției față de suspensie.

§ 5. *Analiza structurală a mecanismelor de direcție de construcție specială*

În figurile 20, 21, 22, 23 se prezintă patru mecanisme de direcție, la care formele prezentate anterior nu se întîlnesc decît parțial. Sînt tot mecanisme spațiale cu grade de libertate pasive ale bielelor. În schema din figura 20 intră trei diade, din care două de familie $f=0$ și una de

familie $f=3$. Considerînd prima diadă tot de familie $f=0$, ceea ce se întîmplă în cazul impreciziilor, mobilitatea întregului mecanism va fi patru ($n=7$ $c_5=4$, $c_3=6 \Rightarrow M_0=6.7-5.4-3.6=4$) din care trei grade pasive ale bielelor 2-4-6. În schemele din figurile 21 și 22 intră două diade de familie $f=0$, dispuse în paralel [28]. Tot două diade conține și mecanismul din figura 23, astfel că $n=5$, $c_5=3$, $c_4=4 \Rightarrow M_0=3$, bielele „2" și „4" avînd cîte o mobilitate pasivă.

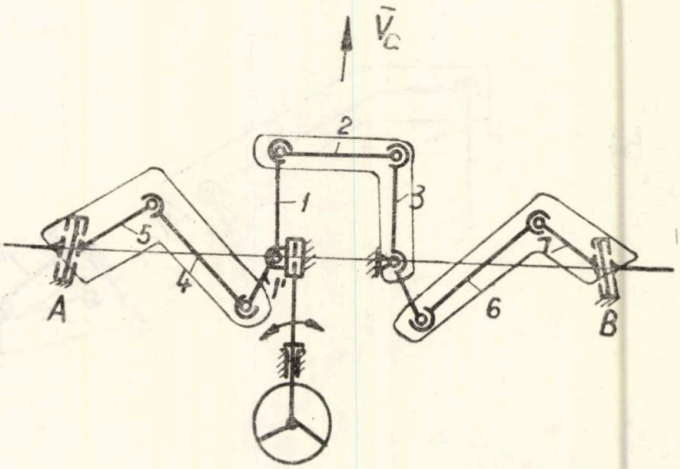


Fig. 20. Mecanism de direcție fără trapez, propunere [8].

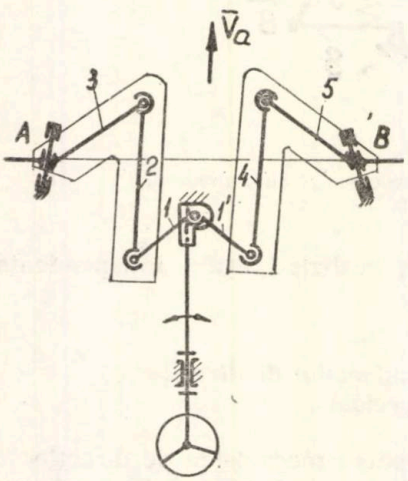


Fig. 21. Mecanism de direcție fără trapez, propunere [8].

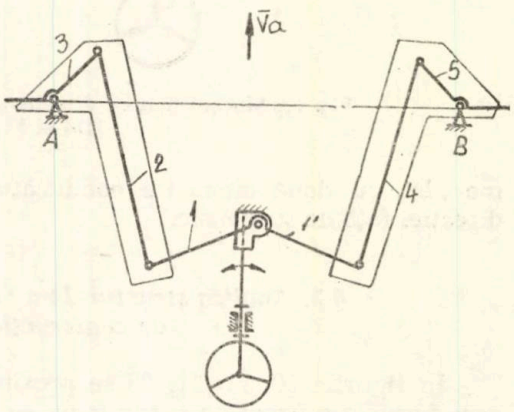


Fig. 22. Mecanism de direcție cu rotire inversă a fuzetelor (brevet de invenție [28]).

Schemele din figurile 24 și 25 au mecanisme de direcție cu *cremaliera* solidară cu bara transversală, care au avantajul construcției simple și a preciziei cinematice ridicate. În figura 24, mecanismul de direcție este de tipul patină-balansier și are în componența sa două diade. Gradul de mobilitate va fi trei ($n=5, c_5=3, c_3=4 \Rightarrow M_0=3$) din care două sînt pasive. În figura 25 se reprezintă sistemul de direcție cu cremalieră al autotu-

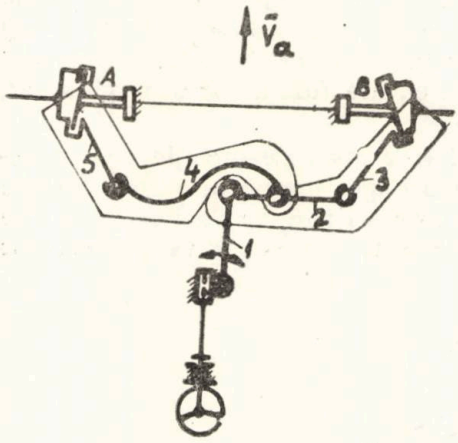


Fig. 23. Mecanism de direcție cu două bare transversale legate direct.

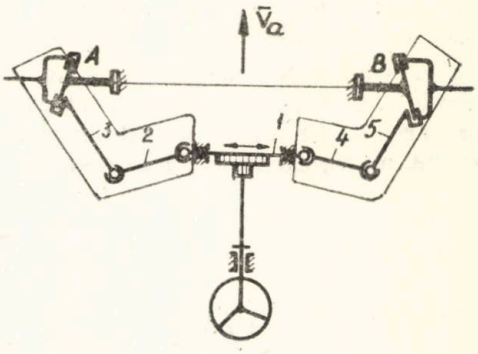


Fig. 24. Mecanism de direcție cu cremalieră.

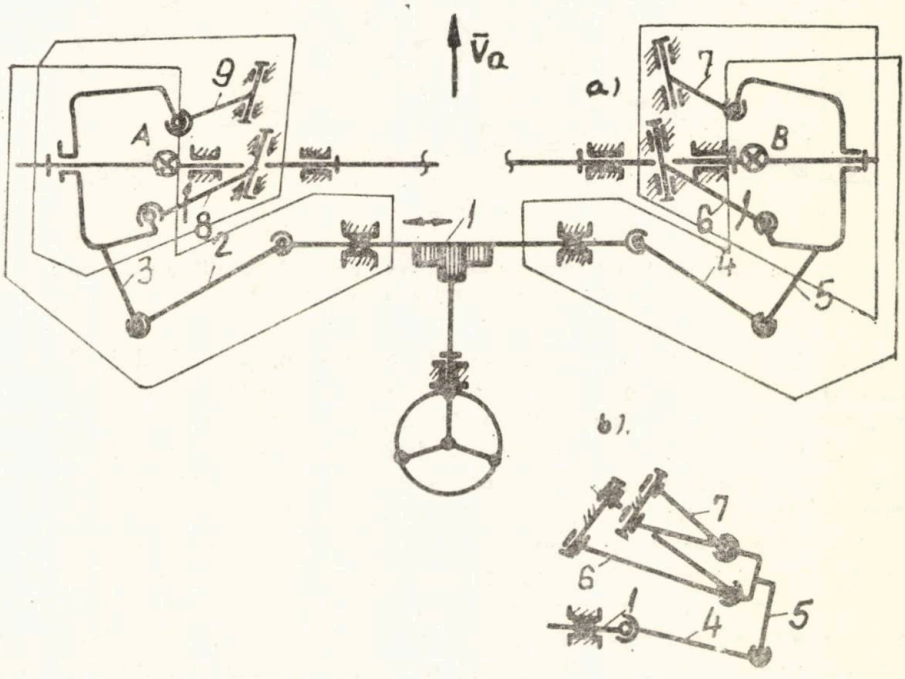


Fig. 25. Sistemul de direcție al autoturismului Dacia-1300.

rismului *Dacia-1300*. Mecanismul de direcţie se compune din două mecanisme patină-balansier (1-2-3 şi 1-4-5), aparţinînd familiei $f=0$. Aceasta deoarece elementul fuzetă 2 (sau 5) se leagă de elementul 3 (respectiv 4) printr-o cuplă de clasa 3-a, iar de elementele 8, 9 (sau 6, 7) tot prin cuple sferice, de la care se utilizează mişcarea de rotaţie în jurul axei ce trece prin cele două articulaţii (adică practic o cuplă de clasa 5-a) $\Rightarrow n=3$, $c_5=2$, $c_3=2$, $M_0=2$) (un grad fiind pasiv). În cazul reversibilităţii mişcării, fuzetele „3" sau „5" devin conducătoare. În cazul deplasării pe verticală a roţii (din dreapta, de exemplu) datorită neregularităţilor drumului, elementul „6", luat drept element conducător, antrenează fuzeta „5" şi pîrghia „4", bara „1" rămînînd fixă.

O construcţie specială [11] a unui mecanism de direcţie pentru vehicule care suportă înclinaţii laterale mari spre interiorul curbei, fără ca bracarea să fie influenţată de mişcarea caroseriei în timpul înclinării, este arătat în figura 26. În mişcarea de comandă a direcţiei transmiterea se

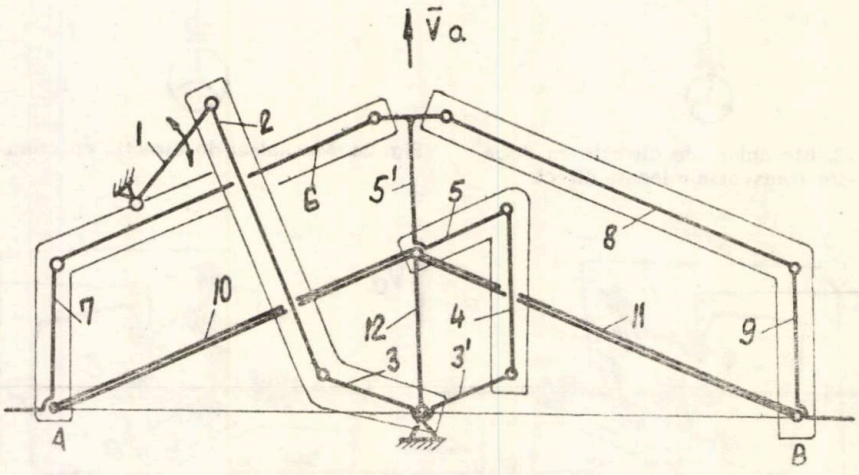


Fig. 26 Mecanism de direcţiepentru vehicule cu înclinaţii laterale mari în curbe (brevet de invenţie [11]).

face de „1" la „7" şi „9" fără să se influenţeze poziţia cadrului 10—11. În momentul înclinării, pîrghia „12" oscilează deplasînd cadrul 10—11 la dreapta sau la stînga, barele 6—8 deplasîndu-se paralel cu 10—11, astfel ca pîrghiile 7—9 să nu se încline. Există posibilitatea unor variate combinaţii de mişcări. În schemă, mecanismul s-a reprezentat plan şi s-a despărţit în diade, numai pentru cazul mişcării de bracare.

Un alt brevet de invenţie [18] propune mecanismul din figura 27, avînd „trapezul" 2-3-4-5 cu barele transversale 2—4 culisante. Prin antrenarea şi a cadrului „6", se poate asigura ca prelungirea axelor roţilor să se intersecteze tot timpul, în curbă, pe osia din spate, asigurînd rularea fără alunecare a roţilor. Structural mecanismul este compus din două diade plane.

§ 6. *Analiza structurală a mecanismelor de direcție multiple*

Vehiculele cu mai multe punți directoare, utilizate pentru micșorarea razei de viraj, a lățimii benzii de drum necesară întoarcerii și a rezistențelor de înaintare (roțile din spate rulează pe urmele celor din față) necesită un sistem de direcție mai complicat.

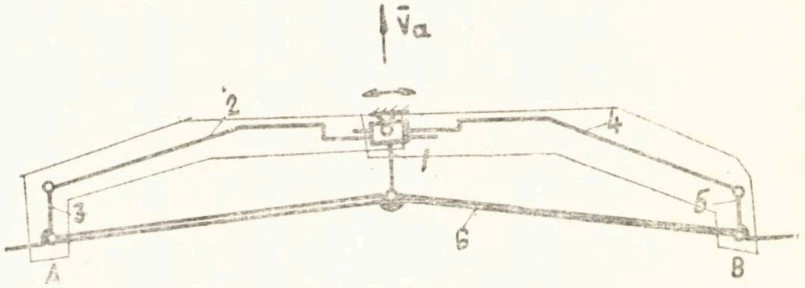


Fig. 27. Mecanism de direcție cu bare culisante (brevet de invenție [18]).

În figura 28 se prezintă un mecanism de direcție pe două punți, cu trapez, format din șase diade, iar în figura 29 un brevet de invenție [22] cu patrulater de direcție, format din cinci diade și două monade. Desigur

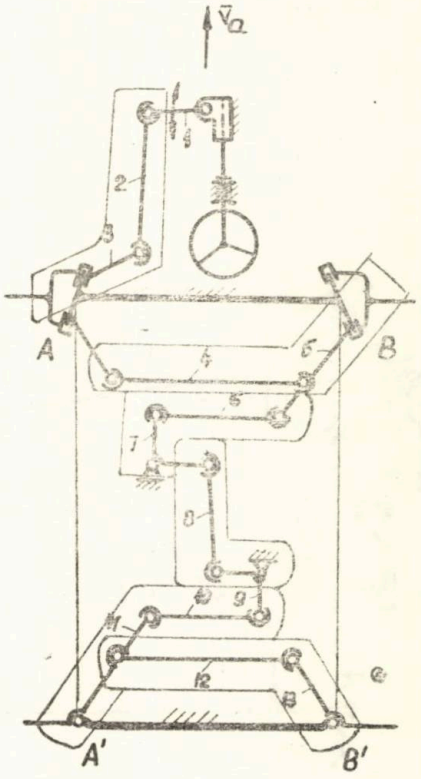


Fig. 28. Sistem de direcție pe două punți directoare cu suspensie depedentă a roților.

eliminînd gradele de mobilitate pasive, mecanismele vor fi desmodrome. În figura 30 se prezintă un sistem de direcţie de construcţie complicată [27], compus din unsprezece diade plane sau spaţiale, cu grade de mobilitate pasive ; mecanismele vor fi desmodrome. Mecanismul din figura 31 [29] este propus pentru vehicule cu patru punţi directoare. Mecanismele de direcţie de la punţile din faţă conţin nouă diade (cele din spate sînt simetrice). Se preferă însă înlocuirea mecanismelor ajutătoare prin acţionări hidraulice.

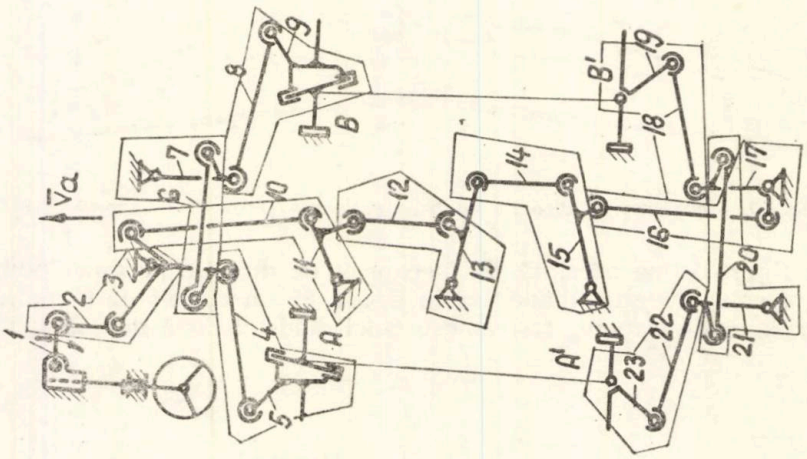


Fig. 30. Sistem de direcţie pe două punţi directoare cu suspensie independentă a roţilor [27].

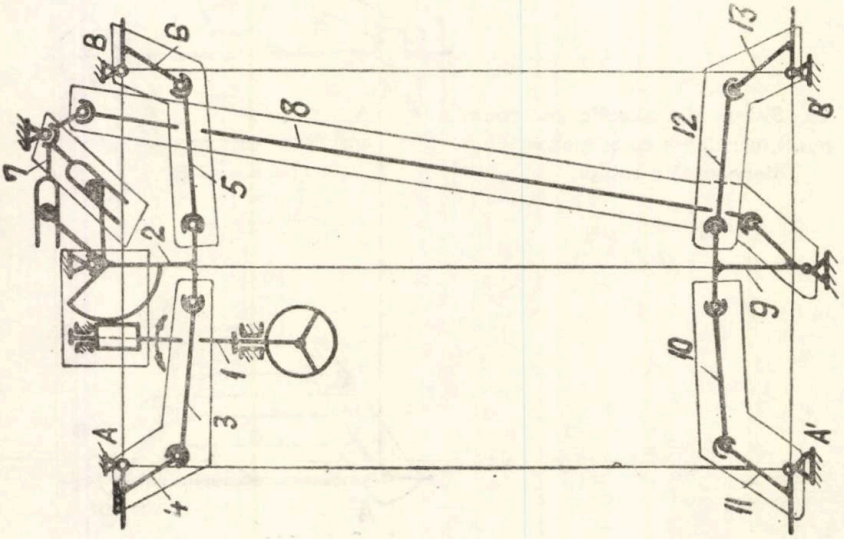


Fig. 29. Sistem de direcţie pe două punţi directoare (brevet de invenţie [22]).

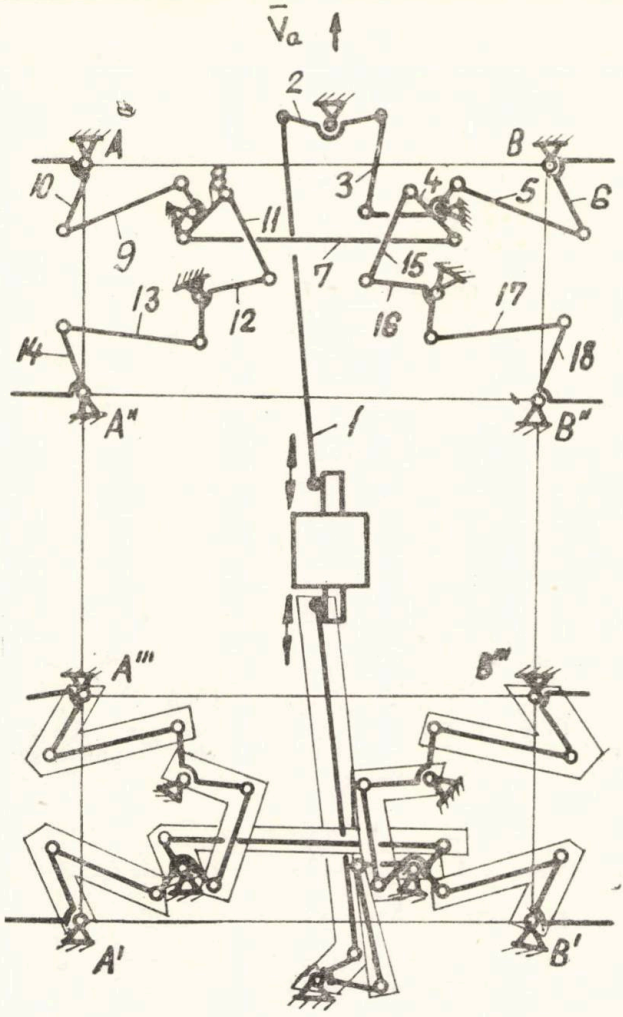


Fig. 31. Sistem de direcție pe patru punți directoare (brevet de invenție [29]).

Catedra de organe de mașini și mecanisme
Institutul politehnic Brașov
Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Alexandru, P.*, Sistemul de direcție al autovehiculelor pe roți. Referat susținut la catedra TMM — Institutul politehnic București, mai, 1969.
2. *Alexandru, P.*, Analiza structurală și cinematică a mecanismelor de direcție ale autovehiculelor pe roți. Referat susținut la a XII-a sesiune științifică a Institutului politehnic București, mai, 1969.
3. *Alexandru, P.*, Aspecte ale mobilității mecanismelor. Buletinul Institutului politehnic Brașov, vol. X, 1968.
4. *Bastow, D.*, Suspension and steering — Automobile Engineer, nr. 6, 1968.
5. *Bogdan, R., Bugaevski, E., Pelecudi, Chr.*, Contribuții la clasificarea mecanismelor spațiale. St. cerc. mec. apl., nr. 8, 1957.

6. *Buharin, N., Prozorov, V., Sciukin, M.*, Avtomobili. Maşinostroenie, 1965.
7. *Dudiţă, Fl.*, Transmisii cardanice. Ed. tehnică, Bucureşti, 1966.
8. *Forkel Dirk*, Ein Beitrag zur Auslegung von Fahrzeuglenkung. D.K.F.S., nr. 145, 1961.
9. *Gold, B.*, Construirovanie i rasciot avtomobilea. Maşghiz, 1962.
10. *Hasselgruber, H.*, Zur Lenkgeometrie von vierrädrigen Strassenkraftfahrzeugen Anforderungen und Austzürungsmöglichkeiten. VDI Berichte 77, 1965.
11. *Kolbe, I.*, Mécanisme de direction pour véhicule. Brevet d'invention, nr. 1.508.778, B 62 d, SUA, 1967.
12. *Manafu, V.*, Teoria mecanismelor şi maşinilor. Structura şi cinematica. Editura tehnică, Bucureşti, 1959.
13. *Manolescu, N.*, Asupra mecanismelor formate din lanţuri cinematice de diferite familii. St. cerc. mec. apl., nr. 3, 1961.
14. *Manolescu, N., Manafu, V.*, Sur la détermination du dégré de mobilité des mécanismes. Buletinul Institutului politehnic Bucureşti, nr. 5, 1963.
15. *Manolescu, N.*, Une méthode unitaire pour la formation des chaines cinématiques et des mécanismes plans articués avec defférents dégrés de liberté et mobilité. St. cerc. mec. apl., Bucureşti, nr. 6, 1964.
16. *Manolescu, N.*, Pentru adoptarea unui punct de vedere unitar în studiul analizei structurale a lanţurilor cinematice şi a mecanismelor. St. cerc. mec. apl., Bucureşti, nr. 2, 1969.
17. *Manolescu, N.*, Contribuţii la sinteza numerică, structurală şi cinematică a grupelor Assur, a lanţurilor cinematice, a mecanismelor şi mecanismelor motor-plane articulate. Teză de doctorat, Institutul politehnic, Bucureşti, 1969.
18. *Monney, A.*, Sisteme de direction pour véhicles. Brevet d'invention, nr. 1, 1.515.946, B 62 d, Franţa, 1966.
19. *Marrosselli, I.*, L'automobile et ses grands problèmes. Paris, 1958.
20. *Pelecudi, Chr.*, Metoda conturelor în sinteza numerică şi structurală a lanţurilor cinematice. St. cerc. mec. apl., nr. 3, 1967.
21. *Pelecudi, Chr.*, Bazele analizei mecanismelor. Ed. acad. R.S.R., 1967.
22. *Radincov, B., Vasilenco, M.*, Rulevoi privod dlea kolesnîh maşin so vsei upravleanimi kolesami. Opisanie izobretaniea, nr. 795.839, 63 C 47, URSS, 1966.
23. *Sicorski, I.*, Ustawiena kol Kierowaneych i sworzani zwratnisna statecznosc ruch samochadu. Tech. Motoryzacyjna, 10, 1961.
24. *Untaru, M., Cimpeanu, V., Seitz, N., Soare, I.*, Automobilul. Ed. did. şi ped., Bucureşti, 1968.
25. *Venk, E., Billet, W., Alley, W.*, Automotive. London, 1962.
26. *Voinea, R., Atanasiu, M.*, Contribution à l'étude de la structure des chaînes cinématiques. Buletinul Institutului politehnic Bucureşti, nr. 1, 1960.
27. *Crupehnin, G., Lipovski, L.*, Rulevoi privod na perednîe i zdanie colesa. Avtomob. transport, nr. 11, 1967.
28. *Martin Gavin, Patrick Blandy*, Steering gear for tractor vehicles. Brevet de invenţie, nr. 1033985, B 62 d, Anglia.
29. * * * Dispositif de comande de direction de roues de véhicules à quatre essieux. Brevet d'invention, nr. 1.479.023, B 62 d, RDG, 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

C.Z.: 621.8.02

SINTEZA MECANISMULUI PATRULATER SPAȚIAL ÎN FUNCȚIE DE UNGHIUL DE PRESIUNE

PĂUN ANTONESCU

1. Introducere

Funcționarea în bune condițiuni a mecanismelor în general și a celor spațiale în special depinde în mod direct de mărimea unghiurilor de presiune.

Influența unghiului de presiune asupra funcționării optime a mecanismelor spațiale este cu atît mai mare cu cît mișcările realizate sînt mai lente.

În această situație forțele de inerție sînt neglijabile.

Dacă se face ipoteza că și greutățile elementelor sînt mici în comparație cu forțele motoare și de rezistență atunci forța F transmisă prin biela 2 a mecanismului patrulater spațial (fig. 1) este orientată în lungul acesteia solicitînd-o la întindere sau compresiune.

Forța utilă F_{t_3} care pune în mișcare elementul condus, balansierul 3, este orientată evident după tangenta la traiectoria articulației B. Ea reprezintă una din cele trei componente ale forței F din lungul bielei și este dată de relația (1).

$$F_{t_3} = F \cos \beta \tag{1}$$

unde β este unghiul format de direcția bielei AB cu tangenta tt la cercul C_B (fig. 1).

Celelalte componente F_a (care acționează în direcția axei D_3 de rotație a elementului 3) și F_n (care acționează în lungul balansierului) se calculează cu relațiile (2), (3) :

$$F_a = F \sin \beta \cos \gamma \tag{2}$$

$$F_n = F \sin \beta \sin \gamma \tag{3}$$

unde unghiul γ este format de direcția axei D_3 cu componenta $F \sin \beta$.

Este de dorit ca forța F să se transmită în procent cît mai mare pe direcția tt [2] astfel că unghiul β trebuie să fie cît mai mic. Din acest motiv am considerat oportună numirea acestui unghi β, format de biela AB

cu tangenta *tt* la cercul C_B descris în mișcarea balansierului, unghi de presiune la mecanismul patrulater spațial, în comparație cu aceeași noțiune utilizată în [4].

Complementul unghiului β, format de bielă cu planul determinat de balansier și axa sa de rotație, poate fi numit unghi de transmitere [3] prin extinderea noțiunii respective de la mecanismele plane.

În acest fel unghiul de presiune trebuie să fie limitat superior la o valoare maximă β_{max} prin analogie cu unghiul de presiune la mecanismele cu came.

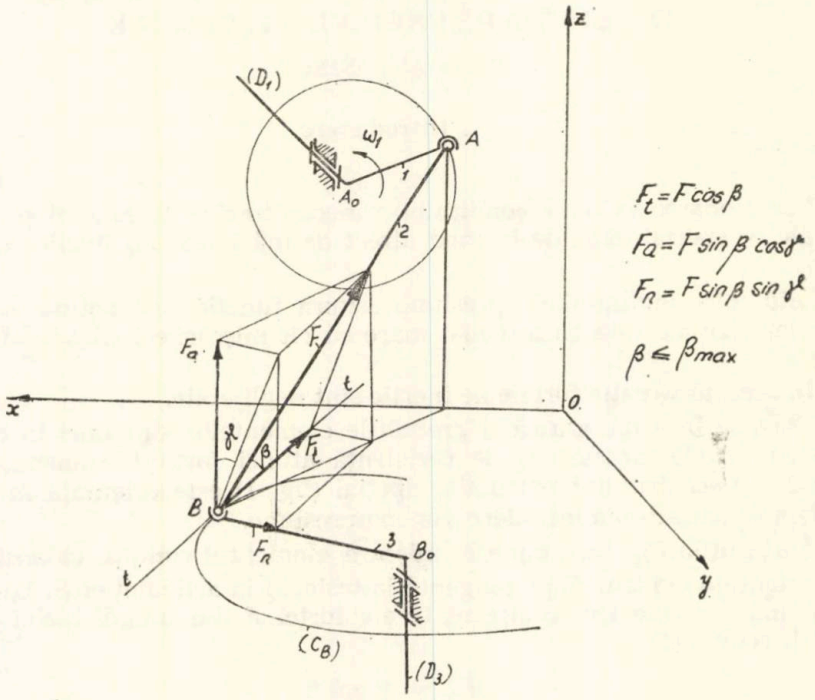


Fig. 1

2. Determinarea unghiului de presiune β pentru o anumită poziție a mecanismului patrulater spațial

Pentru o anumită poziție a manivelei 1, dată prin unghiul φ, se trasează la scară mecanismul patrulater spațial în dublă proiecție ortogonală (fig. 2) cunoscînd poziția axelor fixe D_1, D_3 și lungimile l_1 a manivelei, l_2 a bielei și l_3 a balansierului.

S-a considerat, pentru simplificare, cazul unui mecanism patrulater spațial ortogonal la care axele D_1, D_3 sînt perpendiculare în spațiu. După cum s-a arătat [1] reprezentarea în epură este mult simplificată dacă se aleg planele de proiecție vertical și orizontal perpendiculare pe axele de rotație fixe D_1, respectiv D_3 .

În această situație axa D_1 este dreaptă de capăt, iar axa D_3 dreaptă verticală, deci cercul de manivelă C_A se proiectează în adevărată mărime pe vertical, iar cercul C_B apare în mărime reală pe orizontal.

Dîndu-se punctul A (a, a') corespunzător unui unghi φ de manivelă se determină punctul B (b, b') cu ajutorul unei rotații de nivel în jurul unui ax vertical trecînd prin A. Rezultă pentru B două soluții ; se alege cea corespunzătoare continuității mișcării.

Pentru determinarea adevăratei mărimi a unghiului β făcut de AB cu tangenta tt, dusă la C_B în punctul B găsit, se coboară din A o perpendiculară pe tt găsindu-se punctul C.

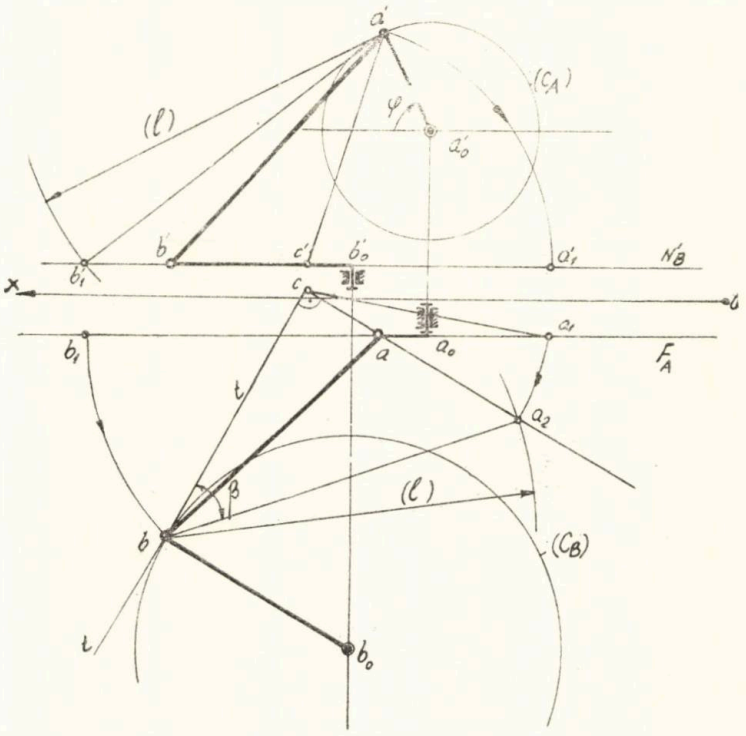


Fig. 2

Printr-o rotație de front în jurul unui ax de capăt trecînd prin C se găsește imediat mărimea Ca_2 a perpendicularei coborîte din A pe tt. Aceasta, în special, atunci cînd nu se cunoaște lungimea bielei AB dată numai prin proiecțiile sale ab, $a'b'$.

Dacă se cunoaște lungimea bielei AB, punctul a_2 (fig. 2) rezultă la intersecția perpendicularei ac cu cercul de rază (l_2) și centrul în B. În ambele situații considerate, mărimea reală a unghiului de presiune β este dată de unghiul $\sphericalangle cba_2$, măsurat în proiecție orizontală.

3. Sinteza mecanismului patrulater spaţial pentru un unghi de presiune β corespunzător unei poziţii date (φ) pentru manivelă

Pentru limitarea soluţiilor se consideră dată direcţia tangentei *tt* la cercul balansierului ale cărui rază şi centru nu-s cunoscute.

Cunoscînd astfel poziţia *tt* se coboară din *A* o perpendiculară pe direcţia tangentei, determinîndu-se printr-o rotaţie de front adevărata mărime a acesteia ca_2 în planul orizontal. În punctul a_2 se construieşte faţă de ca_2 unghiul $90°-\beta$ (unde $\beta < \beta_{max}$) a cărui latură liberă intersectează dreapta *tt* în punctul *b* de tangenţă cu cercul balansierului (fig. 3).

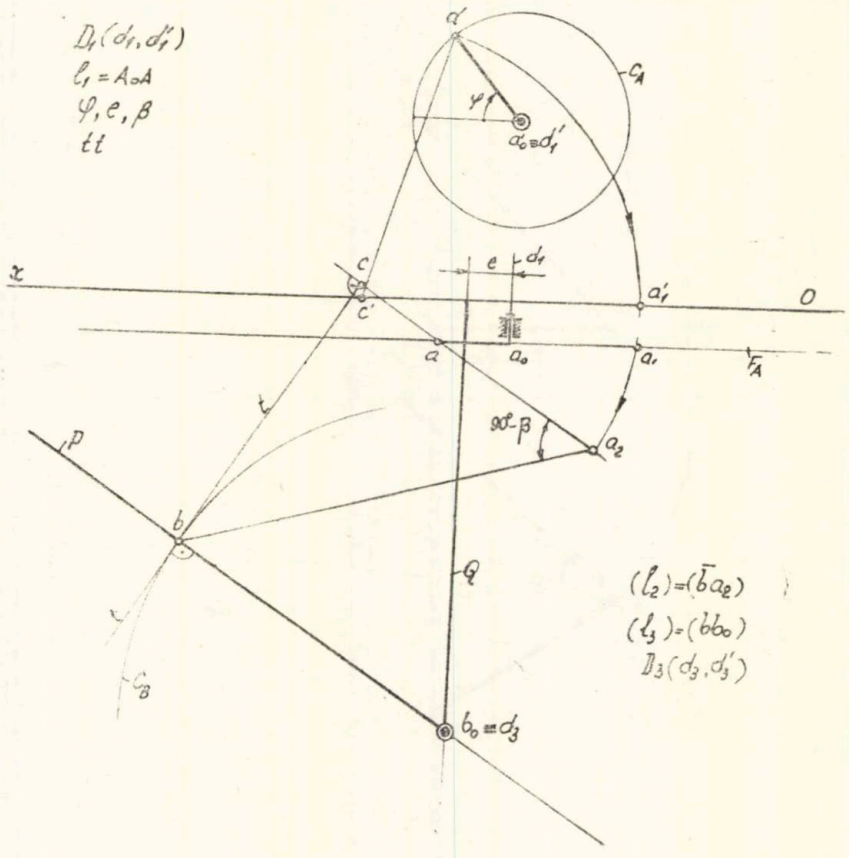


Fig. 3

Perpendiculara dusă în *b* la direcţia *tt* reprezintă poziţia balansierului a cărui centru de rotaţie poate fi ales oriunde pe această direcţie, rezultînd astfel o infinitate de soluţii pentru mărimea acestuia şi poziţia axei D_3.

Dacă se impune şi excentricitatea mecanismului patrulater reprezentată prin distanţa *e* între axele D_1, D_3 atunci rezultă două soluţii pentru poziţia axei verticale D_3 la intersecţia planelor verticale *P*, *Q* şi *P*, $\bar{Q}$.

În figura 3 s-a ales prima soluție P,Q pentru care rezultă o lungime mai mică a balansierului EB_0.

4. Sinteza mecanismului patrulater spațial pentru un unghi de presiune β dat într-o anumită poziție a elementului condus

Cunoscînd unghiul de presiune într-o poziție dată a balansierului precum și poziția cercului de manivelă C_A conținut într-un plan de front urmează a fi determinate poziția manivelei și lungimea bielei mecanismului patrulater spațial.

Planul frontal F_A de rotație a manivelei are depărtarea y_F, iar planul de nivel N_B de rotație al balansierului are cota Z_B dată (fig. 4).

Știind poziția balansierului se construiește imediat direcția tangentei tt față de care se măsoară de o parte și de alta unghiul β impus.

Locul geometric al direcțiilor egal înclinate față de tt este o suprafață conică circulară cu vîrful în punctul B.

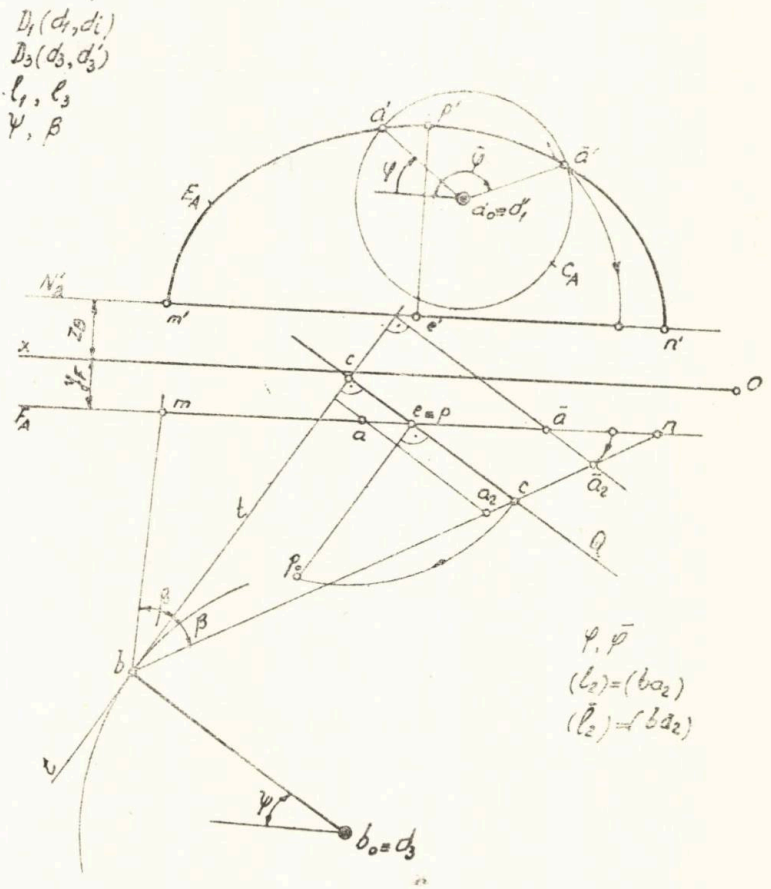


Fig 4

Intersecția planului frontal F_A cu suprafața conică circulară determină o conică care în cazul considerat (fig. 4) este o elipsă cu axa mare *mn* și semiaxă mică *ep*, a cărei mărime a fost găsită cu ajutorul unui plan Q perpendicular pe axa *tt* a conului.

Conica rezultată apare în adevărată mărime pe planul vertical și intersecția acesteia cu cercul C_A de manivelă determină proiecția verticală a cuplei sferice din A. Se obțin în general două soluții a', $\bar{a}'$ (fig. 4) care conduc la două lungimi de bielă ba_1 și $\overline{ba_2}$ care realizează același unghi β impus.

După poziția balansierului și implicit a tangentei *tt* rezultă, pentru diferite valori ale unghiului de presiune $\beta < \beta_{max}$, patru cazuri distincte după natura conicelor determinate la intersecția suprafețelor conice circulare cu planul frontal F_A [5].

Cînd $\beta \neq \Psi \neq 0$ conica este o elipsă (fig. 4)
cînd $\beta = 90 - \Psi$ conica este o parabolă
cînd $\beta \neq \Psi = 90°$ conica este o hiperbolă
cînd $\beta \neq \Psi = 0°$ conica este un cerc.

Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Antonescu, P.* — Contribuții la sinteza grafică a mecanismelor spațiale articulate. Teza de doctorat. Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 8 mai 1969.

2. *Lebedev, P. A.* — O staticeskom i dinamiceskom usloviah provoracivaemosti prostranstvennovo cetîrehzvennovo krivoșipno-koromîslovogo mehanizma. Izv. V. U. Z. Tehn. legkoi promîslenosti, Nr. 4, 1967.

3. *Lichtenheldt, W.* — Zur Konstruktion der räumlichen Schubkurbel. Konstruktion, Jg. 11, H.2, 1959.

4. *Cerkudinov, S. A., Poluhin, V. P.* — Ugol davlenie v odnokrivoșipnom prostranstvennom șarnirnom cetirehzveniike. Mehanika mașin. Ak. Nauk S.S.S.R. vol. 3—4, 1966.

5. *Antonescu, P.* — Beiträge zur dynamischen Synthese räumlicher Schubkurbeltriebe. Vortragssmmelband. II-r Internationale Kongress für Theorie von Maschinen und Mechanismen. Zakopane, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

AVIAȚIE

C.Z. : 629.13

SCURGEREA SUPERSONICĂ ÎN JURUL ARIPII CRUCIFORME SUBȚIRI ANTISIMETRICE AVÎND PLANUL ORIZONTAL CU BORDURILE DE ATAC SUPERSONICE, CONSIDERÎND SEPARAȚIA DE CURENT LA BORDURI *

ȘTEFAN STAICU

1. Considerații generale

În cele ce urmează se studiază scurgerea în regim supersonic în jurul unei aripi cruciforme subțiri avînd o distribuție antisimetrică a incidențelor, planul orizontal avînd bordurile de atac supersonice, ținînd seama de desprinderile de curent pe linia bordurilor de atac subsonice ale planului vertical.

Vom considera deci aripa cruciformă compusă din două aripi simple delta situate perpendicular una pe alta și o vom raporta la un sistem de axe carteziene $Ox_1x_2x_3$ cu origina în vîrful aripii și cu axa Ox_1 dirijată în direcția curentului neperturbat U_∞ (fig. 1).

Fie α incidența egală și de semn contrar pe cele două jumătăți ale aripii orizontale, $+\beta$ incidența pentru partea superioară a plăcii și $-\beta$ pentru cea inferioară.

În mod analog cu ceea ce se întîmplă pe o aripă cruciformă subțire cu toate bordurile subsonice, în cazul de față curentul se separă la bordurile de atac subsonice ale plăcii dînd naștere unui sistem de vîrtejuri care se situează la stînga și dreapta plăcii, în funcție de semnele incidențelor α și β, producînd o mișcare antisimetrică.

Astfel scurgerea este modificată de existența a două cornete de vîrtejuri situate antisimetric față de axa de simetrie, avînd aceeași intensitate și același semn (fig. 1). În cele ce urmează vom nota $(-r'_0, t'_0)$, coordonatele din planul fizic al nucleului de vîrtej sub care se concentrează cornetul creat la bordul plăcii.

Întrucît studiul scurgerii devine ceva mai complicat vom căuta în cele ce urmează să luăm efectul acestor vîrtejuri pe aripă și pe placă. De aceea vom considera că efectul separației curentului la bordurile de atac ale plăcii și formarea nucleelor de vîrtejuri, este de a crea un cîmp complex de viteze verticale și orizontale care vor modifica scurgerea în așa fel încît vitezele devin finite la borduri.

* Manuscris predat la redacție la 10 februarie 1970

Făcînd aceste considerații scurgerea în jurul sistemului cruciform rămîne mai departe conică și se poate trata utilizînd aceleași metode din teoria scurgerilor conice aplicate la aripi [1].

Procedînd ca și la aripa cruciformă cu toate bordurile subsonice, vom considera că aripa cruciformă subțire reală, care are în mod cert vitezele finite la borduri prin efectul separației curentului, este echivalentă din punct de vedere aerodinamic cu o aripă subțire fictivă cu o variație con-

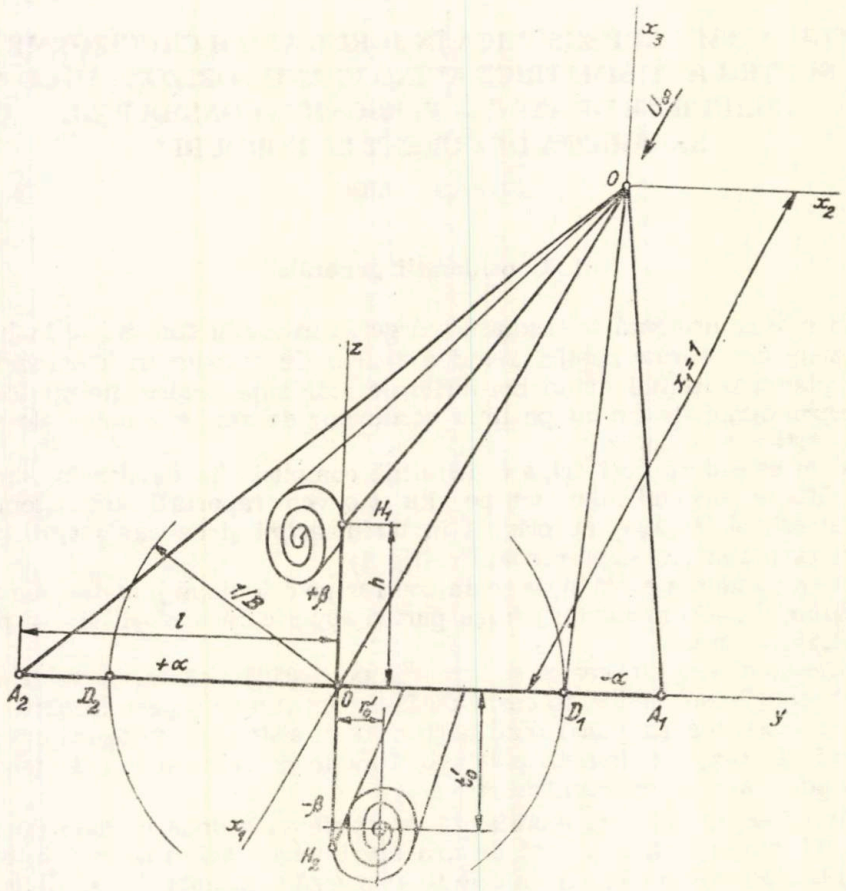


Fig. 1

venabilă de incidențe (sau viteze de perturbație laterale). Pentru a studia cu ușurință mișcarea, prin metoda mișcărilor conice, vom descompune aripa subțire fictivă în trei aripi componente.

1°. Aripa cruciformă subțire avînd incidențele, pe placă, antisimetrice și astfel variabile încît să urmărească oarecum fenomenul modificării presiunilor și al vitezelor normale de perturbație pe placă în vecinătatea bordului de atac. Se obține o aripă subțire fictivă cu viteze finite și

la bordurile subsonice ale plăcii, dar egale și de semn contrar pe cele două fețe, ceea ce nu concordă cu indicațiile experimentale.

2°. Aripa cruciformă de „grosime simetrică", avînd pantele plăcii egale și de același semn cu incidențele primei aripi componente. Această aripă combinată cu 1° va crea o altă aripă cruciformă care va avea presiunile diferite pe cele două jumătăți de placă apropiindu-ne oarecum de situația reală.

3°. Aripa a treia va avea „grosimea simetrică" cu panta variabilă, astfel încît combinată cu aripa 2° să se obțină o pantă medie nulă, corespunzătoare unei aripi reale subțiri. Această aripă va avea rolul de a compensa global efectul aerodinamic al aripii 2° privitor la cîmpul vitezelor normale de perturbație.

Dacă vom suprapune cele trei aripi fictive componente, vom însuma de fapt efectele lor aerodinamice obținînd aripa cruciformă rezultantă echivalentă cu cea reală însă cu considerarea fenomenului de separație la borduri.

2. Vitezele axiale de perturbație

Mai departe vom determina pentru cele trei aripi cruciforme componente fictive, vitezele axiale de perturbație fiind necesare pentru calculul distribuției de presiuni pe cele patru brațe ca și la determinarea caracteristicilor aerodinamice ale aripii reale. Vom indica acum variabilele curente și planele utilizate în continuare.

Astfel pornind de la planul fizic yOz (fig. 1) de coordonate

$$y = \frac{x_2}{x_1}, \quad z = \frac{x_3}{x_1}, \tag{1}$$

și făcînd transformarea

$$\eta = \frac{y}{1 - B^2 z^2}, \quad 3 = \frac{z\sqrt{1 - B^2 (y^2 + z^2)}}{1 - B^2 z^2}, \quad (B = \sqrt{M_\infty^2 - 1}), \tag{2}$$

se obține planul auxiliar

$$x = \eta + i3, \tag{3}$$

reprezentat în figura 2.

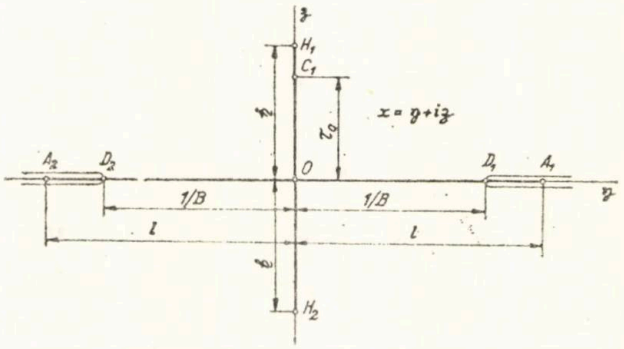


Fig. 2

Pornind de la (2), înălțimea plăcii și ordonata poziției nucleului de vîrtej creat de bordul de atac al plăcii, în planul auxiliar x vor fi date de următoarele formule :

$$\flat = \frac{h}{\sqrt{1 - B^2 h^2}}, \quad \tau_0 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - B^2 t_0^2}}. \tag{4}$$

Din planul x vom trece în planul complex X (fig. 3) prin transformarea conformă

$$X^2 = x^2 + \flat^2, \tag{5}$$

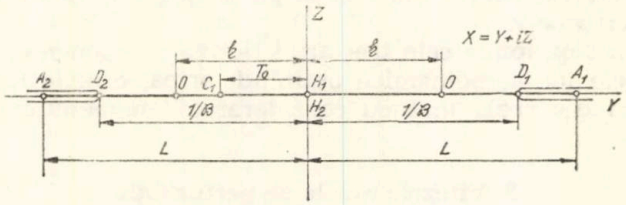


Fig. 3

care situează întreaga aripă cruciformă într-un plan orizontal, similar cu aripa deltă plană. Pentru a defini însă vitezele axiale de perturbație sub forma primară, vom aplica metoda analogiei hidrodinamice în planul χ (fig. 4) definit de transformarea conformă

$$x^2 = \frac{1 + \mathfrak{B} X}{1 - \mathfrak{B} X}. \tag{6}$$

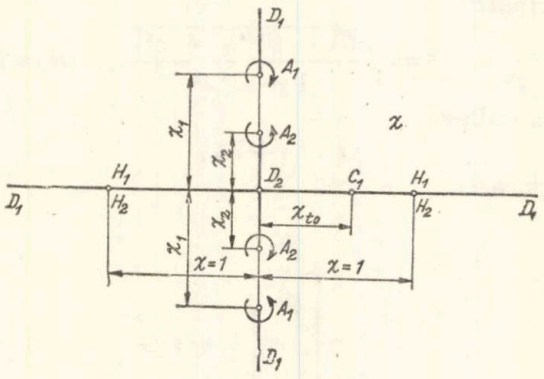


Fig. 4

1°. *Aripa cruciformă subțire antisimetrică cu incidența variabilă*

Ca urmare a efectului celor două vîrtejuri antisimetrice, vitezele de perturbație normale la suprafața aripii cruciforme sînt modificate corespunzător pe aripa reală și deci și pe aripa subțire fictivă definită mai înainte. Vom considera că datorită existenței vîrtejurilor viteza verticală

pe aripa cu bordurile supersonice nu se modifică iar cea laterală pe placă v' va avea variația următoare :

$$v_0 = -\beta_0 U_\infty, (y=0, -t_0 \leqslant z \leqslant t_0), \tag{7a}$$

$$v' = v'(z) = -\beta'(z) U_\infty, \ [z=0, y \in (-h, -t_0) \cup (h, t_0)], \tag{7b}$$

așa încît la bordurile plăcii viteza devine

$$v_1 = -\beta_1 U_\infty. \tag{8}$$

În aceste relații $2h$ reprezintă deschiderea sau anvergura plăcii iar t_0 coordonata care delimitează intervalul de variație a vitezei laterale pe placă.

Variația continuă a vitezelor v' ori a incidențelor respective, corespunde unor distribuții continue de muchii elementare situate pe suprafață în intervalul considerat, ale căror contribuții în expresia vitezei axiale de perturbație din punctul χ din planul (6) vor fi

$$d\mathfrak{U}_l = q_l'(\chi_l') \left(ln \frac{\chi - \chi_l'}{\chi + \chi_l'} - ln \frac{\chi - \frac{1}{\chi_l'}}{\chi + \frac{1}{\chi_l'}} \right) d\chi_l', \tag{9}$$

în care χ_l' este abscisa curentă a muchiei de pe urma aripii :

$$\chi_l' = \pm \sqrt{\frac{1 + \mathfrak{B} T}{1 - \mathfrak{B} T}}, \quad T^2 = \mathfrak{b}^2 - \tau^2. \tag{10}$$

Mai departe, vom utiliza o distribuție de surse pe placă $q_l'(\chi_l')$ cît mai simplă, care să corespundă condițiilor impuse de problemă asupra vitezei laterale v'. Astfel, lucrînd în planul X, intensitatea surselor plasate pe urma plăcii va fi

$$q_l'(T) = q_l \frac{T}{\mathfrak{b}}, \ T \in (-T_0, T_0). \tag{11}$$

Ținînd seama de această repartiție a surselor și aplicînd formulele stabilite în teoria mișcărilor conice [1], viteza axială de perturbație a primei aripi componente o vom obține prin însumarea contribuțiilor tuturor muchiilor elementare distribuite. Astfel trecînd în planul X prin transformarea (6), unde vom determina contribuția bordurilor subsonice ale plăcii și a celor supersonice ale planului orizontal, vom obține următoarea expresie

$$\mathfrak{U}_l = \frac{A_{10}}{X} \sqrt{\frac{1 - \mathfrak{B}^2 X^2}{\mathfrak{B}^2}} + \frac{2}{\pi} K_{10} \left(\arccos \sqrt{\frac{(1 + \mathfrak{B} L)(1 - \mathfrak{B} X)}{2\mathfrak{B}(L - X)}} - \right.$$

$$\left. - \arccos \sqrt{\frac{(1 + \mathfrak{B} L)(1 + \mathfrak{B} X)}{2\mathfrak{B}(L + \mathfrak{B})}} \right) + \frac{2}{\pi} \frac{q_l}{\mathfrak{b}} \int_0^{T_0} T \left(\operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(1 + \mathfrak{B} X)(1 - \mathfrak{B} T)}{2\mathfrak{B}(X - T)}} + \right.$$

$$\left. - \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(1 - \mathfrak{B} X)(1 + \mathfrak{B} T)}{2\mathfrak{B}(X + T)}} \right) dT, \tag{12}$$

care, în urma calculelor, devine

$$\mathfrak{u}_l = \frac{A_{10}}{X}\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2X^2}{\mathfrak{B}^2}} + \frac{2}{\pi}K_{10}\arccos \mathfrak{B}L\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2X^2}{\mathfrak{B}^2(L^2-X^2)}} + \\ + \frac{q_l}{\pi b}\left[\frac{1}{2}(T_0^2-X^2)\left(\operatorname{arg\,ch}\frac{1-\mathfrak{B}^2T_0X}{\mathfrak{B}(X-T_0)} - \operatorname{arg\,ch}\frac{1+\mathfrak{B}^2T_0X}{\mathfrak{B}(X+T_0)}\right) + \right. \\ \left. + \frac{X}{\mathfrak{B}b}\sqrt{1-\mathfrak{B}^2X^2}\arcsin \mathfrak{B}T_0\right]. \qquad (13)$$

Ţinînd seama de relaţiile (2) vom obţine pentru punctele de pe aripă ($x=\eta=y$, $\mathfrak{B}=z=0$) următoarea expresie a vitezei axiale de perturbaţie:

$$u_{la} = a_{10}\sqrt{\frac{1-B^2y^2}{b^3+y^2}} + \frac{2}{\pi}K_{10}\arccos\sqrt{\frac{(l^2+b^2)(1-B^2y^2)}{(1+B^2b^2)(l^2-y^2)}} + \\ + \frac{q_l}{\pi b}\left[\frac{1}{B}\sqrt{(1-B^2y^2)(b^2+y^2)}\arccos\sqrt{\frac{1+B^2\tau_0^2}{1+B^2b^2}} - \right. \\ \left. - (\tau_0^2+y^2)\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+B^2\tau_0^2)(b^2+y^2)}{(1+B^2b^2)(\tau_0^2+y^2)}}\right], \qquad (14)$$

iar pe suprafaţa plăcii, unde vom observa că

$$\eta = y = 0, \quad x = i\,3 = \frac{iz}{\sqrt{1-B^2z^2}}, \qquad (15)$$

vom obţine

$$u_{lp} = a_{10}\sqrt{\frac{1-B^2h^2}{h^2-z^2}} + \frac{2}{\pi}K_{10}\arccos\sqrt{\left|\frac{\lambda^2-h^2}{\lambda^2-z}\right|} + \\ + \frac{q_l\sqrt{1-B^2h^2}}{\pi h(1-B^2z^2)}\left(\frac{1}{B}\sqrt{\frac{h^2-z^2}{1-B^2h^2}}\arccos\sqrt{\frac{1-B^2t_0^2}{1-B^2h^2}} - \right. \\ \left. - \frac{t_0^2-z^2}{1-B^2t_0^2}\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\left|\frac{h^2-z^2}{t_0^2-z^2}\right|}\right), \quad \left(\lambda = \frac{t}{\sqrt{B^2t^2-1}}\right). \qquad (16)$$

2°. *Aripa cruciformă de grosime simetrică avînd pantele egale cu incidenţele primei aripi componente*

Vom introduce cea de a doua aripă cruciformă avînd placa de grosime simetrică pentru a înlătura vîrfurile accentuate de presiuni pe intradosul său. Procedînd în acelaşi mod ca în cazul aripii subţiri, vom obţine în planul X următoarea expresie a vitezei axiale de perturbaţie:

$$\mathfrak{u}_l = \frac{2}{\pi}Q_{10}\operatorname{arg\,ch}\frac{1}{\mathfrak{B}X} + \frac{2}{\pi}\frac{q_l}{b}\int_0^{T_0}T\left(\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1-\mathfrak{B}l)}{2\mathfrak{B}(X-T)}} + \right. \\ \left. + \operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1-\mathfrak{B}l)}{2\mathfrak{B}(X+T)}}\right)dT, \qquad (17)$$

care devine

$$\mathcal{U}_t = \frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \frac{1}{\mathfrak{B}\,\mathfrak{h}} + \frac{q_t}{\pi\,\mathfrak{h}} \left[\frac{1}{2} (T_0^2 - X^2) \left(\operatorname{arg\,ch} \frac{1 - \mathfrak{B}^2 T_0 X}{\mathfrak{B}(X - T_0)} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \operatorname{arg\,ch} \frac{1 + \mathfrak{B}^2 T_0 X}{\mathfrak{B}(X + T_0)} \right) + X^2 \operatorname{arg\,ch} \frac{1}{\mathfrak{B} X} + \frac{1}{\mathfrak{B}^2} \sqrt{1 - \mathfrak{B}^2 X^2} \left(1 - \sqrt{1 - \mathfrak{B}^2 T_0^2} \right) \right]. \tag{18}$$

Expresiile vitezelor axiale de perturbaţie în planul fizic vor fi

$$u_{ta} = \frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1 + B^2 \mathfrak{h}^2}{B^2 (\mathfrak{h}^2 + y^2)}} + \frac{q_t}{\pi\,\mathfrak{h}} \left[(\mathfrak{h}^2 + y^2) \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1 + B^2 \mathfrak{h}^2}{B^2 (\mathfrak{h}^2 + y^2)}} - \right.$$

$$\left. - (\tau_0^2 + y^2) \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1 + B^2 \tau_0^2}{B^2 (\tau_0^2 + y^2)}} + \frac{1}{B^2} \sqrt{1 - B^2 y^2} \left(\sqrt{1 - B^2 \mathfrak{h}^2} - \sqrt{1 + B^2 \tau_0^2} \right) \right], \tag{19}$$

pe suprafaţa aripii, şi

$$u_{tp} = \frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1 - B^2 z^2}{B^2 (h^2 - z^2)}} +$$

$$+ \frac{q_t \sqrt{1 - B^2 h^2}}{\pi h (1 - B^2 z^2)} \left[\frac{h^2 - z^2}{1 - B^2 h^2} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1 - B^2 z^2}{B^2 (h^2 - z^2)}} - \right.$$

$$- \frac{t_0^2 - z^2}{1 - B^2 t_0^2} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\left| \frac{1 - B^2 z^2}{B^2 (t_0^2 - z^2)} \right|} +$$

$$\left. + \frac{\sqrt{1 - B^2 z^2}}{B^2 \sqrt{(1 - B^2 h^2)(1 - B^2 t_0^2)}} \left(\sqrt{1 - B^2 t_0^2} - \sqrt{1 - B^2 h^2} \right) \right], \tag{20}$$

pe suprafaţa plăcii.

3°. *Aripa cruciformă de grosime simetrică compensatoare de pantă*

Vom compensa efectul de grosime al aripii care rezultă din suprapunerea celor de la 1° şi 2°, introducînd pe suprafaţa aripii o nouă distribuţie de surse de o formă oarecare, care va readuce aripa la o grosime medie nulă. Variaţia vitezelor normale pe placă v'', create de noua distribuţie de surse va corespunde unei „aripi compensatoare de pantă" de grosime simetrică.

Ţinînd seama de relaţiile (11) vom alege pentru punctele de pe aripă

$$q_t''(t) = k_t \frac{t}{h}, \quad (-h \leqslant t \leqslant h), \tag{21}$$

care în planul X devine

$$q_t''(T) = \frac{k_t}{\mathfrak{B}\,\mathfrak{h}} \sqrt{1/\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{h}^2} \frac{d}{dT} \left(\frac{\mathfrak{h}^2 - T^2}{1/\mathfrak{B}^2 - T^2} \right), \quad (-\mathfrak{h} \leqslant T \leqslant \mathfrak{h}), \tag{22}$$

vom obține următoarea expresie a vitezei axiale de perturbație :

$$\mathcal{U}_c = -\frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \frac{1}{\mathfrak{B}\,\mathfrak{h}} + \frac{2}{\pi} \frac{k_t}{\mathfrak{B}\,\mathfrak{h}} \sqrt{1/\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{h}^2} \int_0^{\mathfrak{h}} \sqrt{\frac{\mathfrak{h}^2 - T^2}{1/\mathfrak{B}^2 - T^2}} \times$$

$$\times \left(\operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)\,(1-\mathfrak{B}T)}{2\mathfrak{B}(X-T)}} + \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1+\mathfrak{B}T)}{2\,\mathfrak{B}\,(X+T)}} \right) d \sqrt{\frac{\mathfrak{h}^2 - T^2}{1/\mathfrak{B}^2 - T^2}} =$$

$$= -\frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \frac{1}{\mathfrak{B}X} - \frac{k\,t}{\pi\,\mathfrak{h}} \frac{\sqrt{1-\mathfrak{B}^2\mathfrak{h}^2}}{1-\mathfrak{B}^2X^2} \left[(1-\mathfrak{B}^2\mathfrak{h}^2) X^2 \operatorname{arg\,ch} \frac{1}{\mathfrak{B}X} - \right.$$

$$- (X^2 - \mathfrak{h}^2) \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\left| \frac{1-\mathfrak{B}^2\mathfrak{h}^2}{B^2(X^2-\mathfrak{h}^2)} \right|} +$$

$$\left. + \frac{1}{\mathfrak{B}^2} \sqrt{1-\mathfrak{B}^2\mathfrak{h}^2} (1 - \sqrt{1-\mathfrak{B}^2\mathfrak{h}^2}) \sqrt{1-\mathfrak{B}^2X^2} \right]. \qquad (23)$$

Calculînd vitezele axiale de perturbație pe aripă și placă obținem :

$$u_{ca} = -\frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1+B^2\mathfrak{h}^2}{B^2(\mathfrak{h}^2+y^2)}} - \frac{k_t}{\pi\,\mathfrak{h}\sqrt{1+B^2\mathfrak{h}^2}} \frac{1}{1-B^2y^2} \times$$

$$\times \left\{ (\mathfrak{h}^2+y^2) \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1+B^2\mathfrak{h}^2}{B^2(\mathfrak{h}^2+y^2)}} - (1+B^2\mathfrak{h}^2) y^2 \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1}{B^2y^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{B^2} \sqrt{1+B^2\mathfrak{h}^2} \left(\sqrt{1+B^2\mathfrak{h}^2} - 1 \right) \sqrt{1-B^2y^2} \right\}, \qquad (24)$$

respectiv

$$u_{cp} = -\frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1-B^2z^2}{B^2(h^2-y^2)}} -$$

$$- \frac{k_t}{\pi h} \left[(h^2-z^2) \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1-B^2z^2}{B^2(h^2-z^2)}} + z^2 \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{1-h^2z^2}{B^2z^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{B^2} (1 - \sqrt{1-B^2h^2}) \sqrt{1-B^2z^2} \right]. \qquad (25)$$

Observații

a) Prin superpoziția celor trei aripi componente vom obține aripa reală, pentru care viteza axială de perturbație are expresia :

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_l + \mathcal{U}_t + \mathcal{U}_c, \qquad (26)$$

care va fi antisimetrică față de axa de simetrie Ox_1, continuă și diferită de zero în origina O.

b) Dacă în rezultatele obținute vom face $h \to o$, ($\mathfrak{h} \to o$), obținem cazul aripii delta cu antisimetrie forțată, avînd bordurile de atac supersonice.

3. Determinarea constantelor

Constantele a_{10}, K_{10}, q_t, k_t le vom calcula în același mod ca la aripa delta plană [3], [9].

Astfel utilizînd niște condiții la limită pentru vitezele normale de perturbație vom găsi constantele a_{10}, K_{10} care apar în expresia vitezei axiale de perturbație (13). Aceste relații se obțin pornind de la relațiile de compatibilitate

$$d\mathfrak{U} = -x\, d\mathfrak{V} = \frac{i\,x}{\sqrt{1 - B^2 x^2}}\, d\mathfrak{W}, \tag{27}$$

și considerînd variația vitezei de la un punct de pe aripă sau placă, pînă la un punct de viteză nulă de pe conul Mach. La fel ca și la aripa delta plană [3] se vor considera niște surse concentrate, în locul celor distribuite, avînd intensitatea Q_t și poziția $Y = T_0'$ date de relațiile

$$Q_t = \frac{1}{2}\,\frac{q_t}{\mathfrak{h}}\,(\mathfrak{h}^2 - \tau_0^2), \tag{28 a}$$

$$T_0' = \frac{2}{3}\,T_0, \tag{28 b}$$

care, scrise în planul fizic, devin

$$Q_t = \frac{1}{2}\,\frac{q_t}{\mathfrak{h}}\,\frac{h^2 - t_0^2}{(1 - B^2 h^2)(1 - B^2 t_0^2)}, \tag{29 a}$$

$$t_0' = \sqrt{\frac{9\,h^2(1 - B^2 t_0^2) - 4\,(h^2 - t_0^2)}{4\,(1 - B^2 h^2) + 5\,(1 - B^2 t_0^2)}}, \tag{29 b}$$

în funcție de t_0 care delimitează distribuția de surse pe placa subțire 1°.

Vom scrie următoarele ecuații :

$$Re\, B \int_{\text{aripă}}^{\text{cercul Mach}} \sqrt{\frac{1 - \mathfrak{B}^2 X^2}{\mathfrak{B}^2(\mathfrak{h}^2 - X^2)}}\, d\mathfrak{U}_t' = -w, \tag{30a}$$

$$Re \int_{\text{placă}}^{\text{cercul Mach}} \sqrt{\frac{1}{X^2 - \mathfrak{h}^2}}\, d\mathfrak{U}_t' = v_1, \tag{30b}$$

unde $\mathcal{U}_l'$ este viteza axială de perturbaţie a primei aripi componente în cazul sursei concentrate în $z=t'$:

$$\mathcal{U}_l' = \pm \frac{A_{10}}{X}\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2X^2}{\mathfrak{B}^2}} + \frac{2}{\pi}K_{10}\left(\arccos\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(L-X)}} - \right.$$

$$\left. - \arccos\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)(1+\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(L+X)}}\right) + \frac{2}{\pi}Q_t\left(\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1-\mathfrak{B}T_0')}{2\mathfrak{B}(X-T_0')}} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+B\,X)(1+\mathfrak{B}T_0')}{2\mathfrak{B}(X+T_0')}}\right) = \pm a_{10}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{\mathfrak{h}^2+x^2}} \pm$$

$$\pm\frac{2}{\pi}K_{10}\arccos\sqrt{\frac{(l^2+\mathfrak{h}^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2\mathfrak{h}^2)(l^2-x^2)}} \pm \frac{2}{\pi}Q_t\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(\mathfrak{h}^2+x^2)(1+B\,\tau_0'^2)}{(\tau_0'^2+x^2)(1+B\,\mathfrak{h}^2)}}. \tag{31}$$

Efectuînd integrala (30a) pe axa reală între limitele (o, ∞) iar (30b) pe axa imaginară între $(\mathfrak{h}, \infty)$, în planul complex x, se obţine constanta

$$K_{10} = \frac{\alpha\, l\, U_\infty}{\sqrt{B^2l^2-1}}, \tag{32}$$

şi încă o relaţie

$$\frac{2}{\pi}\frac{Q_t}{\tau_0'^2}\sqrt{\frac{(\mathfrak{h}^2-\tau_0'^2)(1+B\,\tau_0'^2)}{1+B^2\mathfrak{h}^2}}\left[K(k) - \frac{\mathfrak{h}^2}{\mathfrak{h}^2-\tau_0'^2}\Pi(\varrho_2, k)\right] +$$

$$+\frac{2}{\pi}w\sqrt{\frac{l^2+\mathfrak{h}^2}{1+B^2\mathfrak{h}^2}}\left[K(k) - \frac{\mathfrak{h}^2}{\mathfrak{h}^2+l^2}\Pi(\varrho_1, k)\right] = v_1, \tag{33}$$

unde modulul k şi parametrii ϱ_1, ϱ_2 ai integralelor eliptice complete care apar sînt

$$k = \sqrt{1-B^2h^2},\quad \varrho_1 = -\frac{l^2}{l^2+\mathfrak{h}^2},\quad \varrho_2 = \frac{\tau_0'^2}{\mathfrak{h}^2-\tau_0'^2}. \tag{34}$$

Din condiţia de viteză finită la bordurile subsonice ale plăcii $(x=\pm i\mathfrak{h})$ deducem

$$a_{10} = A_{10} = 0. \tag{35}$$

Constanta q_t o vom calcula determinînd mai întîi pe Q_t din ecuaţia (31). Pornind de la relaţia

$$q_t'(t) = \frac{t}{\sqrt{1-B^2t^2}}\frac{dv'}{dt}, \tag{36}$$

dedusă din teoria mişcărilor conice [1], şi ţinînd cont că q_t' dat de (11) se mai poate scrie, în planul x, astfel

$$q_t'(t) = -\frac{q_t}{\mathfrak{h}}\frac{t}{(1-B^2t^2)^2}, \tag{37}$$

vom scrie ecuațiile :

$$v_1 - v_0 = -\frac{q_t}{\mathfrak{b}} \int_{t_0}^{\mathfrak{b}} \frac{dt}{(1 - B^2 t^2)\sqrt{1 - B^2 t^2}} \tag{38 a}$$

$$v_0 t_0 + v' t \Big|_{t_0}^{h} - \int_{t_0}^{h} t\, dv' = v h . \tag{38 b}$$

Aceste ecuații s-au scris punînd condițiile la limită în punctele $t = t_0$ și t=h pentru viteza laterală v' precum și condiția ca incidența reală a plăcii β să se obțină ca o incidență medie.

În urma efectuării calculelor, din (38a) și (38b) deducem relațiile

$$q_t (h\sqrt{1 - B^2 t_0^2} - t_0\sqrt{1 - B^2 h^2}) = (v_0 - v_1)\, h\sqrt{1 - B^2 t_0^2}, \tag{39 a}$$

$$q_t \left(\sqrt{1 - B^2 h^2} - \sqrt{1 - B^2 t_0^2}\right) = (v_1 - v)\, B^2 h^2 \sqrt{1 - B^2 t_0^2} . \tag{39 b}$$

Mai departe vom introduce pe v_1 din (39b) și Q_t din (28a) și obținem constanta q_t sub forma următoare :

$$\frac{q_t}{U_\infty} = -\frac{2\sqrt{\dfrac{l^2 + \mathfrak{b}^2}{l^2 (1 + B^2 \mathfrak{b}^2)}} \left[K(k) - \dfrac{\mathfrak{b}^2}{l^2 + \mathfrak{b}^2} \Pi(\varrho_1, k)\right] \alpha - \beta}{\dfrac{9}{4}\left(\dfrac{\mathfrak{b}^2}{\tau_0^{12}} - 1\right)\sqrt{\dfrac{(\mathfrak{b}^2 - \tau_0^{12})(1 - B^2 \tau_0^{12})}{\mathfrak{b}^2 (1 + B^2 \mathfrak{b}^2)}} \left[K(k) - \dfrac{\mathfrak{b}^2}{\mathfrak{b}^2 - \tau_0^{12}} \Pi(\varrho_2, k)\right] + \dfrac{\pi}{B^2 \mathfrak{b}^2}\left[\sqrt{1 + B^2 \mathfrak{b}^2} - \sqrt{1 + \dfrac{1}{4} B^2 (9\tau_0^{12} - 5\mathfrak{b}^2)}\right]} . \tag{40}$$

Relația (39a) servește pentru determinarea vitezei v_0 pe placă. Constanta k_t care intră în expresia (23) o vom determina pornind de la o relație similară cu (38b) scriind o ecuație de mediere a vitezelor normale pe placa celei de a treia aripi componente, care va avea panta medie egală cu $-v$:

$$-v h = \int_0^h v''\, dt = v'' t \Big|_0^h - \int_0^h t\, dv'' . \tag{41}$$

Relația (41), ținînd seama de (21), devine

$$3 B^2 h^2 (v - v_1) = k_t [1 - (1 - B^2 h^2)^{3/2}], \tag{42}$$

care împreună cu (39a), determină constanta k_t:

$$k_t = \frac{3 q_t}{1 - (1 - B^2 h^2)^{3/2}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - B^2 h^2}{1 - B^2 t_0^2}}\right) . \tag{43}$$

4. Distribuția de presiuni și caracteristicile aerodinamice

Calculul coeficientului de presiune pe aripă și placă se face utilizînd formula

$$C_p = -2\frac{u}{U_\infty} = -\frac{2}{U_\infty} R_e \mathfrak{U}, \tag{44}$$

în care se vor introduce pe rînd expresiile vitezelor axiale de perturbație $\mathfrak{U}_a$, respectiv $\mathfrak{U}_p$ obținute din relația (26), (fig. 5).

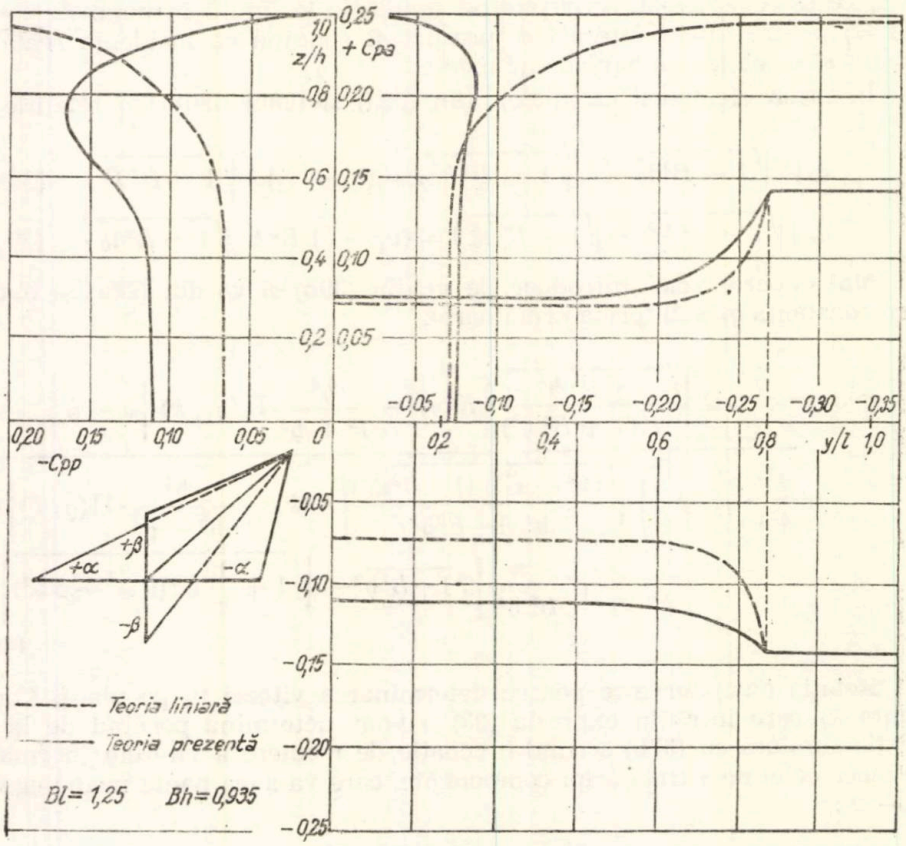


Fig. 5

Coeficienții de portanță pentru o jumătate de placă sau aripă se obțin utilizînd formulele [2] :

$$\frac{1}{2B} C_{z\,ma} = \frac{2}{U_\infty} \int_0^{1,B} u_{la}\, dy, \tag{45}$$

pentru regiunea aripii cuprinsă în interiorul conului Mach,

$$\frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) C_{z\,ca} = \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) \frac{4\alpha}{B}, \tag{46}$$

pentru cea din afară,

$$C_{zp} = \frac{4}{h U_\infty} \int_0^h u_{lp}\, dz, \tag{47}$$

pentru toată placa subsonică și

$$\frac{1}{2} l C_{za} = \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) C_{z\,ca} + \frac{1}{2B} C_{z\,ma}, \tag{48}$$

pentru întreaga aripă orizontală.

Coeficienții de moment de ruliu vor fi dați de formulele următoare:

$$H C_{ma} = \frac{8}{3 l U_\infty} \int_0^l u_{la}\, y\, dy, \tag{49}$$

pentru planul orizontal, și

$$H C_{mp} = \frac{8}{3 h U_\infty} \int_0^h u_{lp}\, z\, dz, \tag{50}$$

pentru planul vertical, în care u_{la} și u_{lp} sînt date de (14) și (16).

Pentru definirea parametrului $\frac{t_0}{h}$ vom remarca mai întîi că poziția de maxim a distribuției de presiuni coincide cu cea a centrului nucleului de vîrtej, așa cum se constată de altfel și din experiențe. Însă făcînd calculul pe baza distribuției de surse alese se constată că vîrful depresiunilor de pe extradosul plăcii cade aproximativ în dreptul centrului de greutate al intensității surselor avînd poziția t_0' dată de (29b).

Vom utiliza, prin urmare, formula

$$\frac{t_0'}{h} = \frac{1}{1 + 1{,}7\,(\beta \pm \Delta\beta)^{1/2}}, \tag{51}$$

pentru definirea poziției centrului nucleului de vîrtej, în care β este incidența plăcii, iar $\Delta\beta$ este incidența suplimentară creată de interferența dintre aripă și placă, și care este proporțională cu α. Ca urmare dacă $\alpha \to 0$, atunci $\Delta\beta \to 0$.

5. Cazul simplificat al sursei concentrate

Presupunînd, într-un mod simplificat, că viteza normală la suprafața plăcii ar avea un salt brusc în dreptul centrului nucleului de vîrtej, echivalent cu un salt brusc de incidență, vom soluționa problema din punct de vedere hidrodinamic prin plasarea unor surse concentrate în punctele t_0' și $-t_0'$ cu intensitățile Q_t și $-Q_t$.

Expresiile vitezelor axiale de perturbație vor fi următoarele : $\mathcal{U}$

$$\mathcal{U}_l' = \pm \frac{A_{10}}{X}\sqrt{1/\mathfrak{B}^2 - X^2} + \frac{2}{\pi}K_{10}\left(\arccos\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(L-X)}} - \right.$$

$$\left. -\arccos\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(L+X)}}\right) + \frac{2}{\pi}Q_t\left(\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1-\mathfrak{B}T_0')}{2\mathfrak{B}(X-T_0')}} - \right.$$

$$\left. -\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1+\mathfrak{B}T_0')}{2\mathfrak{B}(X+T_0')}}\right) = \pm a_{10}\sqrt{\frac{1-b^2x^2}{b^2+x^2}} \pm$$

$$\pm\frac{2}{\pi}K_{10}\arccos\sqrt{\frac{(l^2+b^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2b^2)(l^2-x^2)}} \pm \frac{2}{\pi}Q_t\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(b^2+x^2)(1+B^2\tau_0^{12})}{(\tau_0^{12}+x^2)(1+B^2b^2)}}, \tag{52}$$

pentru aripa cruciformă portantă,

$$\mathcal{U}_t' = \frac{2}{\pi}Q_{10}\operatorname{arg\,ch}\frac{1}{\mathfrak{B}X} + \frac{2}{\pi}Q_t\left(\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1-\mathfrak{B}T_0')}{2\mathfrak{B}(X-T_0')}} + \right.$$

$$\left. +\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}X)(1+\mathfrak{B}T_0')}{2\mathfrak{B}(X+T_0')}}\right) = \pm Q_{10}\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{1+B^2b^2}{B^2(b^2+x^2)}} \pm$$

$$\pm\frac{2}{\pi}Q_t\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{1+b^2\tau_0^{12}}{B^2(\tau_0^{12}+x^2)}}, \tag{53}$$

pentru aripa de grosime simetrică 2°,

$$\mathcal{U}_c' \equiv \mathcal{U}_c, \tag{54}$$

pentru a treia aripă componentă.

Distribuția de presiuni se obține substituind în (45) expresia lui $\mathcal{U}$ dată de (26) în care intervin $\mathcal{U}_l'$, $\mathcal{U}_t'$, $\mathcal{U}_c'$ din (52), (53) și (54). Coeficienții aerodinamici se deduc în același mod ca în cazul sursei distribuite, în care apar constantele a_{10}, K_{10} Q_t, k_t ce se vor deduce din ecuațiile.

$$a_{10} = 0 \tag{55 a}$$

$$v_0 t_0' + v_1(h - t_0') = v\,h, \tag{55 b}$$

$$Q_t = \frac{(v_1 - v_0)t_0'}{\sqrt{1 - B^2 t_0'^2}}, \tag{55 c}$$

și din (33), (42) :

$$\frac{Q_t}{U_\infty} = \frac{2\sqrt{\frac{l^2+\mathfrak{b}^2}{l^2(1+B^2\mathfrak{b}^2)}}\left[K(k)-\frac{\mathfrak{b}^2}{l^2+\mathfrak{b}^2}\Pi(\varrho_1,k)\right]\alpha-\beta}{\frac{2}{\tau_0^{12}}\sqrt{\frac{(\mathfrak{b}^2-\tau_0^{12})(1+B^2\tau_0^{12})}{1+B^2\mathfrak{b}^2}}\left[K(k)-\frac{\mathfrak{b}^2}{l^2-\tau_0^{12}}\Pi(\varrho_2,k)\right]-\frac{1}{\mathfrak{b}}\sqrt{\frac{1+B^2\mathfrak{b}^2}{1+B^2\tau_0^{12}}}}, \tag{56 a}$$

$$\frac{k_t}{Q_t} = -\frac{3B^2h\sqrt{1-B^2t_0^{12}}}{1-(1-B^2h^2)^{3/2}}, \tag{56 b}$$

în care k, ϱ_1, ϱ_2 sînt dați de (34). Constanta K_{10} e aceeași din (32).

Observații

a) Pozițiile vîrtejurilor sînt determinate atît de α cît și de β așa cum se vede din (51).

b) Dacă $\beta=0$, $\alpha\neq0$ se obține de asemenea o scurgere antisimetrică cu vîrtejuri.

c) Făcînd $a_{10}=0$ în expresia vitezei axiale U din teoria liniară, obținem din expresia constantei a_{10} calculată în lucrarea [5], condiția ca aripa cruciformă antisimetrică să aibă viteze finite la borduri, evitînd apariția vîrtejurilor :

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\pi l\sqrt{(l^2+\mathfrak{b}^2)(1+B^2\mathfrak{b}^2)}}{2[(l^2+\mathfrak{b}^2)K(k)-\mathfrak{b}^2\Pi(\varrho_1,k)]}. \tag{57}$$

Din această relație deducem incidența suplimentară indusă de aripă pe placă, în cazul cînd $\beta=0$:

$$\Delta\beta = \frac{2[(l^2+\mathfrak{b}^2)K(k)-\mathfrak{b}^2\Pi(\varrho_1,k)]}{\pi l\sqrt{(l^2+\mathfrak{b}^2)(1+B^2\mathfrak{b}^2)}}\alpha, \tag{58}$$

pe care o vom introduce în (51).

Catedra de mecanică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli, D. Mateescu, A. Năstase* — Wing Theory in Supersonic Flow, London, Pergamon Press, 1969.
2. *E. Carafoli* — Hig Speed Aerodynamics, București, Ed. Tehnică, 1956.
3. *E. Carafoli, Șt. Staicu* — Sur un modèle théorique concernant l'aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque. Journal de Mécanique, Vol. 6, No. 2, Juin 1967, Paris.

4. *E. Carafoli, Şt. Staicu* — On the flow separation from the edges of the antisymmetrical delta wing in supersonic regime. Aniv. Vol. ded. Prof. L. I. Sedov „Problems of hydrodynamics and continuum mechanics", S.I.A.M., pp. 115—136, Philadelphia, Pennsylvania, 1969; izd. „Nauka", 257—272, Moscova, 1969.

5. *Şt. Staicu* — La détermination des caractéristiques aérodynamiques de l'aile cruciforme en régime supersonique. Buletinul Instiutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", XXVIII, 2, 1966.

6. *M. Roy* — Sur la théorie de l'aile delta. Tourbillons d'apex et nappes en cornets. C.R.Ac. Sc., R.A. 56, 1957.

7. *L. C. Squire* — The estimation of the non-linear lift of delta wings at the supersonic speeds. J.R.A.S., aug. 1963.

8. *R. Legendre* — Vortex Sheets Rolling-up along Leading Edges of Delta Wings. Progr. Aeronaut. Sci. 1966, V. 7, p. 7—33.

9. *E. Carafoli, Şt. Staicu* — Antysimmetrical thin delta wing with flow separation at the leading edges. Rev. Roum. Sc. Techn. — Mécanique Appliquée, XI, 6, 1966.

10. *Şt. Staicu* — Contribuţii la teoria aripilor în regim supersonic cu separaţia curentului la bordurilor de atac. Teză de doctorat, Bucureşti, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

ENERGETICĂ

C.Z.: 621.311.22

REPREZENTAREA DISCRETĂ A CARACTERISTICILOR ENERGETICE ALE AGREGATELOR DIN CENTRALELE TERMOELECTRICE

N. DĂNILĂ, R. DUMITRACHE

1. Corelația dintre modelele matematice utilizate în repartiția optimă a sarcinilor pe agregatele CTE și reprezentarea caracteristicilor energetice ale acestora

În vederea conducerii economice a funcționării sistemelor electroenergetice, în ultimul timp a crescut interesul față de metodele de repartiție optimă a sarcinilor pe agregatele în funcțiune din cadrul CET și CTE.

Cele mai recente metode de rezolvare ale acestei probleme, adecvate utilizării calculatoarelor electronice numerice, sînt bazate pe modelul matematic de programare liniară și pe modelul matematic de programare dinamică [1]. Alegerea unuia sau altuia dintre modelele matematice sus menționate este influențată în principal de reprezentările matematice pe care le acceptăm pentru caracteristicile energetice ale agregatelor din centralele studiate.

Utilizarea programării liniare impune o reprezentare liniară a caracteristicilor energetice. Trecerea de la un număr relativ mic de puncte determinate experimental la o reprezentare continuă (inclusiv la o relație liniară) a caracteristicii energetice a unui agregat se face prin metoda statistică de regresie (bazată pe principiul celor mai mici pătrate) [2].

O îmbunătățire a acestui mod de reprezentare se poate obține atașînd fiecărui punct determinat experimental o probabilitate de funcționare a agregatului la puterea electrică respectivă, dar acest procedeu implică o recalculare periodică a caracteristicii energetice corespunzător prevederilor de curbă de sarcină.

Cu toate că cercetările făcute în vederea determinării erorilor care apar în distribuția optimă a sarcinilor prin modelul de programare liniară, în funcție de precizia reprezentării caracteristicilor energetice, indică o stabilitate relativ bună a algoritmelor de calcul [3], în literatura tehnică străină este apreciată în general ca necorespunzătoare o astfel de reprezentare.

Se propun ca fiind mai exacte, reprezentările de formă polinomială [4], [5] determinate de asemeni prin metoda statistică de regresie combinată cu o analiză a dispersiei, a căror relație generală este :

$$B(P) = a + b\,P + c\,P^2 + d\,P^3 \tag{1}$$

unde

B — consumul de combustibil al agregatului ;

P — puterea produsă ;

a,b,c,d — coeficienți dependenți de alți parametri funcționali ai agregatului.

Se mai pot întîlni în literatură [6] reprezentări de forma :

$$B(P) = a(P + b)^k + c \tag{2}$$

unde k — exponent cu valori cuprinse între 1,15—1,25.

Întrebuințarea unor relații de tip polinomial impune utilizarea programării dinamice ca metodă de distribuție optimă a sarcinilor între agregate, metodele de programare pătratică fiind dezavantajate de un consum ridicat de timp de calcul. Algoritmele pentru calculatoarele electronice numerice bazate pe această metodă presupun o reprezentare discretă (sub formă tabelară) a caracteristicilor energetice ale agregatelor din CTE și CET (fig. 1).

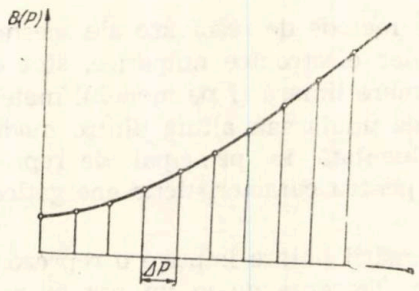


Fig. 1

Utilizarea programării dinamice în vederea repartiției optime a sarcinilor pe centrale pune problema determinării pasului optim ΔP al rețelei pe care se memorează consumurile de combustibil.

2. Factorii care influențează alegerea optimă a pasului rețelei pe care se reprezintă caracteristicile energetice

Alegerea optimă a pasului rețelei pe care se reprezintă caracteristicile energetice trebuie să ia în considerare efectele următorilor factori :

a) Durata de calcul a unei probleme. Proporționalitatea existentă între densitatea valorilor discrete luate în considerare și timpul de calcul [7] (al cărui cost este încă foarte ridicat) generează tendința reducerii numărului de puncte prin care se reprezintă o caracteristică energetică,

respectiv creşterea pasului ΔP. În acelaşi sens acţionează şi necesitatea efectuării calculelor în timp real.

b) Alegerea unui pas mic conduce la necesitatea unui număr ridicat de ridicări experimentale, deci la o creştere direct proporţională a cheltuielilor pentru măsurători. Şi din acest punct de vedere este necesară o creştere a pasului ΔP.

c) Pasul reţelei influenţează direct repartiţia optimă a sarcinilor pe agregate. Prin folosirea unei reţele rare, în cazul funcţiei din fig. 2 se poate să nu se prindă un maxim absolut de vîrf şi să se obţină, în schimb, un maxim relativ plat [7].

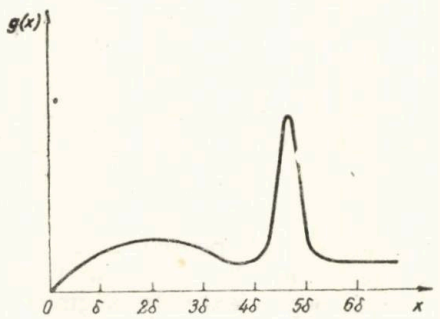


Fig. 2

Prin alegerea unui pas δ se va putea detecta maximul relativ în 2δ, dar nu şi maximul absolut dintre 4δ şi 5δ. Cu toate că un astfel de exemplu este puţin probabil în practică, este necesară o evaluare a relaţiei dintre eroarea maximă făcută în repartiţia optimă a sarcinilor pe agregate prin programare dinamică şi pasul reţelei caracteristicilor energetice. Această analiză oferă un răspuns şi în ceea ce priveşte stabilitatea algoritmului de programare dinamică.

3. Metodă de calcul a erorii maxime în determinarea optimului într-o problemă de repartiţie unidimensională, în funcţie de mărimea pasului reţelei funcţiilor $g_i(x_i)$

Ecuaţia funcţională fundamentală a programării dinamice este [1], [7] :

$$F_N(x) = \max_{0 \leqslant x_N \leqslant x} [g_N(x_N) + F_{N-1}(x - x_N)] \tag{3}$$

unde :

$$F_N(x) = \max \sum_{i=1}^{N} g_i(x_i) \quad \text{cu} \quad \sum_{i=1}^{N} x_i = x$$

Maximul se obține printr-un proces de căutare în care x_N parcurge succesiv toate valorile discrete între 0 și x.O ilustrare a procedeului este dată în figura 3 unde se pune în evidență modul de însumare al celor două componente ale lui $F_N(x)$.

Calculatorul electronic examinează succesiv sumele formate și reține valoarea maximă precum și alocația x_N pentru care se realizează această valoare maximă (în exemplul considerat $x_N = 4$).

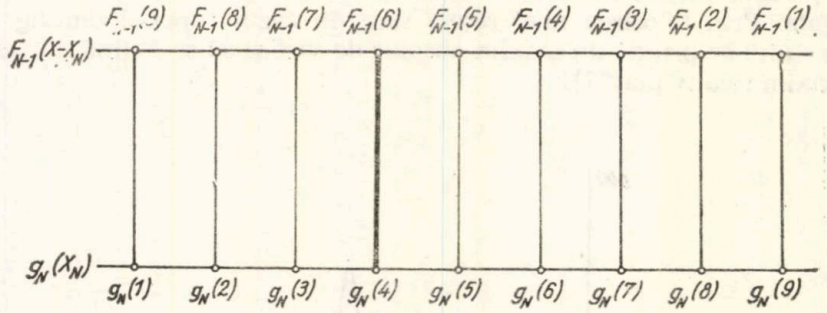


Fig. 3

Dacă se mărește pasul rețelei pentru x la 2 unități, combinațiile care se fac în vederea determinării lui $F_N(x)$ vor fi reduse la jumătate, iar pe de altă parte ele vor fi dependente de originea care se alege pentru rețeaua de reprezentare a funcțiilor $g_i(x_i)$, alegere care se face arbitrar. În figura 4 sînt puse în evidență modurile de aplicare a programării dinamice în cazul alegerii unui pas al rețelei egal cu 2 dar cu origini dife-

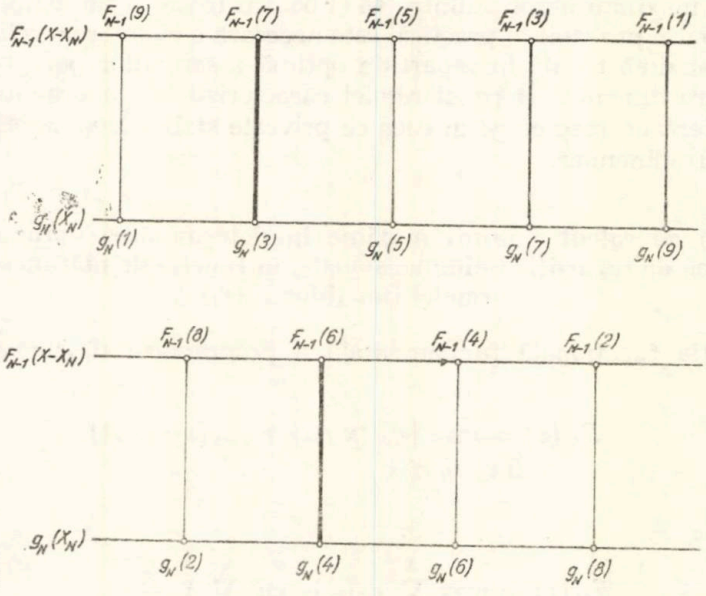


Fig. 4

rite. Reiese de aici că într-un caz optimul este atins corespunzător lui $x_N = 3$ iar în cel de-al doilea caz corespunzător lui $x_N = 4$.

Pe de altă parte, conform figurii 3 este valabilă relația $F_N(3) < F_N(4)$. Prin dublarea pasului poate apare deci o eroare în determinarea optimului a cărei mărime maximă este dată de diferența $F_N(4) - F_N(3)$. Procedeul dat mai sus se poate extinde cu ușurință pentru o triplare a pasului rețelei sau în general pentru o multiplicare a acestuia cu „n" unde „n" este un număr întreg. În fig. 5 este dată schema bloc de calcul a erorii maxime

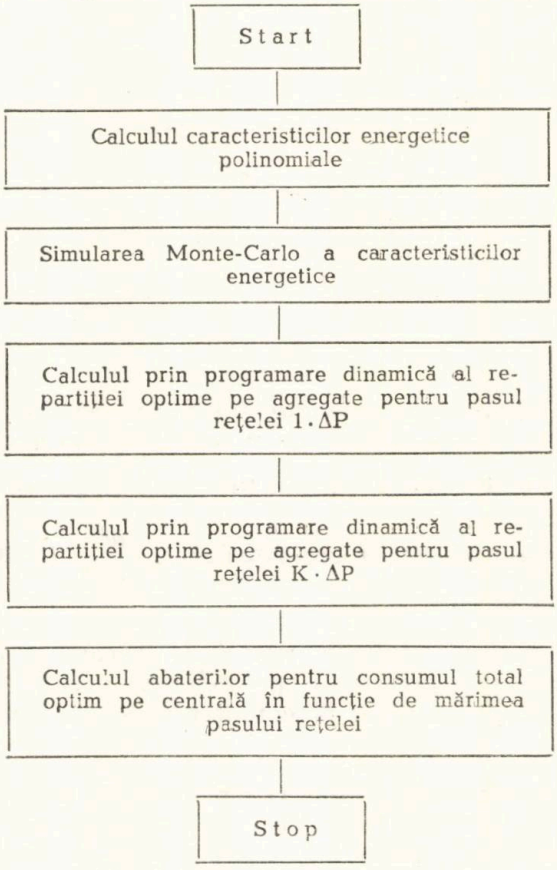


Fig. 5. Schema bloc a programului

în determinarea optimului, dezvoltată pe baza celor de mai sus. A fost alcătuit corespunzător un program de calcul în limbaj FORTRAN pentru un calculator electronic numeric IBM 360/30.

4. Simularea caracteristicilor energetice ale unor agregate din CET în vederea testării pe calculator a programului

În vederea testării pe calculator a programului de calcul întocmit și a obținerii unor rezultate cu un grad de generalitate cît mai ridicat, s-au utilizat ca date de intrare caracteristici energetice simulate ale agregatelor din CET și CTE. În acest sens s-au avut în vedere :

a) dependența dintre puterea agregatelor, parametrii aburului viu și consumurile specifice de combustibil [8], ceea ce permite ca odată fixată o valoare pentru puterea agregatului, punctul B conform fig. 6 să poată fi determinat imediat ;

b) consumul de mers în gol al agregatelor este dat în literatura tehnică ca o cotă procentuală din consumul maxim de combustibil (10—20%) ceea ce permite aflarea punctului A ;

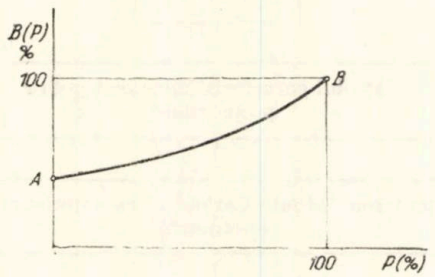


Fig. 6

c) se poate admite o reprezentare sub forma ecuației (1) a caracteristicilor energetice. Pentru aflarea unor coeficienți b,c,d care să simuleze corect caracteristicile reale se va mai ține cont de necesitatea ca $\frac{dB}{dP} > 0$ (caracteristica energetică strict crescătoare) și $\frac{d^2B}{dP^2} > 0$ (caracteristica energetică convexă) ;

d) alegerea pasului minim al rețelei de la care se pleacă este dictată de considerente de precizie a aparatelor de măsură și de practică a conducerii prin dispecer, fiind acceptată practic o anumită discretizare [9] ;

e) Avînd în vedere că relația (1) este obținută prin regresie și fiind verificat faptul că punctele reale au o distribuție normală față de curba de regresie (Anexa 2), se poate face o simulare Monte-Carlo a caracteristicii energetice [2]. Este necesar să se pună condiția nedescreșterii caracteristicii energetice, întrucît variabilele aleatoare Monte-Carlo pot fi și de semn negativ. Ecuația care permite și luarea în considerare a abaterilor normale ale punctelor de consum este :

$$B^*(P) = B(P) + \frac{a}{2} \max \{B(P + \Delta P) - B(P), B(P) - B(P - \Delta P)\} \quad (4)$$

unde :

a — reprezintă o variabilă aleatoare normală extrasă dintr-un tabel cu numere întîmplătoare [2].

Ilustrarea grafică a ecuației (4) este dată în fig. 7.

Tabela 1

Eroarea maximă (%) în determinarea optimului într-o problemă de repartiție unidimensională în funcție de mărimea pasului rețelei caracteristicilor energetice față de calculul pentru $\delta = 0{,}01\ P_{grup}^{max}$

Sarcina centralei raportată la P_{grup}^{max}	Simulare Monte-Carlo a caract. energetice	Număr de grupuri considerate	Multiplul pasului inițial $(\delta = 0.01\ P_{grup}^{max})$								
			2	3	4	5	6	7	8	9	10
80%	nu	2	0,01	0,01	0,02	0,03	0,06	0,06	0,10	0,10	0,15
	da	2	0,26	0,30	0,31	0,27	0,28	0,37	0,37	0,37	0,37
	da	3	0,22	0,29	0,42	0,34	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
90%	nu	2	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,09	0,11	0,15
	da	2	0,22	0,22	0,22	0,22	0,26	0,32	0,32	0,35	0,35
	da	3	0,17	0,22	0,37	0,35	0,50	0,48	0,54	0,54	0,67
100%	nu	2	0,00	0,01	0,02	0,04	0,04	0,08	0,03	0,13	0,14
	da	2	0,16	0,31	0,34	0,30	0,34	0,34	0,34	0,35	0,34
	da	3	0,17	0,20	0,31	0,30	0,49	0,46	0,51	0,51	0,66

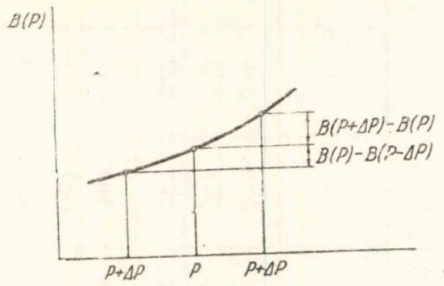


Fig. 7

5. Rezultatele calculului

Eroarea maximă în determinarea optimului într-o problemă de repartiție unidimensională a sarcinilor pe turbinele unei CTE, în funcție de mărimea pasului rețelei caracteristicilor energetice, este dependentă de:

— modul de simulare a caracteristicii energetice respectiv dacă se utilizează sau nu metoda Monte-Carlo ;

— sarcina cerută pe centrală ;

— numărul de grupuri în funcțiune.

Rezultatele prezentate în tabela 1, pentru cîteva situații caracteristice, pun în evidență faptul că eroarea nu este mai mare de 1% pentru un pas al rețelei caracteristicilor energetice de pînă la 10% din puterea maximă a celui mai mare grup considerat (P^{max}_{grup}). În consecință, în calculele practice pasul rețelei se poate lua de cca $\frac{1}{10} - \frac{1}{20}$ din puterea nominală a agregatelor.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

Anexa 1

COMPARAREA PRECIZIEI DE REPREZENTARE A UNEI CARACTERISTICI ENERGETICE PRINTR-O DREAPTĂ DE REGRESIE SAU UN POLINOM DE REGRESIE DE GRADUL 3

Se consideră caracteristica energetică discretă a unei turbine de condensație de 150 MW [1] dată mai jos :

$P_i(MW)$	y_i	40	50	60	70	80	90
$b_i(tcc/h)$	x_i	14,62	17,89	20,91	23,59	26,19	28,99
$P_i(MW)$	y_i	100	110	120	130	140	150
$b_i(tcc/h)$	x_i	31,75	34,58	37,61	40,82	44,26	47,86

Căutarea dreptei de regresie $y=mx+k$, abaterile măsurîndu-se în raport cu y prin metoda celor mai mici pătrate, revine la a rezolva sistemul de ecuații :

$$m \sum x_i + k\, n = \sum y_i \tag{1}$$

$$m \sum x_i^2 + k \sum x_i = \sum x_i y_i \tag{2}$$

unde n reprezintă numărul de puncte luate în considerare.

Cu valorile din exemplul considerat ecuațiile sînt :

$$1\,140\,m + 12\,k = 369{,}07 \tag{3}$$

$$122\,600\,m + 1\,140\,k = 39\,263{,}50 \tag{4}$$

Rezolvînd ecuațiile se obține :

$$m = 0{,}29383$$

$$k = 2{,}8416$$

$$y = 0{,}29383\,x + 2{,}8416 \tag{5}$$

Căutarea polinomului de regresie $z=ax^3+bx^2+cx+d$, abaterile măsurîndu-se deasemeni în raport cu z, prin metoda celor mai mici pătrate, revine la a rezolva sistemul de ecuații :

$$nd + c \sum x_i + b \sum x_i^2 + a \sum x_i^3 = \sum z_i \tag{6}$$

$$d \sum x_i + c \sum x_i^2 + b \sum x_i^3 + a \sum x_i^4 = \sum x_i z_i \tag{7}$$

$$d \sum x_i^2 + c \sum x_i^3 + b \sum x_i^4 + a \sum x_i^5 = \sum x_i^2 z_i \tag{8}$$

$$d \sum x_i^3 + c \sum x_i^4 + b \sum x_i^5 + a \sum x_i^6 = \sum x_i^2 z_i \tag{9}$$

Cu valorile din exemplul considerat ecuațiile sînt :

$$12\,d + 1\,140\,c + 122\,600\,b + 14\,364\,000\,a = 369\,07 \tag{10}$$

$$114\,d + 12\,260\,c + 1\,436\,400\,b + 178\,214\,000\,a = 3\,926{,}35 \tag{11}$$

$$1\,226\,d + 143\,640\,c + 17\,821\,400\,b + 2\,298\,924\,000\,a = 45\,731{,}0 \tag{12}$$

$$14\,364\,d + 1\,782\,140\,c + 229\,892\,400\,b + 30\,482\,126\,000\,a = 565\,746{,}75 \tag{13}$$

Rezolvînd ecuațiile se obține :

$$a = 0{,}0000145$$

$$b = -0{,}00381$$

$$c = 0{,}594$$

$$d = -4{,}10$$

$$z = 0{,}0000145\,x^3 - 0{,}00381\,x^2 + 0{,}594\,x - 4{,}10 \tag{14}$$

Pe rețeaua dată de valori pentru P_i se obțin astfel următoarele abateri ale valorilor reale b față de valorile b_1 calculate cu relația (5) și față de valorile b_3 calculate cu relația (14) :

$b(tcc/h)$	$y_i = b\,(tcc/h)$	$z_i = b_3(tcc/h)$	$\Delta_1 = b - b_1$	$\Delta_3 = b - b_3$
14.62	14,59	14,49	+0,03	+0,13
17.89	17,53	17,88	+0,36	+0,01
20.91	20,47	20,95	+0,44	—0,04
23,59	23,41	23,79	+0,18	—0,20
26,19	26,35	26,46	—0,16	—0,27
28,99	29,29	29,07	—0,30	—0,08
31,75	32,22	31,70	—0.47	+0,05
34,58	35,16	34,44	—0,58	+0,14
37,61	38,10	37,38	—0.49	+0,23
40,82	41,04	40,59	—0,22	+0.23
44,26	43,98	44,17	+0,28	+0 09
47,86	46,92	48,21	+0,94	—0,35

Mediile aritmetice ale abaterilor sînt foarte mici ($\cong 0$).

Abaterile medii pătratice ale punctelor reale față de reprezentările teoretice (5) și (14), care constituie și o măsură a gradului de precizie ale acestora, sînt :

$$\sigma_1^2 = (\sum \Delta_1^2)/(n-1) = (0{,}455)^2$$

$$\sigma_3^2 = (\sum \Delta_3^2)/(n-1) = (0{,}191)^2$$

Se constată o reducere de cca. 50% a abaterii medii pătratice în cazul adoptării reprezentărilor polinomiale de gradul 3.

Anexa 2

VERIFICAREA DISTRIBUȚIEI NORMALE (GAUSSIENE) A ABATERILOR PUNCTELOR DE PE O CARACTERISTICĂ ENERGETICĂ DISCRETĂ ÎN RAPORT CU UN POLINOM DE REGRESIE DE GRADUL 3

Considerînd abaterile Δ_3 determinate în anexa 1 estimarea parametrilor legii normale pe care presupunem că o urmează z se face cu relația :

$$\bar{z} = (\sum z_i)/n \longleftrightarrow \text{pentru medie,} \qquad (1)$$

și

$$\sigma^2 = (\sum (z_i - \bar{z})/(n-1) \longleftrightarrow \text{pentru dispersie.} \qquad (2)$$

Pentru exemplul considerat rezultă valorile :

$$\bar{z} = -0{,}00545$$

$$\sigma = 0{,}191$$

Se verifică cu testul lui Kolmogorov ipoteza H : abaterile studiate aparţin clasei N(-0,00545;0,191).

În tabelul de mai jos, s-au calculat valorile F_0 ale funcţiei de repartiţie normală N(-0,00545;0,191) în punctele z=—0,35; —0,34,..;+ 0,22;+0,23 şi deasemeni valorile funcţiei de repartiţie F_{10} în aceleaşi puncte.

Valorile observate z	Frecvenţa	$F_0(z)$	$F_{10}(z)$	$\lvert F_{10}(z) - F_0(z) \rvert$
—0,35	1	0,0359	0	0,0359
—0,34	0	0,0401	0,0833	0,0432
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
—0,27	1	0.0823	0.0833	0,0010
—0,26	0	0,0918	0,1667	0,0749
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
—0,20	1	0,1583	0,1667	0,0084
—0,19	0	0,1660	0,2500	0,0840
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
—0,08	1	0,3483	0,2500	0,0983
—0,07	0	0,3669	0,3333	0,0336
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
—0,04	1	0,4286	0,3333	0,0953
—0,03	0	0,4483	0,4167	0,0316
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
+0 01	1	0,5319	0,4167	0,1152
+0,02	0	0,5517	0,5000	0,0517
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
+0,05	1	0,6141	0,5000	0,1141
+0,06	0	0,6331	0,5833	0,0502
.	.	.	.	.
.		.	.	.
+0,09	1	0,6915	0,6667	0,0248
+0,10	0	0,7088	0,6667	0,0241
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
+0,13	1	0 7611	0,6667	0,0944
+0,14	1	0,7764	0.7500	0,0264
+0,15	0	0,7910	0,8333	0,0423
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
+0,23	1	0,8599	0,8333	0,0266

Din tabel rezultă că :

$$\sup_{-\infty < z < +\infty} \lvert F_{10}(z) - F_0(x) \rvert = 0{,}1152$$

Pentru $n=12$ şi un nivel de semnificaţie al testului $\varepsilon=0{,}05$ avem $\lambda/\sqrt{10}=0{,}4087$ şi $\lambda/\sqrt{12}=0\ 3375$.

Cum $0{,}1152<0{,}3375$, ipoteza H trebuie acceptată.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Dumitrache*, Die Berechnung der Optimalen Betriebsweisen der Aggregate von Heizkraftwerken mittels der dynamischen programmierung (Buletin ISPE nr. 1/1969 RSR).
2. *A. Kaufmann*, Metode şi modele ale cercetării operaţionale (Ed. Ştiinţifică — 1967).
3. *T. Orkisz*, Analiza stabilnosci optymalnego rozwiazania zadania programowania liniowego (Przeglad Statystyczny Nr. 1 — 1964 R.P. Polonă).
4. *R. Atlas, A. Kughelevicius*, Determinarea caracteristicilor energetice ale agregatelor prin metode statistico-matematice cu ajutorul calculatoarelor (Teploenerghetica Nr. 8/1967 — URSS).
5. *V. V. Kalevici, T. A. Markovici*, Repartiţia optimă a puterilor între grupurile unei centrale electrice de termoficare (Energhetica i Electrificaţia Nr. 4 — 1968 URSS).
6. *R. Leitl, V. Votava*, Pouziti dynamickeho programováni pro ekonomocké rozdelováni výkonu v electrárne na jednolivé bloky (Energetica Nr. 8/1967 RSC).
7. *R. Bellman, S. Dreyfus*, Programarea dinamică aplicată (Ed. Tehnică — 1967).
8. *C. Dinculescu, N. Dănilă, V. Pimsner*, Analiza termodinamică a schemelor centralelor electrice (ed. Acad. R.S.R., 1967).
9. *J. Hammersly, J. Handscomb*, Les methodes Monte-Carlo (Ed. Dunod — 1968).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

AUTOMATICĂ

C.Z. : 621-52

REGULATOR HIBRID PENTRU PROCESE RAPIDE

COSTICĂ NITU

Pentru realizarea unei legi de reglare este necesar ca eroarea să fie prelucrată după un anumit algoritm. În general prelucrarea erorii se face prin efectuarea unor operații de integrare, derivare, multiplicare și însumare. Aceste operații pot fi efectuate prin mai multe metode : analogice, numerice și hibride. Din proiectarea și experimentarea diferitelor elemente numerice, analogice sau hibride utilizate pentru efectuarea operațiilor menționate au reieșit următoarele tendințe optime.

1. Operația de integrare din cadrul legii de reglare este necesară în general pentru obținerea unei erori nule în cazul aplicării unui semnal treaptă la intrare. Deoarece la un sistem automat se impune o anumită precizie de reglare, este necesar ca operația de integrare să se efectueze cu precizie mare indiferent de mărimea erorii de reglare. Operația de integrare include de fapt două operații elementare : operația de însumare și operația de memorare. Efectuarea operației de integrare prin metode analogice are următoarele dezavantaje :

a. În cazul integrării unor semnale de amplitudine mică precizia de însumare este mică, deoarece elementele analogice au o insensibilitate relativ mare.

b. În cazul integrării unor semnale lent variabile în timp, memorarea rezultatului cu elemente analogice pe un interval mare de timp se face cu precizie mică. Din aceste motive la sistemele de reglare la care se impune o precizie mare de reglare, operația de integrare din cadrul legii de reglare trebuie să se realizeze cu elemente bazate pe principiile tehnicii numerice de calcul.

2. Operația de derivare din cadrul legii de reglare este necesară în general pentru îmbunătățirea performanțelor tranzitorii ale unui sistem automat. Pentru realizarea acestei operații prin metode numerice este necesar un număr mare de tranzitoare deoarece trebuie efectuate mai multe operații aritmetice (scădere și multiplicare) și un număr mare de operații logice (transfer în serie, transfer în paralel, blocarea sau deblocarea unor canale de transmisie). Ori îmbunătățirea performanțelor tranzitorii în cazul sistemelor de reglare hibride se poate realiza și prin alte metode [1], [5]. Din aceste motive în cazul regulatoarelor hibride operația de derivare (cînd aceasta este strict necesară), se realizează prin metode analogice.

Deoarece metodele analogice prezintă dezavantajul că derivarea se face cu precizie mică în cazul semnalelor lent variabile în timp, domeniul lor de utilizare este limitat numai la sistemele hibride de reglare destinate pentru procese rapide. Sistemele hibride de reglare pentru procese lente la care se impun performanțe superioare folosesc alte metode (structură variabilă, optimale etc.).

3. Operația de multiplicare a unui semnal cu o constantă tinde în general să se realizeze prin metode analogice. Realizarea acestei operații prin metode numerice se face cu precizie mare dar necesită unele elemente în plus. Din această cauză se recurge la metode numerice de multiplicare numai atunci cînd operația de multiplicare este o operație inclusă într-o succesiune de operații numerice. În alte cazuri operația de multiplicare se efectuează simultan cu operația de convertire analog numerică (sau cu operația inversă acesteia), deoarece acestea se realizează cu o precizie mare.

4. Operația finală de insumare a tuturor componentelor legii de reglare poate fi de asemenea efectuată prin metode analogice sau numerice. Efectuarea acestei operații prin metode numerice necesită un sumator serie sau paralel cu mai multe intrări și cu un număr mare de elemente pentru efectuarea operațiilor logice de transfer. Din aceste motive în proiectarea regulatoarelor hibride operația finală de însumare a tuturor componentelor legii de reglare se face cu elemente bazate pe metode analogice. Precizia de însumare prin metode analogice este mare deoarece se lucrează cu semnale relativ mari și depășește precizia cu care se efectuează operațiile de convertire.

Prin urmare soluția optimă pentru realizarea unei legi de reglare PID utilizînd elemente numerice și analogice constă în următoarele :

a) Operația de derivare, operația de multiplicare și însumare finală a tuturor componentelor legii de reglare se efectuează prin metode analogice, asigurîndu-se precizia impusă 2.

b) Operația de integrare se efectuează prin metode numerice, numărul de ranguri alegîndu-se în funcție de precizia impusă.

Aceste concluzii coincid cu soluțiile adoptate de către unele firme în proiectarea unor sisteme hibride pentru realizarea legii de reglare. Astfel firma AEG a propus un regulator hibrid pentru realizarea legii de reglare după soluția descrisă mai sus [2].

În continuare se prezintă un regulator numeric integral care poate fi utilizat împreună cu sistemul unificat de reglare pentru procese rapide UNIDIN, atît pentru reglări simple cît și pentru reglări în cascadă. Regulatorul a fost realizat cu elemente din sistemul logic UNILOG, iar cercetările experimentale au arătat că principiul de funcționare și soluția constructivă aleasă prezintă o siguranță mare în funcționare. Regulatorul propus spre deosebire de cel menționat, are elementul pentru multiplicare cu un număr mult mai mic de tranzistoare, iar elementul pentru convertirea referinței în tensiune se realizează mult mai simplu și asigură o precizie mai mare.

Din punct de vedere al modului de efectuare a operațiilor de calcul și a duratei de timp utilizate în acest scop, regulatoarele numerice sînt de două tipuri : ciclice și neciclice.

La un regulator numeric ciclic operațiile de calcul și diferitele operații logice se efectuează într-o succesiune strict determinată și care se repetă în cadrul fiecărui ciclu. Operațiile de calcul și diferitele operații logice, cu ajutorul cărora se obține mărimea de comandă, trebuie să se efectueze într-un timp cît mai mic și care să fie neglijabil în raport cu durata ciclului. Celelalte operații se referă la transmiterea mărimii de comandă conform cu metoda de modulare aleasă (modulare în amplitudine, durată, frecvență etc.). Regulatoarele numerice ciclice au dezavantajul că timpul (necesar în cadrul fiecărui ciclu) pentru obținerea mărimii de comandă reprezintă un timp mort introdus în mod artificial în sistemul automat. Dintre avantajele principale ale acestor regulatoare se pot enumera : precizia de obținere a legii de reglare și posibilitatea de a efectua analiza și sinteza unui astfel de sistem cu mare precizie.

La un regulator numeric neciclic, operațiile de calcul și diferitele operații logice legate de obținerea mărimii de comandă, se efectuează în mod continuu și simultan. Deoarece toate aceste operații se efectuează în mod continuu și simultan, în sistemul automat nu se introduce nici un timp mort. Totuși aceste regulatoare prezintă dezavantajul că unele operații se fac cu o anumită eroare. De exemplu, operația de comparare a mărimii reglate cu mărimea prescrisă are ca rezultat faptul că eroarea de reglare este raportată la o mărime variabilă, ceea ce constituie o neliniaritate introdusă în mod artificial și cu consecințe defavorabile. Un alt dezavantaj al regulatoarelor numerice neciclice îl constituie faptul că nu se pot obține legi complexe de reglare. Din acest motiv regulatoarele de acest tip sînt în general proporționale sau proporțional-integrale.

Deoarece regulatorul numeric hibrid care este descris în continuare, se referă la procese rapide, unde introducerea timpului mort este inadmisibilă, se alege pentru efectuarea operațiilor numerice de calcul metoda neciclică.

Schema bloc a regulatorului numeric hibrid este prezentată în fig. 1. Se observă că pentru obținerea componentelor proporționale și derivative se folosește un amplificator operațional UNIDIN, iar pentru componenta

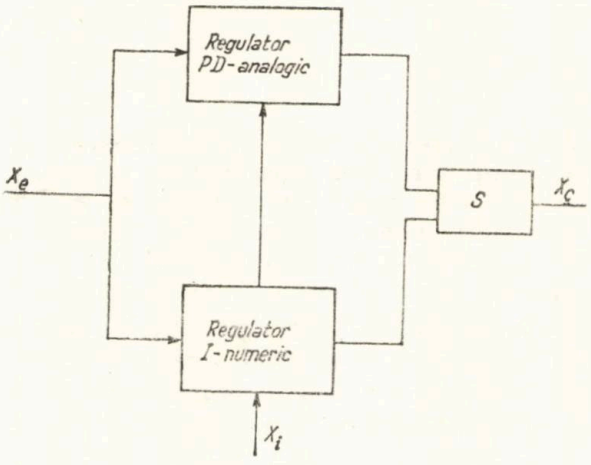


Fig. 1

integrală un bloc numeric de calcul care va fi prezentat în continuare. Aceste trei componente sînt însumate cu un element de însumare *S*. Mai trebuie menționat că fixarea mărimii de referință este necesar să se efectueze cu același element pentru ambele blocuri (analogic și numeric), pentru a nu se introduce întîrzieri sau erori.

Așa cum se arată în figura 2 fixarea mărimii de referință se face sub forma unei frecvențe de impulsuri, care pot fi uniform sau neuniform repartizate în timp. Se poate demonstra, printr-o analiză detaliată a schemelor, că obținerea unei frecvențe de impulsuri neuniform repartizate în timp se face cu mai puține elemente logice. În afară de simplitatea constructivă se mai impune condiția ca schema aleasă să permită varierea continuă a frecvenței în domeniul ales și să folosească un număr cît mai mic de tranzistoare.

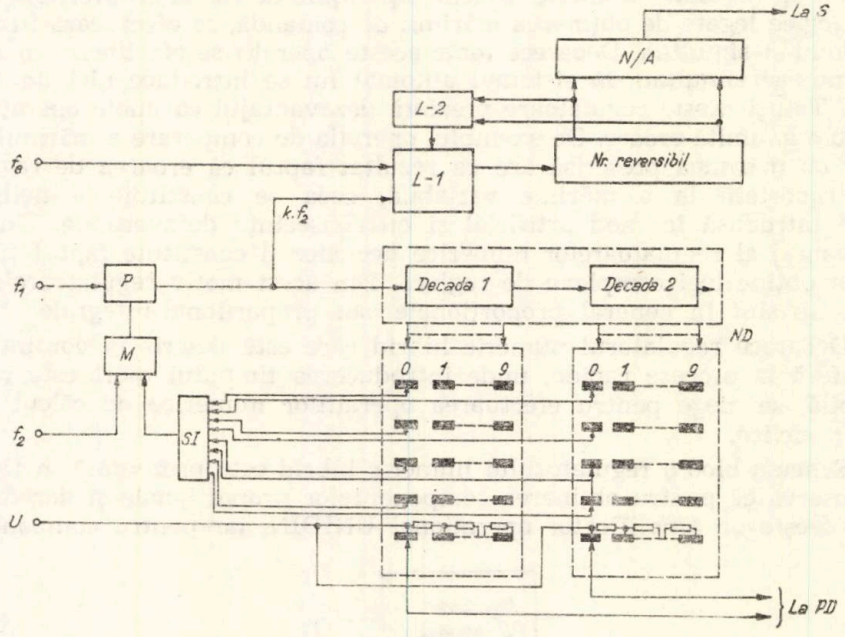


Fig. 2

Avînd în vedere aceste condiții, pentru fixarea mărimii de referință s-a ales metoda multiplicării unei frecvențe de impulsuri cu o constantă prin decodificare [6]. Prin această metodă de multiplicare se obține o succesiune de impulsuri neuniform repartizate și mai grupate decît prin metoda de variere continuă a frecvenței prin divizare.

Conform metodei alese de multiplicare, pentru un impuls al frecfenței f_2, la ieșirea elementului *P* se transmit *K* impulsuri de frecvență f_1. Numărul *K* se fixează cu ajutorul a patru cîmpuri cu cîte 10 contacte fiecare [6]. Astfel atunci cînd în numărătorul decadic *ND* se acumulează numărul *K*, elementul *SI* prin intermediul unui element de timp (nemenționat în figură) aduce în zero numărătorul decadic și memoria

M care va bloca poarta *P*. Cînd sosește un nou impuls f_2 din nou poarta *P* va fi deblocată și se repetă acelea i operații.

Pentru convertirea numărului *K* (fixat pe comutatoare) într-o tensiune se folosește încă un cîmp cu 10 contacte la fiecare comutator (cel de jos) și pe care sînt conectate cîte 10 rezistențe legate în serie. Aceste rezistențe sînt alimentate de la o tensiune continuă (de un anumit semn), iar cursoarele comutatoarelor sînt conectate la intrarea unui amplificator operațional (blocul analogic *PD*) prin intermediul unor rezistențe de valoare corespunzătoare rangului decadei respective. Acest amplificator operațional, după cum s-a menționat, efectuează operația analogică de comparație a mărimii prescrise cu mărimea reglată și reprezintă datorită reacțiilor un regulator *PD*.

Frecvența de referință $K \cdot f_2$ obținută după multiplicare se compară cu frecvența f_e în care este convertită mărimea reglată cu autorul unui element logic *L-1* care efectuează funcția logică SAU-EXCLUSIV. Acest element logic stabilește și sensul de numărare pentru numărătorul reversibil. Conținutul numărătorului reversibil este convertit într-o tensiune continuă, care reprezintă tocmai integrala erorii din momentul conectării. Pentru că numărătorul reversibil are un număr limitat de ranguri este necesar un element logic *L-2* (care reprezintă două elemente *SI*, cu mai multe intrări) pentru blocarea intrării numărătorului cînd s-a atins capacitatea maximă a acestuia într-un sens oarecare.

Elementul de însumare *S* reprezentat în fig. 1 este un amplificator operațional UNIDIN folosit ca sumator. Prin urmare tensiunile aplicate la intrarea elementului de însumare *S* sînt : tensiunea de la ieșirea regulatorului analogic *PD* și tensiunea de la ieșirea regulatorului numeric integral. Pentru fixarea parametrilor de acordare se procedează la varierea elementelor C și R din reacția regulatorului analogic *PD* iar pentru cel numeric integral la varierea rezistenței de intrare de la elementul de însumare *S*.

Catedra de automatică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Călin S.* — Regulatoare automate. Calculul și construcția. Ed. didactică și pedagogică, 1967.
2. *Krug E. K.* — Regulatoare numerice. Ed. Nauka 1965.
3. *Călin S., Nitu C.* — Regulatorul numeric RN-1. Automatica și Electronica Nr. 1, 1968.
4. *Căluşiță M.* — Element numeric de comparație. Automatica și Electronica Nr. 3 1969.
5. *Nitu C.* — Un nou principiu de construire a regulatoarelor numerice pentru mai multe canale. Automatica și Electronica Nr. 6, 1968.
6. *Nitu C.* — O metodă pentru varierea parametrilor de acordare a regulatoarelor numerice. Automatica și Electronica Nr. 5, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII. Nr. 1 — 1971

ELECTRONICĂ

C.Z. : 621.392.5

L'EXPRESSION DE LA MATRICE DE RÉPARTITION DES QUADRIPÔLES EN PONT SYMÉTRIQUES OU POTENTIEL-SYMÉTRIQUES *

PAUL POSTELNICU

Les paramètres de répartition offrent une série d'avantages dans certaines problèmes concernant l'analyse et la synthèse des réseaux électriques [1, 2, 3, 4].

Les paramètres de répartition d'un quadripôle peuvent être exprimés, par exemple, en fonction des paramètres des matrices [Y] ou [Z]. Dans un autre ouvrage [5], on établit une analogie entre les expressions des paramètres de répartition ou effectifs des quadripôles passifs et des quadripôles actifs, avec une boucle de réaction, en généralisant la notion de facteur de réaction ($F=1-T$) utilisée dans la théorie des amplificateurs à contreréaction. Dans le cas d'un quadripôle passif linéaire, ce facteur est exprimé par la relation :

$$F = 1 - T = 1 - p_1 p_2 e^{-2g}$$

et correspond à l'affaiblissement d'interaction.

L'objet du présent ouvrage est constitué en premier lieu par les expressions des matrices de répartition d'un quadripôle symétrique ou potentiel-symétrique, en fonction des paramètres de répartition des bras du quadripôle en pont équivalent.

Ces formules présentent l'avantage d'être très simples et de permettre une interprétation physique à l'aide du phénomène de réflexion. Elles sont utiles dans l'analyse et la synthèse des quadripôles passifs [6, 7]).

Dans ce qui suit on désigne par R_1 et R_2 les impédances de référence aux deux portes d'accès du quadripôle, et on compoi pour les écuations du quadripôle, en fonction des variables de répartition, les expréssions :

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 &= S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{aligned} \tag{1}$$

De même les variables de répartition sont définies en considérant l'adaptation sur impédances égales. L'adaptation sur impédances conjuguées est moins propre pour les problèmes traités.

* Ouvrage reçu à la rédaction le 26 May 1969.

Quadripôles symétriques

Les paramètres de répartition des impédances Z_a et Z_b du quadripôle, symétrique en treillis, représenté dans la fig. 1, sont définis par les expréssions :

$$S_a = \frac{Z_a - R}{Z_a + R} = \frac{z_a - 1}{z_a + 1} \quad , \quad S_b = \frac{Z_b - R}{Z_b + R} = \frac{z_b - 1}{z_b + 1} \tag{2}$$

ou R est l'impédance de référence et

$$z_a = \frac{Z_a}{R} \quad , \quad z_b = \frac{Z_b}{R}$$

Conformément aux relations (2), les impédances normées z_a et z_b, en fonction des paramètres S_a et S_b, sont données par les formules :

$$z_a = \frac{Z_a}{R} = \frac{S_a - 1}{S_a + 1} \quad , \quad z_b = \frac{Z_b}{R} = \frac{S_b - 1}{S_b + 1} \tag{3}$$

En supposant le quadripôle fermé par l'impédance Z, comme dans la fig. 1, on déduit pour l'impédance d'entrée W_1, et pour le facteur de transmission S_{21}, les formules :

$$W_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2 Z_a Z_b + Z (Z_a + Z_b)}{Z + Z_a + Z_b}$$

$$S_{21} = \frac{2 U_2}{E} = \frac{(Z_b - Z_a) Z}{(Z + Z_a)(Z + Z_b)} \tag{4}$$

Si on considère $Z = R$ (l'impédance de référence) et on remplace dans les rélations (4), les impédances Z_a et Z_b, par les paramètres S_a et S_b, à l'aide des expressions (3), on obtient pour les paramètres de répartition S_{11} (le facteur de réflexion effectif) et S_{21} (le facteur de transfert effectif) les formules

$$S_{11} = \frac{W_1 - R}{W_1 + R} = \frac{S_a + S_b}{2} \tag{5}$$

$$S_{21} = \frac{S_b - S_a}{2} \tag{6}$$

Conformement aux relations (5) et(6), la matrice de répartition du quadripôle symétrique a l'expression :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{S_a + S_b}{2} & \frac{S_b - S_a}{2} \\ \frac{S_b - S_a}{2} & \frac{S_a + S_b}{2} \end{bmatrix} \tag{7}$$

On remarque l'analogie formelle avec la matrice [Z] ou [Y] du même quadripôle.

L'exposant de transfer effectif (composite) g_{ef}, l'exposant des tensions reflechies (de l'echo) et les affaiblissements correspondants, sont donc exprimés par les formules :

$$g_{ef} = ln \frac{1}{S_{21}} = ln \frac{2}{S_b - S_a} \quad , \quad a_{ef} = ln \frac{2}{|S_b - S_a|}$$

$$g_{ec} = ln \frac{1}{S_{11}} = ln \frac{2}{S_a + S_b} \quad , \quad a_{ec} = ln \frac{2}{|S_a + S_b|} \tag{8}$$

Dans le cas particulier, où une des impédances Z_a ou Z_b est égale à R, par exemple $Z_b = R$ on a $S_b = 0$ et l'expréssion de la matrice de répartition devient :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{S_a}{2} & -\frac{S_a}{2} \\ -\frac{S_a}{2} & \frac{S_a}{2} \end{bmatrix} \tag{9}$$

On a donc :

$$a_{ef} = a_{ec} = ln \frac{2}{|S_a|} \tag{10}$$

Pour un quadripôle symétrique et antimétrique, on a $Z_a Z_b = R^2$ et les paramètres de répartition ont les expressions bien connues :

$$S_b = -S_a = \frac{Z_b - R}{Z_b + R}$$

$$S_{11} = S_{22} = 0 \, , \quad S_{12} = S_b = -S_a$$

Dans ce cas, donc, le quadripôle est adapté aux extrémités.

Des relations (5) et (6) on déduit les suivantes expressions des paramètres de répartition S_a et S_b, des dipôles composantes Z_a et Z_b (fig. 1), en fonction de paramètres de répartition S_{11}, S_{12} :

$$S_a = \frac{Z_a - R}{Z_a + R} = S_{11} - S_{21} \quad , \quad S_b = \frac{Z_b - R}{Z_b + R} = S_{11} + S_{21} \tag{11}$$

R étant l'impédance terminale (de référence).

Des relations (3) et (11) on déduit :

$$\frac{Z_a}{R} = \frac{S_{11} - S_{21} - 1}{S_{11} - S_{21} + 1} \quad , \quad \frac{Z_b}{R} = \frac{S_{11} + S_{21} - 1}{S_{11} + S_{21} + 1} \tag{12}$$

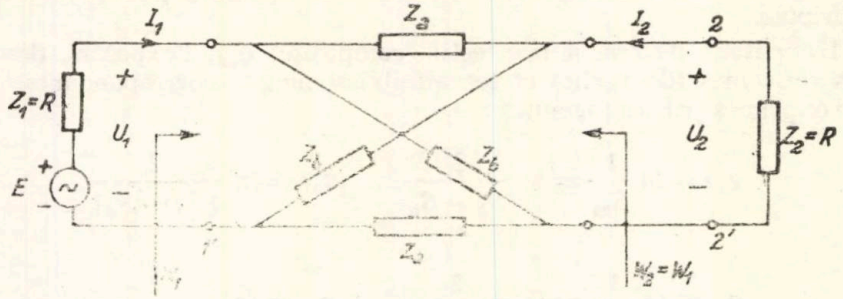


Fig. 1

Quadripôles symétriques réactifs

Pour un quadripôle symétrique réactif, on utilise les notations suivantes :

$$z_a = \frac{Z_a}{R} = \frac{jX_a}{R} = jx_a \quad , \quad z_b = \frac{Z_b}{R} = \frac{jX_b}{R} = jx_b \tag{13}$$

$$S_a = \frac{jx_a - 1}{jx_a + 1} = e^{2j\varphi_a} \quad , \quad S_b = \frac{jx_b - 1}{jx_b + 1} = e^{2j\varphi_b} \tag{14}$$

où

$$\operatorname{tg}\varphi_a = -x_a \quad , \quad \operatorname{tg}\varphi_b = -x_b \tag{15}$$

Les relations (13), (14), (15) nous conduisent à la construction graphique, indiquée dans la figure 2, par la quelle on peut déterminer les paramètres S_a, S_b, S_{11}, S_{22}, en fonction de x_a et x_b et réciproquement. Dans ce but on peut marquer sur la circonference les valeurs du x (x_a et x_b).

Ainsi qu'il résulte de cette diagramme, les vecteurs $S_{11}=OP$ et $S_{21}=PN$, sont orthogonals. On obtient donc la relation bien connue :

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \tag{16}$$

ainsi que la relation d'orthogonalité :

$$\arg S_{21} = \arg S_{11} \pm \frac{\pi}{2}$$

Tenant compte des rélation (5) et (6), on déduit pour un quadripôl symétrique

$$|S_{11} + S_{21}| \leqslant 1$$

le signe égal, correspondant aux quadripôles réactifs.

Quadripôles potentiel-symétriques

Pour déduire les expressions des paramètres S_{11}, S_{22} et $S_{12}=S_{21}$, on peut utiliser le transformateur différentiel supposé idéal, représenté dans la figure 3. En désignant par n_{1a}, n_{1b} et n_2, les nombres des spires des trois enroulements, on note :

$$n_1 = n_{1a} + n_{1b} \quad , \quad n = \frac{n_2}{n_1} \quad , \quad m = \frac{n_{1b}}{n_{1a}} \tag{17}$$

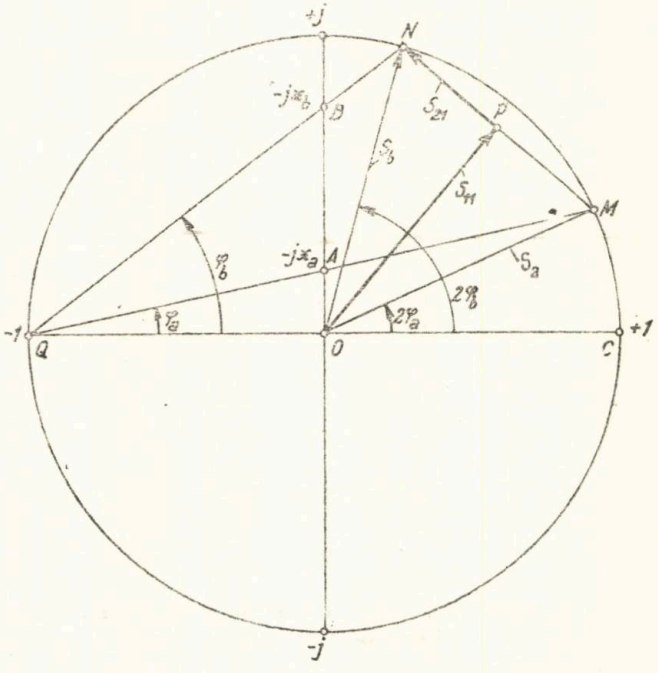


Fig. 2

Les impédances d'adaptations (ou sur images) aux quatre portes 1—1′, 2—2′, *a*—*a*′, *b*—*b*′, en fonction d'une des impédances terminales, par exemple Z_1, sont données par les formules

$$R_1 = Z_1 \quad , \quad R_2 = \frac{n^2(1+m)^2}{m} R_1 \tag{18}$$

$$R_A = \frac{1+m}{m} R_1 \quad , \quad R_B = (1+m) R_1 \tag{19}$$

On considère tout d'abord le quadripôle représenté dans la figure 3, avec les portes d'accès 1—1′ et 2—2′. Les paramètres de la matrice [Z] de ce quadripôle ont les expressions suivantes :

$$Z_{11}=\frac{m^2 Z_A+Z_B}{(1+m)^2} \quad , \quad Z_{22}=n^2(Z_A+Z_B) \tag{20}$$

$$Z_{12}=\frac{n}{1+m}(Z_B-m Z_A) \tag{21}$$

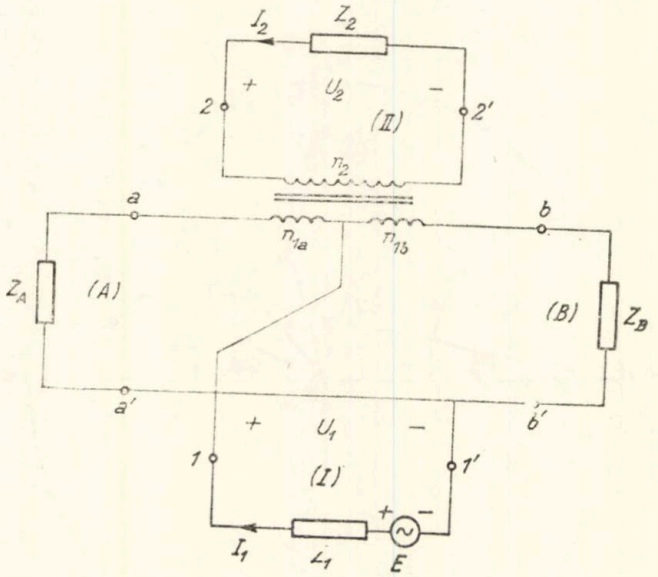


Fig. 3

A l'aide de ces relations on déduit le schéma équivalent en T, représenté dans la figure 4 a. Dans la figure 4 b, on a représenté les deux demisections, qui permettent de déduire la structure du quadripôle symétrique, correspondant à ce quadripôle potentiel-symétrique. Pour simplifier la figure, on a consideré $n(m+1)=1$.

Pour les impédances Z_A et Z_B, des bras du quadripôle considéré (v. fig. 3), on prend comme impédances de références, R_A et R_B, définies par les relations (19). On a donc :

$$S_A=\frac{Z_A-R_A}{Z_A+R_A} \quad , \quad S_B=\frac{Z_B-R_B}{Z_B+R_B} \tag{22}$$

Les paramètres S_A et S_B, correspondent aux coefficients de comparaison (de la matrice de comparaison) qui interviennent du changement de la matrice de référence, par rapport au systéme differentiel adapté [2].

Pour le quadripôle, on prend comme impédances de référence R_1 et R_2, définies par les relations (18).

Tenant compte des formules suivantes

$$S_{11} = \frac{W_1 - R_1}{W_1 + R_1} \quad , \quad S_{22} = \frac{W_2 - R_2}{W_2 + R_2} \tag{23}$$

$$S_{21} = S_{12} = \frac{2\,U_2}{E}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \tag{24}$$

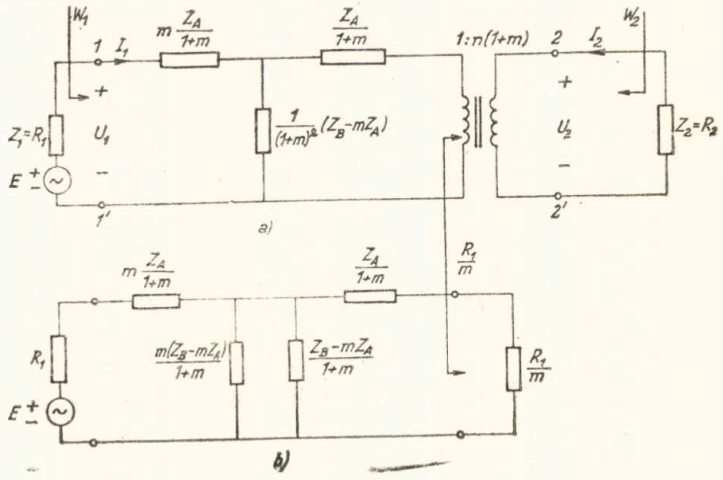


Fig. 4

ou W_1 et W_2 représentent les impédances d'entrée aux portes 1—1' et 2—2' (v. fig. 3 ou fig. 4) ont obtient pour la matrice de repartition du quadripôle, l'expression :

$$[S] = \begin{bmatrix} \dfrac{m\,S_A + S_B}{1+m} & \dfrac{\sqrt{m}}{1+m}(S_B - S_A) \\ \dfrac{\sqrt{m}}{1+m}(S_B - S_A) & \dfrac{m\,S_B + S_A}{1+m} \end{bmatrix} \tag{25}$$

On remarque de même dans ce cas une analogie formelle avec la matrice [Z] si on tient compte du scéma équivalent en T (fig. 4) ou en X.

Au cas où $n^2\,Z_A Z_B = R_0^2$, le quadripôle est antimétrique. Si on prend pour n la valeur $n = \sqrt{m}/1+m$, (qui assure l'égalité $R_2 = R_1$), et pour R_0 la valeur R_1, on obtient $S_A = -S_B$ et, pour les paramètres de repartition les expressions :

$$S_{11} = -S_{22} = S_B\,\frac{1-m}{1+m} \quad , \quad S_{12} = S_{21} = 2\,n\,S_B \tag{26}$$

Pour le quadripôle avec les portes d'accès a—a' et b—b', de la fig. 3, on obtient le schéma équivalent en T représenté dans la fig. 5. Dans ce cas on prend comme impédances de référence pour les impédances connectées aux portes internes (Z_1 et Z_2) les impédances d'adaptation, conformement aux relations (18) et (19), c'est-à-dire

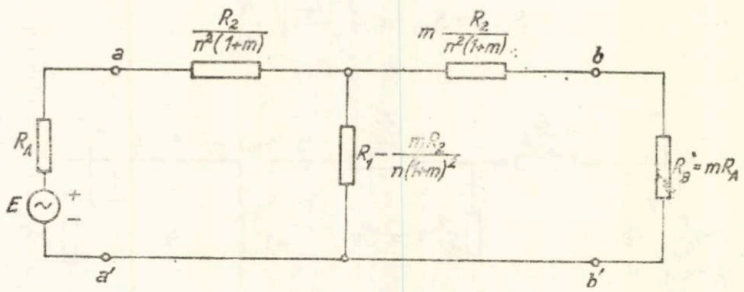


Fig. 5

$$R_1 = \frac{m}{1+m} R_A \quad , \quad R_2 = \frac{n^2(1+m)^2}{m} R_1$$

Les paramètres de répartition des impédances Z_1 et Z_2 sont donc

$$S_1 = \frac{Z_1 - R_1}{Z_1 + R_1} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{Z_2 - R_2}{Z_2 + R_2}$$

Pour la matrice de répartition du quadripôle a—a', b—b', on obtient une expression analogue à (25), où on remplace S_A et S_B, par S_1 et S_2

Pour déduire la matrice (25) ou peut utiliser aussi la théorème de la division [8]. A l'aide de ce théorème on peut déduire pour les paramètres de la matrice $[S]$, des relations analogues à celles relatives à l'impédance ou a l'admitance de transfert [8].

Il faut souligner le fait que les expressions simples de la matrice de répartition (7) et (25) ont été obtenues dans le cas normal où les impédances de référence (ou terminales) aux deux portes du quadripôle symétrique ont été pris égales (R) et aux deux portes du quadripôle potentiellement symétrique, dans le rapport des niveaux des impédances des deux demisections [v. fig. 4 b ou 5 et les relations (18)]. Ce cas présentent d'interêt dans l'analyse et la synthèse des quadripôles.

Si le rapport Z_2/Z_1, des impédances terminales du quadripôle I—II ne correspond à cette condition (18), c'est-à-dire si Z_2 ne correspond à „l'impédance d'adaptation", on peut déduire les paramètres de répartition, par exemple, de la manière suivante. On remplace l'impédance Z_2 par l'impédance d'adaptation R_2 en série avec la tension

$$E_r = I_2 (R_2 - Z_2)$$

et on utilise les formules (20) et (21). On obtient, par exemple, la formule

$$S'_{21} = S_{21} \frac{\sqrt{1 - S_2^2}}{1 - S_{22} S_2} \tag{27}$$

où, S'_{21} est le paramètre de répartition correspondant aux impédances de référence quelconque (Z_1 et Z_2), S_{21}, le même paramètre au cas où $Z_2 = R_2$ et S_2 este le coefficient de comparaison :

$$S_2 = \frac{Z_2 - R_2}{Z_2 + R_2} \tag{28}$$

Signification physique des formules déduites

Les matrices (7) et (25) permettent une interprétation physique du transfert des signaux par un quadripôle symétrique ou potentiel symétrique. Cette interprétation est plus suggestive dans le cas du sytsème differentiel (v. fig. 3).

Dans le but de présenter cette intérprétation d'une manière plus simple, on considère d'abord le transformateur differentiel symétrique ($m=1$) et $n=0{,}5$ représenté dans la fig. 6. Dans ce cas, les impédances d'adaptation aux 4 portes, désignées par I, II, A, B, par rapport à l'impédance $Z_1 = R_1$, connecté à la porte I, sont données par les relations

$$R_1 = R_2 = R \quad , \quad R_A = R_B = 2R \tag{29}$$

conformément aux formules (18) et (19).

Dans ce réseau (v. fig. 3 ou 6) on peut distinguer les „quadripôles de transfert" I—A, I—B, II—A et II—B et les quadripôles de bloquage I—II et A—B, considérés auparavant. A chaque quadripôle on distingue deux portes d'accès et deux „portes internes". Par exemple, au quadripôle I—A, les portes d'accès sont I et A, et les portes internes II et B.

On déduit que les impédances images d'un des quadripôles mentionnés (I—A, I—B, etc.), sont égales aux impédances d'adaptation aux portes respectives, si les portes internes sont fermées, de même, par les impédances d'adaptation. Par exemple, les impédances images du quadripôle I—A sont R et $2R$ si les portes B et II sont fermées par $2R$ et R.

Dans le cas particulier considéré ($m=1$, $n=0{,}5$), le quadripôle I—II este équivalent au quadripôle représenté dans la fig. 1 si $Z_A = 2Z_a$ et $Z_B = 2Z_b$.

Les paramètres de répartition S_A et S_B, ont donc les valeurs

$$S_A = S_a = \frac{Z_A - 2R}{Z_A + 2R} = \frac{Z_a - R}{Z_a + R} \tag{30}$$

$$S_B = S_b = \frac{Z_B - 2R}{Z_B + 2R} = \frac{Z_b - R}{Z_b + R} \tag{31}$$

conformément aux relations (2) et (22).

Les paramètres S_A et S_B, représentent donc les facteurs de réflexion sur images aux portes respectives. Par exemple S_A, represente le facteur de réflexion à la porte A, du quadripôle I—A, ayant aux portes internes II et B, les impédances $Z_2=R$ et $Z_B=2R$.

Si on considère une tension électromotrice $e(t)$, appliquée à la porte I (v. fig. 6), le transfert de puissance à la porte II à lieu par réflexions aux portes A et B. Ce phénomène peut être mis en évidence de la manière suivante:

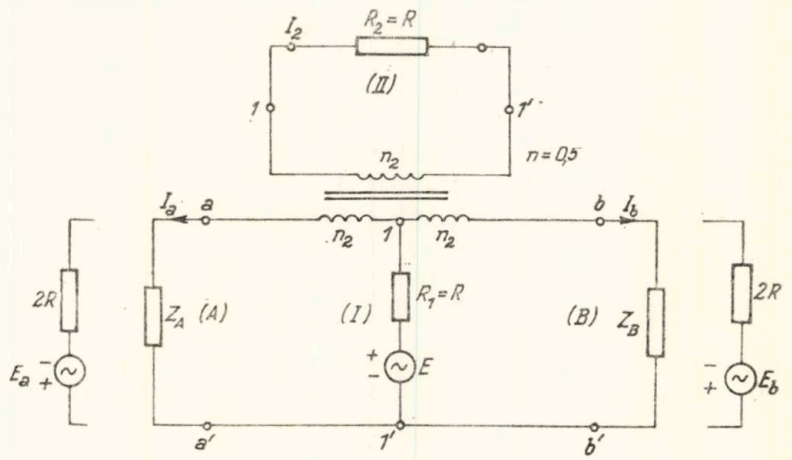


Fig. 6

Ainsi qu'il est montré sur la figure 6, on remplace l'impédance Z_A, par l'impédance d'adaptation $2R$ en série avec la t.e.m $E_a=I_a(2R-Z_A)$ et l'impédance Z_B, par $2R$, en série avec la t.e.m. $E_b=I_b(2R-Z_B)$.

On déduit pour les courant s I_a et I_b, les relations :

$$I_a = I'_a + I''_a = I'_a(1 - S_a) \tag{32}$$
$$I_b = I'_b + I''_b = I'_b(1 - S_b)$$

où

$$I'_a = I'_b = \frac{E}{4R} \tag{33}$$

sont les courants directs et I''_a et I''_b, sont les courant réflechis, aux portes A et B.

On obtient pour le courant à la porte II, en tenant compte de (32) et (33) :

$$I_2 = I''_a - I''_b = \frac{E}{4R}(S_b - S_a) \tag{34}$$

et pour le paramètre S_{21} :

$$S_{21} = \frac{2U_2}{E} = \frac{2I_2R}{E} = \frac{S_b - S_a}{2} \quad , \tag{35}$$

c'est-à-dire la formule (6). D'une manière analogue on peut déduire la formule (5).

Dans le cas particulier $Z_B = 2R$, la réflexion à la porte B disparait. Le courant I_b'' est nul et le transfer entre les portes I et II à lieu par réfléxion à la porte A. Ce fait explique l'égalité $S_{11} = S_{21}$, ou $a_{ef} = a_{ec}$ [la matrice (9)] Ce phénomène de réflexion apparaît plus évident si on considère le cas représenté dans la fig. 7, où à la porte A du transformateur

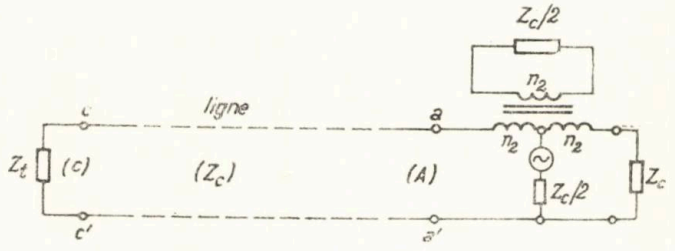


Fig. 7

différentiel est connectée une ligne homogène, par exemple, dont l'impédance caractéristique est Z_c. Aux portes I, II, et B, le transformateur différentiel est férmé par les impédances d'adaptation. Il est claire que, dans ce cas, l'onde à la porte II provient de l'onde réfléchie à la porte C, où on suppose qu'il n'y a pas adaptation entre l'impédance caractéristique Z_c de la ligne et l'impédance terminale Z_t.

Les relations (32)—(34) nous suggèrent la diagramme de fluence des signaux de répartition représentée dans la fig. 8, qui peut être déduite de la manière suivante. Tenant compte que les impédances images à la porte I, des quadripôles I—A et I—B, sont égales à R, il résulte que la t.e.m. E, appliquée à la porte I, produit à cette porte, le courant direct I_1' et la tension directe U_1', de valeurs :

$$I_1' = \frac{E}{2R} \quad , \quad U_1' = \frac{E}{2}$$

et la variable de répartition directe a_1 v. ecuations (1) :

$$a_1 = \sqrt{I_1' U_1'} = \frac{E}{2\sqrt{R}}$$

La puissance complexe directe $I_1'U_1'$ se divise en deux partie égales aux portes A et B, et a_1, se divise dans le rapport $1/\sqrt{2}$. L'onde, de puissance $I_1'U'_1/2$, arrivée à la porte A, se reflète, le facteur de réflexion

étant S_a et l'onde réflechie se divise, comme puissance, en deux parts égales aux portes I et II. On obtien à la porte II la composante :

$$b_{2a} = a_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad S_a \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(-1) = -\frac{S_a}{2} a_1 \tag{36}$$

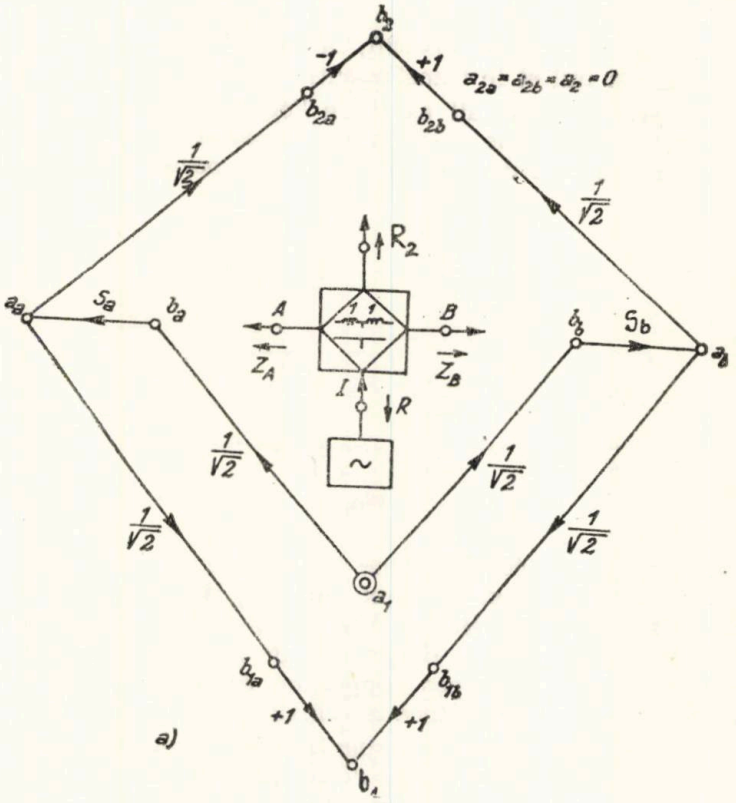


Fig. 8

De la même manière on déduit la composante due à la réflexion à la porte B :

$$b_{2b} = \frac{S_b}{2} a_1 \ , \tag{37}$$

les tensions ou le courants correspondants aux variables b_{2a} et b_{2b} étant en opposition de phase.

Les variables a_{2a} et a_{2b} (et $a_2 = a_{2a} + a_{2b}$) sont nulles, la porte II étant fermée par l'impédance d'adaptation.

En tenant compte de (36) et (37) on déduit, pour la variable de répartition b_2 :

$$b_2 = b_{2a} + b_{2b} = \frac{S_b - S_a}{2} a_1$$

et

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\bigg|_{a_2=0} = \frac{S_b - S_a}{2}$$

De la même manière on déduit :

$$b_1 = \frac{b_{1a} + b_{1b}}{2} = \frac{S_a + S_b}{2}\, a_1$$

et

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\bigg|_{a_2=0} = \frac{S_a + S_b}{2}$$

D'une manière analogue on déduit la diagramme de fluence des signaux de répartition représentée dans la fig. 9, pour le cas où le transformateur differentiel est disymétrique, ($m \neq 1$), (v. fig. 3), c'est-à-dire dans le cas du quadripôle potentiel symétrique.

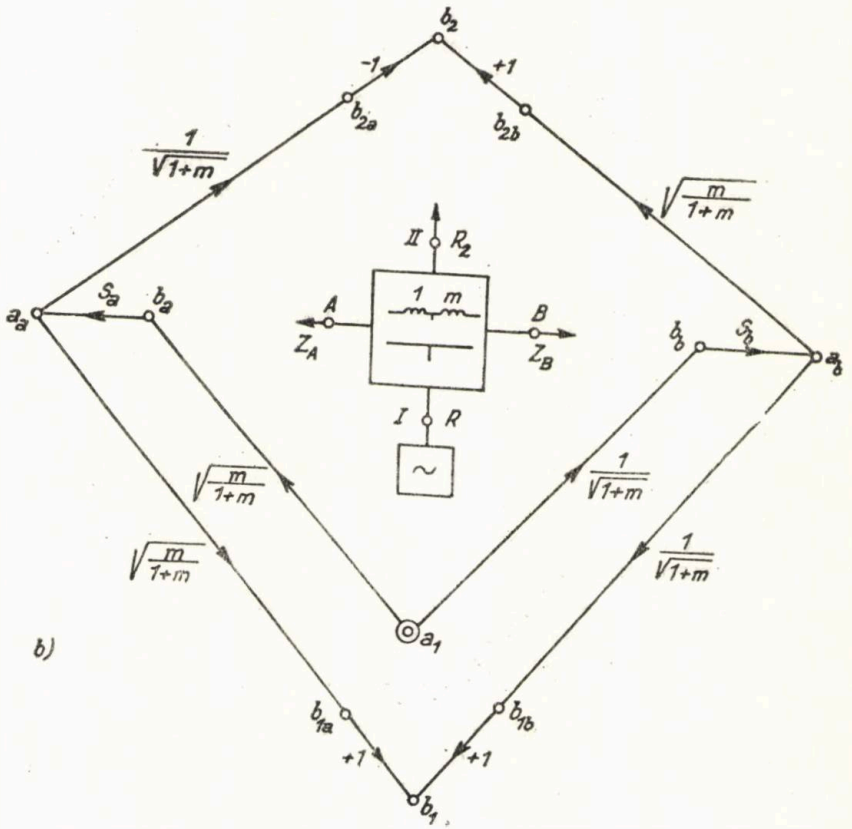


Fig. 9

A l'aide des diagrammes 8 et 9, on peut déduire immédiatement les paramètres de répartition d'un quadripôle obtenus, considerant deux portes d'accès quelconques du transformateur différentiel. Par exemple on déduit, à l'aide de la diagramme 9 :

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \frac{1}{\sqrt{m+1}} \cdot \sqrt{\frac{m}{m+1}} (S_B - S_A) = \frac{\sqrt{m}}{m+1} (S_B - S_A)$$

Les méthodes habituelles conduisent à des calculs assez laborieux.

Les diagrammes 8 et 9, nous donnent au fond, la répartition de la „puissance apparente complexe" (U.I) si les facteurs de transmission sont élevés au carré.

En essence, ces diagrammes peuvent être interpretées de la manière suivante, en tenant compte de la manière dont ont été définies les impédarce images des quadripôles fonctionels I—A, I—B, II—A, II—B et de la figure 6. La transfert de puissance entre les portes d'accès I—II, fermées par les impédances d'adaptation (dans le rapport d'adaptation), peut être considéré comme la superposition des deux effets : un transfert par reflexion à la porte interne A (considérant la porte B fermée par l'impédance d'adaptation) et un transfert par reflexion à la porte interne B (considérant la porte A, fermée par l'impédance d'adaptation). Au fond il s'agit de la superposition des effets des t.e.m. E_a et E_b de la fig. 6. Cette figure continet donc la généralisation de la méthode habituellement utilisée pour definir la reflexion au cas du dipôl ou du quadripôle. Elle peut être utilisée de la même manière pour un réseau à n portes.

Dans le cas où l'impédance Z_2 à la porte II n'est plus égale à l'impédance d'adaptation (R_2) il faut compléter les diagrammes 8 et 9, considérant aussi la réflexion à cette porte (II).

Les formules déduites pour le transformateur différentiel peuvent être adaptées oux schémas de systèmes différentiels à résistances (où on a des quadripôles symétriques ou potentiel symétriques).

Conclusions

Les formules (7), (8), (9), (25), sont utiles dans l'analyse des quadripôles. Par exemple, la matrice (9) s'applique au transformateurs différentiels terminaux des circuits téléphoniques, où les formules habituelles de l'affaibilssement sur images sont soit assez compliquées, soit simples mai insuffisamment exactes.

Par la méthode de Darlington (9), tenant compte de la relation (16), (valable pour un quadripôle reactif symétrique ou disymétrique) on ramène la synthèse d'un quadripôle reactif avec le paramètre S_{21}, à la synthèse d'un dipôle.

A l'aide des relations (12), si on donne les paramètres S_{11} et S_{21} d'un quadripôle symétrique, on peut déduire les expressions des impédances Z_a et Z_b. La synthèse du quadripôles est ramenée à celle des deux dipôles. Pour le quadripôle potentiellement symétrique on utilise les relations analogues, qui peuvent être déduites de (22) et (25).

Les diagrammes 8 et 9, mettent en évidence une série d'avantages de l'utilisation des variables et des paramètres de répartition.

Le problème qui font l'objet de cet ouvrage peuvent être traités en utilisant au lieu des paramètres de répartition, les concepts classiques des paramètres effectifs (exposant de transfert effectif, facteur de refléxion efectif, etc.) [6, 7, 10].

Au fond le présent ouvrage développe sous une forme plus générale et plus moderne les idées, les diagrammes et les formules de l'ancien ouvrage 10. L'idée de départ de cet ouvrage est constitué par la diagramme de la figure 8 a, qui dans l'ancien ouvrage 10 est représenté, a peu près, de la même manière sans employer bien entendu le concept de fluence de signaux. Il est à remarquer qu'une diagramme analogue a conduit Belevitch en 1948 au concept de la matrice de répartition [11, 12]. L'idée de la diagramme 8, a été développée independamment d'autres ouvrages dans ce domaine [2, 13, 14], dans les ouvrages [6, 7, 10, 15]. De ce fait, le présent ouvrage qui représente une synthèse des ouvrages 10, 6, 7, 15 conserve, je le pense un caractère d'originalité dans la manière plus simple et plus liée aux concepts classiques de paramètres effectifs d'aborder les problemes, dans l'interpretation physique, concrétisée dans la figure 6 et les diagrammes 8 et 9, dans la généralisation au domain du quadripôle et dans certaines applications (diagramme 2 etc.). De même, le présent ouvrage montre qu'il est pratique de considérer par exemple R_1, une impédance (réele ou complexe) dans les formules de définition des variables de répartition :

$$a_1 = \frac{U_1 + R_1 I_1}{2\sqrt{R_1}}; \quad b_1 = \frac{U_1 - R_1 R_1}{2\sqrt{R_1}}$$

La restriction pour les impédances de référence (R_1 etc.) aux impédances réeles ou la définition des variables de répartition par les expressions [16]

$$a_1 = \frac{U_1 + Z_1 I_1}{2\sqrt{\frac{1}{2}(Z_1 + Z_1^*)}}; \quad b_1 = \frac{U_1 - Z_1^* I_1)}{2\sqrt{\frac{1}{2}(Z_1 + Z_1^*)}},$$

mènent dans ces cas à de difficultés qui font nécessaires d'autres paramètres, appelés dans des ouvrages antérieurs, paramètres différentiels effectifs [7].

La chaire de téléphonie et télégraphie
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" **Bucarest**

BIBLIOGRAPHIE

1. *Carlin, H. J.*, The Scattering Matrix in Network Theory, Trans. IRE CT-3, nr. 2, 1956, p. 88—96.
2. *Oswald, J.*, Sur la répartition de l'énergie dans les réseaux linéaires. Câbles et Transmission 12 (1958), nr. 4, p. 303—324.
3. *Kuo, F. F.*, Network Analysis and Synthesis. N.Y John Wiley, 1966, p. 419-432.

4. *Condrea, S.*, Bazele telecomunicaţiilor pe fir (Les bases des télécomunications sur fil), Bucureşti, Ed. Didactică şi Pedagogică, 1963, vol. I, p. 181—183.
5. *Postelnicu, P.*, Sensul şi generalitatea conexiunii inverse în reţelele electrice (Les sens et la généralité de la rétroaction dans les réseaux électriques). Bul. IPB, 1969, nr. 6.
6. *Postelnicu, P.*, Sisteme de transmisiuni telefonice (Systèmes de transmission téléphoniques). Bucureşti, Ed. Didactică şi Pedagogică, 1964, vol. I, p. 79—86.
7. *Postelnicu, P.*, Asupra utilizării parametrilor diferenţiali efectivi în analiza şi sinteza cuadripolilor reactivi (Sur l'utilisation des paramètres différentiels effectifs dans l'analyse et la synthèse des quadripôles réactifs). Telecomunicaţii 12 (1868), nr. 8, p. 317—318.
8. *Weinberg, L.*, Network Analysis and Synthesis. N.Y. — Mc. Graw-Hill, 1962, p. 70—71.
9. *Darlington, S.*, Synthesis of Reactance 4-Poles with produce prescribet Insertion Loss Characteristic. J. Math Phyp., 18, 1939 p. 257—353.
10. *Postelnicu, P.*, Echilibrori şi corectori de impedanţă pentru circuite telefonice interurbane pe două fire (Equilibreurs et correcteurs d'impédance pour les circuits téléphoniques intérurbaines sur deux fils). Etude 42, 100 (11 oct. 1947), Adm. PTT Bucureşti.
11. *Belevitch, V.*, Transmission Losses in 2-n terminal network. J. appl. phys. 19 (1948), p. 636—638.
12. *Klein, W.*, Die Definition der Betriebsdämpfung und der Streuxmatrix bei komplexen Abschlusswiderstanden. In : A.E.Ü. 22 (1968), Heft 12, p. 567—571.
13. *Grewe, Th.*, Zur Theorie des Zweidraht verstärker. In : A.E.Ü. 13 (1959), p. 243—252 et 287—307.
14. *Leroy, R.*, Sur la détermination des octopales réactifs stricts au moyen de leur matrice de répartition. Cables et Transmission 14 (1960) Nr. 1, p. 42—52.
15. *Postelnicu, P.*, Expresia matricei de repartiţie a unui cuadripol în punte simetric sau potenţial-simetric, în funcţie de parametrii de repartiţie ai impedanţelor componente. (L'expression de la matrice de répartition d'un quadripôle on pont, comme fonction des paramètres de répartition des impédances composantes). Telecomunicaţii 13 (1969) Nr. 11, p. 489—498.
16. *Penfield, P.*, Noise in negative — k — sisteme amplifiers. In : Trans. Inst. Radio Engs. CT-7 (1960), p. 186—170.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 7987

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40830

1972 МАР 2 8

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII NUMĂRUL 2 ANUL 1971
MARTIE — APRILIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il refète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
INSTITUTUL POLITEHNIC
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

GRSZÁDOS HUSZÁKI KÖNYVTÁRES
DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1893

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIII — NUMĂRUL 2

MARTIE — APRILIE
1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICĂ

I. M. Miu
Contributions concernant les zéros de systèmes de fonctions . . 21

N. Mirescu
Cîteva observări cu privire la epura axonometrică 27

FIZICĂ

D. Anghelescu, B. Bogdan, V. Datcu, E. M. Friedländer
Asupra evaluării contribuției ciocnirilor fascicul-gaz la fluxul de pioni așteptați la 90° în inelele intersectate de acumulare . . 33

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

F. M. Albert, D. Camboli, Viorica Cimpu
Spectrophotometric Determination of Hydrochloric 10-(2-dimethyl-amino-propyl)-Phetothiasine (Atosil) with Sodium Chlorite . . 41

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu
Etude comparative de la cinétique de l'hydrolise acide et alcaline de l'acétate de n-butyle dans le solvant mixte eau-dioxane . . 45

MECANICĂ

C. Guță
Cîmpul de viteze în stratul limită tridimensional format pe pereții turbomașinilor axiale 50

REZISTENȚA MATERIALELOR

M. Blumenfeld, Corina Voicu, H. Gheorgniu
Le calcul par la méthode des trois inconnues des déformations et de la stabilité des poutres droites sollicitées par des charges axiales et transversales 59

L. Stoicescu, L. Fetcu, I. Constantinescu, M. Radeș
Efectul aplicării sarcinilor prin mediu elastic asupra eforturilor și deformațiilor barelor cu reazeme elastice lungi **75**

TERMOTEHNICĂ

C. Stamatescu, Marieta Grigoriu, T. Duicu
Sur une méthode d'étude de l'économie du processus frigorifique à éjection de vapeur d'eau 87

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

A. Oprean, Fl. Ionescu
Dinamica mecanismelor hidrostatice de reglare a lanțurilor cinematice 103

ELECTRONICĂ

A. T. Murgan
Teoria cuasiabstractă a sistemelor de transmisiune a informației 119

TRANSPORTURI

A. Carabulea, Gh. Rușitoru, Gh. Anton
Contributions to the Study of Decisional Informatics 133

Резюме

Д. К. 517.5

И. М. Миу

Относительно нулей в системах функций.

В этой работе даются теоремы разделения нулей некоторых классов функций.

Из этих теорем упоминаем следующие:

Предположим, что функции $F_j\ (x_1,\ x_2\ ..\ x_n)\ j = 1, 2\ ...\ n : A = a_1,\ b_1\ (x)\ a_2\ b_2\ (x\ ...\ x)\ a_n,\ b_n$.

Таким образом:

а) Функции F_j имеют частные производные порядка I постоянные на A.

б) Из функции F_j можно образовать систему $n - 1$ уравнений $F_i = 0,\ 1 = 2, 3\ ...\ n$, определяющую $n - 1$ функций $x_2, x_3\ ...\ x_n$ переменных x_1 определенных на $A_1 = (a_1\ b_1)$ и производные.

Принимается во внимание две функции $\Psi\ (x_1, x_2 ..\ x_n)$, $\varphi\ (x_1, x_2 ... x_n)$ определенные и постоянные на A.

Принимается во внимание сверхповерхность $(\Sigma)\ F_1 = 0$ и кривая (Г) $F_j = 0,\ j = 2, 3\ ...\ n$.

Предположим M_1, M_2 две последовательные точки на кривой Г.

Между M_1, M_2 и M существует по Г не менее одной точки, в которой обязательно одна из сверхповерхностей:

$$\Phi = \Psi F_1 + \varphi \frac{D\ (F_1, F_2\ ...\ F_n)}{D\ (x_1, x_2\ ..\ x_n)} = 0,\ \varphi = 0$$

пересекает кривую Г.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 515.66

Н. Миреску

Некоторые замечания по поводу аксонометрического чертежа.

Исходя от плоской модели в пространстве, задуманной проф. М. Ст. Ботез, автор изучает, при помощи корреляции, условия, при которых вышеуказанная модель может быть преобразована в аксонометрическую ортогональную модель.

Устанавливаются две теоремы относительно возможности предложенного преобразования и, принимая во внимание установленную корреляцию, достигается аксонометрия, представление которой является развертываемая поверхность.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 539.1

Д. Ангелеску, В. Богдан, В. Датку, Е. М. Фридлэндер

Касательно оценки влияния столкновений пучка—газ в потоке ожидаемых пионов под углом в 90° в пересеченных кольцах.

При взаимодействии протона — легкого ядра (C, N, O) был принят коэффициент полезного действия $B \approx 2 \times 10^{-2}$ пионов с импульсом меньше 150 MeV/c под углом около 90° относительно пучка.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Summary

D.C. 517.5

I. M. Miu

Contributions to the Zeros in the Function Systems

The paper presents some theorems on the separation of zeros of certain function classes.

From these theorems we mention here following ones :

Let functions $F_j(x_1, x_2 \dots x_n)$ $j=1, 2 \dots n$ $A=a_1 b_1(x)$ $a_2 b_2(x \dots x)$ $a_n b_n$ be so that :

a) Functions F_j have 1st order, partial derivatives continuous on A.

b) From the F_j functions, a system, of $n-1$ equations $F_i=0, 1=2, 3 \dots n$ may be formed, that determines $n-1$ functions $x_2, x_3 \dots x_n$ of the x_1 variable, defined on $A_1=(a_1 b_1)$ and derivable :

Consider two functions $\Psi(x_1, x_2 \dots x_n)$, $\varphi(x_1, x_2 \dots x_n)$ defried and continuous an A.

Consider hipersurface $(\Sigma) F_1=0$ and curve $(\Gamma) F_j=0, 1=2, 3 \dots n$.

Set M_1, M_2 be two consecutive points on curve Γ.

where at least one of the hypersurfaces :

Between M_1, M_2 and M_2 there exists on Γ at least one piont

$$\Phi=\Psi F_1+\varphi \frac{D(F_1, F_2 \dots F_n)}{D(x_1, x_2 \dots x_n)}=0, \quad \varphi=0$$

intersects, curve Γ.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 515.69

N. Mirescu

A Few Remarks on the Axonometric Epure

Starting from a plane model of the spoge imagined by prof. M. St. Botez, and north the help of a correlation, the author studies the conditions in which the above mentioned model may be transformed into an axonometric orthogonal model.

Two theorems are established referring to the possibility of the suggested transformation, and by considering the established value an axonometry is obtained, having the form of a developable surface.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 539.1

D. Anghelescu, B. Bogdan.
V. Datcu, E. M. Friedländer

An estimation of the Contribution of Beam-gas Collisions to the Pion Flux Expected at Large Angles from the Interesting Storage Rings

A yield of $\approx 2.10^{-2}$ low momentum (<150 MeV/c) pions per collision with a light (C,N,O) nucleus was estimated at right angles from interactions of 22.6 GeV protons in nuclear emulsions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 535.243 : 547

Фр. Альберт, Д. Камболи, Виорика Чимпу

Спектрофотометрическое определение 10 — (2-диметил-амино-пропила) - фантназина (ромерган) с хлоридом натрия.

Предлагается способ спектрофотометрического определения ромергана, основанный на окислении хлористого натрия.

Могут быть дозированы 16—460 мг. ромергана.

Результаты — удовлетворительные, способ представляется чувствительным и быстрым.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 541.124

Г. Костяну, Ортанза Ландауер,
Корнелия Матееску

Сравнительное изучение кислотного и щелочного гидролиза ацетата н-Бутила в воде — диоксан

Сравниваются результаты, полученные при кислотном и щелочном гидролизе ацетата н-бутила при температурах в 30°, 40° и 50°С и при 6-и концентрациях растворителя вода—диоксан.

На основании изменения величины соотношения постоянных скорости в щелочной среде, а также изменения разниц энергий активизации и энтропий активизации в зависимости от состава растворителя выносится заключение, что механизмы реакции различны в этих вышеуказанных средях.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 621.438

К. Гуца

Поле скоростей в трехразмерном пограничном слое, образованном на стенках осевых турбомашин

В этой работе исходным началом являются общие уравнения жидкостей, рассматривается частный случай тонкого истечения в пограничном слое и выводятся в первом приближении правила изменения составляющих скорости с толщиной пограничного слоя.

Для небольших углов изменения поля скоростей в пограничном слое, выведенное выражение для формулы 48 или 50 является соответствующей точности.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 535.243:547

Fr. Albert, D. Camboli, Viorica Cimpu

Spectrophotometric Determination of Hydrochloric 10-(2-dimethyl-amino-propyl-phenothiasine (atosil) with Sodium Chlorite

In the present work a colorimetric method of determination of atosil is proposed, based on its oxidation by sodium chlorite.

Quantities of atosil from 16 to 450 g can be dosed.

The results are satisfactory, the method is sensible and fast.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 541.124

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

Comparative Study on the Acid and Alcaline Hydrolises of the n-Butyl Acetate in Water-Dioxan

A comparison is made of results obtained in acid and alcaline hydrolyses of n-butyl acetate, at the temperatures of 30°, 40° and 50°C and at 6 concentrations of the mixed solvent water-dioxan.

Based on the modification of the rate constant ratio value in alcaline and acid medium and on the differences in the activation energies and activation entropies, and depending on the solvent composition, the conclusion is drawn that the reaction mechanisms are different in the two media.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 621.438

C. Guţă

Speend Field in the Threedimensional Boundary Layer Formed on the Axial Turbo-Machines Walls

The paper starts from the fluid general equations, and deals especially with the case of the laminated flow in the Boundary Layer and a deduction is made for the first approximation of the variation laws of the speed components, in terms of the boundary layer thickness.

For small twisting angles of the speed field in the boundary layer, the expression found out for formula (48) or (50) is of adequate accuracy.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 539.4

М. Блуменфельд. Корина Войку, Х. Георгиу

Расчет последоватдльным приближенного критической силы при продольным изгибе прямых балок с методом трех неизвестных

Критическая сила при продольным изгибе может быть вычислена последовательным интегрированием приближениого дифференциального уравнения упругой кривой. Если считается, что деформация происходит по кривой четвертого порядка и если балка разбивается на большое число интервалов, тогда точность расчета будет достаточно высокой. Необходимостъ соблюдения граничных условий сделает эти расчеты громозскими.

Метод трех неизвестных позволяет рассчитывать критическую силу при продольном изгибе последовательным приближением. считая что каждый интервал деформации выражается через полином четвертого порядка. Поставленные взаимозависимые отношения этого метода включают граничные условия и своей структурой легко программируются на вычислительных машинах (даже на машинах с малообъемной памяти).

Полученные выражения позволяют расчет критической силы для прямых балок с постоянным или ступенчатым моментом инерции. Эти же выражения могут быть использованы с достаточной точностью при расчете деформаций балок, нагруженные поперечными и продольными нагрузками.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 539.3/.4

Л. Стоическу, Л. Фетку,
И. Константинеску, М. Радеш

Эффект приложения нагрузок через упругую среду на усилия и и деформации брусьев с длинными упругими опорами.

В этой работе устанавливаются выражения изгибающего момента и стрелы провеса для бруса с постоянным сечением на двух длинных гибких концевых опорах, нагрузка прилагается между опорами через гибкую среду.

Представленные отношения были получены, считая действительной гипотезу **Винклера**, как для опор, так и для среды, через которую прилагается нагрузка

На основании числовых расчетов, выявляются разницы величин полученных посредством применения предложенного способа расчета по сравнению с обычными схемами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 621.56/.59

К. Стаматеску, Мариетта Григориу, Т. Дуйку

Касательно способа изучения экономичностн холодильного процесса с эжекцией пара.

При помощи общего отношения определения, авторы выражают теоретический эксэргетический коэффициент полезного действия холодильного процесса с эжекцией пара. Определяются затем два «коэффициента поправки» для вывора отношения расчета эксэргятического коэффициента полезного действия реального процесса.

Изучая условия изменения эксэргетического коэффициента полезного действия реального процесса, можно вывести условия оптимизации (наилучшего применения) этого процесса.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 539.4

M. Blumenfeld, Corina Voicu, H. Gheorghiu

Calculus of the Deflections and of the Critical Buckling Load for Beams, by the Three Unknowns Method

The critical compressive buckling load for beams having constant and/or stepwise variable cross section is calculated by means of the three unknowns method. For each prismatic portion of the beam the deflexion curve is assumed to be a fourth degree polynomial, in order to increase the accuracy of computations.

Analytical expressions are obtained in a convenient form for programation on digital computers.

For some particular classical loading cases the obtained results are compared with the exact solutions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 539.3/.4

L. Stoicescu, L. Fetcu,
I. Constantinescu, M. Radeş

The Effect of Loading Through an Elastic Layer upon Stresses and Deflections in Beams Resting on Long Elastic Supports

For a finite prismatic beam, lying on two elastic end supports of given length and statically loaded on the remaining free span through an elastic layer, analytical expressions are derived for the bending moment and maximum deflection.

Winkler's hypothesis of proportionality between the flexural deformation and the normal applied pressure is considered valid for both loading and supporting media.

By numerical evaluation of the established expressions, a comparison is presented with the corresponding data obtained applying the usual method of computation.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 621.56/.59

C. Stamatescu, Marieta Grigoriu, T. Duicu

Refering to a Method of Study for How Economical the Refrigerating Process with Steam Ejection is

Using the general definition, the authors express the energetic efficiency of the refrigeratings process with steam ejection, theoretically. Then, "two correction coefficients" are established in order to reach to calculation relation of the energetic efficiency of the real process.

By studying the condition of variation of the energetic efficiency of the real process, conditions for improving of this process can be obtained.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 6218.02 : 62—82

А. Опрян, Ф. Ионеску

Динамика гидростатических механизмов для регулирования кинематических цепей

В настоящей работе изучается изменение момента инерции подвижных частей ротационных гидродвигателей, употребляемых в качестве механизмов регулирования в кинематических цепях металлорежущих станков. Исследования проводились на электронно-вычислительной машине.

Изучение инерционного состояния гидродвигателей ротационного типа привело к важным итогам позволяющим решать дифференциальные уравнения движения этих двигателей, а также способствует рациональному проектированию и эксплуатации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 621.391

А. Т. Мурган

Абстрактовая теория систем

Определяя структуру как миожество вещей, взятых вместе с множест вом отношений и систему — как структуру, осуществляющую отношение между пространствами входа и выхода, ксассифицируются системы по типу осуществляемого отношеиия.

Система без памяти изображается как триплет $(\mathcal{X},\mathcal{Y},\mathcal{T})$ и система с памятью — как квинтупл $(\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{F})$, где $\mathcal{X}$ о $\mathcal{Y}$ являются пространством входа, соответственно — выхода, $\mathcal{S}$ — пространством состояний, а $\mathcal{T}$ и $\mathcal{F}$ являются двумя функциями. Функции $\mathcal{T}$ и $\mathcal{F}$ являются операторными и каждая может быть заменена множеством функционал.

В последней главе изображается линеарные системы эндоморфизмами на векториальном пространстве сигналов входа и выхода и вводятся понятия категорий систем без памяти *Sifm*, и с памятью *Sim*.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Д. К. 621.391

А. Карабуля, Г. Руситору, Г. Антон

К исследоваиию решающей информатики

Представляются предпосылки решающей информатики и строятся математические детерминиститеские и вероятностные модели, которые включают информационный решающий поток предприятии.

Уясняется алгоритм для исследования решающей информатики с помощю цифровых ординаторов и рассматриваются критерии теории решении и теории пслезности.

Понятия по применению: теории информации, теорий запросов, теории ожидания, теории предписания, теории рабочей силы, тес рии общих расходов и рассроченных во времени капиталовложении и теории решения, облегчают определение детерминистических — вероятностных математических моделей и позволяют, посредством новой построенной логичэской схемы, расширит применение электронных счетчиков в проектировании и эксплоатации производственных систем и в исследовании структуры информационно-решающей системы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 621.8.02:621-82

A. Oprean, F. Ionescu

Dynamics of Hydrostatic Mechanisms for Kinematic Chain Setting

The present paper is meant to study the inertia moment variation at the moving elements in the rotary hydrostatic engines used as adjusting mechanisms in the cynematic chains linkages machine tools. Taking into consideration the dependence of the inertia moment on a series of factors, the study of its variation has been carried out by means of the digital computer.

The study of the inertia behaviour of the rotary hydrostatic engines revealed a series of important conclusions both for solving the differential equations for their motion and for their correct design and operation.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 621.391

A. T. Murgan

The Quasi-abstract System Theory

Definying a structure as being a body of objects together with a body of relations and a system as a structure realizing a relation between the space of entering signals and the space of getting-off signals we can classify the systems according to the obtained relation.

A less-memory system can be represented as a third copy $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{F})$ and a memory system as a fifth copy $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{S}, \mathfrak{T}, \mathfrak{F})$ in which $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ are the entering respectively getting-off spaces, $\mathfrak{S}$-state space, $\mathfrak{T}$ and $\mathfrak{F}$-two applications. The applications $\mathfrak{T}$ and $\mathfrak{F}$ are operators and each can be replaced by a body of functionals.

In the last chapter we represent the linear systems through endomorphismes and we introduce the notions of category of the less-memory systems „Sifm" and of the memory systems „Sim".

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.C. 621.391

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton

Contributions to the Study of Decisional Informatics.

The premises of decisional informatics are presented and determinist and probabilist mathematical models which outline the informational-decisional flow in enterprises are built.

The algorithm for the study of decision informatics is elaborated by means of the digital computers and considerations are made on the criteria in the decision theory and the utility theory.

The concepts concerning the application of the information thory, the storage theory, waiting theory, production execution decision theory, labour theory, overhead-costs theory and that of investments spaced out in time. and the decision theory, facilitate the establishment of determinist-probabilist mathematical models and permit by means of the newly built logical diagram the extension of the electronic computers utilization to the design and operation of production systems and to the study of the structure of the informational-decisional system.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Résumé

C.D. 517.5

I. M. Miu

Contributions sur les zéros des systèmes de fonctions

Dans cet ouvrage on donne des théorèmes de séparation des zéros de quelques classes de fonctions.

Parmi ces théorèmes on cite le, suivant :

Soient les fonctions F_j $(x_1, x_2...x_n)$, $j=1,2...n$: $A=(a_1b_1)$ $x(a_2b_2)$ $x...x(a_n b_n)$, anisi que :

a) les fonctions F_j ont des dérivées partiales de l'ordre I continues sur A.

b) De ces fonctions F_j, on peut former un système de n-1 équations $F_i=0$, $i=2,3...n$, qui détermineni $n-1$ fonctions x_2, x_3 ... x_n de variable x_1, définies sur $A_1=(a_1\, b_1)$ et dérivables.

On considère deux fonctions

$\psi(x_1, x_2...x_n)$, $\varphi(x_1, x_2...x_n)$ définies et continues sur A.

On considère 1' hypersurface (Σ) $F_1=0$ et la courbe (Γ) $F_j=0$, $j=2,3\,..\,n$.

Soient M_1, M_2 deux points consècutifs sur la courbe Γ.

Entre M_1 et M_2 existe sur Γ au moins un point, dans lequel au moins un des hypersurfaces

$$\Psi=\Phi F_1+\varphi\frac{D(F_1, F_2 .., F_n)}{D(x_1, x_2 .., x_n)}=0,\ \varphi=0$$

0, ..· 0, intersecte la courbe Γ.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 515.69

N. Mirescu

Quelques observations concernant l'épure axonométrique

En partant d'un modèle plan de l'espace, concu, par le professeur M. St. Botez, à l'aide d'une corrélation, l'auteur étudie les conditions dans lesquelles le modèle precédent peut se transformer en un modèle orthogonal axonométrique.

On établit deux théorèmes concernant la possibilité de la transformation proposée et, considérant la corrélation établie, on arrive à une axonometrie dont l'image est une surface développable.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 539.1

D. Anghelescu, B. Bogdan.
V. Datcu, E. M. Friedländer

Sur l'estimation de la contribution des collisions fasciculgaz au flux des pions attendus à 90° dans les anneaux d'accumulation (ISR) de CERN

On a estimé un rendament de $\approx 2.10^{-2}$ pions lents (<150 MeV/c) dans l'interaction donnée par les protons de 22.6 GeV avec les noyaux légers (C,N,O) dans l'émulsion nucleaire.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

Zusammenfassung

D.K. 517.5

I. M. Mit

Beträge zu den Nullen der Funktionssysteme

In dieser Arbeit werden Lehrsätze für die Trennung der Nullen einiger Funktionsklassen angegeben.

Von diesen Lehrsätzen werden folgende angeführt :

Es seien die Funktionen $F_j\ (x_1, x_2...x_n)\ \ j=1, 2...n$; $A=(a_1b_1)\ x(a_2b_2)\ x...x(a_n, b_n)$, so dass:

a) die Kunktionen F_j (haben partielle kontinuierlichen Ableitungen der I Ordnung auf A haben.,

b) aus den Funktionen F_j ein System von n-1 Gleichungen $F_i=0,1=2, 3,..n$ gebildet werden kann, welche n-1 Funktionen $x_2, x_3...x_n$ einer Variablen x_1 bestimmt auf $A_1=(a_1b_1)$ und ableitbar sind.

Es werden zwei Funktionen $\psi(x_1, x_2...x_n)$, $\varphi(x_1, x_2...x_n)$ definiert und kontinuierlich auf A angenommen.

Es werden die Hyperoberfläche $(\Sigma)\ F_1=0$ und die Kurte (Γ) $F_j=0,\ J=2, 3...n$ in Betracht gezogen.

Es seien M_1, M_2 zwei aufeianderfolgende Punkte auf der Kurve Γ.

Zwieschen M_1 und M_2 gibt es auf der Kurve Γ mindestens ein Punkt, in welchem minestens eine der Hyperoterflächen.

$$\Psi = \Phi F_1 + \varphi \frac{D(F_1, F_2 \dots F_n)}{D(x_1, x_2 \dots x_n)} = 0,\ \varphi = 0$$

die Kurve Γ schneidet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 515.69

N. Mirescu

Einige Betrachtungen über den axonometrischen Zeichenriss

Ausgehend von einem flachen Modell des Raums, welches von Prof. M. St. Botez ausgearbeitet wurde, und mit Hilfe einer Korrelation, untersucht der Verfasser die Bedingungen unter welchen das vorhergehende Modell in einem rechtwinkligen axonometrischem Modell verwandelt werden kann.

Es werden zwei Lehrsätze über die Möglichkeit der vorgeschlagenen Umsetzung bestimmt und unter Betrachtung der festgesetzten Korrelation gelangt man zu einer Axonometrie deren Bild eine entfaltbare Oberfläche ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 539.1

D. Anghelescu, B. Bogdan.
V. Datcu, E. M. Friedländer

Eine Abschätzung des Beitrags von Wechselwirkung auf Restgaskernen zur Weitwinkelerzeugung von Pionen in den CERN Sammelringen

Wechselwirkung von 22.6 Protonen mit Kernen der Kernspurplatten ergaben eine Aussendewahrscheinlichkeit von $\approx 2.10^{-2}$ langsamen ($<$150 MeV/c) Pionen unter 90° aus leichten (C,N.O)-Kernen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 535.243:547

Fr. Albert, D. Camboli, Viorica Cimpu

La détermination spectrophotométrique du chlorhydrate du 10-(2-diméthyl-amino-propyl)-phénotiasine (romergan) avec le chlorite de natrium

On propose une méthode de détermination spectrophotométrique du romergan, basée sur son oxydation par le chlorite de natrium.

On peut doser entre 16 et 450 g de romergan.

Les résultats sont satisfaisants, la méthode sensible et rapide.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 541.124

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

L'etude comparative de l'hydrolyse acide et alcaline de l'acétate de n-butyle dans de l'eau-dioxane

On compare les résultats obtenus dans l'hydrolyse acide et alcaline de l'acétate de n-butyl à des température de 30°, 40° et 50°C et à 6 concentrations du solvant mixte eau-dioxane.

Sur la base de la modification de la valeur du rapport des constantes de vitesse dans un milieu alcalin et acide et de la variation des différences des énergies d'activation et des entropies d'activation, en fonction de la composition du solvant on conclut que les mécanismes de réaction sont différents dans les deux milieux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 621.438

G. Guţă

Le champ de vitesse dans la couche limite tridimensionelle formée sur les parois des turbines axiales

Dans cet ouvrage on part des équations générales des fluides, on particularise pour le cas d'écoulement laminaire dans la couche limite et on déduit, en première approximation, les lois de la variation des composantes de la vitesse en fonction de l'épaisseur de la couche limite.

Pour de petits angles de torsion du champ de vitesse dans la couche limite, l'expression déduite pour (les formules 48 ou 50) sont d'une précision correspondante.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 535.243:547

Fr. Albert, D. Camboli, Viorica Cimpu

Die spektrophotometrische Bestimmung von 10-(2-dimethyl-amino-propyl-phenotiazin (Romergan) mit Natriumchlorit

Es wird eine spektrophotometrische Bestimmung des Romergans, begründet auf die Oxydation mit Natriumchlorit, vorgeschlagen.

Es können zwischen 16 und 450 ug Romergan dosiert werden.

Die Ergebnisse sind zufriedenstellend, die Methode empfindlich und schnell.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 541.124

G. Costeanu, Ortansa Landauer,
Cornelia Mateescu

Das vergleichende Studium der sauren und alkalischen Hydrolyse des n-Butylacetats in Wasser-Dioxan

Es werden die bei der sauren und alkalischen Hydrolyse des n-Butylacetats bei den Temperaturen von 30°, 40° und 50°C und bei 6 Konzentrationen des Mischlösungsmittels Wasser-Dioxan erhaltenen Ergebnisse vergliehen.

Aufggrund der Veränderung des Verhältniswertes der Geschwindigkeitskonstanten im alkalischen und sauren Medium und der Variation der Unterschiede der Aktivierungseregien und der Aktivierungsentropien in Abhängigkeit von der Lösungsmittelzusammensetzung wird der Schluss gezogen, dass die Reaktionsmechanismen in den zwei Medien verschieden sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 621.438

C. Guţă

Das Geschwindigkeitsfeld in der dreidimensionalen Grenzschicht, welche auf der Wandung von Axialturbinen gebildet wird

Im Bericht geht man von den allgemeinen Flüssigkeitsgleichungen aus; dann wird der Eizelfall der Laminarströmung in der Grenzschicht genommen und in erster Annäherung die Variationsgesetze der Geschwindigkeitskomponente in Abhängigkeit von der Grenzschicht abgeleitet.

Für kleine Torsionswinkel des Geschwindigkeitsfeldes in der Grenzschicht ist der abgeleitete Ausdruck für Formel 48 bzw. 50) entsprechend genau.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 539.4

M. Blumenfeld, Corina Voicu, H. Gheorghiu

Le calcul par la méthode des trois inconnues des déformations et de la stabilité des poutres droites sollicitées par des charges axiales et transversales

On présente le calcul de la force critique de flambement pour les poutres droites ayant le moment d'inertie contant ou variable par degrés sollicitées par des charges axiales à l'aide de la méthode des trois inconnues. Pour chaque intervalle de section constante on choisit un polynôme du quatrième degré pour la courbe de la fibre moyenne déformée.

Les relations obtenues sont convenables pour la programmation sur les machines digitales, même avec petite mémoire.

On compare les résultats trouvés par l'application de la méthode des trois inconnues sur quelques différents cas classiques avec les solutions exactes indiqueées par la littérature.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 539.3/.4

L. Stoicescu, L. Fetcu,
I. Constantinescu, M. Radeş

L'effet de l'application des charges par l'intermédiaire d'un milieu élastique sur les efforts et les déformations des poutres à appuis elastiques longs

Dans l'ouvrage on établit les expressions du moment de flexion et de la flèche pour une poutre à section constante, sur deux supports élastiques longs, aux extrémités, la charge s'appliquant entre les supports en utilisant un milieu intermédiaire élastique.

Les relations présentées ont été obtenues en considérant valable l'hypothèse de Winkler, tant pour les supports que pour le milieu, par l'intermédiaire duquel on applique la charge.

Par des calculs numériques on met en évidence les différences des valeurs résultées de l'utilisation de la méthode de calcul proposée, en comparaison avec les schématisations usuelles.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 621.56/.59

C. Stamatescu, Marieta Grigoriu, T. Duicu

Sur une méthode d'étude de l'économie du processus frigorifique à éjection de vapeur d'eau

A l'aide de la relation générale de définition, les auteurs expriment le rendement exergétique du processus frigorifique à éjection de la vapeur d'eau, théorique. Ils déterminent ensuite, deux „coefficients de correction" pour déduire la relation de calcul du rendement exergétique du processus réel.

En étudiant les conditions de variation du rendement exergétique du processus réel, on peut déduire les conditions d'optimation pour ce processus.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 539.4

M. Blumenfeld, Corina Voicu, H. Gheorghiu

Berechnung der Verformungen und der Knicklast gerader Stäbe mit der Methode der drei Unbekannten fussenden wiederholten Annäherungen

Wird die elastische Biegelinie eines verformten Mediums mit Hilfe der Methode der drei Unbekannten integriert, kann die kritische Knickkraft berechnet werden. Die erhaltene Genauigkeit ist genügend gross wenn angenommen wird, dass die Verformung nach einer Kurve vierten Grades verläuft und der Stab in mehrere Intervalle geteilt wird, was jedoch zu langwierigen Rechnungen führt, da die Randbedingungen erfült, werden müssen.

Die Methode der drei Unbekannten erlaubt die Berechnung der kritischen Knicklast, durch wiederholte Annäherungen, wenn für jedes Intervall die Verformung durch ein Polynom vierten Grades beschrieben wird. Die Rekurenzbeziehungen, welche dieser Methode zugrundeliegen, beinhalten die Randbedingungen und erlauben — dank ihrer Struktur — eine einfache Programmierung für Rechenmaschinen (Die Programmierung kann auch für Maschinen mit kleinen Speicheranlagen vorgenommen werden.).

Die erhaltenen Beziehungen erlauben die Berechnung der kritischen Knickkräfte für Stäbe konstanten Querschnittes oder mit stufenförmig veränderlichem Trägheistmoment. Sie können mit sehr grosser Genauigkeit auch für die Berechnung der Verformungen für quer-oder längsbeanspruchte Stäbe verwendet werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 539.3/.4

L. Stoicescu, L. Fetcu,
I. Constantinescu, M. Radeş

Die Auswirkung der Lastauflage mittels elastischen Mediums auf die Spannungen und Verformungen der Träger mit langen elastischen Auflagern

Im Bericht werden die Ausdrücke des Biegemomentes und der Durchbiegung für einen Träger mit konstantem Querschnitt auf zwei langen elastischen Auflagern bestimmt, wobei die Last zwischen den Auflagern mittels eines elastischen Mediums aufgesetzt wird.

Die vorgestellten Gleichungen wurden dadurch erhalten, dass die Winkler'sche Hypothese als gültigt betrachtet wurde, sowohl für die Auflager als auch für das Medium, mittels wessen die Belastung vorgenommen wird.

Auf Grund von Zahlenrechnungen werden die Wertunterschiede, welche sich aus der Anwendung der vorgeschlagenen Rechenmethode gegenüber den üblichen Schemas ergeben, offenbart.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 621.56/.59

C. Stamatescu, Marieta Grigoriu, T. Duicu

Uber die Wirtschaftlichkeit des Dampfstrahlkälteverfahrens

Die Verfasser drücken mit Hilfe der allgemeinen Definitionsgleichung den exergetischen Wirkungsgrad des Dampfstrahlkälteverfahrens theoretisch aus. Es werden dann zwei Korrektionskoeffizienten festgestellt um die Berechnungsgleichung des exergetischen Wirkungsgrads des reellen Prozesses abzuleiten.

Aus der Untersuchung der Veränderungsbedingungen des exergetischen Wirkungsgrades des reellen Vorgangs können die Optimierungsbedingungen für diesen Vorgang gefolgert werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 821.8.02:621-82

A. Oprean, F. Ionescu

La dynamique des mécanismes hydrostatiques de réglage des chaînes cinematiques

Le présent travail a comme but l'étude de la variation du moment d'inertie des éléments mobiles des moteurs hydrostatiques rotatifs, utilisées comme mécanismes de réglage dans les chaînes cinématiques des maschines-outils. Considérant la dépendance du moment d'inertie d'une série de facteurs, l'étude de sa variation a été éxécutée à l'aide du calculateur numérique.

L'étude du comportement inerial des moteurs hydrostatiques rotatifs a mené à une série de conclusion importantes tant pour la solution de l'équation différentielle de mouvement de ceux-ci. que pour l'établissement de leur projet et leur exploitation rationelle.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 621.391

A. T. Murgan

Théorie quasi-abstraicte des systèmes.

En considérant la structure comme un ensemble d'objets avec un ensemble de relations et le système comme une structure qui réalise une rélation entre l'espace des signaux d'entrée et celui des signaux d'issue, on classifie les systèmes après le type de la relation réalisée.

On représente un système sans mémoire comme un triplet $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{F})$et un système à mémoire comme un quintuple$(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{S}, \mathfrak{T}, \mathfrak{F})$ ou $\mathfrak{X}$ est l'espace des signaux d'entrée, $\mathfrak{Y}$-l'éspace des signaux d'issue, $\mathfrak{S}$-l'espace des états et $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{F}$-deux applications. Les applications $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{F}$ sont dés opérateurs et on peut les replacer par des ensemble de fonctionnelles.

Dans le dernier chapitre on représente les systèmes linéaires par des endomorphismes sur l'espace vectoriel des signaux d'entrée et d'issue et on introduit les notions de catégorie des systèmes sans mémoire „Sifm" et de celle de catégorie des systèmes à mémoire „Sim".

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

C.D. 621.391

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton

Contribution à l'étude de l'informatique décisionnaire.

Cet article présente les prémisses de l'informatique décisionnaire et ont abouti à construire des modèles mathématiques de détermination et de probabilité qui font intégrer le flux des informations décisionnaires des entreprises.

On conçoit l'algorithme pour l'étude de l'informatique-décisionnaire à l'aide d'un ordinateur électronique et on nous présente des considérations sur les critères de la théorie de l'information, de la théorie des stockages, de la théorie des files d'attente, de l'ordonnancement, de la force de travail, des frais généraux et des investissements échelonnés dans le temps et de la théorie de la décision facilitent l'établissement des modèles mathématiques de détermination et de probabilité et à l'intérmède du schéma logique nouvellement construit ils conduisent au développement de l'utilisation des calculateurs électroniques à la projection et à l'exploitation des systèmes de production et à l'étude de la structure du système d'information décisionnaire.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 621.8.02:621-82

A. Oprean, F. Ionescu

Die Dynamik der hydrostatischen Regelmechanismen der kinematischen Ketten

Der vorliegende Beitrag bezweckt die Untersuchung der Variation des Trägheitsmomentes der beweglichen Glieder aus den drehbaren hydrostatischen Motoren, welche als Regeltriebe in den kinematischen Ketten der Werkzeugmaschinen verwendet werden. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass der Trägheitsmoment von einer Reihe von Faktoren abhängig, ist, wurde seine Variation mit Hilfe eines Digitalrechners studiert.

Das Studium des Trägheitsverhaltens der drehbaren hydrostatischen Motoren führte zu einer Reihe von bedeutenden Schlussfolgerungen, sowohl für die Lösung der Differentialgleichung der Bewegung dieser Motoren, als auch für deren Entwicklung und deren rationellen Betrieb.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 621.391

A. T. Murgan

Quasi-abstraktische Theorie der Systemen

Indem die Struktur als Vielzahl von Objekten mitsamt einer Vielzahl von Relationen, und das System als Struktur, die eine Relation zwischen Eingangs-und Ausgangssignalen herstellt definiert wird, werden die Systeme nach dem Typ der realisierten Relation klassifiziert.

Ein System ohne Gedächtnis wird als Dreicheit $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{F})$ und ein System mit Gedächtnis als Fünfheit $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{S}, \mathfrak{T}, \mathfrak{F})$ bezeichnet wobei $\mathfrak{X}$-die Eingangssignale, $\mathfrak{Y}$-die Ausgangssignale, $\mathfrak{S}$-die Zustände, und $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{F}$-zwei Anwendungen bezeichnen. Die Anwendungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{F}$ sind Operatoren und können beide durch je eine Vielzahl von Funktionnalen ersetzt werden.

Im letzten Kapitel werden die linearen Systeme durch Endomorphismen der Eingangs-und Ausgangssignale dargestellt und die Kategorien der gedächtnislosen Systeme „Sim" und jener mit Gedächtnis „Sim" eingeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

D.K. 621.391

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton

Beitrag zur Untersuchung der Entschluss-Informatik

Es werden die Grundlagen der Entschluss-Informatik dargelegt und deterministische und wahrscheinlichkeitstheoretische mathematische Modelle aufgestellt, welche den Entschluss-Informationsfluss der Betriebe widergeben.

Es wird der Algorithmus für die Untersuchung der Entschluss-Informatik mit Hilfe der numerischen Ordinierungsmaschinen abgeleitet; es werden die Kriterien der Entschluss-Theorie und der Nützlichkeitstheorie untersucht.

Die Begriffe über die Anwendung der: Informations theorie, Lagertheorie, Theorie der allgemeinen Ausgaben und der zeitlich verteilen Investitionen, sowie die Entschluss-Theorie erleichtern die Festlegung der deterministisch-wahrscheinlichkeitstheoretischen mathematischen Modelle und erlauben auf Grund des neu entwickelten logischen Schemas die Ausdehnung der Anwendung der elektronischen Schemas die Ausdehnung der Anwendung der elektronischen Rechner bei der Konstruktion und der Verwendung von Fertigungssystemen auch auf die Untersuchung der Struktur des Entschluss-Informationssystems.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 2/1971

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z. : 517.5

CONTRIBUTIONS CONCERNANT LES ZÉROS DE SYSTÈMES DE FONCTIONS *

I. M. MIU

Dans ce qui suit, nous donnons des théoremes concernant les zéros de certains systemés de fonctions qui generalissent un théoréme donné par nous dans le travail [1].

Les théorémes se referent seulment aux zéros réels.

Théorème I.

Soit les fonctions réelles :

$$F_j(x_1, x_2, \dots x_n), \quad j = 1, 2, \dots n, \tag{1}$$

definies et bornées sur l'intervalle $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, où $A_2 = [a_1, b_1]$ qui satisfasent les conditions :

a) Elles ont derivées partielles de première ordre continues sur A.

b) Des ces fonctions on peut former un système de $n-1$ équations, par exemple $F_i(x_1, x_2, \dots x_n) = 0$, $i = 2, 3 \dots n$, qui déterminent $n-1$ fonctions, par exemple $x_2, x_3 \dots x_n$ de variable x_1 definies et bornées sur l'intervalle $A_1 = [a_1, b_1]$.

c) Les fonctions $x_2(x_1)$, $x_3(x_1), \dots x_n(x_1)$ déterminées au b) sont monotones et dérivables sur A.

Avec ces conditions si les système de fonctions (1) a deux zéros $M_1(x_1^1, x_2^1, \dots x_n^1)$, $M_2(x_1^2, x_2^2, \dots x_n^2)$ dans l'intervalle A, il existe au moins un point $P(\xi_1, \xi_2, \dots \xi_n)$ avec $\xi_j \in (x_j^1, x_j^2)$, $j = 1, 2, \dots, n$, où s'anulle le système de fonction :

$$\frac{\mathfrak{D}(F_1, F_2, \dots F_n)}{\mathfrak{D}(x_1, x_2, \dots x_n)}, F_2 \; F_3, \dots F_n. \tag{2}$$

Démonstration :

En introduisant les valeures de fonctions $x_2(x_1), x_3(x_1) \dots x_n(x_1)$ dans F_1, résulte que la fonction :

$$\frac{dF_1}{dx_1} = F'_{1x_1} + \sum_{j=2}^{n} F'_{1x_j} \frac{dx_j}{dx_1} \tag{3}$$

a au moins un zéro $\xi_1 \in (x_1^1, x_1^2)$.

---

*) Ouvrage reçu à la rédaction le 12 février 1970.

En substituant les valeures $x_2(x_1)$, $x_3(x_1),...x_n(x_1)$ dans F_2, $F_3,...F_n$ par derivation on obtient le système.

$$F'_{kx_1} + \sum_{j=2}^{n} F'_{kx_j} \frac{dx_j}{dx_1} = 0, \quad k = 2, 3, 4, \ldots n \tag{4}$$

On élimine entre (3) et (4) les dérivées $\frac{dx_k}{dx_1}$, $k=2, 3,\ldots n$, et on a :

$$\frac{dF_1}{dx_1} = -\frac{\dfrac{D(F_1, F_2, \ldots F_n)}{D(x_1, x_2, \ldots x_n)}}{\dfrac{D(F_2, F_3, \ldots F_n)}{D(x_2, x_3, \ldots x_n)}} \tag{5}$$

Comme $\frac{\mathfrak{D}(F_2, F_3, \ldots F_n)}{\mathfrak{D}(x_2, x_3, \ldots x_n)} \neq 0$ il résulte de (5) que $\frac{\mathfrak{D}(F_1, F_2, \ldots F_n)}{\mathfrak{D}(x_1 x_2, \ldots x_n)}$ a au moins un zéro $x_1 = \xi_1$, dans $(x_1^1, x_1^2) \subset A_1$.

Pour $x_1 = x_1^1$, $x_1 = x_1^2$ on obtient :

$$x_j^1 = x_j(x_1^1), \quad x_j^2 = x_j(x_1^2), \quad j = 2, 3, \ldots n.$$

Dans l'hypothèse consideré que les fonctions $x_j(x_\cdot)$ sont monotones et continues sur $[x_1^1, x_1^2] \subseteq A_1$.

Il résulte que pour $\xi_j \in (x_1^1, x_1^2)$ correspondent $\xi_j = x_j(\xi_1) \in (x_j^1\ x_j^2)$ $j=2, 3,\ldots n$ et par concéquent le système de fonctions (2) a un zéro dans le point $P \in (M_1, M_2) \subseteq A$.

Conséquences :

1. Avec les conditions du théorème, il résulte que les zéros du système de fonctions (1) sont séparés par les zéros du système de fonctions (2).

2. Aussi avec ces conditions les zéros de (1) sont séparés par les zéros du système :

$$\sum_{j=2}^{n} \lambda_j F_j + \lambda \frac{D(F_1, F_2, \ldots F_n)}{D(x_1, x_2, \ldots x_n)}, \ F_2, F_3, \ldots F_n,$$

où λ, λ_j, $j=2, 3\ldots n$ sont fonctions continues sur A, de variables x_1, $x_2,\ldots x_n$ et ne s'annule pas sur l'intervalle A.

Théorème II.

Soit les fonctions réeles (1) definies et bornées sur A. Ces fonctions satisfaissent toutes les conditions du théorème I, moins la condition de monotonie.

Dans ce cas, dans l'intervalle A toutes les points d'intersection de l'hypersurface $F_1=0$ avec la courbe (Γ) : $F_j=0$, $j=2, 3,...n$ sont séparés dans A par les points d'intersection de l'hypersurface :

$$\frac{D(F_1, F_2, \dots F_n)}{D(x_1, x_2, \dots x_n)} = 0 \text{ avec la courbe } \Gamma.$$

Démonstration :

De (5) résulte aussi qu'il existe au moins un point $x_1 = \xi_1 \in (x_1^1, x_1^2)$

où $\dfrac{D(F_1, F_2, \dots F_n)}{D(x_1, x_2, \dots x_n)}$ s'annule.

Pour $x_1=\xi_1$ on a $x_k = x_k(\xi_1) = \xi_k' \in (a_k, b_k)$, $k=2, 3,...n$.

Toutes les points de la courbe Γ qui corespondent à $x_1 \in [x_1^1, x_1^2]$ sont situés entre M_1 et M_2.

Par conséquent sur Γ il éxiste au moins un point P' $(\xi_1, \xi_2', \xi_3', \dots \xi_n')$ entre M_1 et M_2 qui se trouve aussi sur l'hypersurface :

$$\frac{D(F_1, F_2, \dots F_n)}{D(x_1, x_2, \dots x_n)} = 0.$$

Observation :

Dans le théorème I les coordonés des zéros du système (1) sont séparées par les coordonnés des zéros du système (2). Dans le théorème II la separation se fait seulement géométrique.

Dans ce qui suit il s'agit seulement de separation géométrique.

Théorème III

Soit les fonctions réelles

$$F_j(x_1, x_2, \dots x_n), \quad j = 1, 2, \dots n \tag{1'}$$

definies et bornées sur l'intervalle $A=[a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_n, b_n]$ qui satisfassent les conditions :

a) Elle ont dérivées partielles de première ordre continue sur A.

b) De ces fonctions on peut former un système de $n-1$ équations, par exemple $F_i=0$, $i=2, 3,...n$, qui déterminent $n-1$ fonctions, par exemple $x_2, x_3,...x_n$ de variable x_1 definies et bornées sur l'intervalle A.

c) Les fonctions $x_j(x_1)$, $j=2, 3,... n$, déterminées au b) soit dérivable sur A.

Soit aussi les fonctions $\psi(x_1, x_2,...x_n)$, $\varphi(x_1, x_2,...x_n)$ definies, bornées et continues sur A.

Considerons l'hypersurface (Σ): $F_1=0$ et la courbe (Γ): $F_j=0$, $j=2,3,...n$.

$$(\Gamma): F_j = 0,\ j = 2, 3, \ldots n.$$

Soit $M_1(x_1^1, x_2^1, \ldots x_n^1)$, $M_2(x_1^2, x_2^2, \ldots x_n^2)$ deux points consécutifs d'intersection de (Σ) avec la courbe (Γ) situés dans l'intervalle A.

Entre M_1 et M_2 existe au moins un point $P(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n)$ où au moins une de hypersurfaces :

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots x_n) = \Psi F_1 + \varphi \frac{D(F_1, F_2, \ldots F_n)}{D(x_1, x_2, \ldots x_n)} = 0,\ \varphi = 0$$

coupe la courbe (Γ).

Démonstration :

Il faut démontrer que au moins un de systèmes de fonction :

$$\text{I} : \Phi, F_2, F_3, \ldots F_n;\quad \text{II}\ \varphi, F_2, F_3, \ldots F_n,$$

s'annule au moins dans un point $P(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n)$, situé sur l'arc M_1M_2 de la courbe (Γ).

Nous utiliserons le théorème suivante [1] :

Soit les fonctions $f(x)$, $\psi(x)$, $\varphi(x)$, définies et bornées sur l'intervalle [a, b], telle que :

— La fonction $f(x)$ est continue sur $[a, b]$ et dérivable sur (a, b).

A. La fonction $\psi(x)$ est continue sur (a, b) et $\varphi(x)$ est continue sur $[a, b]$.

Entre deux zéros consécutifs de $f(x)$ appartenant à l'intervalle $[a, b]$ il y a au moins un zéro de l'une de fonctions :

$$\Phi(x) = \Psi(x) f(x) + \varphi(x) f'_{(x)} : \varphi(x) \tag{6}$$

B. Si a et b sont zéros consecutifs de f(x), le théorème s'applique aussi quand $\varphi(x)$ est continue sur (a, b) avec les conditions :

$$\lim_{x \to a+} \varphi(x) \neq 0 \qquad \lim_{x \to b-} \varphi(x) \neq 0$$

Nous appliqons ce théorème dans le cas A au fonction $F_1(x_1, x_2(x_1), \ldots x_n(x_1))$ avec les fonctions $g(x_1, x_2(x_1), \ldots x_n(x_1))$, $\varphi(x_1, x_2(x_1), \ldots x_n(x_1))$.

Il résulte que entre les zéros $x_1 = x_1^1$, $x_1 = x_1^2$ de $f(x)$ existe au moins un zéro $x_1 = \xi_1 \in A_1$ de l'une de fonctions :

$$\Phi = g F_1 + \varphi \frac{dF_1}{dx_1},\ \varphi$$

considérées comme fonctions de x_1.

a) Supposons la première alternative que l'équation

$$\Phi = g F_1 + \varphi \frac{dF_1}{dx_1} = 0 \tag{7}$$

a un zéro $x_1 = \xi_1 \in A_1$.

En dérivant $F_1(x_1, x_2(x_1),...x_n(x_1))$ et les identités :

$$F_j(x_1, x_2(x_1), \dots x_n(x_1)) \equiv 0, \quad j = 2, 3, \dots n$$

on a :

$$F'_{1x_1} + \sum_{s=2}^{n} \frac{\partial F_1}{\partial x_s} \frac{dx_s}{dx_1} = \frac{dF_1}{dx_1} \tag{8}$$

$$F'_{jx_1} + \sum_{s=2}^{n} \frac{\partial F_j}{\partial x_s} \frac{dx_s}{dx_1} = 0, \quad j = 2, 3, \dots n \tag{8a}$$

L'équation (7) devient :

$$g F_1 + \varphi \left(F'_{1x_1} + \sum_{s=2}^{n} \frac{\partial F_1}{\partial x_s} \frac{dx_s}{dx_1} \right) = 0 \tag{9}$$

En supposant que cette équation dépend seulement de x_1 il résulte qu'elle a au moins une racine $x_1 = \xi_1 \in (x_1^1, x_1^2)$.

Si on élimine entre (9) et (8a) les dérivées $\frac{dx_s}{dx_1}$, $s=2, 3,...n$, on obtient :

$$\begin{vmatrix} g F_1 + \varphi F'_{1x_1} & \varphi F'_{1x_2} & \varphi F'_{1x_3} & \cdots & \varphi F'_{1x_n} \\ F'_{2x_1} & F'_{2x_2} & F'_{2x_3} & \cdots & F'_{2x_n} \\ F'_{3x_1} & F'_{3x_2} & E'_{3x_3} & \cdots & F'_{3x_n} \\ \cdot & \cdot & + & \cdots & \cdot \\ F'_{nx_1} & F'_{nx_2} & F'_{nx_3} & \cdots & F'_{nx_n} \end{vmatrix} = 0$$

De cette relation on a :

$$g F_1 \frac{D(F_2, F_3, \dots F_n)}{D(x_2, x_3, \dots x_n)} + \varphi \frac{D(F_1, F_2, \dots F_n)}{D(x_1, x_2, \dots x_n)} = 0$$

En posant :

$$g \frac{D(F_2, F_3, \dots F_n)}{D(x_2, x_3, \dots x_n)} = \psi(x_1, x_2, \dots x_n),$$

où $x_j = x_j(x_1)$, $j = 2, 3, \dots n$

il résulte que la fonction :

$$\psi F_1 + \varphi \frac{D(F_1, F_2, \dots F_n)}{D(x_1, x_2, \dots x_n)},$$

a au moins un zéro $x_1 = \xi_1$ dans l'intervalle (x_1^1, x_1^2).

Comme les fonctions $x_k = x_k(x_1)$, $k=2, 3,...n$ sont definnies sur $[x_1^1, x_1^2]$, résulte que pour $x_1 = \xi_1 \in (x_1^1, x_1^2)$ correspondent des valeurs $x_k = x_k(\xi_1) = \xi_1 \in [a_k, b_k]$, $k=2, 3,...n$, telle que :

$$\left[\psi F_1 + \varphi \frac{D(F_1, F_2, ... F_n)}{D(x_1, x_2, ... x_n)}\right]\Bigg|_{x_1=\xi_1,\ x_2=\xi_2,\ ...\ x_n=\xi_n} = 0$$

Il en résulte d'ici que l'hypersurface :

$$(\Sigma): \Phi(x_1, x_2, ... x_n) = \psi F_1 + \varphi \frac{D(F_1, F_2, ... F_n)}{D(x_1, x_2 ... x_n)} = 0$$

coupe la courbe :

$$(\Gamma)\ F_j(x_1, x_2, ... x_n) = 0,\ j = 2, 3, ... n.$$

au moins dans un point situé entre M_1 et M_2.

b) Le théorème cité affirme que au moins une de fonctions Φ, φ a au moins un zéro entre deux zéros consécutifs de $f(x)$.

Supposons donc la deuxieme alternative que dans (6) la fonction :

$$\Phi = g F_1 + \varphi \frac{d F_1}{d x_1}$$

ne s'annule pas dans (x_1^1, x_1^2).

Dans ce cas, il résulte que la fonction $\varphi(x_1, x_2(x_1),...x_n(x_1))$ s'annule au moins dans un point $x_1 = \xi_1 \in (x_1^1, x_1^2)$.

Comme pour $x_1 = \xi_1$ correspondent des valeurs $x_k = x_k(\xi_1) = \xi_k \in [a_k, b_k]$, il résulte que l'hypersurface $\varphi(x_1, x_2,...x_n)=0$ coupe la courbe (Γ) au moins dans un point situé entre M_1 et M_2.

Corollaire :

Si les conditions du théorème III sont accomplies, il existe au moins un point où au moins une de fonctions :

$$\Phi(x_1, x_2, ... x_n) = \sum_{s=1}^{n} \lambda_s F_s + \varphi \frac{D(F_1, F_2, ... F_n)}{D(x_1, x_2, ... x_n)} = 0, \quad \varphi = 0$$

coupe la courbe (Γ).

Les fonctions λ_s, $s=1, 2,...n$ dépendent de $x_1, x_2,...x_n$ et sont continue sur l'intervalle A.

La chaire de mathématique IV
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Miu, I. M.* Une nouvelle méthode pour la séparation des racines réelles des équations. Bul. Institutului politehnic Bucureşti, tom XXV, fasc. 4, 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

C.Z. : 515.69

CÎTEVA OBSERVĂRI CU PRIVIRE LA EPURA OXONOMETRICĂ *)

NICOLAE MIRESCU

Un aspect important al axonometriei este că între geometria triunghiului și epurele axonometrice este o legătură evidentă, deoarece, în acest mod de reprezentare a spațiului, se regăsesc multe proprietăți ale triunghiului.

Un alt aspect constă în posibilitatea de a transforma, cu destulă ușurință, o epură axonometrică într-o epură Monge și reciproc [1].

În cele ce urmează, plecînd de la un model al spațiului imaginat de Prof. M. Șt. Botez, pentru a reprezenta *suprafețele planare* desfășurabile ale lui Cayley [2], ne propunem să arătăm cum se transformă acest model într-o reprezentare axonometrică și apoi să precizăm în ce mod se încadrează reprezentarea axonometrică în teoria epurelor modulare, emisă de asemeni de Prof. M. Șt. Botez [3].

Remarcăm cu această ocazie că lucrările de geometrie descriptivă prezentate de Prof. M. St. Botez la sesiunile științifice ale diferitelor institute politehnice din țară, sînt în majoritatea lor enunțări de teme de cercetare însoțite de indicații, care prin reluarea lor conduc la rezultate interesante.

1. În lucrarea [2], modelul plan care dă, printr-o singură imagină, reprezentarea unei clase de suprafețe înfășurate de un plan ce depinde de un singur parametru, se consideră un plan $[\pi]$ și un punct fix O, cuprins în acest plan. Planul $[\pi]$ este planul imaginilor, numit și *plan fundamental*, iar punctul O *polul epurei*.

Oricărui punct M din spațiu îi corespunde un plan $[P]$ perpendicular pe vectorul cu punctul de aplicație în polul O și extremitatea în M.

În acest mod, imagina planului este dată prin urma sa U_P pe planul $[\pi]$ și prin proiecția ortogonală m pe acest plan a extremității vectorului OM. Urma U_P și proiecția m se numesc *componentele imaginei* planului (fig. 1).

a) Se consideră acum planul $[P]$ ca plan axonometric. În această ipoteză se pune întrebarea : *care sînt elementele necesare și suficiente pentruca modelul imaginat* — pe care îl vom nota pe scurt cu B — *să poată fi transformat într-o epură axonometrică oarecare ?*

*) Lucrare predată la redacție la 15 iunie 1970.

Dacă sînt date U_p și m, folosind rezultatele din [2], observăm că punctul $I=[P]\cap OZ$, unde OZ este axul triedrului cartezian perpendicular pe planul $[\pi]$ în O, este imediat determinat deoarece satisface condiția : $pr_\pi I=O$. Prin rabaterea ΔOI_μ pe planul $[\pi]$ se determină $\theta=\sphericalangle(\pi, P)$ așa după cum se vede clar din figura 2.

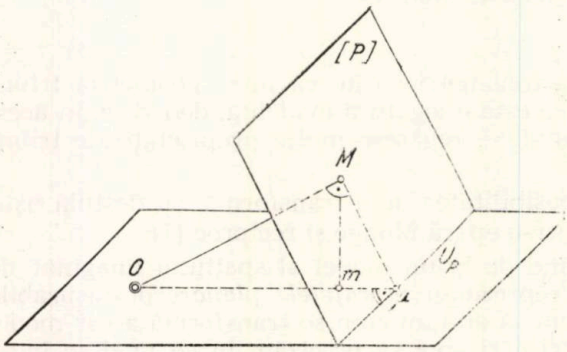


Fig. 1

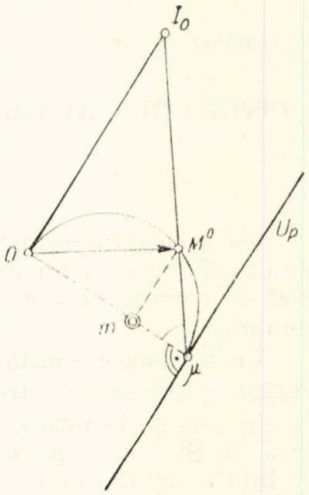


Fig. 2

Deoarece $OM\perp[P]$ prin construcție, rezultă că M este punctul de concurență a înălțimilor triunghiului determinat pe planul $[P]$ de planele triedrului cartezian.

De asemeni, cunoașterea unghiurilor $\hat{\xi}$, $\hat{\eta}$ și $\hat{\zeta}$ dintre axele axonometrice definește tipul de axonometrie [1. pag. 86].

Dacă se consideră $\hat{\xi}$, $\hat{\eta}$, $\hat{\zeta}$ parametri, se observă că numai doi sînt independenți, deoarece trebuie să îndeplinească condiția cunoscută :

$$\hat{\xi}+\hat{\eta}+\hat{\zeta}=360^\circ$$

Fie un plan $[P]$, reprezentat pe modelul B (O, π) prin urma U_p și proiecția ortogonală m a extremității vectorului de poziție corespunzător planului $[P]$ (fig. 3).

Dacă se rabate pe planul $[\pi]$ al tabloului, triunghiul dreptunghic $CO\mu$ din spațiu în $C_0O\mu$, cu $O\mu$ și $C\mu$ perpendiculare în μ pe U_p, atunci, prin ridicarea acestei rabateri se obțin : înălțimea μC și ortocentrul ω al unui triunghi axonometric, rezultat prin intersecțiile planului $[P]$ cu fețele triedului cartezian, care are $[xy]\equiv\pi$ iar perpendiculara în O pe planul $[\pi]$ ca axă OZ.

Fie $\hat{\xi}$ unghiul dat, care se construiește cu vîrful în ortocentrul ω, avînd una din laturi $O\mu$. Latura a doua a acestui unghi intersectează U_p în B, care este un vîrf al triunghiului axonometric, cel de al doilea fiind $C\in\mu 0$, obținut prin ridicarea rabaterei C°.

Dacă din C se duce $CA \perp \omega B$ se obține vîrful $A = U_p \cap CA$; astfel triunghiul axonometric ABC, ca și axele $O.XYZ$, au fost unic determinate.

Din cele arătate se poate enunța :

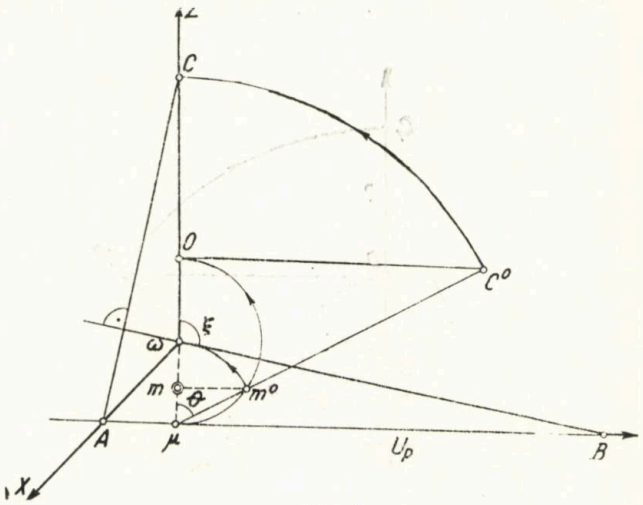


Fig. 3

T e o r e m a 1. *Pentru a obține o transformare univocă a unui model plan B într-o epură axonometrică, este necesară și suficientă cunoașterea unui singur unghi al axelor axonometrice.*

O b s e r v a r e

α) Deoarece două din unghiurile axelor axonometrice $\hat{\xi}$, $\hat{\eta}$ și $\hat{\zeta}$ pot fi independente, îndeplinind condiția arătată mai înainte și ținînd seama că se pot construi întotdeauna două unghiuri oarecare, avînd o latură comună și același vîrf, ar rezulta că s-ar putea transforma un model plan B într-un model plan axonometric mai dinainte dat. Un raționament elementar conduce însă la constatarea că în acest caz : $\theta = \sphericalangle [P, \pi]$, în general nu îndeplinește condiția ca, ridicînd rabaterea C° să se obțină $C_1 \equiv C$, ci după cum se constată din figura 4, în care s-a propus transformarea unui oarecare model B într-un model axonometric izometric, se obține $C_1 \neq C$, astfel încît din cele arătate rezultă :

T e o r e m a 2. *Un model plan B nu poate fi transpus într-un model axonometric de mai înainte dat.*

Considerînd triunghiurile ortoptice [1] ale triunghiurilor axonometrice, după o examinare sumară se constată că :

Dacă centrul ortoptic împarte $C\mu$ în raportul $\frac{3}{4}$, atunci se poate obține un model axonometric izometric, în caz contrar se obține, în general, un model axonometric anizometric.

β) Se observă că orice sistem axonometric se poate transforma cu ușurință într-un model plan al spațiului al cărui element generator este

planul. Deci, această transformare prezintă o corespondență dintre spațiul planat și spațiul punctual.

2. În lucrarea [2] la § 5, considerîndu-se triedrul cartezian, se construiește o corelație între un plan $[P]$ și punctul M ale cărui coordonate

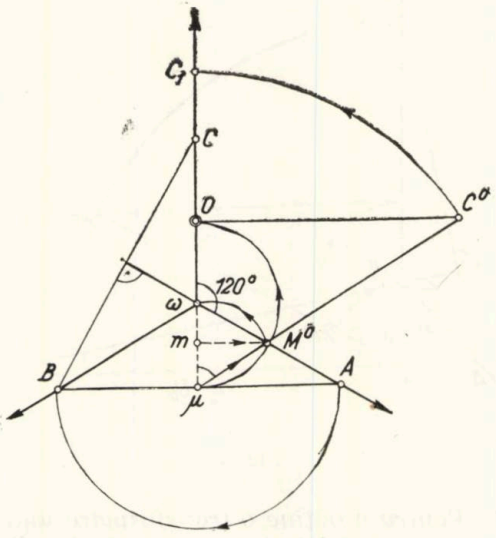


Fig. 4

sînt tăieturile făcute de $[P]$ pe axele coordonate, deducîndu-se dupa legea de variație a punctului asociat M (fig. 5) suprafața desfășurabilă generată de planul $[ABC]$.

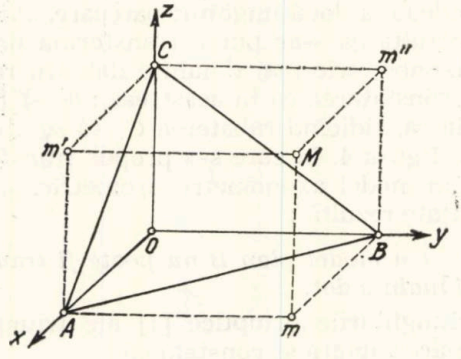


Fig. 5

Se constată imediat că :

a) *Dacă punctul asociat M descrie o dreaptă oarecare ce trece prin origină* (care e identic cu polul modelului B), *se obține un unic sistem axonometric.*

Aceasta pentrucă triunghiurile determinate de planele corespunzătoare punctului M sînt toate asemenea.

b) Dacă M descrie o dreaptă paralelă cu una din axele coordonate, atunci se obține un fascicul asociat de plane axonometrice al cărui suport este dreapta de intersecție a planului dat cu planul triedrului pe care este perpendiculară dreapta descrisă de M (fig. 6).

În acest fascicul se găsesc numai cîte două axonometrii izometrice, respectiv dimetrice, simetrice în raport cu planul în care este cuprins suportul fasciculului.

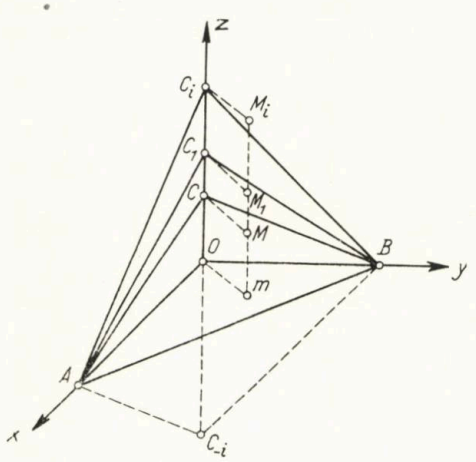


Fig. 6

c) Dacă M descrie o dreaptă care trece prin origină și face cu axele unghiurile $\hat{\alpha}=\hat{\beta}=\hat{\gamma}$ atunci se obține un sistem axonometric izometric, oricare ar fi poziția punctului M pe dreapta descrisă (conform cu : *a*).

d) Ținînd seama de cele arătate la începutul acestui paragraf, rezultă că planul axonometric $[ABC]$ din corelația cu punctul M poate genera un model axonometric cu tablou curbiliniu, a cărui tablou al imaginilor este o suprafață desfășurabilă.

Această proprietate este importantă în cazul unor suprafețe a imaginilor ușor desfășurabile. De exemplu aceia a unui con parabolic (dată la pag. 5 a lucrării [2]), prezintă avantajul că prin simpla desfășurare a porțiunii de suprafață cuprinsă în ungihul triedrutridreptunghic se obțin adevăratele mărimi și forme ale liniilor unei imagini axonometric curbilinie.

3. În teoria epurelor modulare [3], care prin generalizarea făcută, epura Monge este un caz particular, se renunță la perpendicularitatea planelor de proiecție, considerîndu-se un unghi oarecare θ pe care autorul acestei teorii îl numește modul.

În transformarea modelului plan B într-unul axonometric, ale cărei condiții de realizare le-am studiat, a rezultat că este necesară cunoașterea numai a unuia dintre unghiurile $\widehat{\xi}$, $\widehat{\eta}$, $\widehat{\eta}$ pentru obținerea unei axonometrii.

Unghiul considerat, de exemplu $\widehat{\xi}$, i se poate da calitatea de modul al epurei în înțelesul stabilit în [3], astfel încît se poate spune că : *transformatul axonometric al unui model plan B, face parte din clasa epurelor modulare.*

Din această constatare întrevedem o lărgire a teoriei modulare emisă de Prof. M. Șt. Botez.

Catedra de geometrie descriptivă și desen (I)
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej' București

BIBLIOGRAFIE

1. *M. St. Botez, N. Mirescu.* Axonometria. Editura Tehnică, 1970.

2. *M. St. Botez.* Asupra unei reprezentări a suprafețelor desfășurabile — Buletinul Științific al Institutului politehnic din Cluj, Volumul 11/I, 1968.

3. *M. S. Botez.* Sur une généralisation de l'epure Monge, Bul. Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tomul XXVI, fas. 1 — 1964

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

FIZICĂ

C.Z. : 539.1

ASUPRA EVALUĂRII CONTRIBUŢIEI CIOCNIRILOR FASCICUL-GAZ LA FLUXUL DE PIONI AŞTEPTAŢI LA 90° ÎN INELELE INTERSECTATE DE ACUMULARE

D. ANGHELESCU, B. BOGDAN, V. DATCU, E. M. FRIEDLÄNDER

În cele ce urmează se prezintă rezultatele preliminare *) de evaluare a fondului din cadrul unui experiment de mai mare anvergură destinat studiului mecanismului producerii multiple de pioni la energii echivalente de aproximativ 1600 GeV. Acest experiment, care reprezintă o colaborare între Bucureşti şi CERN, posesorul inelelor intersectate de acumulare (I.S.R.), realizat prin expunerea unui bloc de emulsii nucleare la 90° faţă de două fascicule de protoni de 28 GeV, intersectate sub un unghi de aproximativ 15°, are drept scop studiul pionilor cu impulsuri pînă la 400 MeV/c proveniţi din camera de vid a inelelor de acumulare în care are loc intersecţia fasciculelor.

Precum se ştie, chiar la curenţii de protoni foarte mari aşteptaţi în I.S.R. (20 A), o bună parte din mezonii opriţi în emulsie vor proveni din interacţii dintre fascicule şi gazul rezidual din camera de vid. O cunoaştere exactă a acestui fond este indispensabilă pentru analiza corectă a interacţiilor fascicul-fascicul. Avînd în vedere că gazul rezidual din camera de vid a inelelor de acumulare conţine, pe lîngă hidrogen, în special carbon şi oxigen, ne-am propus evaluarea numărului de pioni emişi, într-un unghi solid care va veni în considerare în experimentul proiectat, din ciocniri proton-nucleu uşor la energii comparabile cu cele din ISR. Din studiul reacţiilor pp la această energie se ştie că fluxul de pioni lenţi, la un unghi de aproximativ 90° faţă de fascicul, este extrem de mic (de ordinul 10^{-3} pe interacţie). În schimb, aceiaşi cifră pentru nucleele uşoare (C, N, O) nu este cunoscută. Măsurătorile descrise în ceea ce urmează tind să umple această lacună.

În acest scop a fost folosită interacţia unui fascicul de protoni de 22,6 GeV al sincrotronului de protoni de la CERN cu un bloc de emulsii nucleare. În 20 de plăci (existente la Bucureşti), situate în partea centrală a blocului de emulsii, a fost măsurat profilul fasciculului cu o metodă rapidă [1], utilizînd un dispozitiv semiautomat. În fiecare placă profilul fasciculului poate fi bine aproximat printr-o gaussiană centrată în jurul coordonatei $x=84$ cu dispersia $\sigma=9$ mm (fig. 1). Fluxul la maximul curbei a fost determinat prin metoda coincidenţelor de corelaţie [2]; s-a obţinut valoarea $(1{,}46\pm0{,}07).10^5$ protoni/cm^2. Profilul nu se

*) Ideea acestui experiment a apărut în cadrul unei discuţii preliminare cu Dr. A. J. Herz de la C.E.R.N. căruia îi sîntem îndatoraţi atît pentru împrumutarea emulsiilor iradiate precum şi pentru discuţii rodnice.

schimbă semnificativ dintr-o placă în alta ; valorile maxime ale fluxului în plăcile extreme sînt $(1{,}53 \pm 0{,}07).10^5$ și $(1{,}48 \pm 0{,}07).10^5$ protoni/cm^2.

A fost explorată o arie dreptunghiulară de 41×57 mm^2 (fig. 2), în patru plăci centrale, cu microscoape *Nf* (obiectiv 10 X, ocular 10 X), căutîndu-se stele σ și dezintegrări π—μ. Au fost detectați, la o singură ex-

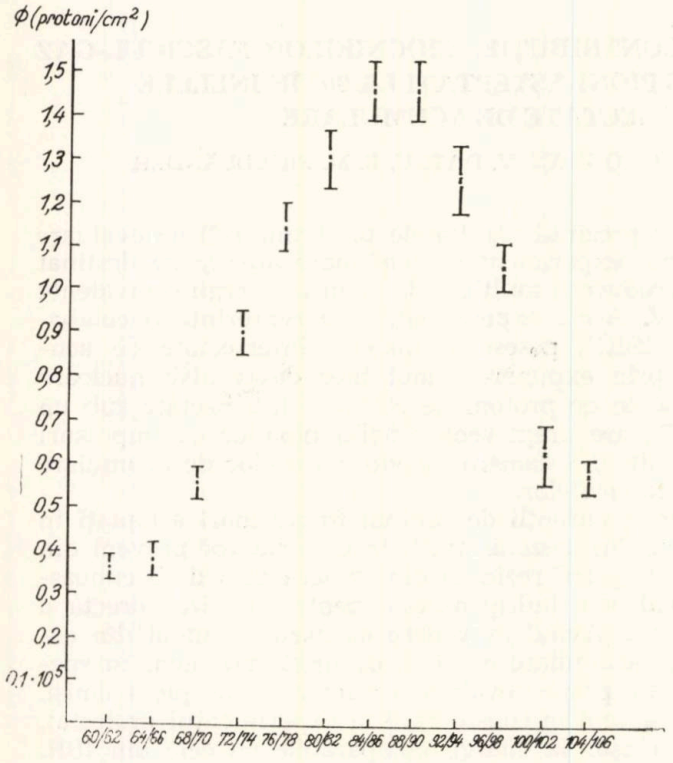


Fig. 1

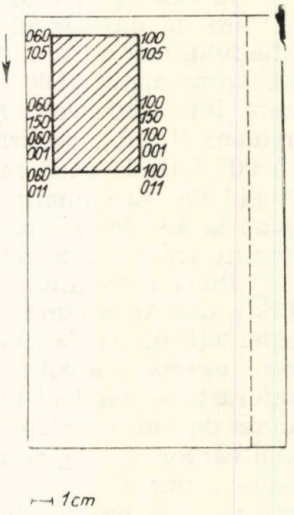


Fig. 2

plorare, 2419 pioni opriți (949 π^+ și 1470 π^-) care au fost urmăriți înapoi, pînă la steaua generatoare sau pînă la un parcurs rezidual proiectat de aproximativ 2 mm în aceiași placă, unde s-a măsurat unghiul, proiectat în planul emulsiei, dintre pion și direcția fasciculului. Dacă acest unghi era situat în intervalul $(90° \pm 20°)$ sau $(270° \pm 20°)$, pionul era urmărit mai departe, din placă în placă, pînă la steaua generatoare (sau pînă la ieșirea din fracțiunea blocului de emulsii existentă la București). Rezultatele obținute la urmărire sînt prezentate, rezumativ, în tab. I.

Stelele generatoare au fost clasificate în trei categorii după numărul de urme negre (N_h)

$$N_h \leqslant 4$$

$$5 \leqslant N_h \leqslant 8$$

$$N_h \geqslant 9$$

Tabelul I

Pioni opriți detectați	2419
din care Π^+	949
din care Π^-	1470
Pioni cu parcurs restant proiectat într-o placă $\geqslant 2$ mm sau cu steaua de origine la $R \leqslant 2$ mm	512
Din aceștia, cu unghi proiectat față de fascicul cuprins în intervalul $(90° \pm 20°)$ sau $(270° \pm 20)$	107
Rezultatele urmăririi acestor 107 pioni	
Pierduți la urmărire	5
Ieșiți din blocul de emulsie	15
Formați din stele care nu au fost produse de fascicul	18
Total	38
Pioni formați în stele produse de fascicul	69

Stelele cu $N_h \geqslant 9$ provin, evident, din interacții ale fasciculului cu nuclee grele din emulsie. Se observă, din tab. II, un exces puternic de pioni negativi lenți, formați pe nuclee grele, ceea ce este datorit barierei coulombiene. În conformitate cu acest criteriu este foarte probabil ca stelele cu $5 \leqslant N_h \leqslant 8$ (la care excesul de pioni negativi este apreciabil) să provină de asemenea din nuclee grele, iar stelele cu $N_h \leqslant 4$, pentru care numerele de pioni pozitivi și negativi sînt practic egale, se formează, cu probabilitate foarte mare, în interacțiuni cu nucleele ușoare din emulsie (*C*, *N*, *O*) [3], care au bariera coulombiană foarte joasă.

Tabelul II

N_h	Π^+	Π^-	Total
0—4	5	7	12
5—8	1	6	7
$\geqslant 9$	17	33	50

Figura 3 arată distribuția, după numărul de urme, a celor 46 stele σ la care s-a detectat steaua generatoare a pionului. Comparația cu literatura [4] (histograma punctată) arată un exces de stele σ_1, probabil din cauza clasificării incorecte a unor dezintegrări $\pi\mu$, cu miuoni care se sfîrșesc în altă placă, precum și din cauza eficienței mai scăzute de detecție a evenimentelor σ_0 (Tab. III prezintă rezultatele dublei explorări

pentru două plăci, adică aproximativ jumătate din întregul material. Se vede că eficiența de detecție a stelelor σ_0 este mult mai mică, 55% și 58% față de eficiența de detecție a celorlalte evenimente — peste 80%). Astfel cei 12 pioni lenți detectați, provenind din nuclee ușoare, reprezintă o limită inferioară (iar limita superioară este probabil mai mică de 20).

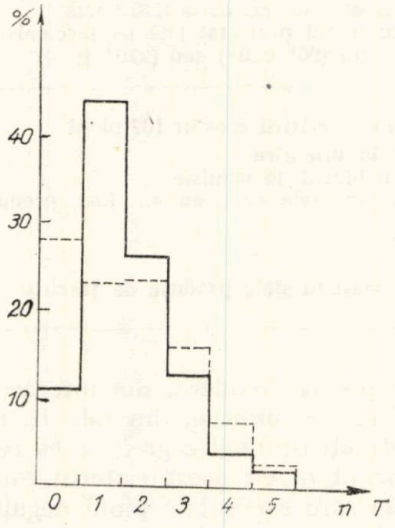


Fig. 3

Tabelul III

	Π^+	σ_0	σ_1	$\sigma_{\geq 2}$
D	437	71	237	289
S_1	42	50	43	51
S_2	66	59	59	70
p_1	0,87	0,55	0,80	0,80
p_2	0,91	0,58	0,85	0,85

Tab. IV redă spectrul de impulsuri dedus din distribuția de parcurs. Acest spectru, ca și valorile absolute, pot fi considerabil distorsionate de geometria iradierii și de criteriile de selecție adoptate.

Tabelul IV

N_h / $P(MeV/c)$	0—4		5—8		⩾9	
	Π^+	Π^-	Π^+	Π^-	Π^+	Π^-
0—30	0	2	0	2	0	3
30—60	1	0	0	0	2	12
60—90	2	1	1	3	5	10
90—120	2	3	0	1	8	8
120—150	0	1	0	0	2	0

O estimare aproximativă a factorului de corecție a fost făcută utilizînd procedeul Monte Carlo. S-a efectuat injectarea de protoni în blocul de emulsii cu distribuția densității obținută în acest experiment. Pionii, de parcurs determinat, erau emiși în unghi drept față de fascicul cu o distribuție unghiulară azimutală uniformă. S-a neglijat împrăștierea coulombiană. Pentru fiecare valoare a parcursului erau emiși 10^3 pioni. Toți pionii opriți în volumul explorat au fost numărați. Factorii de corecție estimați sînt redați în tab. V pentru două cazuri :

Tabelul V

Pondere geometrică / Parcurs (mm)	Fără restricție de înclinare a urmei	Parcurs restant într-o placă ⩾ 2 mm
1	5,7	37,4
2	6,4	32,2
4	5,8	31,5
8	8,3	32,7
16	23,8	34,3
32	71,4	43,8
64	76,9	91,5
128	200,2	169

a) fără nici o restricție de înclinare a urmei.

b) presupunînd o lungime proiectată de minimum 2 mm într-o placă.

Rezultă, pentru experimentul efectuat, că forma spectrului este practic neafectată (pentru un parcurs mai mic de 32 mm) și factorul global de detecție este aproximativ 34, ceea ce înseamnă că celor 12 mezoni observați în condițiile de explorare le corespund aproximativ 400 mezoni emiși în interacțiuni pe nuclee *C N O*.

Numărul total de interacțiuni cu nucleele ușoare în volumul util este dat de relația

$$\sqrt{2\pi}\,\sigma\,\nu\,H\,\Phi_m\left(1-e^{-\frac{l}{\lambda}}\right)\frac{1}{1+\frac{\varrho_H\sigma_H}{\varrho_L\sigma_L}}$$

unde $\nu=24$ este numărul de plăci de grosime $H=600\ \mu m$, Φ_m este valoarea maximă a fluxului, l lungimea regiunii explorate, λ parcursul liber mijlociu de interacțiune a protonilor în emulsie (considerat 36 cm), ϱ_H și ϱ_L sînt concentrațiile nucleelor grele și ușoare, iar σ_H și σ_L secțiunile geometrice corespunzătoare.

Aceasta conduce la un estimat de aproximativ 2.10^{+4} interacțiuni cu nucleele ușoare sau *un randament de aproximativ 2.10^{-2} pioni cu impuls mai mic de 150 MeV/c pe ciocnirea cu un nucleu de C, N, O.*

Luînd în considerație distribuția impulsului transversal, (care la unghiuri drepte este aproximativ spectrul de impulsuri) se estimează

$\sim 4{,}5.10^{-2}$ pioni cu impuls mai mic de 300 MeV/c pe ciocnire Cu $\sim$ 200 ciocniri pe secundă pe CO, gaz rezidual în regiunea de interacție [5], se estimează

$\sim$ 10 pioni pe secundă emiși la toate unghiurile azimutale

$\sim$ 0,5 pioni pe secundă ajung la un bloc de emulsie cu înălțimea de 10 cm, situat la aproximativ 1 m de regiunea de interacțiune (în timp ce din ciocnirile fascicul-fascicul se așteaptă aproximativ 50 pioni pe secundă).

Incertitudinile experimentului, și în primul rînd neglijarea împrăștierii coulombiene, introduc o eroare care poate fi exprimată printr-un factor aproximativ egal cu 2.

Rezultatele măsurătorilor noastre asupra interacțiunilor unui fascicul cu protoni cu nuclee ușoare (*C N O*) confirmă existența, la cca 90° față de fascicul, a unui flux de pioni lenți considerabil mai intens decît în cazul unei ținte de hidrogen. Totodată valoarea absolută a acestui flux este, în comparație cu efectul așteptat la ISR, suficient de mică (10^{-2}) pentru ca scăderea fondului să nu introducă o amplificare prohibitivă a erorilor statistice.

Mulțumim pe această cale tehnicienelor de laborator M. Boca, J. Golea, E. Ionescu, F. Moraru și L. Sava care au efectuat explorarea plăcilor.

Catedra de fizică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

Laboratorul de raze cosmice
Institutul de Fizică Atomică

BIBLIOGRAFIE

1. *B. Bogdan, E. M. Friedländer, T. Visky,* On the Measurement of Absolute Beam Fluxes in Visual Detectors (comunicare particulară).

2. *E. M. Friedländer,* Correlation Counting of Coincident Events, Nuclear Instruments and Methods, 1964, 31, 293.

3. *E. M. Friedländer,* Multiple Meson Production by 9 GeV Protons on Emulsion Nuclei, Nuovo Cimento, 1959, 14, 796.

4. *C. F. Powell, P. H. Fowler, D. H. Perkins,* The Study of Elementary Particles by the Photographic Method, pag. 250.

5. *A. Cordaillat, A. J. Herz, H. Annoni,* A Detailed Investigation of Low-Momentum Particles Emitted at Larges Angles from pp Collisions at the I.S.R., CERN, ISRC 69/6.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971, Numărul 2

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 535.243 : 547

SPECTROPHOTOMETRIC DETERMINATION OF HYDROCHLORIC 10-(2-DIMETHYL-AMINO-PROPYL)-PHETOTHIASINE (ATOSIL) WITH SODIUM CHLORITE *

F. M. ALBERT, D. CAMBOLI, VIORICA CIMPU

Atosil (named also promethasine, allergan, phenergan, romergan) is a derivative of phenothiasine, used in the therapeutic of the nervous system deseases.

Several methods (volumetric, gravimetric, colorimetric and polarographic) have been proposed for the dosage of this compound [1—6].

In the present work a spectrophometric method is submitted, by the using of sodium chlorite as reactive. The reaction between sodium chlorite and various amines, in consequence of which, in certain conditions, a violet compound result, has been carried out to dose other aromatic amines [7—8].

In a series of experiments there were established the best conditions for the determination. It has ascertained that a stable rose-violet colo-

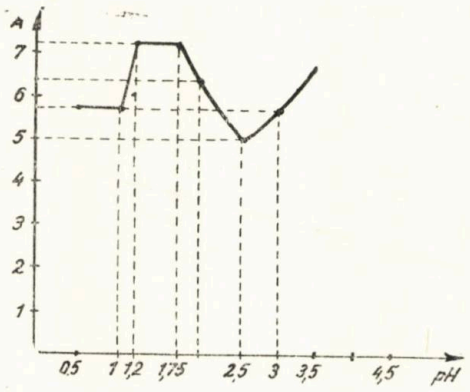


Fig. 1

* Manuscript received 23 March 1970.

ration appears, depending on the concentration of hidrogen ions (pH values included between 1 and 2,5) (fig. 1). For more acide media, the solution is intensely coloured first, then quicqly decolorizes ; in more basic media, the solution changes its colour from rose to brown, but the coloration is not stable and not able to be reproduced.

The determination are influenced by the quantities of reactive and of atosil in the solution. The absorbance — directly proportional to the quantities of chlorite added, remaines constante from a certain value (fig. 2). By an exces of chlorite, the solution is coloured yellow-orange, with emission of gas.

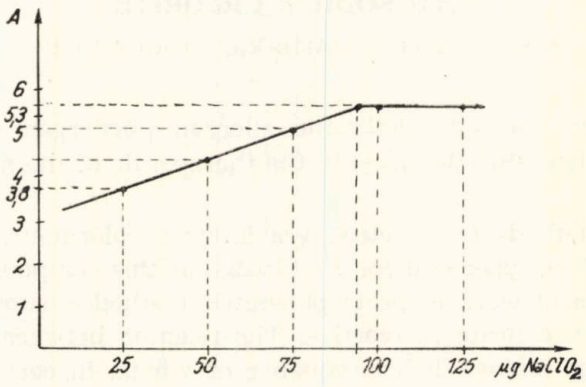


Fig. 2

There have been used for the determinations quantities of atosil comprised between 16 and 450 μg.

In fig. 3 it is seen that when adding from 16 to 420 μg atosil, the absorbance grows in linear way and for larger quantities it remains constant.

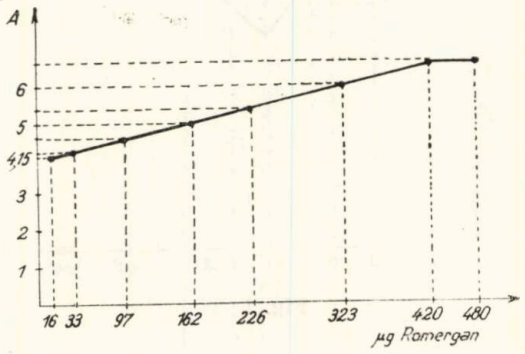


Fig. 3

In order to establish the spectral region corresponding to the maximum of absorbtion, in a 10 ml graduated flask have been taken quantities of atosil comprised in the sphere of the work, the corresponding quantity of chlorite, 5 drops HCl 10% solution and raised to the sign level by means of water.

The absorbance has been measured using various filters (see fig. 4).

In an other series of measurement the stability in time of the colorations got in the work conditions has been determinated. The colour remains stable even after the keeping of the solutions for 24 hours.

Experimental Part

It was used a microcolorimeter KOL-52. The maximum absorbance is got with the filter No 7 of the apparatus.

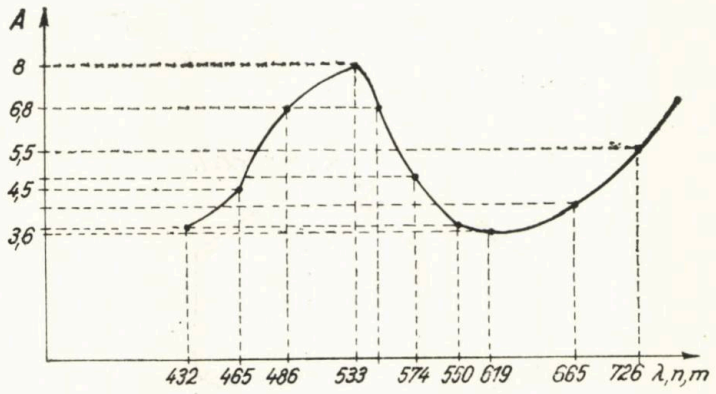


Fig. 4

For the solutions, 10 ml graduated flask have been used. The measurement have been performed with a prepared solution of atosil (T=320 μg) and with an other one, obtained by disolving ten pellets of pharmacogical atosil in 100 ml water. Each pellet contains 0,03 g atosil, so that the solution has T=300 μg.

The concentration of chlorite solution was equall to 10% chlorite of 80% purity (T=127,4 μg). The acidity of the medium was realised with HCl 10%.

Method of work. 0,05—1,5 ml atosil solution has been poured with a micropipette in a 10 ml graduated flask, 5 drops HCl solution and the adequated quantity of chlorite (1 ml solution for 1,5 ml atosil solution) added, raised to the sign level by means of water and colorimetric measurements performed.

For the test, they add the same quantities of chlorite and HCl solution and raised to the sign levell by means of water.

Fig. 5 presents the results obtained with pharmacological pellets of atosil.

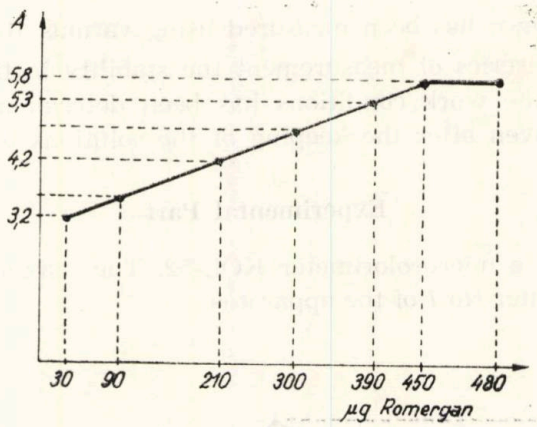
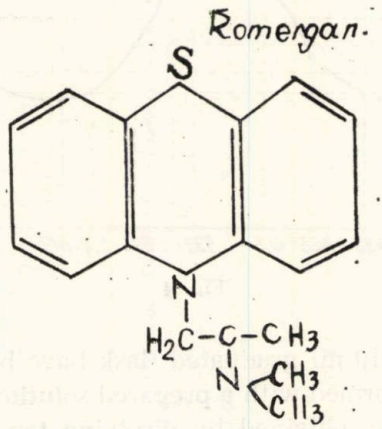


Fig. 5



Laboratory of General Chemistry
Polytechnical Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *H. Auterhoff, C. A., 46,* 10537 (1952); Arch. Pharm., *285,* 14—19 (1952).
2. *H. Leach, W. R. C. Crimmin, C. A., 51,* 166631 (1957); J. Chem. Pathlo., *9,* 164 (1956)).
3. *J. A. Ryan,* J. Amer. Pharmac., sci. Rdit., *48,* 240 (1959).
4. *L. Cavatorta* J. Pharm. Pharmacol., *11,* 49 (11959).
5. *P. Spacu, Elena Antonescu,* Stud. Cerc. Chimie, *2,* 247 (1959).
6. *A. Z. Kationis,* Arzneimittel Forsch., *11,* 108 (1961).
7. *Gr. Popa, Elena Grigore, F. M. Albert,* Z. Anal. Chem., *193,* 324 (1963).
8. *Gr. Popa, F. M. Albert, Elena Grigore,* Ibid., *199,* 210 (1964).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

C.Z. : 541.124

ÉTUDE COMPARATIVE DE LA CINÉTIQUE DE L'HYDROLYSE ACIDE ET ALCALINE DE L'ACÉTATE DE N-BUTYLE DANS LE SOLVANT MIXTE EAU-DIOXANNE *

G. COSTEANU, ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU

L'étude comparative de la cinétique des réactions de l'hydrolyse acide et alcaline dans le même solvant mixte permet de tirer certaines conclusions sur le mécanisme de ces réactions et aussi sur la nature du solvant mixte.

Pour cela nous avons étudié parallèlement l'hydrolyse acide (1) et l'hydrolyse alcaline (2) de l'acétate de *n*-butyle dans des mélanges eau-dioxanne.

Le tableau ci-joint réunit les rapports des constantes de vitesse, déterminées en milieu alcalin et acide $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$, ainsi que les différences des énergies d'activation $(E_{H^+} - E_{OH^-})$ et les différences des variations des entropies d'activation $(\Delta S^*_{H^+} - \Delta S^*_{OH^-})$ pour les mêmes concentrations du solvant mixte, aux différentes températures.

Sur le premier graphique (Fig. 1) on représente la variation de $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ en fonction de la concentration du solvant mixte à 30, 40 et 50°C, et sur

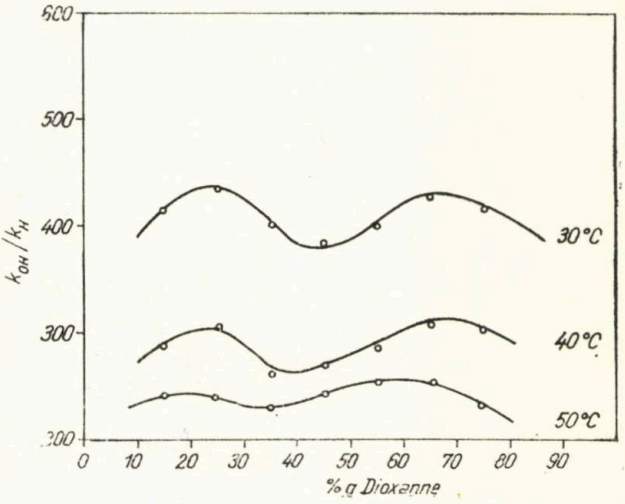


Fig. 1. Variation du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ en fonction de la concentration du solvant mixte.

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest 29—30 mai 1969.

le second graphique (Fig. 2) on porte les ΔE et $\Delta(\Delta S^*)$ en fonction également de la concentration du solvant mixte, toujours aux mêmes températures (Fig. 1—Fig. 2).

Tableau

Les rapports $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$, les ΔE et $\Delta(\Delta S^*)$ des réactions de l'hydrolyse acide et alcaline de l'acétate de n-butyle dans le solvant mixte eau-dioxanne

% g Dioxanne	15,32	25,32	35,35	45,14	54,94	65,20	74,62
30°C $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$	418	440	405	385	400	430	415
40°C $\frac{k_{OH}}{k_H}$	290	305	259	270	283	311	303
50°C $\frac{k_{OH}}{k_H}$	242	245	225	242	255	252	235
ΔE, kcal	5800	6900	7200	7950	7450	6500	5750
$\Delta(\Delta S^*)$, u.e.	—	16,66	23,12	22,87	21,01	19,32	16,72

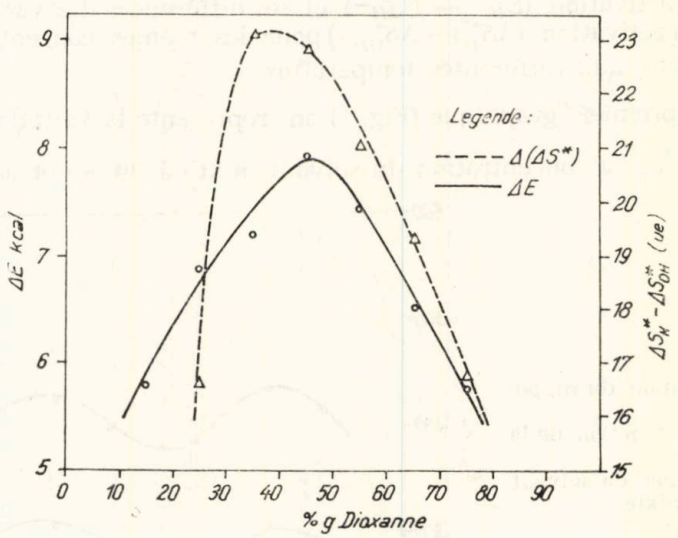


Fig. 2. Variation de ΔE et de $\Delta(\Delta S^*)$ en fonction de la concentration du solvant mixte.

On remarque que le rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ en fonction de la composition du mélange eau-dioxanne a des valeurs plus élevées à la température de 30°C et il décroît sensiblement quand la température s'élève.

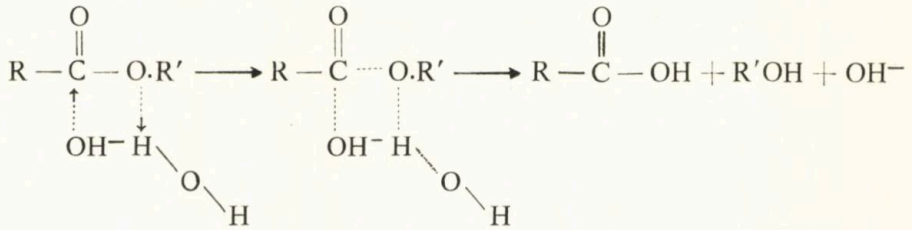
La décroissance du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ avec la température est attribuée à la diminution du phénomène de solvatation.

D'après les valeurs extrêmes du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ pratiquement les mêmes, on ne peut pas supposer que le mécanisme des deux réactions varie sensiblement avec la composition du solvant mixte (3). On constate toutefois une légère variation de ce rapport pour certaines compositions du solvant mixte (25%—65%) surtout aux températures de 30 et 40° C.

Cependant l'énergie d'activation de la réaction d'hydrolyse acide est sensiblement plus grande que l'énergie d'activation de la même réaction en milieu alcalin.

En effet, on sait que pendant l'hydrolyse acide et alcaline des esters en milieu aqueux, a lieu, en général, une attaque nucléophyle sur l'atome de carbone du groupement CO et une attaque électrophyle sur l'atome d'oxygène du groupement alcoolique.

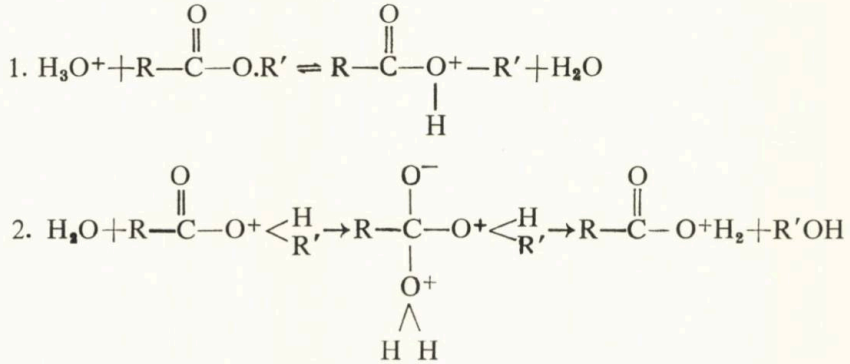
Dans l'hydrolyse alcaline l'attaque nucléophyle due à l'ion OH^- est accompagnée par le transfert d'un proton provenant de la molécule d'eau suivant le mécanisme :



complexe active

L'énergie d'activation de cette réaction n'a pas des valeurs élevées, parceque l'attaque nucléophyle est plus facile pour l'ion OH^-, chargé négativement.

Alors que dans la réaction d'hydrolyse acide l'attaque nucléophyle sur l'atome de carbone du groupement CO est due à la molécule d'eau neutre. Celle-ci ne peut s'approcher de l'atome de carbone et former un complexe activé, qu'après l'addition par la molécule de l'ester d'un proton (4), provenant de l'ion d'hydrogène, suivant le mécanisme :



$$3.\ R-C-O^{+}H_2+H_2O \rightarrow R-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-OH+H_3O^{+}$$

L'énergie d'activation de cette réaction est donc plus élevée que celle de l'hydrolyse alcaline par ce que l'attaque nucléophyle est due à un molecule neutre.

D'après les résultats obtenus par nous (Fig. 2) on voit que la variation de la différence des énergies d'activation avec la composition du solvant mixte, présente un maximum aux environs de 40% dioxanne. Presqu'à la même concentration on constate aussi un maximum sur la courbe $\Delta(\Delta S^*)$ — composition.

Il est intéressant de remarquer qu'à la même concentration du solvant mixte, la viscosité et la densité de celui-ci presentent aussi un maximum (5, 6), alors que la chaleur et l'entropie de mélange (7) passent par un minimum.

On pourrait donc admettre qu'à la concentration de 40% dioxanne, la solvant mixte a une certaine structure, et c'est probablement à cette structure qu'on doit attribuer les variaions du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$, plutôt qu'au changement possible du mécanisme de réaction.

Laboratoire de chimie physique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *G. Costeanu, O. Landauer, C. Mateescu,* Revue Roumaine de Chimie, *13,* 155/1968.

2. *G. Costeanu, O. Landauer, C. Mateescu,* Revue Roumaine de Chimie *15,* 27/1970.

3. *E. Tommila, A. Hella,* Ann. Acad. Sci. Fennicae A II *53* (1953).

4. *E. Tommila, M. L. Murto,* Acta Chem. Scand. *17,* 157 (1963).

5. *I. Geddes,* J. Am. Chem. Soc., *53,* 4832 (1933).

6. *V. S. Griffiths,* J. Chem. Soc. 1362 (1952).

7. *I. R. Goates, R. I. Sullivan,* J. Chem. Phys., 62, *188* (1958).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

MECANICĂ

C.Z. : 621.438

CÎMPUL DE VITEZE ÎN STRATUL LIMITA TRIDIMENSIONAL FORMAT PE PEREȚII TURBOMAȘINILOR AXIALE *

C. GUȚĂ

Teoria stratului limită a cunoscut o intensă dezvoltare încă de la fondarea ei de către savantul german L. Prandtl. Problemele de strat limită au fost elucidate mai întîi pentru cazul mișcării laminare, turbulente apoi a transferului de căldură, a mișcării nestaționare [1, 2] și în situații mult mai complexe cînd gazele sînt formate din componente care intră în reacție, se află în stare de disociere sau ionizare. Aceste aspecte complexe ale teoriei stratului limită formează astăzi un cîmp larg de cercetare.

Ecuațiile lui Navier-Stokes, aplicabile mișcării plane a fluidelor vîscoase [3] au forma :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Ecuațiile de mișcare în stratul limită, deduse de Prandtl derivă din (1) și au forma [2, 4]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + n\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{4}$$

În cele ce urmează se consideră mișcarea fluidului în stratul limită definită în cadrul sistemului rectangular de coordonate.

* Manuscris predat la redacție la 2 aprilie 1970.

Componentele vitezei U la granița exterioară a stratului limită, după axele x și z le vom nota cu U_x și U_z. Viteza în stratul limită s-a notat prin W și corespunzător componentei ei după axa x, prin w_x și după z, prin w_z.

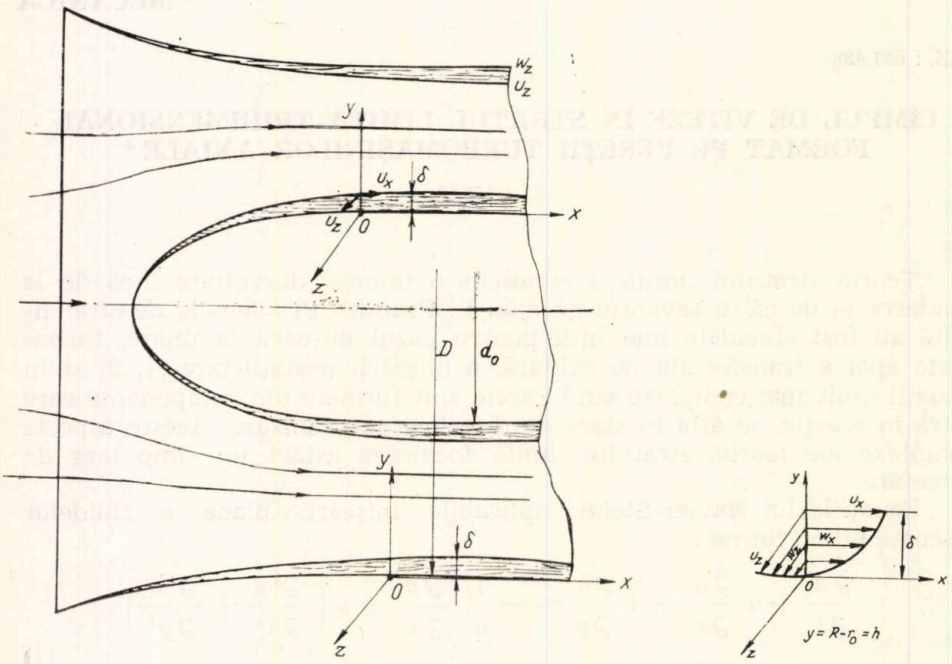


Fig. 1

Ecuațiile stratului limită tridimensional se obțin din ecuații de forma (2), pentru mișcarea staționară, asupra cărora se fac o serie de transformări. Astfel după axele x și z, aceste ecuații vor fi :

$$\frac{\partial}{\partial x}(u_x^2 \delta \delta_x^{**}) + \frac{\partial}{\partial z}(U_x U_z \delta \delta_{zx}^{**}) + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} \delta \delta_z^* + \tag{5}$$

$$+ U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} \delta \delta_z^* = \frac{1}{p}(\tau_{yx})_{y=0}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(U_z^2 \delta \delta_z^{**}) + \frac{\partial}{\partial x}(U_z U_x \delta \delta_{xz}^{**}) + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \delta \delta_z^* \tag{6}$$

$$+ U_x \frac{\partial U z}{\partial z} \delta \delta_x^* = \frac{1}{p}(\tau_{yz})_{y=0}$$

În relaţiile (5) şi (6) au fost admise notaţiile :

$$\delta_x^* = \int_0^1 \left(1 - \frac{w_x}{U_x}\right) d\eta \quad ; \quad \delta_x^{**} = \int_0^1 \frac{w_x}{U_x}\left(1 - \frac{w_x}{U_x}\right) d\eta \tag{7}$$

$$\delta_{zx}^{**} = \int_0^1 \frac{w_z}{U_z}\left(1 - \frac{w_x}{U_x}\right) d\eta .$$

$$\delta_z^* = \int_0^1 \left(1 - \frac{w_z}{U_z}\right) d\eta \quad ; \quad \delta_z^{**} = \int_0^1 \frac{w_z}{U_z}\left(1 - \frac{w_z}{U_z}\right) d\eta \tag{8}$$

$$\delta_{xz}^{**} = \int_0^1 \frac{w_x}{U_x}\left(1 - \frac{w_z}{U_z}\right) d\eta$$

În formulele (7) şi (8) : $d\eta = \dfrac{dy}{\delta}$

În deducerea expresiilor (7) şi(8), pentru mişcarea permanentă a unui fluid vîscos s-a ţinut seama în ecuaţiile lui Navier-Stokes de faptul că :

$$\frac{\partial w_x}{\partial y} > \frac{\partial w_x}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial w_z}{\partial y} > \frac{\partial w_z}{\partial x} \tag{9}$$

şi de asemenea :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w_i}{\partial x}\right) ; \text{ respectiv } \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w_i}{\partial z}\right) > \frac{\partial}{\partial k}\left(\frac{\partial w_i}{\partial j}\right) \tag{10}$$

unde :

$$i = j = k = x = z$$

Relaţiile (9) şi (10) exprimă faptul că derivatele parţiale ale componentelor vitezelor în raport cu x şi z au un ordin de mărime mai mic decît după axa y (după normala la suprafaţă în punctul considerat).

Această împrejurare duce la considerarea mai departe în calcule numai a frecării pe perete, pe laturile celelalte ale unui element de volum considerat, frecările putînd fi neglijate.

Dezvoltînd calculele indicate de relaţii (5) şi (6) se obţine :

$$U_x^2 \delta_x^{**} \frac{\partial \delta}{\partial x} + U_z\, U_x\, \delta_{xz}^{**} \frac{\partial \delta}{\partial z} + \left[(2\,\delta_x^{**} + \delta_x^*)\, U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + \right.$$

$$+ (\delta_{zx}^{**} + \delta_z^*)\, U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} + \delta_{zx}^{**}\, \delta_{zx}^{**}\, U_x \frac{\partial U_z}{\partial z} + \left(U_x \frac{\partial \delta_x^{**}}{\partial x} + \right. \tag{11}$$

$$\left. \left. + U_z \frac{\partial \delta_{zx}^{**}}{\partial z}\right) U_x \right] \delta = \frac{1}{p} (\tau_{yx})_{y=0}$$

$$U_z^2 \delta_z^{**} \frac{\partial \delta}{\partial z} + U_z U_x \delta_{xz}^{**} \frac{\partial \delta}{\partial x} + \left[(2\delta_{xz}^{**} + \delta_z^{*}) U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} + \right.$$

$$+ (\delta_{xz}^{**} + \delta_x^{*}) U_x \frac{\partial U_z}{\partial x} + \delta_{xz}^{**} U_z \frac{\partial U_x}{\partial x} + \left(U_z \frac{\partial \delta_z^{**}}{\partial z} + \right. \tag{12}$$

$$\left. \left. + U_x \frac{\partial \delta_{xz}^{**}}{\partial x} \right) U_z \right] \delta = \frac{1}{p} (\tau_{yz})_{y=0}$$

După cum se vede, s-au obținut două ecuații cu derivate parțiale ale grosimii stratului limită, care sînt echivalente. Aceasta revine la o serie de exemplu ecuația (11) sub forma :

$$A \frac{\partial \delta}{\partial x} + B \frac{\partial \delta}{\partial z} + C \delta = D \tag{13}$$

unde :

$$A = U_x^2 \delta_x^{**} \quad ; \quad B = U_z U_x \delta_{xz}^{**} \quad ; \quad D = \frac{1}{p} (\tau_{yz})_{y=0}$$

$$C = (2\delta_x^{**} + \delta_x^{*}) U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + (\delta_{zx}^{**} + \delta_z^{*}) U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} + \tag{14}$$

$$+ \delta_{zx}^{**} U_x \frac{\partial U_z}{\partial z} + \left(U_x \frac{\partial \delta_x^{**}}{\partial x} + U_z \frac{\partial \delta_{zx}^{**}}{\partial z} \right) U_x$$

În mod similar se obține și pentru ecuația (12)

$$A' \frac{\partial \delta}{\partial x} + B' \frac{\partial \delta}{\partial z} + C' \delta = D' \tag{15}$$

Valorile funcțiilor $A'...D'$ pot fi ușor deduse din (12) și nu diferă ca structură de (14).

Pentru componentele vitezelor putem să admitem următoarele relații :

$$U_z = U \sin \beta_{y=\delta} \quad ; \quad U_x = U \cos \beta_{y=\delta}$$

$$w_x = w \sin (\beta_{y=\delta} + \varphi) \quad ; \quad w_z = w \cos (\beta_{y=\delta} + \varphi) \tag{16}$$

unde $\beta_{y=\delta}$ este unghiul pe care-l face axa x cu viteza U, la grosimea δ a stratului limită.

Dacă φ are valori mici, se poate scrie :

$$\omega_x = w (\cos \beta_{y=\delta} - \varphi \sin \beta_{y=\delta})$$

$$w_z = w (\sin \beta_{y=\delta} + \varphi \cos \beta_{y=\delta}) \tag{17}$$

Se poate admite, pentru cazul considerat, o variație a profilului vitezei de forma :

$$\frac{w}{U} = f(\eta) = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \tag{18}$$

$$\eta = \frac{y}{\delta}$$

$$\tau_{y=0} = p\nu \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0} \quad ; \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0} = 2\frac{U}{\delta} \tag{19}$$

$$\tau_{y=0} = 2p\nu \frac{U}{\delta} \tag{20}$$

În felul acesta expresia lui D devine :

$$D = 2p\nu \frac{U}{\delta} \sin(\beta_{y=\delta} + \varphi_{y=0}) \tag{21}$$

sau pentru unghiuri φ, mici.

$$D = 2p\nu \frac{U}{\delta} (\sin \beta_{y=\delta} + \varphi \cos \beta_{y=\delta}) \tag{22}$$

După cum se vede din (14) și (16) pentru determinarea coeficienților respectivi trebuie cunoscută legea de variație a unghiului φ în funcție de grosimea stratului limită.

Pentru deducerea influenței unghiului φ asupra parametrilor considerați se pornește de la un volum elementar de fluid, dislocat din stratul limită, asupra căruia se aplică principiul lui D'Alembert.

Astfel, proiecția forțelor care acționează după axa x este :

$$-\frac{\partial p}{\partial} \Delta y + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} \Delta y\right) \cos(\varphi + \Delta\varphi) - \\ - \tau \cos\varphi + F_c \sin(\varphi + k\, z\, \varphi) \Delta y = 0 \tag{23}$$

F_c este forța centrifugă.

Neglijînd infiniții mici de ordin superior (23) devine :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \Delta y - \tau \sin\varphi \Delta\varphi + \frac{\partial \tau}{\partial y} \cos\varphi \Delta y + F_c \sin\varphi \Delta y = 0 \tag{24}$$

În mod analog se obține ; și pentru proiecția după axa z.

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Delta y - \tau \cos\varphi \Delta\varphi + \frac{\partial \tau}{\partial y} \cos\varphi \Delta y + F_c \sin\varphi \Delta y = 0 \tag{25}$$

Înmulțind relația (24) cu $\sin\varphi$, pe (24) cu $\cos\varphi$ împărțind cu Δy, trecînd la limită și adunînd (24) și (25) se obține :

$$\frac{d\varphi}{dy} = \frac{1}{\tau}\left(-\frac{\partial p}{\partial x} \sin\varphi + \frac{\partial p}{\partial z} \cos\varphi + F_c\right) \tag{26}$$

Forța centrifugă F_c, poate fi definită de relația :

$$F_c = F_{co}\left(\frac{w}{U}\right)^2 \frac{r_0}{r} \tag{27}$$

unde : $F_{c0} = p\,\dfrac{U^2}{r_0}$ este forța centrifugă la granița exterioară a stratului limită. Tot în această zonă putem scrie :

$$F_{c0} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \tag{28}$$

Înlocuind (28) în (27) se obține

$$F_c = -\frac{\partial p}{\partial z}\left(\frac{w}{U}\right)^2 \frac{r_0}{r} \tag{29}$$

Condițiile la limită ale problemei sînt de forma :

1) $$y = \delta \;\; ; \;\; r = r_0 \;\; ; \;\; \frac{\partial r}{\partial y} = 0 \tag{30}$$

2) $$y = 0 \;\; ; \;\; r = k\,r_0$$

Se consideră variația razei de curbură a liniei de curent v, pe grosimea stratului limită corespunzînd unei funcții exponențiale :

$$r = r_0\left(\frac{y}{\delta}\right)^n = r_0\,\eta^n \tag{31}$$

Cu acestea expresia pentru forța centrifugă ce acționează în stratul limită este :

$$F_c = -\frac{\partial p}{\partial z}\left(\frac{w}{U}\right)^2 \eta^{-n} \tag{32}$$

Pe baza relațiilor (32) și (26) se poate trece la determinarea unghiului de răsucire φ a cîmpului de viteze în stratul limită.

Vom considera cazul stratului limită laminar pentru care cîmpul de viteze este dat de expresia [3, 5] :

$$\frac{w}{U} = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \tag{33}$$

Înlocuind (33) în (32) se obține :

$$F_c = -\frac{\partial p}{\partial z}(2 - 2\eta^2 + \eta^3)^2 \eta^2 \cdot \eta^{-n}$$

care în cele din urmă are expresia :

$$F_c = -\frac{\partial p}{\partial z}(4 - 8\eta^2 + 4\eta^3 + 4\eta^4 - 4\eta^5 + \eta^6)\,\eta^{2-n} \tag{34}$$

Pentru forța elementară de frecare τ, se poate lua :

$$\tau = \tau_{y=0}(1-\eta) = \frac{2\mu U}{\delta}(1-\eta) \tag{35}$$

și înlocuind : $dy = \delta\, d\eta$, obținem pentru relația (26), expresia :

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{\delta^2/2\mu U}{1-\eta}\left[-\frac{\partial p}{\partial x}\sin\varphi + \frac{\partial p}{\partial z}\cos\varphi - \right.$$
$$\left. - \frac{\partial p}{\partial z}(4 - 8\eta^2 + 4\eta^3 + 4\eta^4 - 4\eta^5 + \eta^6)\,\eta^{2-n}\right] \tag{36}$$

Considerînd valorile mici ale unghiului $\varphi(\varphi \leqslant 5\text{—}6°)$ se pot admite aproximațiile lui Euler, $\cos\varphi \simeq 1$; $\sin\varphi \simeq \varphi$ și notînd :

$$\alpha = -\frac{\delta^2}{2\mu U}\frac{\partial p}{\partial x} \quad ; \quad \beta = \frac{\delta^2}{2\mu U}\frac{\partial p}{\partial z} \tag{37}$$

ecuația (36) ia forma :

$$(1-\eta)\frac{d\varphi}{d\eta} + \alpha\varphi = \beta(1 - 4\eta^{2-n} + 8\eta^{4-n} -$$
$$4\eta^{5-n} - 4\eta^{6-n} + 4\eta^{7-n} - \eta^{8-n}) \tag{38}$$

Ecuația diferențială (38) este de ordinul 1, completă. Considerînd mai întîi, ecuația omogenă, corespunzătoare din (38)

$$(1-\eta)\frac{d\varphi}{d\eta} + \alpha\varphi = 0$$

se obține o primă soluție sub forma :

$$\frac{d\varphi}{\varphi} + \alpha\frac{d\eta}{1-\eta} = 0$$
$$\varphi_0 = C(1-\eta)^{\alpha} \tag{39}$$

Pentru a se afla soluția completă a ecuației diferențiale (38) se aduce la forma :

$$\frac{d\varphi}{d\eta} + \frac{\alpha}{1-\eta}\varphi = \frac{\beta}{1-\eta}f(\eta)$$

sau :

$$\frac{d\varphi}{d\eta} + f_1(\eta)\varphi + f_2(\varphi) = 0 \tag{40}$$

a cărei soluție, aplicînd metoda lui Lagrange, de variație a constantelor se obține după cum se știe, prin cuadraturi :

$$\varphi = e^{-\int f_1(\eta)\,d\eta}\left[C - \int f_2(\eta)\, e^{\int f_1(\eta)\,d\eta}\, d\eta\right] \tag{41}$$

Rezolvînd prima integrală din (41) se obține :

$$\int f_1(\eta)\, d\eta = \alpha \int \frac{d\eta}{1-\eta}$$

Făcînd schimbarea de variabilă :

$$1 - \eta = x \quad ; \quad d\eta + = dx$$

$$\int f_1(\eta)\, d\eta = -\alpha \ln x \tag{42}$$

Cu acestea :

$$e^{-\int f_1(\eta)\,d\eta} = x^{\alpha} = (1-\eta)^{\alpha} \tag{43}$$

A doua integrală, din paranteza pătrată (admițînd aceeași schimbare de variabilă) (42) devine :

$$\int f_2(\eta)\,[\exp \int f_1(\eta)\,d\eta]\,d\eta = -p\int x^{-(\alpha+1)}\,[1 - 4(1=x)^{2=n} +$$

$$+ 8\,(1-x)^{4-n} = 4(1-x)^{5-n} - 4(1-x)^{6-n} + \tag{43}$$

$$+ 4\,(1-x)^{7-n} - (1-x)^{8-n}]\,dx$$

Notînd integrala din (43) prin I_1, acesta se poate scrie sub forma :

$$I_1 = \beta\int [-x^{-(\alpha+1)} + 4x^{-(\alpha+1)}(1-x)^{2-n} - 8x^{-(\alpha+1)}(1-x)^{4-n} +$$

$$+ 4x^{-(\alpha+1)}(1-x)^{5-n} + 4x^{-(\alpha+1)}(1-x)^{6-n} - \tag{44}$$

$$- 4x^{-(\alpha+1)}(1-x)^{7-n} + x^{-(\alpha+1)}(1-x)^{8-n}]\,dx$$

Admițînd dezvoltarea în serie a expresiei de forma : $(1—x)^m$ și luînd în considerare numai termenii care conțin exponentul n cu grad mai mic de doi, se obține :

$$I_1 = \beta\left[\frac{a_1}{1-\alpha}(1-\eta)^{1-\alpha} + \frac{a_2}{2-\alpha}(1-\eta)^{2-\alpha} + \frac{a_3}{3-\alpha}(1=\mu)^{3-\alpha} +\right.$$

$$+ \frac{a_4}{4-\alpha}(1-\eta)^{4-\alpha} + \frac{a_5}{5-\alpha}(1-\eta)^{5=\alpha} + \frac{a_6}{6-\alpha}(1-\eta)^{6-\beta} + \tag{45}$$

$$\left.\frac{a_7}{7-\alpha}(1-\eta)^{7-\alpha} + \frac{a_8}{8-\alpha}(1-\eta)^{8-\alpha}\right]$$

În (45) s-au introdus notațiile :

$$a_1 = n \; ; \quad a_2 = n(1+n) \; ; \quad a_3 = 2{,}5\,n^2 - n - 4 \; ;$$
$$a_4 = 0{,}62\,n^2 - 4\,08\,n + 2 \; ; \quad a_5 = -4{,}9\,n^2 + 1{,}66\,n \; ; \tag{46}$$
$$a_6 = -2{,}45\,n^2 + 0{,}7\,n + 4 \; ;$$
$$a_7 = 0{,}73\,n^2 + 3{,}3\,n - 4 \; ; \quad a_8 = 2{,}9\,n^2 = 2{,}7\,n + 1$$

Introducînd (45) în soluția generală (41) se obține :

$$\varphi = C(1-\eta)^\alpha - (1-\eta)^\alpha I_1 \tag{47}$$

sau :

$$\varphi = C(1-\eta)^\alpha - \beta\left[\frac{a_1}{1-\alpha}(1-\eta) + \frac{a_2}{2-\alpha}(1-\eta)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{a_3}{3-\alpha}(1-\eta)^3 + \cdots\cdots \frac{a_8}{8-\alpha}(1-\eta)^8\right] \tag{48}$$

Din (48) rezultă că avem condiția : $\lim \varphi_{\eta = \frac{y}{\delta} \to 1} = 0$

ceea ce înseamnă că la granița exterioară a stratului limită, unghiul de răsucire al cîmpului de viteze tinde asimptotic către zero.

De asemenea, se observă că $\eta \to 1$ este un punct singular al expresiei (48) și nu permite determinarea constantei de integrare C cu ajutorul condițiilor la limită obișnuite :

$$\eta = \frac{y}{\delta} \to 1 \; ; \quad \varphi = 0 \quad \text{și} \quad \frac{d\varphi}{d\eta} = 0$$

De aceea, se separă domeniul punctului singular cu un cerc de rază foarte mică ε și se scriu condițiile la limită pentru $\eta \in [0{,}1 - \varepsilon]$. Condițiile la limită, pentru determinarea lui C în acest caz vor fi :

$$\varphi = 0 \qquad \text{pentru} \qquad \eta = 1 - \varepsilon \tag{49}$$

După cum se constată din formula (31) exponentul n nu poate avea valori mult diferite de zero, deoarece raza de curbură a liniei de curent la $y = \delta$ nu diferă substanțial de cea de la $y = 0$.

De aceea, în mod practic $0 < n < 0{,}1$.

Făcînd $n = 0$ în relațiile (46) se deduce pentru unghiul de răsucire φ :

$$\varphi = C(1-\eta)^\alpha + \beta\left[-\frac{1}{2-\alpha}(1-\eta)^2 + \frac{4}{3-\alpha}(1-\eta)^3 - \right.$$
$$\left. - \frac{2}{4-\alpha}(1-\eta)^4 - \frac{4}{6-\alpha}(1-\eta)^6 + \frac{4}{7-\alpha}(1-\eta)^7 - \frac{1}{8-\alpha}(1-\eta)^8\right] \tag{50}$$

Trebuie reamintit faptul că legea de variație a lui φ în funcție de $\eta = \frac{y}{\delta}$ a fost dedusă în ipoteza micilor variații ale unghiului φ, în cazul cînd aproximațiile lui Euler ($\cos\varphi \simeq 1$; $\sin\varphi \simeq \varphi$) sînt acceptabile.

Măsurători în stratul limită format pe pereții compresoarelor sau turbinelor [6, 7] și de asemenea pe paletele directoare au arătat că deobicei în apropierea acestora, răsucirea curentului este mult mai mare, ajunge pînă la 40—50° ceea ce face ca formula stabilită (50) să reprezinte cel mult prima aproximație.

Cu valoarea unghiului φ, determinată se pot scrie componentele vitezei w_x, w_z în stratul limită, formulele (17).

Aceleași valori pentru φ pot fi înlocuite în (26) și determina varianta $\frac{d\varphi}{dy}$ într-o a doua aproximație. De asemenea se pot calcula grosimile caracteristice ale stratului limită indicate de relațiile (7) și (8).

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *L. Prandtl*, Uber Flussigkeitabewegung bei sehr Kleiner Reibung, Heidelberg 1904.
2. *H. Schlihting*, Boundary Layer Theory, Fourth Edition, Mc Graw-Hill Bock Company Inc., New-York—Toronto—London, 1960.
3. *L. G. Loițianschi*, Laminarnîi prograničinîi sloi, Fizmatghiz, Moscova 1962.
4. *T. Oroveanu*, Mecanica fluidelor vîscoase, Ed. Academiei R.S. România 1967.
5. *A. I. Borisenco*, Gazovaia dinamica dvigatelei, Oboronghiz, Moscova 1962.
6. *C. Guță*, Influența frontierelor asupra scurgerii prin rețele de profile de mică alungire ale turbomașinilor axiale, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Tom. XXVII, nr. 6, 1965.
7. *C. Guță*, Scurgerea spațială prin rețelele de profile ale turbomașinilor, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, tom XXIX, nr. 4, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971, Numărul 2

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z. : 539.4

LE CALCUL PAR LA MÉTHODE DES TROIS INCONNUES DES DÉFORMATIONS ET DE LA STABILITÉ DES POUTRES DROITES SOLLICITÉES PAR DES CHARGES AXIALES ET TRANSVERSALES *

M. BLUMENFELD, CORINA VOICU, H. GHEORGHIU

1. Introduction

Le calcul de la force critique de flambement pour les poutres droites ayant des sections dont le moment d'inertie est constant ou variable par degrés, soumises à une ou plusieurs charges axiales, peut être réalisé par différentes méthodes approximatives, parmi lesquelles la méthode des calculs itératifs, décrite en detaille dans le travail [3].

L'application de cette méthode telle quelle aux poutres dont la section varie par degrés et qui sont sollicitées par plusieurs charges axiales, exige des calculs laborieux, à cause de la nécéssité de faire respecter les conditions aux limites de chaque intervalle ayant le moment d'inertie constant.

Selon cette méthode on suppose au commencement une déformation quelconque de la poutre, ce qui permet de calculer les moments fléchissants dans tous les points où la section varie (les flèches v_1, v_2....v_n étant connues) avec la relation

$$M_{(x)} = P v_{(x)} \tag{1}$$

La variation de la flèche v sur chaque intervalle peut être admise sous la forme d'un polynôme, qui doit accomplir toutes les conditions aux limites.

En dérivant deux fois la relation (1), on obtient

$$p_{(x)} = -\frac{d^2 M_{(x)}}{d x^2} = -P \frac{d^2 v}{d x^2} = P \frac{M_{(x)}}{E I} \tag{2}$$

Si le polynôme choisi pour v est du second degré ou d'un degré supérieur, on a $p(x) \neq 0$, donc le problème est réduit au calcul de la déformation d'une poutre sollicitée par une charge repartie d'après une loi polynômiale quelconque.

---

* Ouvrage reçu à la rédaction le 24 Avril 1970.

La méthode des trois inconnues permet de résoudre les problèmes dont la solution engage l'intégration sur plusieurs intervalles des équations différentielles du second degré (déformation des poutres [5], plaques planes circulaires [6],disques en mouvement de rotation [7], etc.). La méthode conduit à l'élaboration des équations de récurrence avec trois inconnues (flèches, moments fléchissants, contraintes, charges reparties, etc.) à l'endroit de trois sections qui limitent deux intervalles d'intégration voisins. Les équations obtenues renferment les conditions aux limites de chaque intervalle. La forme et le mode d'application de ces équations ressemblent à l'équation des trois moments, conduisant à un système d'équations analogue, avec matrice Jacobi.

La méthode peut être aussi appliquée pour le calcul des déformations des poutres droites, sollicitées par de charges axiales et transversales, avec une précision très elevée.

Fondé sur des relations de récurrence, ce calcul peut être facilement effectué sur des machines digitales. Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus à l'aide d'une machine à calculer „Olivetti Programma 101".

2. La variation de la charge repartie $p(x)$

2.1. *Poutre à section variable sollicitée par une force axiale*

Dans la fig. 1 est représentée une poutre ayant le moment d'inertie variable par degrés. On y indique aussi la forme de la poutre déformée (fig. 1b), la variation du moment fléchissant (fig. 1c) et la variation probable de la charge repartie (fig. 1d). On a supposé que la charghe repartie $p(x)$ varie brusquement au points de variation du moment d'inertie. Dans ce points on a noté avec $p^{(-)}$ l'intensité de la charge du côté gauche du point et $p^{(+)}$ l'intensité du côté droit.

Avec un système d'axes ayant l'origine au point i (fig. 1d), on exprime la charge repartie sur les deux intervalles rapprochés $i-1$, i, et $i, i+1$ sous la forme

$$p_{i-1,\,i}(x) = N' x^2 + R' x + S' \tag{3}$$

$$p_{i,\,i+1}(x) = N x^2 + R x + S \tag{4}$$

où N, R, S, N', R', S' sont des constantes qui seront déterminées à fin que les suivantes conditions aux limites soient respectées pour le point i:

a) *L'intensité de la charge.* Au point i, pour $x=0$, on calcule l'intensité de la charge avec les relations (2), (3), (4), tenant compte que les moments d'inertie I_i et I_{i+1} sont différents

$$\begin{cases} p_{i-1,\,i}(0) = p_i^{(-)} = S' = P\,\dfrac{M_i^{(-)}}{E\,I_i} \\ p_{i,\,i+1}(0) = p_i^{(+)} = S = P\,\dfrac{M_i^{(+)}}{E\,I_{i+1}} \end{cases} \tag{5}$$

En rapportant ces relations, compte tenant du fait que $M_i^{(-)} = M_i^{(+)}$ on obtient :

$$\frac{S'}{S} = \frac{p_i^{(-)}}{p_i^{(+)}} = \frac{I_{i+1}}{I_i} = \beta_i \tag{6}$$

où $\beta_i = \dfrac{I_{i+1}}{I_i}$

h) La dérivée de l'intensité de la charge. En dérivant la relation (2) on obtient :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{P}{EI}\,\frac{dM}{dx} = \frac{P}{EI}\,T_{(x)} \tag{8}$$

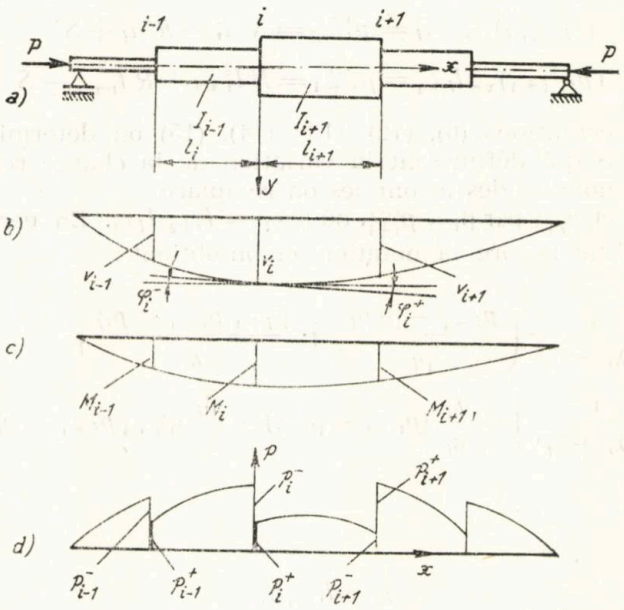


Fig. 1

où $T(x)$ représente l'effort tranchant.

Au point i on trouve :

$$\left(\frac{d\,p_{i-1,\,i}}{dx}\right)_{x=0} = R' = \frac{P}{EI_i}\,T_i^{(-)} \tag{9}$$

$$\left(\frac{d\,p_{i,\,i+1}}{dx}\right)_{x=0} = R = \frac{P}{EI_{i+1}}\,T_i^{(+)} \tag{10}$$

Parce qu'il n'y a pas de charges concentrées, $T_i^{(-)} = T_i^{(+)}$, donc

$$\frac{R'}{R} = \frac{T_i^{(-)}}{T_i^{(-)}} \cdot \frac{I_{i+1}}{I_i} = \beta_i \tag{11}$$

c) La seconde dérivée de l'intensité de la charge. Avec la relation (8) on obtient :

$$\frac{d^2 p}{d x^2} = \frac{P}{E I} \cdot \frac{d T}{d x} = -\frac{P}{E I} p(x) \tag{12}$$

et au point i

$$\frac{N'}{N} = \frac{I_{i+1}}{I_i} \cdot \frac{p_i^{(-)}}{p_i^{(+)}} = \beta_i^2 \tag{13}$$

On impose aussi la condition que les deux lignes (3) et (4) passent, respectivement, par les points i—1 et $i+1$

$$(p_{i-1,\, i})_{x=-l_i} = p_{i-1}^{(+)} = N' l_i^2 - R' l_i + S' \tag{14}$$

$$(p_{i,\, i+1})_{x=l_{i+1}} = p_{i+1}^{(-)} = N l_{i+1}^2 + R l_{i+1} + S \tag{15}$$

Avec les conditions (6), (12), (13), (14), (15) on détermine les constantes N, R, S qui définissent la variation de la charge repartie. Pour restreindre le nombre des inconnues on remplace $p_i^{(-)}$ par $\beta_i p_i^{(+)}$ et $p_{i+1}^{(-)}$ par $\beta_{i+1} p_{i+1}^{(+)}$, où $\beta_{i+1} = I_{i+2}/I_{i+1}$. En écrivant $p^{(+)} = p$, on simplifie encore la notation et on obtient :

$$\begin{cases} N = \dfrac{1}{l_i^2 (\lambda_i + \beta_i)} \left(\dfrac{p_{i-1} - \beta_i p_i}{\beta_i} + \dfrac{\beta_{i+1} p_{i+1} - p_i)}{\lambda_i} \right) \\ R = \dfrac{1}{l_i (\lambda_i + \beta_i)} \left[-\dfrac{\lambda_i}{\beta_i} (p_{i-1} - \beta_i p_i) + \dfrac{\beta_i}{\lambda_i} (\beta_{i+1} p_{i+1} - p_i) \right] \\ S = p_i \end{cases} \tag{16}$$

où

$$\lambda_i = l_{i+1}/l_i \tag{17}$$

2.2. *Poutre avec section variable, sollicitée par plusieurs charges axiales*

Si la poutre est sollicitée par plusieurs charges axiales (fig. 2), le moment fléchissant au point i est

$$\begin{aligned} M_i &= P_1 (v_i - v_1) + P_2 (v_i - v_2) + \cdots + P_{i-1} (v_i - v_{i-1}) = \\ &= (P_1 + P_2 + \cdots + P_{i-1}) v_i - K = v_i \sum_{n=1}^{i-1} P_n - K \end{aligned} \tag{18}$$

où

$$K = P_1 v_1 + P_2 v_2 + \cdots + P_{i-1} v_{i-1} = \text{const.}$$

En considérant i un point variable qui suit après i—1 et M_t un moment fléchissant variable, on obtient par dérivation

$$T = \frac{d\boldsymbol{M}}{dx} = \frac{dv}{dx} \sum_{n=1}^{i-1} P_n \tag{19}$$

En dérivant successivement cette relation on obtient des expressions pour p, dp/dx et d^2p/dx^2, analogues au relations (2), (8) et (12).

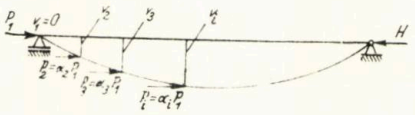


Fig. 2

On constate que les conditions de 2.1 ne changent pas les relations (6) et (13), mais, parce que $T_i^{(-)} \neq T_i^{(+)}$, la relation (11) sera modifiée. On peut voir dans la fig. 3 qu'il y a une composante $Q_i = P_t \dfrac{dv}{dx}$ perpen-

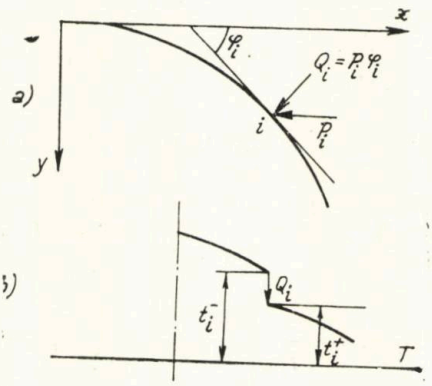


Fig. 3

diculaire à l'axe de la poutre, qui fait qu'au point i l'effort tranchant ait une discontinuité donnée par la relation

$$T_i^{(+)} = T_i^{(-)} - P_t \varphi_t \tag{20}$$

où $\varphi_t = \left(\dfrac{dv}{dx}\right)_t$ représente l'angle de déformation dans le point i. Par conséquent, la relation (11) aura la forme

$$R' = R \cdot \beta_t - \boldsymbol{F}_t \tag{21}$$

où

$$F_t = \frac{\sum_{1}^{i-1} P_n}{E I_t} P_i \varphi_i \tag{22}$$

Dans ce cas on obtient :

$$N_1 = N - \frac{F_i}{\beta_i (l_{i+1} + l_i \beta_i)}$$

$$R_1 = R + \frac{F_i}{\beta_i (l_{i+1} + l_i \beta_i)} \tag{23}$$

$$S_1 = S$$

avec N, R, S données par les relations (16).

3. Les relations de récurrence fondées sur la méthode des trois inconnues

3.1. *La relation de récurrence pour le calcul des charges reparties*

Soit un système d'axes ayant l'origine au point i avec l'axe x orienté vers la droite (fig. 1). Dans l'équation (2) on remplace $p(x)$ avec l'expression (4), où les coéfficients N, R, S, N', R' S' son sont déjà connus

$$\frac{d^2 M}{d x^2} = -(N x^2 + R x + S) \tag{24}$$

En intégrant deux fois cette équation on obtient l'expression du moment fléchissant, qui contiendra aussi deux constantes d'intégration. Celles-ci seront déterminées par les conditions aux limites de l'intervalle i, $i+1$: pour $x=0$, $M(o)=M_i$ et pour $x=l_{i+1}$, $M(l_{i+1})=M_{i+1}$. Le moment fléchissant devient

$$M_{(x)} = M_i + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_{i+1}} x + \frac{Nx}{12}(l_{i+1}^2 - x^3) +$$

$$+ \frac{Rx}{6}(l_{i+1}^2 - x^2) + \frac{Sx}{2}(l_{i+1} - x) \tag{25}$$

En dérivant l'expression du moment, on obtient l'éffort tranchant qui, du côté droit du point i (pour $x=0$) sera égal à

$$T_i^{(+)} + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_{i+1}} + N \frac{l_{i+1}^3}{12} + R \frac{l_{i+1}^2}{6} + S \frac{l_{i+1}}{2} \tag{26}$$

On peut déterminer l'effort tranchant $T_i^{(-)}$ du côté gauche du point i par des opérations analogues en choisissant un système d'axes ayant l'origine aussi en i mais Ox dirrigé vers la gauche. L'expression de $T_i^{(-)}$ peut être déterminée par permutations adéquates dans la relation (26) : M_{i-1} à la place de M_{i+1}, l_i à la place de l_{i+1}, $p_{i-1}^{(+)}$ à la place de $p_{i+1}^{(-)}$, $p_i^{(-)}$

à la place de $p_i^{(+)}$, $p_{i+1}^{(-)}$ à la place de $p_{i-1}^{(+)}$, $1/\beta_i$ pour β_i, $1/\lambda_i$ pour λ_i etc. On obtient une expression ayant la forme :

$$T_i^{(-)} = \frac{M_{i-1} - M_i}{l_i} + N_o \frac{l_i^3}{12} + R_o \frac{l_i^2}{6} + S_o \frac{l_i}{2} \tag{27}$$

où N_o, R_o, S_o sont obtenues des relations (16) où (23) par les permutations ci-montrées.

En considérant le cas général où $T_i^{(-)} \neq T_i^{(+)}$, la relation entre ces deux efforts est donnée par (20), où on tient compte de l'orientation de l'axe pour l'effort tranchant du second membre, donc

$$T_i^{(+)} + T_i^{(-)} = P_i \varphi_i \tag{28}$$

En portant (26) et (27) dans (28), ainsi que les expressions obtenues pour les coéfficients N, R, S on trouve l'équation de récurrence

$$p_{i-1}\lambda_i\left(-\frac{\lambda_i^2}{\beta_i}+\frac{\beta_i}{\lambda_i}+2\right)+p_i\beta_i\lambda_i\left[\frac{\lambda_i}{\beta_i}(\lambda_i+5)+\frac{\beta_i}{\lambda_i}\left(\frac{1}{\lambda_i}+5\right)+\right.$$

$$\left.+8\right]+p_{i+1}\beta_{i+1}\beta_i\left(\frac{\lambda_i^2}{\beta_i}-\frac{\beta_i}{\lambda_i}+2\lambda_i\right)=\frac{12(\lambda_i+\beta_i)}{l_i}\left\{\frac{M_i-M_{i-1}}{l_i}+\right. \tag{29}$$

$$\left.+\frac{M_i-M_{i+1}}{l_{i+1}}+P_i\varphi_i\left[\frac{l_i^2\sum_1^{i-1}P_n}{2EI_i(\lambda_i+\beta_i)}\left(\frac{\lambda_i^3}{\beta_i}+\beta_i\right)+1\right]\right\}$$

Dans cette équation les coéfficients des inconnues p ne dépendent que des éléments géométriques (longueurs et moments d'inertie). Le second membre de cette équation peut être déterminé en calculant les moments avec la relation (18), après avoir choisi une forme de la poutre déformée. Le terme qui contient $P_i\,\varphi_i$ est nul pour le cas où la poutre est comprimée par une seule force (parce que $P_i=0$) ; pour plusieurs forces, on calcule φ_i avec la relation (30), établie plus loin. En appliquant cette équation de récurrence par groupes de deux intervalles, on obtient un système d'équation auquel on ajoute les conditions aux extrémités ($p_1 = p_k = 0$). Les solutions du système représentent l'intesité des charges reparties aux points 2, 3,...k—1.

3.2. *La relation de récurrence pour le calcul des flèches*

Pour le calcul des flèches on porte l'expression $M(x)$ donnée par (25) dans l'équation différentielle $V'' = -\frac{M(x)}{EI}$ et on fait l'intégration. En respectant le mode de travail présenté ci-dessus (ainsi que dans l'article [5]), on calcule l'angle de déformation $\varphi_i^{(+)}$ du côté droit du point i et,

puis, par l'échange de l'orientation de l'axe et par les permutations ci-montrées, on détermine l'angle $\varphi_i^{(-)}$ du côté gauche du point i

$$\varphi_i^{(-)} = \frac{v_{i-1} - v_i}{l_i} + \frac{l_i}{6\,E\,I_i}\,(2\,M_i + M_{i-1} + Z_i^{(-)}) \tag{30}$$

$$\varphi_i^{(+)} = \frac{V_{i+1} - V_i}{l_{i+1}} + \frac{l_{i+1}}{6\,E\,I_{i+1}}\,(2\,M_i + M_{i+1} + Z_i^{(+)}) \tag{31}$$

où v_{i-1}, v_i et v_{i+1} sont les flèches inconnues dans trois séctions consécutives. $Z_i^{(-)}$, $Z_i^{(+)}$ seront définis plus loin. Avec la condition de continuite des angles de déformation $\varphi_i^{(-)} = -\varphi_i^{(+)}$, ou $\varphi_i^{(-)} + \varphi_i^{(+)} = 0$ où on porte $\varphi_i^{(-)}$ et $\varphi_i^{+)}$ de (30) et (31) on obtient l'équation de récurrence des trois inconnues pour le flèches, sous la forme

$$-v_{i-1}\,l_{i+1} + v_i\,(l_i + l_{i+1}) - v_{i+1}\,l_{i-1} = \frac{l_i\,l_{i+1}}{6\,E}\left[(2\,M_i + \right. \tag{33}$$

$$\left. + M_{i-1} + Z_i^{(-)})\,\frac{l_i}{I_i} + (2\,M_i + M_{i+1} + Z_i^{(+)})\,\frac{l_{i+1}}{I_{i+1}}\right]$$

où

$$Z_i^{(+)} = \frac{l_{i+1}^2}{60\left(1 + \frac{\beta_i}{\lambda_i}\right)}\left[-3\,\frac{\lambda_i}{\beta_i}\,p_{i-1} + \left(11 + 8\,\frac{\beta_i}{\lambda_i} + 3\,\lambda_i\right)p_i + \right. \tag{34}$$

$$\left. + \left(4 + 7\,\frac{\beta_i}{\lambda_i}\right)\beta_{i+1}\,p_{i+1}\right] - \xi_i^{(-)}$$

$$Z_i^{(-)} = \frac{l_i^2}{60\left(1 + \frac{\lambda_i}{\beta_i}\right)}\left[-3\,\frac{\beta_i}{\lambda_i}\,\beta_{i+1}\,p_{i+1} + \left(3\,\frac{\beta_i}{\lambda_i} + 11\,\beta_i + 8\,\lambda_i\right)p_i + \right. \tag{35}$$

$$\left. + \left(4 + 7\,\frac{\lambda_i}{\beta_i}\right)p_{i-1}\right] - \xi_i^{(+)}$$

Dans le cas des poutres sollicitées par une seule force $\xi_i^{(-)} = \xi_i^{(+)} = 0$; pour les poutres sollicitées par plusieurs forces

$$\xi_i^{(-)} = \frac{l_i^3\,\beta_i}{20\,(\lambda_i + \beta_i)} \cdot \frac{P_i \sum_1^{i-1} P_n}{E\,I_i}\,\varphi_i \tag{36}$$

$$\xi_i^{(+)} = \frac{l_{i+1}^3 \cdot \lambda_i}{20\,(\lambda_i + \beta_i} \cdot \frac{P_i \sum_1^{i-1} P_n}{E\,I_{i+1}}\,\varphi_i \tag{37}$$

On applique l'équation (33) de la même manière que l'équation (29), ce qui permet d'obtenir un système d'équations avec matrice Jacobi, grâce auquel on détermine les flèches.

Pour les poutres sollicitées par une seule force, on calcule les expressions $Z_i^{(+)}$ et $Z_i^{(-)}$ à l'aide des relations (34) et (35), en fonction des charges reparties calculées antérieurement et des éléments géométriques. Pour les poutres sollicitées par plusieurs forces, les expresions (36) et (37) seront calculées itérativement, c'est-à-dire qu'on admet pour le premier calcul $\varphi_i = 0$ et, puis, on trouve φ_i par la relation (30) ou (31). La méthode est assez rapidement convérgente, vu que les termes de correction représentés par (36) et (37) ne modifient pas trop la valeure finale de φ_i.

4. Mode de travail

a. On admet une forme arbitraire de la poutre déformée, c'est-à-dire qu'on choisit les flèches v_i' ($i=1,2,...k$). Pour le cas des poutres sollicitées par plusieurs forces, on admet initialement $\varphi_i = 0$.

b. On calcule les moments fléchissants aux points $1,2,...i,...k$ (k représente l'extrémité droite).

c. En appliquant la relation de récurrence (29) on établie un système d'équations avec matrice Jacobi, resolvable avec un des algoritmes connus dans la littérature de spécialité (noté dans la fig. 4 avec „Subrutine REZEC"), et on obtient les charges reparties.

d. On calcule les expressions (34) et (35) et on applique la relation de récurrence (33), en obtenant un nouveau système d'équations dont les solutions représentent les flèches finales v_i'' ($i=1,2,...k$).

e. Si la forme de la poutre déformée, ainsi obtenue, est très rapprochée à celle initialement choisie (donc si la différence relative est inférieure à un ε choisi), on poursuit le calcul. En cas contraire, on reprend, à partir du point (*b*), en utilisant les flèches obtenues à (*d*) et en calculant aussi, pour les poutres sollicitées par plusieurs charges, φ_i à l'aide de la relation (30).

f. La charge critique, pour les poutres sollicitées par une seule force, sera déterminée en calculant le rapport entre la flèche initiale et celle finale pour un point quelconque

$$P_f = P \frac{V_i'}{V_i''} \tag{38}$$

Pour les poutres sollicitées par plusieurs forces, la charge critique sera calculée par la relation

$$P_f = \sum_1^n P_i \frac{V_i'}{V_i''} \tag{39}$$

où P_i représente la force appliquée en i.

L'organigramme 4 décrit la méthodologie de calcul pour le cas des poutres sollicitées par une seule force de compression.

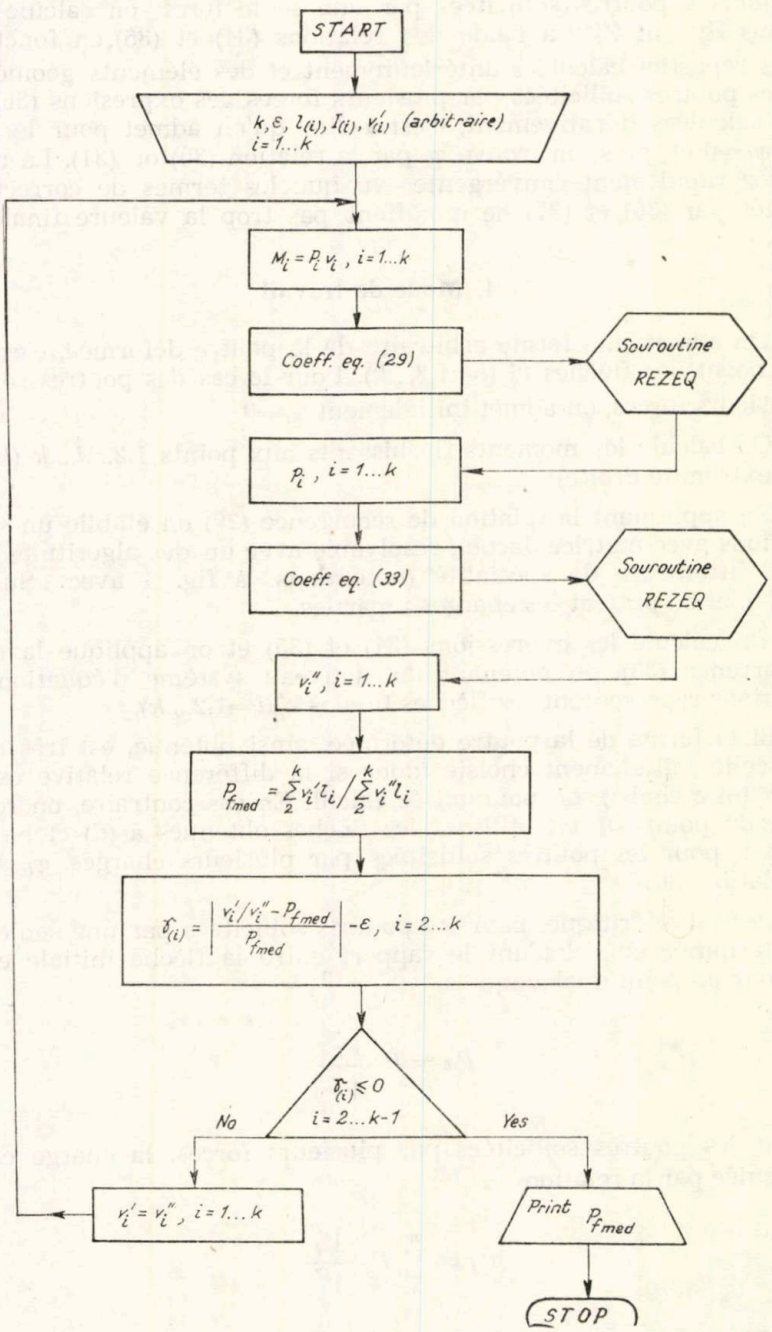


Fig. 4

L'application de ce mode de travail est exemplifiée sur la poutre de la fig. 5, où $l_2=l_5=90$ cm, $l_3=l_4=60$ cm, $I_2=I_5=40$ cm^4, $I_3=I_4=100$ cm^4. On choisit les valeurs arbitraires $v'_1=0$, $v'_2=0{,}875$ cm, $v'_3=1$ cm, $v'_4=0{,}875$ cm, $v'_5=0$ et $P=1000$ kgf. Les moments fléchissants ont les valeurs $M_1=M_5=Pv'_1=0$; $M_2=M_4=Pv'_2=875$ kgf cm, $M_3=Pv'_3=1\,000$ kgf cm.

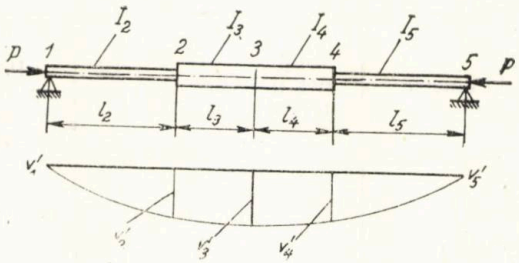


Fig. 5

On applique trois fois la relation (29) pour les points $i=2$, $i=3$ et $i=4$ et on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} 3{,}714804\,p_1 + 56{,}476765\quad p_2 - 5{,}597357\,p_3 = 3{,}22529 \\ 2\,p_2 + 20\,p_3 + 0{,}8\,p_4 = 1{,}666698 \\ -5{,}037501\,p_3 + 20{,}331664\quad p_4 + 3{,}343333\,p_5 = 2{,}902835 \end{cases}$$

Pour $p_1=p_5=0$, le système donne $p_2=0{,}06409697$ kgf/cm, $p_3=0{,}07051538$ kgf/cm, $p_4=0{,}16024543$ kgf/cm, valeurs qui représentent l'intensité de la charge repartie, du côté droit du point i.

Pour déterminer les flèches on applique trois fois la relation (33), dont on connaît tous les termes du second membre. On obtient le système :

$$\begin{cases} -60\,v''_1 + 150\,v''_2 - 90\,v''_3 = 2{,}61936 \\ -60\,v''_2 + 120\,v''_3 - 60\,v''_4 = 1{,}00692 \\ -90\,v''_3 + 150\,v''_4 - 60\,v''_5 = 2{,}61936 \end{cases}$$

Pour $v''_1=v''_5=0$, on obtient, en résolvant le système, $v''_2=v''_4=0{,}05624248$ cm, $v''_3=0{,}06463348$ cm.

On détermine la charge critique, selon ce premier calcul, avec la relation (22) (où on tient compte qu'on a choisi initialement $P=1000$ kgf;

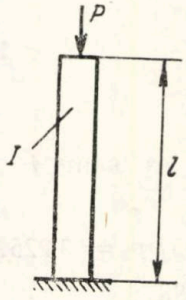
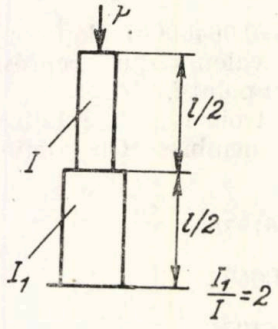
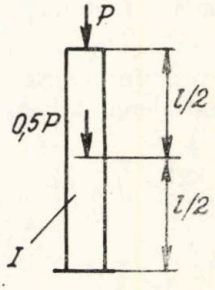
$$P_{f_2}=P_{f_4}=P\frac{v'_2}{v''_2}=15557{,}6\text{ kgf}$$

$$P_{f_3}=P\frac{v'_3}{v''_3}=15471\text{ kgf},$$

En tenant compte de la symétrie :

$$P_{f\,med} = P\,\frac{\sum_1^2 v_i' l_i}{\sum_1^2 v_i'' l_i} = P\,\frac{v_2' l_2 + v_3' l_3}{v_2'' l_2 + v_3'' l_3} = 15520{,}425 \text{ kgf}$$

Tableau 1

	Schéma de la charge	Nombre des intervals	η		Erreur %
			Exact	Par approximations successives	
1		2	9,8696	9,8699	0,003
2		4	2,068	2,0676	0,019
3		4	3,384	3.3847	0,021

Parce que les différences relatives $(P_{f_2} - P_{f\,med}).\ 100/P_{f\,med} = 0{,}239\%$ et $(P_{f3} - P_{f\,med}).\ 100/P_{f\,med} = -0{,}313\%$ sont grandes, on effectue un second calcul en considérant comme flèches initiales $v'_2 = v'_4 = 0{,}056242$ cm et $v'_5 = 0{,}064633$ cm. Le calcul sera poursuivi jusqu'à ce que la différence relative calculée comme plus haut est inférieure à une valeur initialement établie.

La méthode du travail appliquée pour une poutre encastrée à l'une des extrémités et libre à l'autre, sollicitée par plusieurs charges, est présentée dans l'annexe 1.

Pour vérifier la méthode on a comparé les résultats obtenus en l'appliquant sur quelques cas simples, dont la solution exacte est indiquée dans la littérature de spécialité [2, 3]. Les résultats des calculs sont données dans le tableau 1 sous la forme

$$P_f = \eta \frac{EI}{l^2}$$

où η dépend de la forme de la poutre, de la manière dont elle est appuiée et de la charge. On y constate que les résultats obtenus sont très proches aux résultats exacts. La précision est due aussi au fait que, par le mode dont on a établie les relations, les conditions aux limites sont satisfaites jusqu'à la sixième dérivée de la flèche. Il faut mentionner aussi que pour la précision du résultat il est nécessaire que chaque intervalle d'intégration soit divisée en deux intervalles.

5. Le calcul de la déformation des poutres sollicitées par des charges transversales et axiales

Les relations établies plus haut permettent le calcul des déformations des poutres droites, sollicitées par des charges transversales et axiales, de la manière suivante :

a. on calcule les moments fléchissants M' et les flèches v produites par les charges transversales ;

b. à l'aide de la relation (18) on calcule les moments fléchissants M'' produits seulement par les charges axiales, avec les flèches v déterminées antérieurement ;

c. on calcule le moment produit par les deux sollicitations $M = M' + M''$ et puis, avec la relation de récurrence (29), on détermine les charges reparties p [1] ;

d. avec la relation de récurrence (33) on détermine les flèches dues à l'effet conjugué de la charge transversale et axiale ;

e. on calcule les moments fléchissants produits par les deux charges aux points qui limitent les intervalles et on les compare avec les valeurs des moments calculées au point c. Si la différence relative est grande, on reprend le calcul à partir du point c, pour les nouvelles valeurs des moments fléchissants, jusqu'à ce que cette différence devienne inférieure à une valeur initialement admise.

---

[1] A l'étremité, p n'est pas toujours zéro ; on prend p égal à la charge transversale repartie q qui agit dans ce point.

Cette méthode de travail, qui permet la correction d'un calcul à l'autre, des valeurs des flèches et donc des moments fléchissants, conduit aux valeurs très rapprochées aux valeurs exactes.

On a appliqué cette méthode pour la poutre de la fig. 6, d'une longueur de 4 m, avec le moment d'inertie I=100 cm^4, sollicitée par les charges q=1,25 kgf/m et H=3360 kgf. La valeur exacte du moment maximum est donnée dans [8] par la relation

$$M_{max} = \frac{q}{k^2}\left(\frac{1}{\cos\frac{kl}{2}} - 1\right)$$

où $k = \sqrt{\frac{H}{EI_z}}$. En calculant avec cette formule, on obtient : M_{max} = =34009,12 kgfcm.

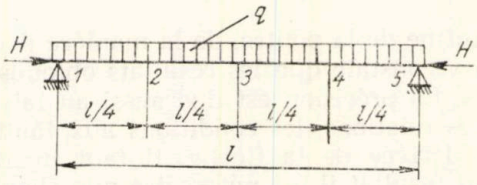


Fig. 6

Le calcul par approximations successives a été fait en divisant la poutre en 4 intervalles de longueur $l/4$.

Dans le tableau 2 on donne les valeurs maximumes des moments fléchissants obtenues par les calculs successifs :

Tableau 2

calcul nr.	1	2	3	4	5	6	7
M_{max} kgfcm	33416	33855	33969	33999	34006,89	34009,23	34009,57

L'erreur relative du calcul 7 par rapport au calcul 6 est $\Delta' = \frac{34009,57 - 34009,23}{34009,57} \cdot 100 = 0,001\,\%$ et par rapport au résultat exact est $\Delta'' = \frac{34009,57 - 34009,12}{34009,12} \cdot 100 = 0,0013\,\%$.

ANNEXE

On a divisé la poutre de la fig. 7 en n points. Il y a donc $(n-1)$ intervalles et $(n-1)$ inconnues : $v_2, v_3, \ldots v_n$ (on considère que la séction de

l'extrémité ne se déplace pas, donc $v_1=0$, et que la poutre se déplace avec l'encastrement).

La relation (33) peut être appliquée içi seulement $(n-2)$ fois : pour $i=2$ (l'intervalle 1-2-3), $i=3$ (l'intervalle 2-3-4), jusqu'à $i=n-1$ (l'intervalle $(n-2)-(n-1)-n$). Pour compléter le nombre des équations on peut

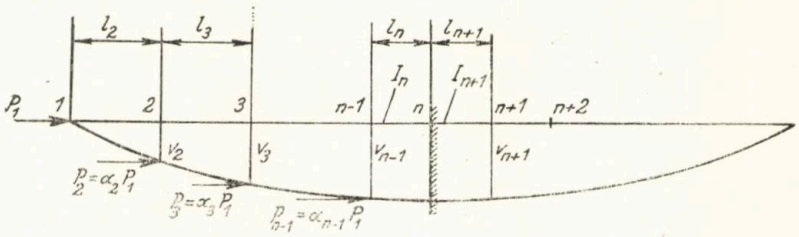


Fig. 7

supposer un prolongement immaginaire de la poutre symétrique par rapport à l'encastrement sur l'intervalle $n+1$, $n+2$, pour lequel on a évidement les relations : $l_n = l_{n+1}$, $I_n = I_{n+1}$, $p_{n-1} = p_{n+1}$, $M_{n-1} = M_{n+1}$, $v_{n-1} = v_{n+1}$.

On peut donc appliquer encore une fois la relation (33), pour $i=n$ (l'intervalle $(n-1)-n-(n+1)$), en obtenant ainsi toutes les $(n-1)$ équations nécessaires.

De la même maniere on résolue le probléme pour l'application de la relation (29).

La chaire de résistence des matériaux
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Courbon J.*, Cours de résistance des matériaux, Paris, 1955, Dunod.
2. *Ponomariev S. S., Biderman V. L., Liharev K. K., Makuşkin V. M., Malinin N.N., Feodosiev V. I.*, Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini, vol. III, Bucureşti, 1964, Editura Tehnică.
3. *Timoshenko S. P., Gere J. M.*, Theory of Elastic Stability, New York, 1961, McGraw-Hill.
4. *Wang P. C.*, Numerical and Matrix Methods in Structural Mechanics, New York, 1966, John Wiley.
5. *Blumenfeld M.*, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, XXIV, ian. 1962, pp. 95—158.
6. *Blumenfeld M.*, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, iul. 1962, pp. 116.
7. *Blumenfeld M.*, Studii şi cercetări de mecanică aplicată, XIV, 1 (1963).
8. * * * Manualul inginerului mecanic, vol. 1, Bucureşti, Editura Tehnică, 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971, Numărul 2

C.Z. : 539.3/.4

EFECTUL APLICĂRII SARCINILOR PRIN MEDIU ELASTIC ASUPRA EFORTURILOR ȘI DEFORMAȚIILOR BARELOR CU REAZEME ELASTICE LUNGI *

L. STOICESCU, L. FETCU, I. CONSTANTINESCU, M. RADEȘ

1. Introducere

Într-o serie de aplicații practice, elemente ce pot fi schematizate prin grinzi de secțiune constantă au drept suport reazeme deformabile de o anumită lungime. Astfel sînt arborii mașinilor cu lagăre lungi, axele principale ale mașinilor unelte, diferite elemente de construcție rezemate elastic pe o porțiune de lungime, încastrările elastice etc. Schematizarea reazemelor reale prin reazeme elastice lungi a fost introdusă încă din 1939 de D. N. Reșetov [1], iar recent utilizată în mai multe lucrări referitoare la încovoierea statică [2, 3, 4] și dinamică [5] a grinzilor de secțiune constantă. În lucrarea [2] s-a examinat grinda cu o singură deschidere pe două reazeme elastice lungi studiindu-se efectul elasticității și lungimii reazemului asupra deformațiilor de încovoiere. S-a considerat că reacțiunea reazemului în orice secțiune este proporțională cu săgeata grinzii în acel punct (ipoteza lui Winkler) și că reazemele au acțiune bilaterală, sînt de lungimi egale și au aceeași constantă elastică k. În lucrarea [4] problema a fost tratată introducînd reazeme cu acțiune unilaterală.

Rezemarea elastică pe o lungime dată, se întîlnește și în cazul articulațiilor cu bolț, de exemplu articulația bielă-piston (fig. 1, a). Calculul axului pistonului se face de obicei după o schemă simplificată [6] neglijînd deformațiile elastice în umerii pistonului și capul de bielă, adoptînd o presiune normală uniform repartizată la contactul cu biela și o repartiție triunghiulară pe porțiunea din umerii pistonului (fig. 1, b). Cercetările fotoelastice (prin metoda înghețării eforturilor unitare) [7] au arătat însă că repartiția reală a presiunii de contact este ca în fig. 1, c.

În articolul de față se propune o metodă de calcul care să aproximeze mai bine solicitarea reală, ținînd cont de elasticitatea corpurilor care vin în contact cu bolțul, dar considerîndu-l pe acesta drept grindă de secțiune constantă. Se revine astfel la grinda pe reazeme elastice lungi din lucrarea [2] cu diferența că acum sarcina se aplică tot între reazeme,

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 29—31 mai 1969.

dar prin intermediul unui mediu elastic, care ca și reazemele este înlocuit printr-un model de fundație elastică Winkler.

Se stabilesc expresiile deformațiilor și eforturilor din grindă iar valorile maxime se compară cu cele obținute prin metoda uzuală.

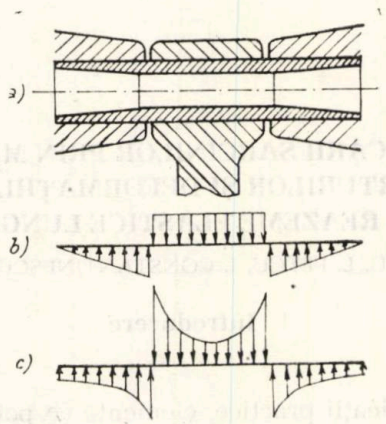


Fig. 1

2. Calculul eforturilor și deformațiilor

Fie grinda O_1O_3 din fig. 2, pe două reazeme elastice de lungime a și constantă elastică k_1, solicitată de forța P prin intermediul barei rigide MN și a unui mediu elastic de constantă k_2 și lungime $2b$. Se fac următoarele ipoteze :

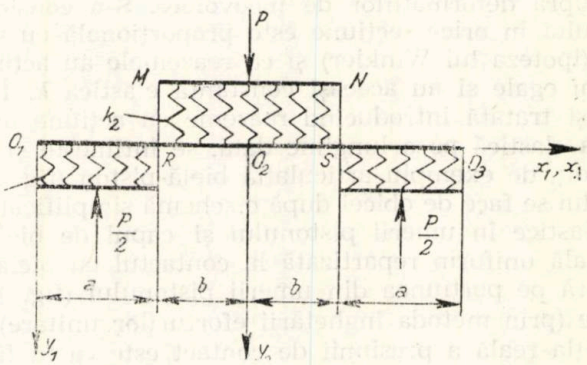


Fig. 2

1 — grinda are o rigiditate la încovoiere EI_z constantă pe toată lungimea sa și corespunde teoriei Bernoulli-Euler ;

2 — reazemele elastice au aceeași constantă elastică k_1 ;

3 — atît reazemele, cît și mediul de încărcare au acțiune bilaterală și corespund modelului de fundație elastică Winkler ;

4 — se neglijează eventuale sarcini tangențiale, datorite deformației grinzii.

Din cauza simetriei sistemului, se studiază numai porțiunea de grindă cuprinsă între o extremitate și planul de simetrie.

Ecuația diferențială a liniei elastice a grinzii, pe porțiunea O_1R (raportată la sistemul de axe $x_1 0_1 y_1$), este

$$EI_z \frac{d^4 v_1}{dx^4} + k_1 v_1 = 0 \tag{1}$$

unde

EI_z este rigiditatea la încovoiere a grinzii ;

v_1 — săgeata grinzii într-o secțiune oarecare pe porțiunea O_1R ;

k_1 — constanta elastică a reazemelor O_1R și SO_3.

Cu notațiile

$$\zeta = \alpha x \tag{2}$$

și

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k_1}{4 E I_z}} \tag{3}$$

soluția generală a ecuației (1) se scrie

$$v_1(\zeta) = C_1 V_1(\zeta) + C_2 V_2(\zeta) + C_3 V_3(\zeta) + C_4 V_4(\zeta) \tag{4}$$

în care $V_1(\zeta)$ ..,$V_4(\zeta)$ sînt funcții Krîlov [8]

În capătul grinzii, momentul încovoietor și forța tăietoare sînt nule. Condiția este ca la $\zeta=0$, $v_1'' = v_1''' = 0$ ceea ce conduce la $C_3 = C_4 = 0$, astfel că săgeata v_1 și primele trei derivate ale sale au expresiile :

$$\left.\begin{aligned} v_1(\zeta) &= C_1 V_1(\zeta) + C_2 V_2(\zeta) \\ v_1'(\zeta) &= -4 C_1 V_4(\zeta) + C_2 V_1(\zeta) \\ v_1''(\zeta) &= -4 C_1 V_3(\zeta) - 4 C_2 V_4(\zeta) \\ v_1'''(\zeta) &= -4 C_1 V_2(\zeta) - 4 C_2 V_3(\zeta) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Pe intervalul RO_2, ecuația diferențială a liniei elastice a grinzii (raportată la sistemul de axe $x_2 O_2 y_2$), este

$$E I_z \frac{d^4 v_2}{dx^4} + k_2 v_2 = k_2 d \tag{6}$$

unde

EI_z este rigiditatea la încovoiere a grinzii ;

v_2 — săgeata grinzii într-o secțiune oarecare pe porțiunea RO_2 ;

k_2 — constanta elastică a mediului prin care se aplică forța P pe porțiunea RS ;

d — deplasarea verticală a barei rigide MN sub acțiunea forței P.

Cu notaţiile

$$\xi = \beta x \tag{7}$$

şi

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_2}{4EI_z}} \tag{8}$$

soluţia generală a ecuaţiei (6) este

$$v_2(\xi) = C_1' V_1(\xi) + C_2' V_2(\xi) + C_3' V_3(\xi) + C_4' V_4(\xi) + d[1 - V_1(\xi)] \tag{9}$$

La mijlocul grinzii, datorită simetriei, panta liniei elastice şi forţa tăietoare se anulează. Deci, pentru $\xi=0$, $v_2'=v_2'''=0$, ceea ce conduce la $C_2'=C_4'=0$, iar săgeata v_2 şi primele sale trei derivate au expresiile

$$\left.\begin{aligned} v_2(\xi) &= (C_1' - d) V_1(\xi) + C_3' V_3(\xi) + d \\ v_2'(\xi) &= -4(C_1' - d) V_4(\xi) + C_3' V_2(\xi) \\ v_2''(\xi) &= -4(C_1' - d) V_3(\xi) + C_3' V_1(\xi) \\ v_2'''(\xi) &= -4(C_1' - d) V_2(\xi) - C_3' 4 V_4(\xi) \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

În punctul R, pentru $\zeta=\alpha a$ şi $\xi=-\beta b$, condiţiile de continuitate a eforturilor şi deformaţiilor se scriu

$$\left.\begin{aligned} v_1(\alpha a) &= v_2(-\beta b) \\ \alpha v_1'(\alpha a) &= \beta v_2'(-\beta b) \\ \alpha^2 v_1''(\alpha a) &= \beta^2 v_2''(-\beta b) \\ \alpha^3 v_1'''(\alpha a) &= \beta^3 v_2'''(-\beta b) = -\frac{P}{2EI_z} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

care, pe baza relaţiilor (5) şi (10), se transformă în

$$\left.\begin{aligned} C_1 V_1(\alpha a) + C_2 V_2(\alpha a) &= (C_1' - d) V_1(\beta b) + C_3' V_3(\beta b) + d \\ -4 C_1 V_4(\alpha a) + C_2 V_1(\alpha a) &= \frac{\beta}{\alpha}[(C_1' - d) 4 V_4(\beta b) - C_3' V_2(\beta b)] \\ -4 C_1 V_3(\alpha a) - 4 C_2 V_4(\alpha a) &= \frac{\beta^2}{\alpha^2}[-(C_1' - d) 4 V_3(\beta b) + C_3' V_1(\beta b)] \\ \alpha^3[-4 C_1 V_2(\alpha a) - 4 C_2 V_3(\alpha a)] &= -\frac{P}{2EI_z} \\ \beta^3[(C_1' - d) 4 V_2(\beta b) + C_3' 4 V_4(\beta b)] &= -\frac{P}{2EI_z} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Sistemul (12) permite determinarea celor cinci necunoscute C_1, C_2, C_1', C_3' și d. Se introduc funcțiile :

$$U_1(x)=\frac{1}{2}(\operatorname{ch}x+\cos x)\quad,\quad U_2(x)=\frac{1}{2}(\operatorname{sh}x+\sin x)$$

$$U_3(x)=\frac{1}{2}(\operatorname{ch}x-\cos x)\quad,\quad U_4(x)=\frac{1}{2}(\operatorname{sh}x-\sin x)$$

Rezultă

$$d=\frac{P}{8\alpha^3 EI_z}\left\{\frac{[U_1(2\alpha a)+1]U_2(2\beta b)+2\delta U_4(2\alpha a)U_3(2\beta b)+}{\delta[U_1(2\alpha a)-1]U_3(2\beta b)+}\right.$$

$$\frac{+2\delta^2 U_3(2\alpha a)U_4(2\beta b)}{+U_2(2\alpha a)U_2(2\beta b)}+\frac{2\delta^3 U_2(2\alpha a)U_1(2\beta b)+}{\delta[U_1(2\alpha a)-1]U_3(2\beta b)+}$$

$$\left.\frac{+\delta^4[U_1(2\alpha a)-1]U_2(2\beta b)}{+U_2(2\alpha a)U_2(2\beta b)}\right\}$$

$$C_1'-d=\frac{P\delta^2}{2EI_z\alpha^3}\frac{V_4(\beta b)U_3(2\alpha a)+\frac{\delta}{2}\left\{\delta V_2(\beta b)[1-U_1(2\alpha a)]-\right.}{\delta[U_1(2\alpha a)-1]U_3(2\beta b)+}$$

$$\left.\frac{-V_1(\beta b)U_2(2\alpha a)\right\}}{+U_2(2\alpha a)U_2(2\beta b)}$$

(13)

$$C_3'=-\frac{P\delta^2}{2EI_z\alpha^3}\frac{V_3(\beta b)U_3(2\alpha a)-2\delta\{\delta V_4(\beta b)[1-U_1(2\alpha a)]-}{\delta U_3(2\beta b)[U_1(2\alpha a)-1]+}$$

$$\frac{-V_3(\beta b)U_2(2\alpha a)\}}{+U_2(2\alpha a)U_2(2\beta b)}$$

$$C_1=-\frac{P}{2EI_z\alpha^3}\frac{\delta^2 V_3(\alpha a)U_4(2\beta b)+2\delta V_4(\alpha a)U_3(2\beta b)-}{\delta U_3(2\beta b)[U_1(2\alpha a)-1]+}$$

$$\frac{-\frac{1}{2}V_1(\alpha a)U_2(2\beta b)}{+U_2(2\beta b)U_2(2\alpha a)}$$

$$C_2=\frac{P}{2EI_z\alpha^3}\frac{\delta^2 V_2(\alpha a)U_2(2\beta b)+2\delta V_3(\alpha a)U_3(2\beta b)+2V_4(\alpha a)U_3(2\beta b)}{\delta U_3(2\beta b)[U_1(2\alpha a)-1]+U_2(2\beta b)U_2(2\alpha a)}$$

cu notația

$$\delta=\frac{\alpha}{\beta}\,.$$

Înlocuind aceste valori în (14) și (15) se obțin expresiile eforturilor și deformațiilor în orice secțiune a barei. Astfel :

— pentru

$$0 \leqslant x_1 \leqslant a$$

$$\left.\begin{aligned} v_1(x) &= C_1 V_1(\alpha x) + C_2 V_2(\alpha x) \\ \varphi_1(x) &= -4\alpha C_1 V_4(\alpha x) + C_2 \alpha V_1(\alpha x) \\ M_1(x) &= 4 E I_z \alpha^2 [C_1 V_3(\alpha x) + C_2 V_4(\alpha x)] \\ T_1(x) &= 4 E I_z \alpha^3 [C_1 V_2(\alpha x) + C_2 V_3(\alpha x)[\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

— pentru

$$b \leqslant x_2 \leqslant 0$$

$$\left.\begin{aligned} v_2(x) &= (C_1' - d) V_1(\beta x) + C_3' V_3(\beta x) + d \\ \varphi_2(x) &= \beta [-4(C_1' - d) V_4(\beta x) + C_3' V_2(\beta x)] \\ M_2(x) &= -E I_z \beta^2 [-4(C_1' - d) V_3(\beta x) + C_3' V_1(\beta x)) \\ T_2(x) &= 4 E I_z \beta^3 [(C_1' - d) V_2(\beta x) + C_3' V_4(\beta x)] \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

În calculul deformațiilor interesează următoarele valori ale săgeților:

— săgeata maximă

$$v_2 = v_2(0) = C_1' = (C_1' - d) + d = -\frac{P}{8 E I_z \alpha^3} \left\{ \frac{U_2(2\beta b)[1 + U_1(2\alpha a)] + \delta U_3(2\beta b)[1 - U_1(2\alpha a)] -}{+ 2\delta U_3(2\beta b) U_4(2\alpha a)} \right.$$

$$\left. - U_2(2\alpha a) U_2(2\beta b) \right. + \frac{2\delta^2 U_3(2\alpha a)[U_4(2\beta b) + 2 V_4(\beta b)] +}{\delta U_3(2\beta b)[1 - U_1(2\alpha a)] -} \quad (16)$$

$$\left. + \frac{2\delta^3 U_2(2\alpha a)[U_1(2\beta b) - V_1(\beta b)] + \delta^4 [U_1(2\alpha a) - 1][U_2(2\beta b) - 2 V_2(\beta b)]}{- U_2(2\alpha a) U_2(2\beta b)} \right\}$$

— săgeata la extremitatea barei

$$v_1 = v_1(0) = C_1 = -\frac{P}{2 E I_z \alpha^3} \frac{\delta^2 V_3(\alpha a) U_4(2\beta b) + 2\delta V_4(\alpha a) U_3(2\beta b) -}{\delta U_3(2\beta b)[U_1(2\alpha a) - 1] +} \quad (17)$$

$$\frac{-\frac{1}{2} V_1(\alpha a) U_2(2\beta b)}{+ U_2(2\beta b) U_2(2\alpha a)}$$

Pentru determinarea eforturilor unitare maxime, se calculează momentul încovoietor maxim

$$M_2(0) = -EI_z\beta^2 C_3' = \frac{P}{2\alpha}\,\frac{V_2(\beta b)\,U_3(2\alpha a)+2\delta\,V_3(\beta b)\,U_2(2\alpha a)-}{\delta\,U_3(2\beta b)\,[U_1(2\alpha a)-1]+}$$

$$\frac{-2\,V_4(\beta b)\,[1-U_1(2\alpha a)]}{+U_2(2\beta b)\,U_2(2\alpha a)} \tag{18}$$

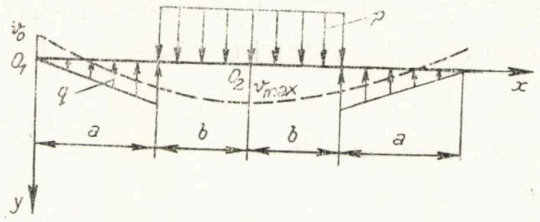


Fig. 3

3. Metoda uzuală de calcul

Fie grinda din fig. 3 solicitată de sarcina uniform distribuită $p=\frac{P}{2b}$ și de sarcina triunghiulară q avînd $q_{max}=\frac{P}{a}$. Folosind cunoscuta metodă analitică de integrare a ecuației liniei elastice a grinzii se obține

$$v_{max} - v_0 = \frac{q_{max}\,a^4}{240\,EI_z}\left[8+40\,\frac{b}{a}+60\left(\frac{b}{a}\right)^2+25\left(\frac{b}{a}\right)^3\right] \tag{19}$$

unde

v_{max} este săgeata la mijlocul grinzii (în punctul O_2), iar
v_0 este săgeata la extremități (în O_1).

Momentul încovoietor maxim (în O_2) este

$$M_{max} = \frac{P\,a}{4}\left(\frac{2}{3}+\frac{b}{a}\right) \tag{20}$$

4. Studiu comparativ al rezultatelor celor două metode

Notînd

$$\begin{aligned} \alpha\,a &= \bar{\alpha} \\ \beta\,b &= \bar{\beta} \\ \frac{b}{a} &= \lambda \end{aligned} \tag{21}$$

se poate calcula raportul dintre săgeata maximă v_2 calculată după metoda expusă (16) și săgeata maximă v_{max}—v_0 calculată cu metoda uzuală (19). Rezultă

$$\varrho_v = \frac{v_2}{v_{max} - v_0} = \frac{30}{\bar{\alpha}^3} \left\{ \frac{[U_1(2\bar{\alpha}) + 1]\, U_2(2\bar{\beta}) + 2\delta\, U_4(2\bar{\alpha})\, U_3(2\bar{\beta}) +}{(25\lambda^3 + 60\lambda^2 + 40\lambda + 8)\{\delta\, U_3(2\bar{\beta})[U_1(2\bar{\alpha}) - 1] +} \right.$$

$$\frac{+ 2\delta^2\, U_3(2\bar{\alpha})[U_4(2\bar{\beta}) + 2\, V_4(\bar{\beta})]}{+ U_2(2\bar{\alpha})\, U_2(2\bar{\beta})\}} + \tag{22}$$

$$\left. + \frac{2\delta^3\, U_2(2\bar{\alpha})[U_1(2\bar{\beta}) - V_1(\bar{\beta})] + \delta^4\,[U_1(2\bar{\alpha}) - 1][U_2(2\bar{\beta}) - 2\, V_2(\bar{\beta})]}{(25\lambda^3 + 60\lambda^2 + 40\lambda + 8)\{\delta\, U_3(2\bar{\beta})\,[U_1(2\bar{\alpha}) - 1] + U_2(2\bar{\alpha})\, U_2(2\bar{\beta})\}} \right\}$$

De asemenea interesează raportul ϱ_v^* între săgeata v_1 la extremitatea grinzii și săgeata v_2 la mijlocul grinzii.

$$\varrho_v^* = \frac{v_1}{v_2} \tag{23}$$

Din relațiile (22) și (23) se poate calcula apoi raportul săgeților maxime relative calculate prin cele 2 metode, adică

$$\varrho_v^{**} = \frac{v_2 - v_1}{v_{max} - v_0} = \varrho_v - \varrho_v \varrho_v^* = \varrho_v (1 - \varrho_v^*) \tag{24}$$

Raportul ϱ_M între momentele încovoietoare maxime calculate prin cele două metode, rezultă din (18) și (20) :

$$\varrho_M = \frac{M_2}{M_{max}} = \frac{6}{\bar{\alpha}(2 + 3\lambda)} \frac{2\delta^2[U_1(2\bar{\alpha}) - 1]\, V_4(\bar{\beta}) + 2\delta\, U_2(2\bar{\alpha})\, V_3(\bar{\beta}) +}{\delta\, U_3(2\bar{\beta})[U_1(2\bar{\alpha}) - 1] +} \tag{25}$$

$$\frac{+ U_3(2\bar{\alpha})\, V_2(\bar{\beta})}{+ U_2(2\bar{\alpha})\, U_2(2\bar{\beta})}$$

Pentru cazul particular al mediilor de încărcare și rezemare cu aceeași constantă elastică k,

$$\delta = \frac{\alpha}{\beta} = \sqrt[4]{\frac{k_1}{k_2}} = 1$$

s-au calculat mărimile (22), (23), (24), (25) pentru cîteva valori ale lui λ și $\bar{\beta}$, rezultatele fiind reprezentate grafic în fig. 4—7.

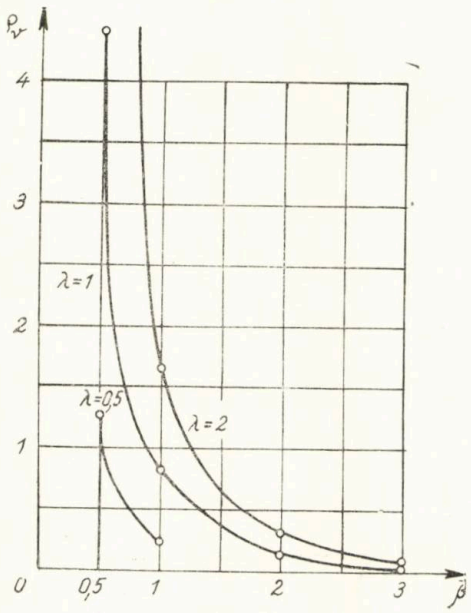

p_v
4
3
2
1
0
0,5
1
2
3
$\bar{\beta}$
$\lambda=1$
$\lambda=0,5$
$\lambda=2$

Fig. 4

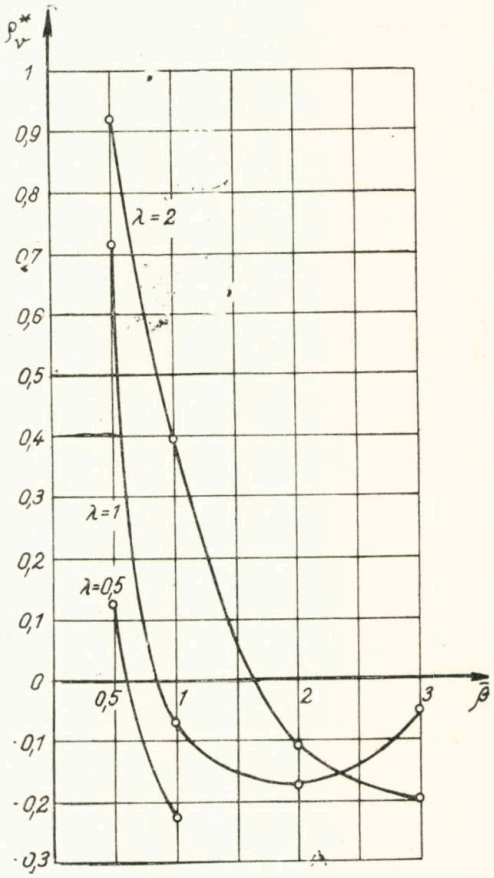

p_v^*
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
-0,2
-0,3
0,5
1
2
3
$\bar{\beta}$
$\lambda=2$
$\lambda=1$
$\lambda=0,5$

Fig. 5

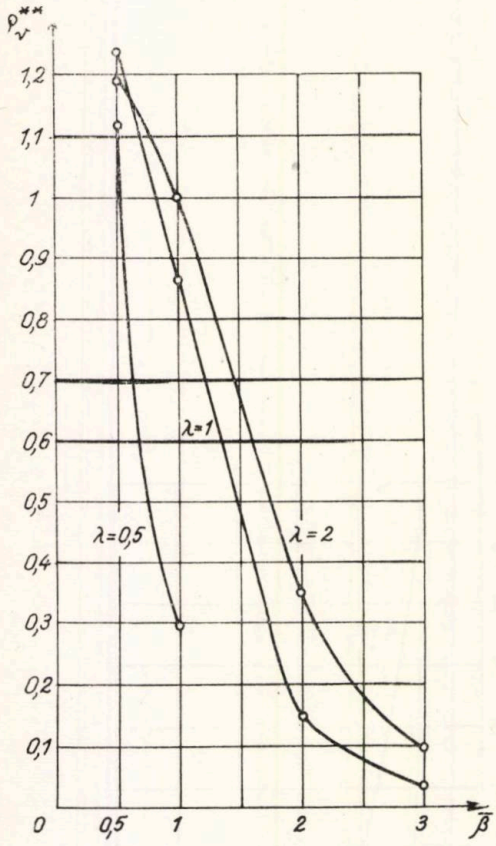

ρ_v^{**}
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,5
1
2
3
$\bar{\beta}$
λ=0,5
λ=1
λ=2

Fig. 6

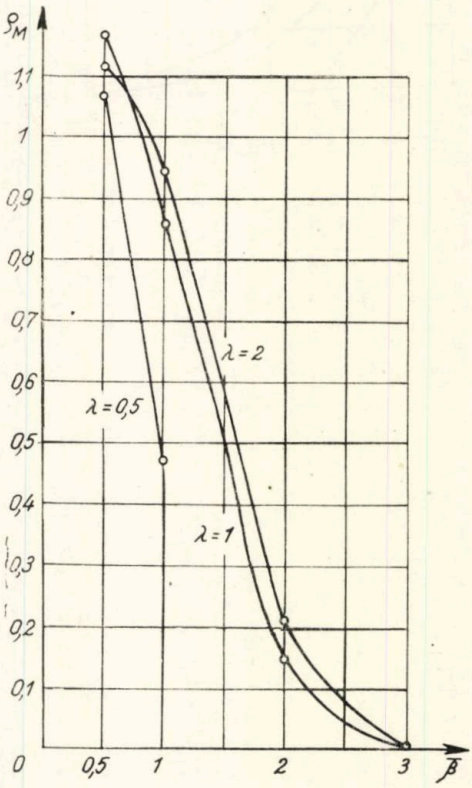

ρ_M
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,5
1
2
3
$\bar{\beta}$
λ=2
λ=0,5
λ=1

Fig. 7

5. Concluzii

Metoda propusă permite o descriere mai exactă a solicitării și deformării grinzilor pe reazeme elastice, încărcate prin mediu elastic.

După cum se observă din fig. 4—7, atît momentul încovoietor maxim cît și săgeata maximă calculate cu metoda propusă sînt mai mici decît cele calculate cu metoda uzuală ($\rho_v < 1$, $\rho_M < 1$) — cînd coeficientul care caracterizează elasticitatea mediului de încărcare depășește o anumită valoare ($\bar{\beta} > 1$). Dacă masele pieselor care se pot schematiza după modelul propus trebuie să fie reduse, metoda prezentată oferă o posibilitate de micșorare a secțiunilor efective, fără a pune în pericol ansamblul respectiv.

Catedra de rezistența materialelor I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. ***Решетов, Д. Н.***, Расчет валов (шпинделей) с упетом упругово взаимодействия с опорами, Машгиз, 1939.
2. *Buzdugan Gh.*, Grinzi pe reazeme elastice de lungime dată, Studii și cercetări de mecanică aplicată, IX, 2 (1958), p. 471.
3. *Buzdugan Gh., Fetcu L.*, Grinda continuă pe reazeme elastice de lungime dată, Studii și cercetări de mecanică aplicată, **19**, 4 (1965), p. 849.
4. *Guțu Alex.*, Contribuții la studiul grinzilor cu două reazeme elastice, Studii și cercetări de mecanică aplicată, **27**, *2* (1968), p. 375.
5. *Buzdugan Gh., Blumenfeld M., Stoicescu L., Fetcu L.*, Vibrațiile transversale libere ale grinzilor pe două reazeme elastice lungi, Studii și cercetări de mecanică aplicată, **25**, *4* (1967), p. 853.
6. *Apostolescu N., Bățagă N.*, Motoare cu ardere internă, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1967.
7. *Fueter E., Amstutz E.*, Materialprüfung und Versuchswesen in der Schweiz und im Ausland, Verlags — A. G. Thun, Schweiz, 1965, p. 766.
8. *Ponomariov S. D. și col.*, Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol I, Editura Tehnică, București, 1960, p. 637.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

TERMOTEHNICĂ

C.Z. : 621.56/.59

SUR UNE MÉTHODE D'ÉTUDE DE L'ÉCONOMIE DU PROCESSUS FRIGORIFIQUE À ÉJECTION DE VAPEUR D'EAU *

C. STAMATESCU, MARIETA GRIGORIU, T. DUICU

L'examen des conditions économiques et techniques d'un processus frigorifique peut être mené à l'aide du rendement exergétique. Pour établir d'abord, l'expression de définition et ensuite l'expression de calcul du rendement exergétique du processus frigorifique à éjection de vapeur d'eau, nous employons le schème du bilan, conformément à la figure notée 1, qui, pour le cas le plus général d'une telle installation (fig. 2), s'explique comme il suit :

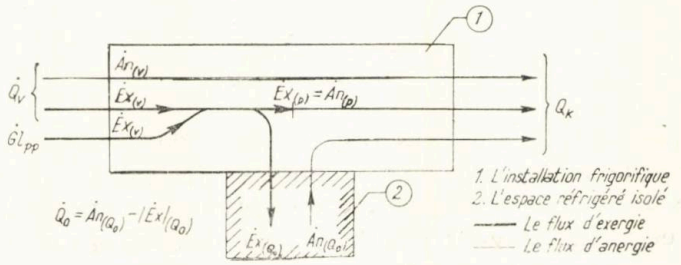


Fig. 1

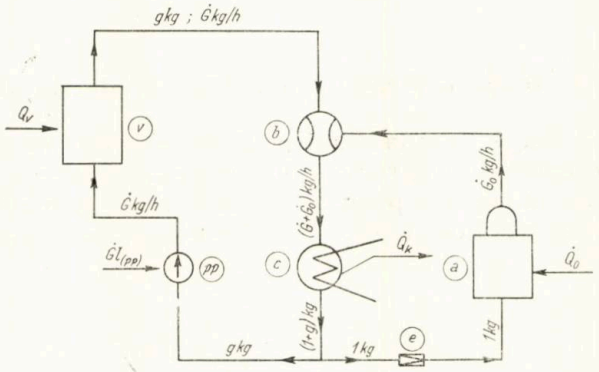


Fig. 2

* Communiquée à la session scientifique des cadrese didactiques de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest 28—30 novembre 1968.

Par le flux de chaleur $\dot{Q}_{(v)}$, échangé dans le générateur à vapeur d'eau (v), on introduit dans le processus le flux d'exergie $\dot{E}x_{(v)}$ et le flux d'anergie $\dot{A}n_{(v)}$. Dû au travail mécanique échangé par la pompe de circulation (*pp*), on introduit le flux d'exergie $\dot{E}x_{(pp)}$. La fraction du flux total d'exergie introduit dans le processus, notée $\dot{E}x_{(Q_o)}$, est employée dans le milieu isolé thermique (le milieu réfrigéré), tandis que le reste notée $\dot{E}x_{(p)}$ se perd, par le fait des évolutions réelles, irréversibles dans le processus. Les flux d'anergie, $\dot{A}n_{(v)}$ dû au flux de chaleur $\dot{Q}_v$, $\dot{A}n_{(p)}$ égal au flux d'exergie perdu $\dot{E}x_{(p)}$, et $\dot{A}n_{(Q_o)}$ dû au flux de chaleur $\dot{Q}_0$ qui doit être enlevé du milieu isolé thermique afin d'y maintenir une température abaissée Q_0, constituent le flux de chaleur $\dot{Q}_{(k)}$; celui-ci est évacué, à la température ambiante, par l'eau de refroidissement dans le condensateur (c) de l'installation. Les deux flux $\dot{E}_{x(Q_o)}$ et $\dot{A}n_{(Q_o)}$ sont contraires donc [1] :

$$\dot{Q}_o = \dot{A}n_{(Q_o)} - |\dot{E}x_{Q_o}|$$

Du schème du bilan, figure notée 1, résulte la relation de definition du rendement exergétique à la forme,

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{E}x_{(Q_o)}}{\dot{E}x_{(v)} + \dot{E}x_{(pp)}} \tag{1}$$

Puisque, dans le processus frigorifique à éjection de vapeur, le travail mécanique de la pompe de circulation est insignifiant par rapport aux quantitées de chaleur echangées dans les principaux appareils de l'installation (v et a, fig. 2), nous omettrons le flux d'exergie respectif. $\dot{E}x_{(pp)}$, dans la relation (1), qui, par suite, devient,

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{E}x_{(Q_o)}}{\dot{E}x_{(v)}} \tag{2}$$

1. Le rendement exergétique du processus théorique

En faisant usage, dans la relation (2) des expressions des flux d'exergie, établies à l'aide du diagramme du processus théorique, présenté dans la figure 3, dans laquelle le point d'état physique 3′ se confond au point 3, nous obtenons la relation de calcul du rendement exergétique théorique, $\eta_{ex(t)}$ à la forme,

$$\eta_{ex(t)} = \frac{\int_4^5 \frac{T_a - T_o}{T_o}\, dq}{g_{(t)}\left[\int_3^6 \frac{T - T_a}{T}\, dq + \int_6^7 \frac{T_v - T_a}{T_v}\, dq\right]} \tag{3}$$

Dans cette relation, $g_{(t)}$ représente la consommation de la vapeur active par rapport à la vapeur froide produite dans le vaporisateur (a), dans le processus théorique $\left(g_t = \frac{\dot{G}}{\dot{G}_0}\right)$, figures 2 et 3). Ce rapport représente le coefficient de consommation spécifique théorique de la vapeur active.

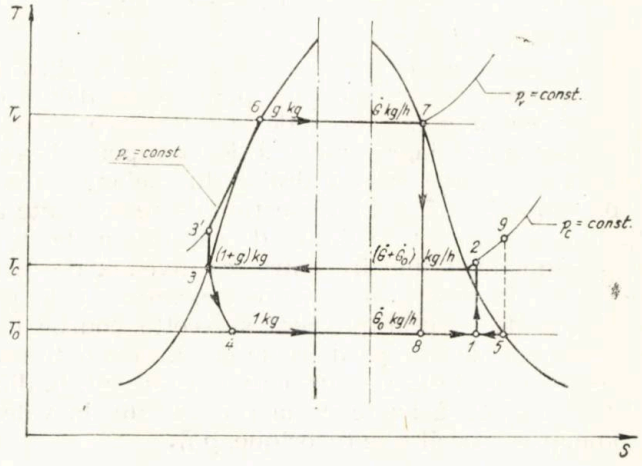


Fig. 3

Avec le coefficient de chaleur spécifique moyenne, du fluide, c_{f_m}, entre les limites T_v et T_c, la relation (3) devient,

$$\eta_{ex(t)} = \frac{1}{g_{(t)}} \cdot \frac{T_a - T_c}{T_0} \frac{(i_5 - i_4)}{c_{f_m}(T_v - T_c) - c_{f_m} T_a \ln \frac{T_v}{T_c} + \frac{T_v - T_a}{T_v}(i_7 - i_6)} \tag{4}$$

dans laquelle, pour le cas théorique admis par le diagramme fig. 3, $(i_7 - i_6) = r_v$.

L'expression du coefficient de consommation spécifique théorique de la vapeur, $g_{(t)}$ (relation (4)), résulte, de l'examen du processus frigorifique, comme ci-dessous.

Le processus théorique se développe par les evolutions successives de l'agent (l'eau) indiquées dans le diagramme figure 3. Dans ce diagramme nous admettons les plus favorables conditions pour le processus frigorifique, c. à. d., la vapeur active est admise dans l'éjecteur comme vapeur seche (le point d'état 7 sur le diagramme), et la vapeur froide à la sortie du vaporisateur, encore comme vapeur sèche (le point d'état 5 sur le diagramme). Mais, il y a à remarquer que, même dans de conditions moins favorables pour les états physique des fluides, les conclusions de l'examen qui suit ne changent pas.

Etant donné que, dans le processus théorique les transformations d'état physique des fluides sont considerées comme évolutions reversibles, et leurs écoulements, sans frottements, la relation de la conservation de l'énergie, dans l'éjecteur, exprime [2] :

$$g_{(t)}(i_7 - i_8) = (1 + g_{(t)})(i_2 - i_1) \tag{5}$$

ou

$$g_{(t)} = \frac{(i_2 - i_1)}{(i_7 - i_8) - (i_2 - i_1)} = \frac{(i_7 - i_8)}{(i_7 - i_8) - (i_2 - i_1)} - 1 \tag{6}$$

Pour utiliser cette relation :

On calcule la variation d'enthalpie (i_7—i_8) à l'aide du diagramme entropique et du tableau des valeurs des paramètres d'état de la vapeur d'eau publié. Pour calculer la valeur de la différence d'enthalpie (i_2—i_1), on peut faire usage d'un diagramme i, s de la vapeur d'eau, dans lequel l'état physique 2 se trouve sur la droite du mélange, tracée entre les points d'état physique 7 et 5, à l'intersection de cette droite avec l'isobare notée p_c [3]. Puisque la courbe limite de saturation de la vapeur d'eau a une allure pratiquement linéaire entre les niveaux de températures T_0 et T_v usuelles pour le processus qui nous examinons, le point d'état 2, résulte à proximité de — pratiquement sur-cette courbe limite, donc le processus théorique se développe dans de conditions optimes du point de vue de la consommation de la vapeur active. Résultent, la différence d'enthalpie (i_2—i_1) (fig. 4) et, à l'aide de la relation (6), la valeur du coefficient de consommation spécifique théorique, $g_{(t)}$.

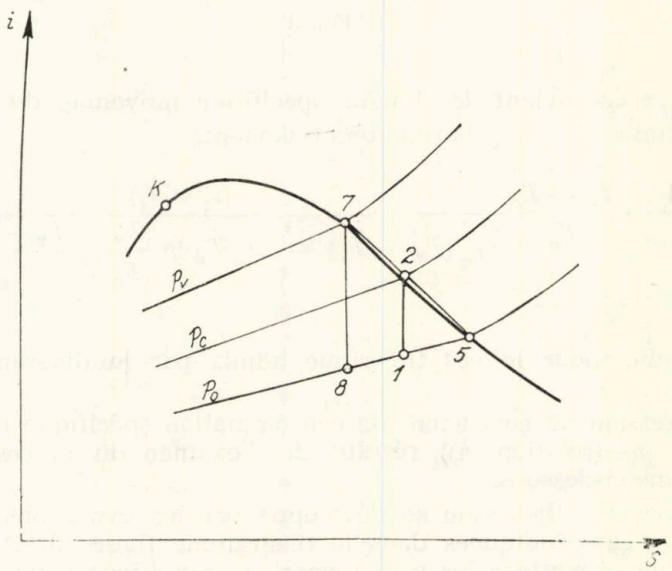


Fig. 4

(Il y a à remarquer que, le bilan thermique sur l'éjectuer conduit à :

$$g_{(t)} = \frac{i_2 - i_5}{i_7 - i_2} \tag{7}$$

ce que, avec la relation (6), donne la possibilité d'établir l'enthalpie de l'agent à la fin du processus théorique de compression, i_2).

Avec les relations (4) et (6) nous avons étudié la fonction $\eta_{ex(t)} = f(\theta_0, p_v, \theta_c)$, qui exprime le rendement exergétique du processus théorique pour les valeurs usuelles des températures et pressions au „conditionnement" : θ_0 de $+5°C$ à $+15°C$, p_v de 2 kgf/cm² à 8 kgf/cm², θ_c de $+25°C$ à $+35°C$, θ_a égale à $+20°C$. Dans la figure (5) sont syntétisés les calculs respectifs de la fonction $\eta_{ex(t)}=f(\theta_0, p_v)$ (p_v comme paramètre) pour $\theta_c=25°C$ (cellui-ci étant le cas le plus usuel) par les courbes notées de 1 à 4. Pour pouvoir tracer de courbes similaires pour les autres valeurs de θ_c, nous avons annexé à la figure 5 le tableau no. 1 concernant les valeurs $\eta_{ex(t)}$ et les valeurs de l'efficacité frigorifique $\zeta_{(t)}$ calculées, entre les limites usuelles de θ_0, θ_c, p_v, ci-dessus mentionées.

Nous faisons mention sur les allures des courbes exprimant la variation des valeurs du rendement exergétique comme fonction de θ_0, $\eta_{ex(t)}=\psi(\theta_0)$ (par exemple les courbes notées de 1 à 4 dans la figure 5, pour $\theta_c= +25°C$) qui indiquent des conditions contraires aux variations de l'efficacité frigorifique respectives, $\zeta=\psi'(\theta_0)$, pour les mêmes valeurs des paramètres p_v et θ_c (les courbes de 1'à 4' fig. 5, pour $\theta_c= +25°C$). Ces conditions sont similaires aux celles établies anterieurement tant pour le processus à compression de la vapeur d'agent [4], que pour le processus à absorbtion ammoniac-eau [5].

L'étude théorique présentée nous a permis d'établir la suivante relation analytique de variation du rendement exergétique $\eta_{ex(t)}$ avec la temperature de vaporisation θ_0 et la pression de la vapeur active p_v,

$$\eta_{ex(t)} = 0{,}3770 + 0{,}0025\ p_v + 0{,}114 \cdot 2^{(7-0{,}2\theta_c)} - 0{,}012512\ \theta_0 - 0{,}000312\ \theta_0^2 \tag{8}$$

dans laquelle p_v est exprimée en kgf/cm² et θ_0 en degrés centigrades.

Cette relation est valable pour la température de condensation θ_c de $+25°C$ à $+35°C$ et pour la température de vaporisation θ_0, de $+5°C$ à $+12°C$, les états 7 de la vapeur active et 5 de la vapeur froide étant sur la courbe de saturation. L'erreur de calcul de la relation est moindre que $\pm\ 5.10^{-3}$, donc moindre que 1%.

L'examen de la relation (8) et des courbes tracées dans la figure 5, conduit aux suivantes conclusions importantes :

— Les rendements exergétiques du processus théorique, comme fonctions de la température de vaporisation θ_0, dans les limites reduites de cette température et pour des valeurs determinées des paramètres p_v et p_c entre les limites usuelles, présentent des variations monotones, qui baissent avec l'augmentation de θ_0, tandis que les coefficients d'efficience frigorifique présentent des variations inverses.

— La qualité de la vapeur active caracterisée par le paramètre p_v (et donc par la température de saturation correspondante θ_v) a une importance moindre pour la valeur du rendement exergétique, c.a.d. sur la qualité thermodynamique du processus frigorifique.

— Le niveau de la température de condensation θ_c, au contraire, représente un paramètre important pour la valeur du rendement exer-

gétique : celui-ci baisse d'une manière remarquable avec l'augmentation de θ_c.

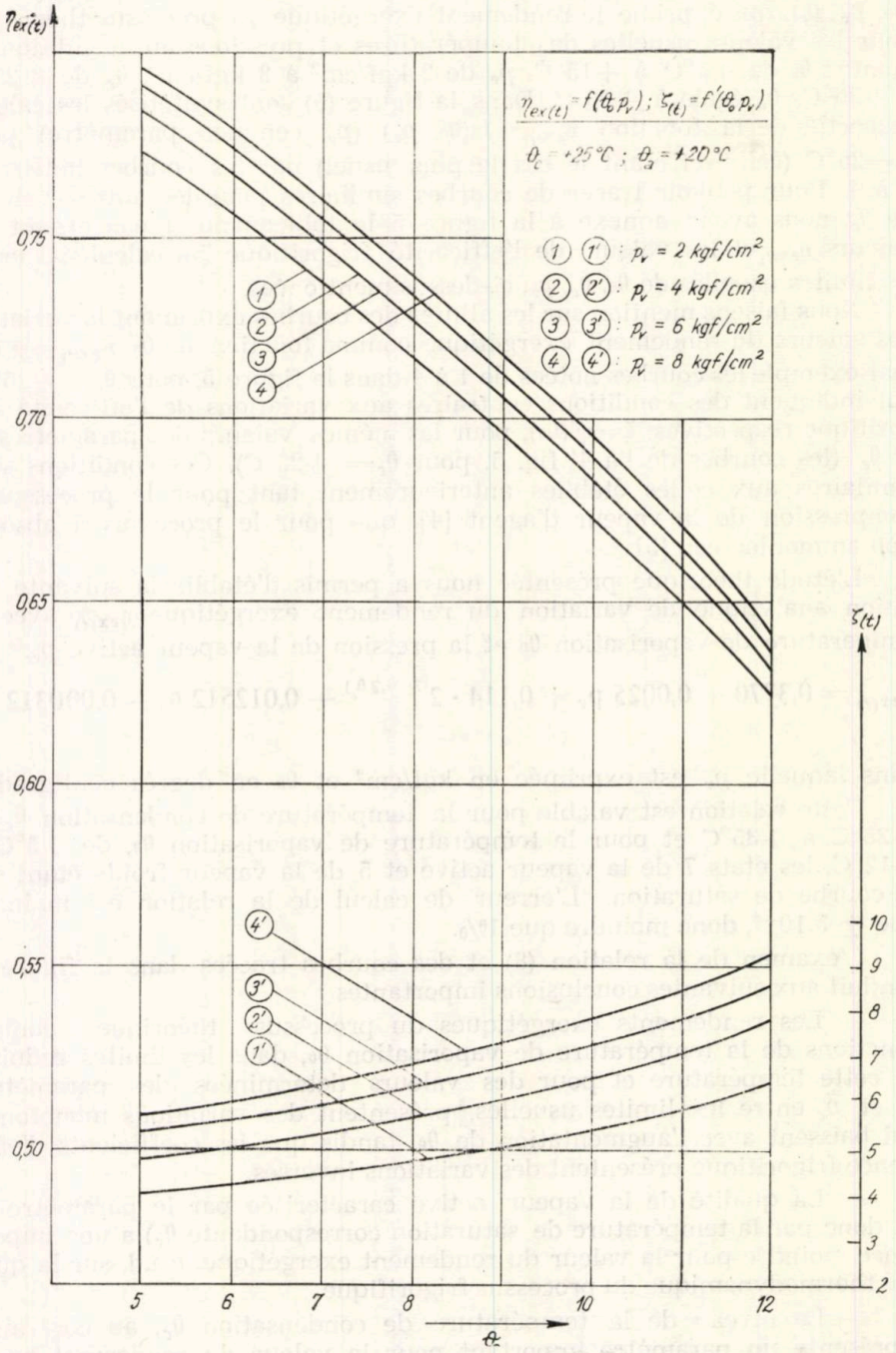


Fig. 5

Tableau no. 1

Les valeurs des fonctions $\eta_{ex_{(t)}} = f(\theta_0, p_v, \theta_c)$ et $3_{(t)} = f'(\theta_0, p_v\ \theta_c)$, calculées

P_v kgf cm²	θ_0 °C	$\eta_{ex_{(t)}}$ pour θ_c égale a			$3_{(t)}$ pour θ_c égale a			
		+25°C	+25,5°C	+30°C	+35°C	+25°C	+30°C	+35°C
2	5	0,7583	0,7122	0,5330	0,4232	3,96	2,78	2,19
	8	0,7142	0,6633	0,4835	0,3731	4,71	3,17	2,44
	10	0,6783	0,6260	0,4475	0,3341	5,41	3,55	2,64
	12	0,6392	0,5839	0,3923	0,2924	6,41	3,91	2,91
	15	0,5184	0,4666	0,2520	0,2115	8,39	4,80	3,39
4	5	0,7677	0,7208	0,5474	0,4378	4,79	3,40	2,72
	8	0,7208	0,6706	0,4942	0,3855	5,68	3,88	3,02
	10	0,6878	0,6345	0,4586	0,3464	6,55	4,35	3,27
	12	0,6454	0,5890	0,4002	0,3016	7,73	4,77	3,59
	15	0,5246	0,4675	0,3049	0,2187	10,14	5,87	4,20
6	5	0,7731	0,7250	0,5537	0,4446	5,32	3,80	3,05
	8	0,7254	0,6741	0,4996	0,3913	6,30	4,33	3,39
	10	0,6919	0,6375	0,4632	0,3515	7,27	4,85	3,68
	12	0,6488	0,5915	0,4043	0,3059	8,56	5,32	4,02
	15	0,5288	0,4707	0,3087	0,2223	11,15	6,56	4,72
8	5	0,7770	0,7278	0,5574	0,4489	5,71	4,10	3,30
	8	0,7305	0,6784	0,5043	0,3962	6,78	4,68	3,67
	10	0,6968	0,6414	0,4673	0,3558	7,82	5,25	3,99
	12	0,6533	0,5948	0,4078	0,3095	9,22	5,75	4,36
	15	0,5311	0,4720	0,3103	0,2242	12,10	7,07	5,10

2. Le rendement exergétique du processus réel

Le processus frigorifique réel, à éjection de la vapeur d'eau, se produit dans de conditions différentes de celles théoriques examinées, syntétisées dans le diagramme fig. 3. Les différences sont dues aux suivantes deux causes fondamentaux :

L'imperfection des processus gazodynamiques et de la construction de l'éjecteur determine le developpement de l'éjection dans cet appareil avec des pertes quantitatives, donc avec une consommation de vapeur active plus élevée que celle établie pour le processus théorique.

— Les echanges de chaleur aux niveaux T_0 et T_c (dans le vaporisateur et le condensateur) se produisent, dans le processus frigorifique réel, généralement, par des phénomènes de transmission par surface c.à.d. dans de conditions d'écarts de températures $\Delta\theta$. Ces échanges peuvent être réalisés quelquefois (dans quelques installations) „par mélanges", cas qui permettent d'écarts de température $\Delta\theta$ très reduits, même negligeables.

Dans cet étude nous supposons que l'éjecteur et les échangeurs de chaleur sont sans pertes thermiques, par ce que d'abord les installations frigorifiques pour le conditionnement de l'air fonctionnent aux températures θ_0 et θ_c peu differentes de la température ambiante, et ensuite, par ce que les appareils de ces installations sont pourvus d'isolation thérmique.

Pour calculer le rendement exergétique du processus frigorifique réel à éjection de vapeur d'eau, noté $\eta_{ex(r)} = \eta_{ex}$, nous introduisons de corrections à l'expression de calcul du rendement exergétique du processus théorique, $\eta_{ex(t)}$, comme ce que suit.

2.1. *Le coefficient de correction de l'éjection,* η_{ej}

Nous abstrayons d'abord, comme première approximation, le développement du processus frigorifique, et nous examinons le processus d'éjection, entre les limites p_0, θ_0 et p_c, θ_c.

A cause des phénomènes irréversibles dans l'ajutage et dans le diffuseur de l'éjecteur réel, (les evolutions 7—8′ et 1—2′ au lieu de 7—8 et 1—2, figure 6), et des pertes d'energie dans la chambre de mélange de l'appareil, le processus réel d'éjection implique une consommation spécifique de la vapeur active $g_{(r)}$, plus élevée que celle établie pour le processus théorique $g_{(t)}$.

Le calcul de l'éjecteur, conduit conformément aux lois de la dynamique des fluides, fournit la relation suivante, concernant la consommation spécifique réelle de vapeur active [8] :

$$\frac{1}{g_{(r)}} = \sqrt{\lambda \frac{\Delta i_{exp}}{\Delta i_{compr}}} - 1 \qquad (9)$$

Dans cette relation :

— λ représente le rendement de l'éjecteur, considéré comme produit des rendements, de l'ajutage (η_a) et du diffuseur (η_d), faute de perfection constructive de ces parties. A l'aide des travaux expérimentaux [6, 7] et en admettant une amélioration de la technologie de fabrication de cet appareil, on a considéré la valeur du rendement de l'éjecteur, égal à 0,7 et constant pour toute valeur du rapport $\Delta i_{exp}/\Delta i_{compr}$, [8].

— Δi_{exp} représente la variation théorique de l'enthalpie dans l'ajutage de l'éjecteur (i_7—i_8 dans le diagramme fig. 6),

— Δi_{compr} représente la variation théorique de l'enthalpie dans le diffuseur de l'éjecteur (i_2—i_1) dans le diagramme fig. 6).

Nous rendons utile pour notre étude la relation (9) ci-dessus mentionée, à l'aide d'un „coefficient de correction de l'éjection", η_{ej}, defini par la rapport du coefficient de consommation spécifique théorique de la vapeur active au coefficient de consommation spécifique réelle, c.à.d.

$$\eta_{ej} = \frac{g_{(t)}}{g_{(r)}} \qquad (10)$$

Ce coefficient peut être considéré comme un rendement de l'éjection (qui est différent du rendement de l'éjecteur λ, utilisé dans la relation (9).

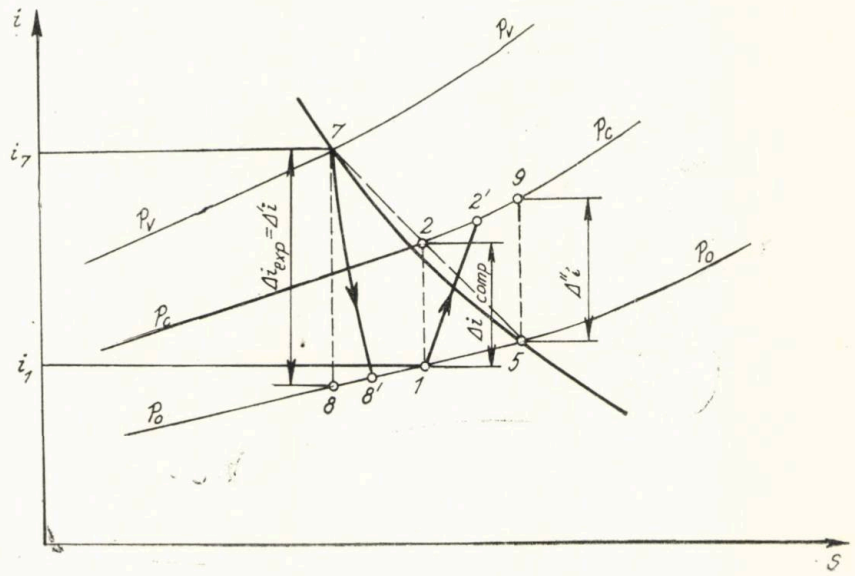


Fig. 6

Avec les relations (9) et (10) nous avons étudié la fonction $\eta_{ej} = \varphi(\theta_0, p_v, \theta_c)$ entre les limites usuelles de température θ_0 de $+5°C$ à $+15°C$, θ_c de $+25°C$ à $+35°C$, et θ_a égale à $+20°C$, et en considérant la variation de la pression p_v de 2 à 8 kgf/cm². Les résultats des calculs respectifs sont syntétisés dans les courbes tracées dans la figure 7.

Ces courbes indiquent :

— des variations monotones des valeurs du coefficient de correction η_{ej}, celles-ci diminuant avec l'augmentation de la température θ_0 ;

— l'influence très importante de la température de condensation θ_c, c.à.d. de l'ecart de température $\Delta\theta_e$: le coefficient de correction η_{ej} augmente avec l'augmentation de l'écart de température $\Delta\theta_c$.

— l'influence que le niveau de la pression p_v exerce sur la valeur du coefficient η_{ej}, contraire à celle établie pour le rendement exergétique théorique, $\eta_{ex(t)}$ (fig. 5) : les valeurs de η_{ej} baissent avec l'augmentation de la valeur de p_v.

Nous considerons opportunément de rappeler que les expériences effectuées sur des installations frigorifiques à éjection de vapeur d'eau ont conduit a une courbe moyenne de la variation des valeurs du coefficient de consommation réelle de la vapeur active $g_{(r)}$, dans de telles installations [6, 7], comme fonction du rapport des différences d'enthalpies $\frac{\Delta'' i}{\Delta' i}$, dans lequel, $\Delta'' i = (i_9 - i_5)$ et $\Delta' i = i_7 - i_8$), figure 6.

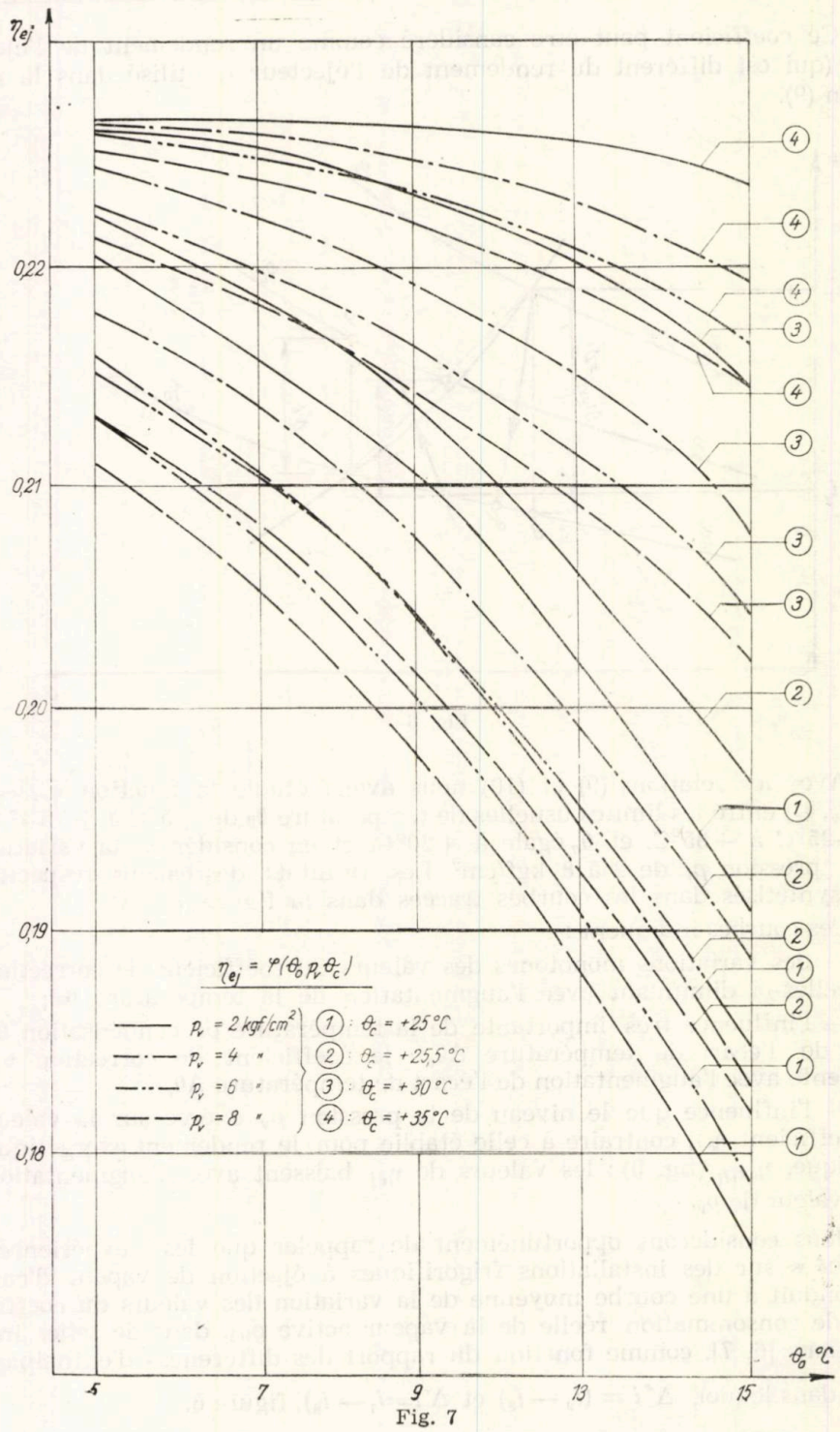

η_{ej}
0,22
0,21
0,20
0,19
0,18
$\eta_{ej} = \varphi(\theta_0, p_v, \theta_c)$
$p_v = 2$ kgf/cm^2
$p_v = 4$ "
$p_v = 6$ "
$p_v = 8$ "
① : $\theta_c = +25$ °C
② : $\theta_c = +25{,}5$ °C
③ : $\theta_c = +30$ °C
④ : $\theta_c = +35$ °C
θ_0 °C
-5
7
9
13
15

Fig. 7

On a assimilé à une parabole la courbe représentant la fonction $g_{(r)} = \varnothing\left(\frac{\Delta'' i}{\Delta' i}\right)$ et on a exprimé d'une manière analytique cette fonction par la relation [7] :

$$g_{(r)} = 0{,}25 + 1{,}6\frac{\Delta'' i}{\Delta' i} + 15{,}8\left(\frac{\Delta'' i}{\Delta' i}\right)^2 \qquad (11)$$

Si, avec cette expression de $g_{(r)}$ (relation (11)) on calcule le coefficient de correction η_{ej}, définit par la relation (10), on obtient une fonction $\eta'_{ej} = \varphi'(\theta_0)$ qu'en etudiant conduit à des valeurs qui restent au-dessous des valeurs calculées, syntetisées par les courbes figure 7.

Notre étude est basée sur la relation (9).

2.2. *Le coefficient de correction du processus frigorifique,* τ

Le processus frigorifique à éjection de la vapeur d'eau, peut être effectué dans une installation „à circuit fermé" conformément au schéma fig. 8 (caractérisée par ce que l'echange de chaleur se produit, tant dans le vaporisateur que dans le condensateur de l'installation, „par parois séparateurs" ou „à circuit ouvert", representée par le schéma fig. 9 (caractérisée par l'échange de chaleur „par mélange" aux deux niveaux de température θ_0 et θ_c). Du point de vue du fonctionnement, les deux cas sont distincts seulment par les valeurs des différences de températures $\Delta\theta_0$ et $\Delta\theta_c$, qui sont très réduites dans les installations „à circuit ouvert" (elles peuvent être considérées d'environ 0,5 degrés et même negligées).

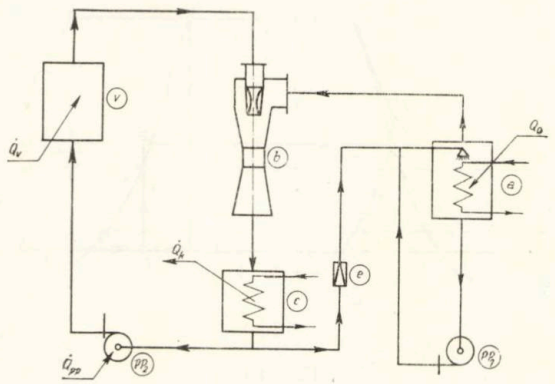


Fig. 8

En examinant le développement du processus frigorifique réel par rapport au celui théorique (fig. 10), nous avons défini et calculé un coefficient de correction du rendement exergétique du processus théorique, τ, en considérant le phénomène irréversible du transfert de chaleur, uniquement au niveau T_0 — dans le vaporisateur — puisque seulement à

ce niveau on fait usage, dans le processus, du flux de chaleur échangé (la chaleur échangée au niveau T_c — dans le condensateur — est enlevée par l'eau de refroidissement et non récupéré). Nous utilisons les notations, T_{oi} pour la température de vaporisation de l'agent au niveau T_0 (condition interieure) et T_{oe} pour la température respective dans le milieu

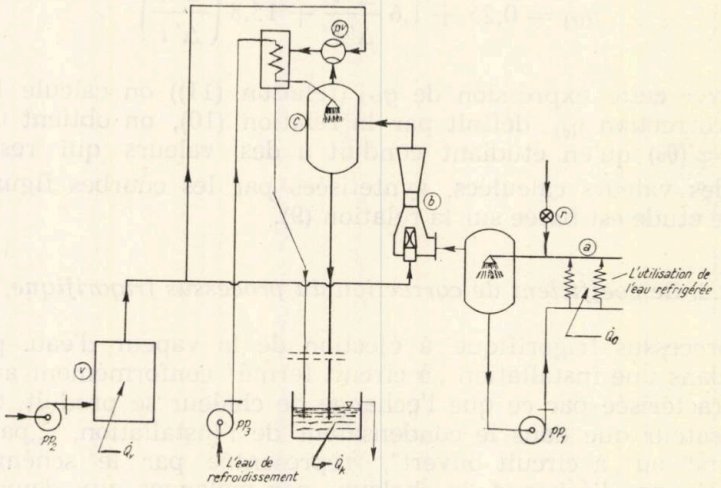


Fig. 9

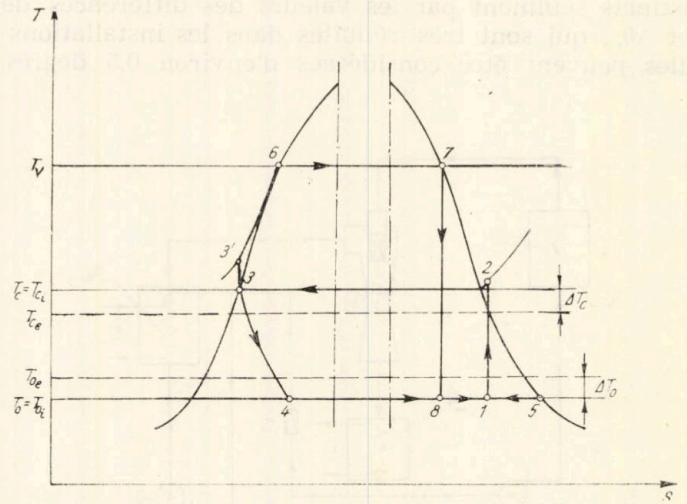


Fig. 10

exterieur (fig. 10) et nous employons le fait que, le flux d'exergie correspondant à la capacité frigorifique spécifique q_0, de l'agent est plus élevé au niveau de la température T_{oi} que celui du niveau T_{oe} donc l'inégalité,

$$\frac{T_a - T_{o_e}}{T_{o_e}} q_o < \frac{T_a - T_{o_i}}{T_{o_i}} q_o$$

Le rapport des deux flux constitue le coefficient de correction τ, c.à.d.

$$\tau = \frac{T_a - T_{o_e}}{(T_a - T_{o_i})} \cdot \frac{T_{o_i}}{T_{o_e}} \tag{12}$$

Nous avons étudié la fonction $\tau = \phi\ (\theta_0, \Delta\theta_0)$ pour les conditions qui interessent le processus réel usuel : θ_0 de $+5°C$ à $15°C$, θ_a égale à $+20°C$, $\Delta\theta_0$ de 0 à 10 dgrs. Les conclusions sont syntétisées par les courbes de la figure 11.

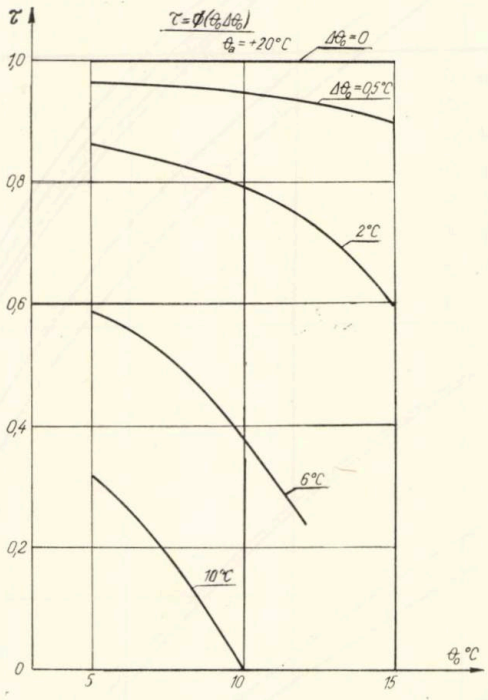


Fig. 11

2.3. *La relation de calcul et la variation de la valeur du rendement exergétique du processus réel*

Du matériel ci-dessus présenté résulte l'expression du rendement exergétique du processus frigorifique réel, à éection de vapeur d'eau, à la forme,

$$\eta_{ex(r)} = \eta_{ex} = \eta_{ex(t)} \cdot \eta_{ej} \cdot \tau \tag{13}$$

Nous avons étudié cette expression comme fonction $\eta_{ex} = F\ (\theta_0, p_v, \Delta\theta_0, \theta_c)$ pour les conditions usuelles, déjà mentionées (θ_0 de $+5°C$ à $+15°C$, p_v de 2 kgf/cm² à 8 kgf/cm², $\Delta\theta_0$ et $\Delta\theta_c$ de 0° dgrs à 10 dgrs, θ_c égale $+25°C$ et θ_a égale $20°C$). Les conclusions sont syntétisées par les courbes figure (12).

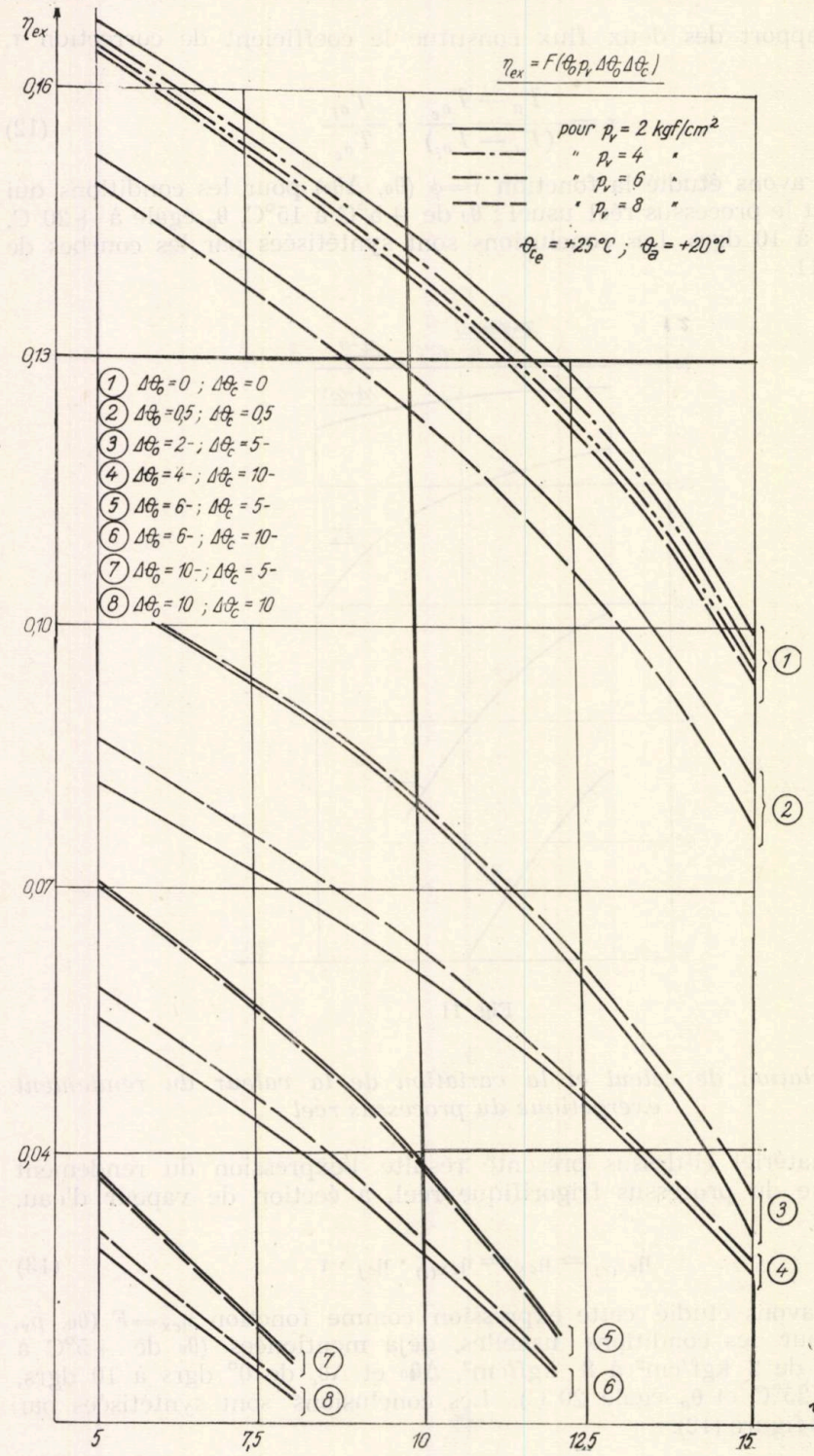

η_{ex}
$\eta_{ex} = F(\vartheta_0 p_v \Delta\vartheta_0 \Delta\vartheta_c)$
0,16
0,13
0,10
0,07
0,04
pour p_v = 2 kgf/cm²
" p_v = 4 "
" p_v = 6 "
" p_v = 8 "
ϑ_{te} = +25°C ; ϑ_a = +20°C
① $\Delta\vartheta_0$ = 0 ; $\Delta\vartheta_c$ = 0
② $\Delta\vartheta_0$ = 0,5 ; $\Delta\vartheta_c$ = 0,5
③ $\Delta\vartheta_0$ = 2- ; $\Delta\vartheta_c$ = 5-
④ $\Delta\vartheta_0$ = 4- ; $\Delta\vartheta_c$ = 10-
⑤ $\Delta\vartheta_0$ = 6- ; $\Delta\vartheta_c$ = 5-
⑥ $\Delta\vartheta_0$ = 6- ; $\Delta\vartheta_c$ = 10-
⑦ $\Delta\vartheta_0$ = 10- ; $\Delta\vartheta_c$ = 5-
⑧ $\Delta\vartheta_0$ = 10 ; $\Delta\vartheta_c$ = 10
5
7,5
10
12,5
15
ϑ_0

Fig. 12

On en déduit pour les valeurs du rendement exergétique du processus réel et pour leurs conditions de variation :

— Les valeurs de ce rendement sont très réduites: elles varient de 0,1671 à 0,0136 pour les conditions usuelles du processus réel.

— Ces valeurs réduites s'expliquent tant par le niveau de la température de vaporisation de l'agent, θ_0, à proximité de la température ambiante θ_a, que par la faible valeur du rendement de l'éjecteur, λ.

— Elles baissent sensiblement et d'une manière continue avec l'augmentation des valeurs de la température de vaporisation θ_0, condition qui aproche encore cette température, de la température ambiante θ_a.

— Ces valeurs sont insensiblement influencées par les valeur de la pression de la vapeur active p_v, donc l'utilisation de cette vapeur aux paramètres élevés conduit à de faibles améliorations du processus mais à d'importants dépens. Si on examine les conditions de l'influence de ce paramètre p_v. on remarque l'avantage des basses pressions pour les processus effectués par de faibles écarts $\Delta\theta_0$ et $\Delta\theta_c$ (courbes notées (1) et le contraire pour ceux effectués par d'importants écarts $\Delta\theta_0$ et $\Delta\theta_c$ (courbes de 3 à 8). L'anomalie apparente est due aux valeurs plus importantes des flux d'anergie contenues dans les flux de chaleurs, à mesure que la température θ_v augmente (voir la relation (4)).

— Les différences de température $\Delta\theta_0$ et $\Delta\theta_c$, et specialement $\Delta\theta_0$, exercent une influence remraquable sur la valeur du rendement exergétique, donc les projets des installations frigorifique à éjection de la vapeur d'eau, pour „le conditionnement", doivent être effectués considérant des écarts de température $\Delta\theta_0$ et $\Delta\theta_c$ très reduits.

Les conclusions de l'analyse présentée donnent la possibilité des calculs convenant particulièrement trés bien pour les problèmes d'optimation.

La chaire de thérmotechnique et machines thermiques
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Baehr, H. D.*, Thermodynamik, 2 Aufl. Berlin, Springer-Verlag, 1961.
2. *Plank, R.*, Thermodinamische Grundlagen. Berlin, Springer-Verlag, 1953.
3. *Baehr, H. D., Hoffmann, E., Plank, R.*, Verfahren der Kälteerzeugung. Berlin, Springer-Verlag, 1959.
4. *Stamatescu, C., Grigoriu, M., Duicu, T.*, Criterii bazate pe randamentele exergetice, la stabilirea unor parametri determinanți în procesele de producere a frigului prin comprimare de vapori. București, Revista de Studii și Cercetări de energetică și electrotehnică, nr. 3/1967.
5. *Stamatescu, C., Grigoriu, M., Duicu, T.*, Une caractéristique pour exprimer la qualité du processus frigorifique à absorbtion amoniac-eau. București, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", nr. 6/1967.
6. *Messing, T.*, Über den Energieverbrauch von Dampfstrahlkälteanlagen. Karlsruhe, Kältetechnik nr. 2/1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971, Numărul 2

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C.Z. : 621.8.02:621-82

DINAMICA MECANISMELOR HIDROSTATICE DE REGLARE A LANȚURILOR CINEMATICE *

A. OPREAN, FL. IONESCU

În etapa actuală larga răspîndire a sistemelor de acționare hidrostatică a mașinilor unelte determină intensificarea cercetărilor teoretice și experimentale a acestora.

Folosirea acestor sisteme ca mecanisme de reglare a lanțurilor cinematice principale, a lanțurilor cinematice de avans, sau în lanțurile cinematice complexe (copiere, comandă după program, control activ etc.) necesită studierea comportării acestui sistem sub aspect dinamic, ca factor determinant al performanțelor tehnice ale mașinilor unele.

Avînd în vedere faptul că în multe cazuri motoarele hidraulice rotative sînt de preferat față de cele rectilinii, deoarece au o caracteristică proprie mai rigidă la care se adaugă și rigiditatea transformatorului de mișcare mecanic, lucrarea de față are ca obiect studiul momentului de inerție al acestor motoare.

Plecînd de la ecuația generală de mișcare a motorului hidraulic rotativ [1] :

$$I_r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + f \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \frac{dI_r}{d\varphi} = \frac{q_M (p_1 - p_2)}{2\pi} - \frac{q_M (p_3 + p_4)}{2\pi} \quad (1)$$

se constată că pentru rezolvarea acestei ecuații diferențiale neliniare și neomogene este necesar a se studia variația momentului de inerție redus J_r al sistemului antrenat de acest motor.

Momentul de inerție redus poate fi scris sub forma :

$$I_r = I_T + \Sigma I_i \left(\frac{\omega_i}{\omega}\right)^2 + m\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \quad (2)$$

unde :

J_T — momentul de inerție al motorului hidraulic
J_i — momentul de inerție a maselor în mișcare de rotație reduse la axul rotorului
ω_i — viteza unghiulară a maselor în rotație
m — masa elementelor mobile cu mișcare rectilinie
v — viteza acestor elemente în mișcare rectilinie.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București mai 1970.

Din relația 2 urmează să se determine în primul rînd momentul de inerție al motorului hidraulic J_T care la unele motoare hidraulice cum sînt cele cu pistonașe radiale și cu palete, este variabil din cauza variației razei ρ (fig. 1) a elementelor mobile (pistonașe sau palete și elementele de ghidare) cu unghiul φ. În cele ce urmează se va determina J_T pentru un motor hidraulic cu pistonașe radiale.

Conform figurii 1, se poate considera momentul de inerție a elementelor în mișcare de rotație ca o sumă a unor momente de inerție constante J_{RT} și a unor momente variabile J_P cu excentricitatea „e" și cu număr de pistonașe „z".

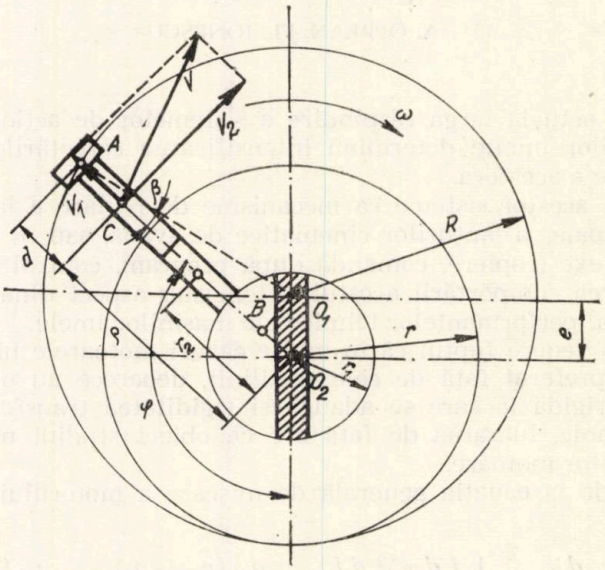


Fig. 1

$$J_T = J_{RT} + J_P \tag{3}$$

în care :

J_T — momentul de inerție total al motorului hidraulic

J_{RT} — momentul de inerție al rotorului

J_P — momentul de inerție al pistonașelor și elementelor de ghidare.

Întrucît momentul de inerție J_{RT} este mai ușor de calculat se va proceda la stabilirea relației de calcul a momentului J_P.

Pentru rezolvarea problemei se consideră întreaga masă a pistonașului concentrată în punctul C la distanța ρ față de centrul O_2.

Conform figurii 1, momentul de inerție al unui corp de masă „m" în rotație în jurul unei axe O la distanța „ρ", este :

$$J_P = m_p \cdot \rho^2 \tag{4}$$

Momentul de inerție al întregului ansamblu de pistonașe este o sumă de „z" momente de inerție determinate de cele „z" pistonașe dispuse pe un cerc la intervalul de unghi :

$$\gamma = \frac{2\pi}{z} \tag{5}$$

Din relația (4) rezultă că este necesar să se determine raza centrului de greutate „ρ" [3].

Din figura 1, raza instantanee ρ se poate determina din ΔABO_2 și ΔBO_2O_1 :

$$\rho = \overline{AB} + \overline{BO_2} - a = R\cos\beta + e\cos(180° - \varphi) - a$$

unde a=ct. cunoscut pentru fiecare tip de pistonaș.

$$\rho = R\cos\beta - a - e\cos\varphi \tag{6}$$

Pentru a înlocuit $\sphericalangle\beta$ în relația 6 cu elemente cunoscute, se va scrie valoarea catetei BO_2 din ΔAO_2B și ΔBO_2O_1.

$$R\sin\beta = e\sin(180° - \varphi) \tag{7}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{R}\sin\varphi \tag{8}$$

iar

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{e^2}{R^2}\sin^2\varphi} \tag{9}$$

Ținînd seama că $\frac{e}{R} \approx 0{,}05$ și $\sin\varphi_{max} = 1$, termenul $\frac{e^2}{R^2}\sin^2\varphi \ll 1$, prin urmare $\cos\beta \approx 1$.

Făcînd înlocuirile în relația (6) se obține :

$$\rho = (R - a) - e\cos\varphi \tag{10}$$

Momentul de inerție va fi deci :

$$J_{pi} = m_p\,[(R - a) - e\cos\varphi_i]^2 \tag{11}$$

Considerînd distribuția pistoanelor conform relației (5) începînd de la pistonașul 1 se obține pentru :

$$\varphi_1 = 0;\quad J_{p_1} = m_p\,[(R - a) - e]^2;\ \cos\varphi = \cos\cdot\,0\frac{2\pi}{Z} = 1 \tag{12}$$

$$\varphi_2 = 1;\quad J_{p_2} = m_p\left[(R - a) - e\cos\left(1\cdot\frac{2\pi}{Z}\right)\right]^2 \tag{13}$$

$$\varphi_3 = 2;\quad J_{p_3} = m_p\left[(R - a) - e\cos\left(2\cdot\frac{2\pi}{Z}\right)\right]^2 \tag{14}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\varphi_i = (i - 1)\gamma;\quad J_{p_i} = m_p\left[(R - a) - e\cos\left((i - 1)\frac{2\pi}{Z}\right)\right]^2 \tag{15}$$

$$\varphi_z = (z - 1)\gamma;\quad J_{p_z} = m_p\left[(R - a) - e\cdot\cos\left((z - 1)\frac{2\pi}{Z}\right)\right]^2 \tag{16}$$

Momentul de inerție al ansamblului de pistonașe se obține în final:

$$J_p = m_p \sum_{i=1}^{z} \left[(R-a) - e\cos\left((i-1)\frac{2\pi}{Z}\right)\right]^2 \tag{17}$$

Avînd în vedere că relația (17) care este un caz particular pentru care $\varphi_1 = \varphi = O$ și nu conține deci unghiul curent φ se va scrie ecuația finală pornind de la considerațiile că :

$$\varphi_1 = \varphi \quad ; \quad \varphi_2 = \varphi + \gamma \; : \; \varphi_3 = \varphi + 2\gamma \ldots$$

$$\varphi_i = \varphi + (i-1)\gamma \quad ; \quad \ldots \; \varphi_z = \varphi + (z-1)\gamma$$

relația (17) devenind astfel :

$$J_p = m_p \sum_{i=1}^{z} \left\{ (R-a) - e \cdot \cos\left[\varphi + (i-1)\frac{2\pi}{Z}\right]\right\}^2 \tag{18}$$

Relația (18) se poate particulariza pentru diferite numere de pistonașe „z" dintre cele mai uzuale :

$$z = 1 \; ; \quad J_{1_p} = m_p \{(R-a) - e\cos\varphi\}^2 \tag{19}$$

$$z = 2 \; ; \quad J_{2p} = m_p \left\{ \underbrace{[(R-c) - e\cos\varphi]^2}_{A_2} + \underbrace{[(R-a) - c\cos(\varphi+\pi)]^2}_{B_2} \right\} \tag{20}$$

$$z = 3 \; ; \quad J_{3p} = m_p \left\{ (A_3 + B_3 + \underbrace{\left[(R-a) - e\cos\left(\varphi + 2\frac{2\pi}{3}\right)\right]^2}_{C_3} \right\} \tag{21}$$

$$z = 4 \; ; \quad J_{4p} = m_p \left\{ A_4 + B_4 + C_4 + \underbrace{\left[(R-a) - e\cos\left(\varphi + \frac{3\pi}{2}\right)\right]^2}_{D_4} \right\} \tag{22}$$

$$z = 5 \; ; \quad J_{5p} = m_p \left\{ A_5 + B_5 + C_5 + D_5 + \underbrace{\left[(R-a) - e\cos\left(\varphi + 4\frac{2\pi}{5}\right)\right]^2}_{E_5} \right\} \tag{23}$$

$$z = 6 \; ; \quad J_{6p} = m_p \left\{ A_6 + B_6 + C_6 + D_6 + E_6 + \underbrace{\left[(R-a) - e\cos\left(\varphi + 5\frac{\pi}{3}\right)\right]^2}_{F_6} \right\} \tag{24}$$

$$z = 7 \; ; \quad J_{7p} = m_p \left\{ A_7 + B_7 + C_7 + D_7 E_7 + F_7 + \underbrace{\left[(R-a) - e\cdot\cos\left(\varphi + 6\frac{2\pi}{7}\right)\right]^2}_{} \right\} \tag{25}$$

$$z = 8 \; ; \quad J_{8_p} = m_p \left\{ A_8 + B_8 + C_8 + D_8 + E_8 + F_8 + G_8 + \underbrace{\left[(R-a) - e\cos\left(\varphi + 7\frac{2\pi}{8}\right)\right]^2}_{H_8} \right\} \tag{26}$$

$$z=9\,;\,J_{9p}=m_p\left\{A_9+B_9+C_9+\ldots G_9+H_9+\underbrace{\left[(R-a)-e\cos\left(\varphi+8\frac{2\pi}{9}\right)\right]^2}_{I_9}\right\} \quad (27)$$

$$z=10\;;\quad J_{10_p}=m_p\left\{A_{10}+B_{10}+C_{10}+\ldots+H_{10}+I_{10}+\right. \quad (28)$$

$$\left.\underbrace{\left[(R=a)-e\cdot\cos\left(\varphi+9\frac{2\pi}{10}\right)\right]^2}_{I_{10}}\right\}$$

$$z=11\;;\quad I_{11p}=m_p\left\{A_{11}+B_{11}+C_{11}+\ldots+I_{11}+J_{11}+\right. \quad (29)$$

$$\left.+\underbrace{\left[(R-a)-e\cdot\cos\left(\varphi+10\frac{2\pi}{11}\right)\right]^2}_{K_{11}}\right\}$$

$$z=12\;;\quad J_{12p}=m_p\left\{A_{12}+B_{12}+C_{12}+\ldots+I_{12}+K_{12}+\right. \quad (30)$$

$$\left.+\underbrace{\left[(R-a)-e\cdot\cos\left(\varphi+10\frac{2\pi}{12}\right)\right]^2}_{L_{12}}\right\}$$

Din relațiile (19—30) se poate observa că momentele de inerție sînt formate din valori constante la care se adună funcțiile periodice de cos și $\cos^2$ de argumente ce diferă între ele cu unghiuri ce scad pe măsura creșterii numărului „z" de pistonașe.

În relația (3), în scopul determinării momentului de inerție total, trebuie determinată valoarea lui J_{RT}, care deși constantă intervine în J_T contribuind la creșterea acestuia, fapt ce face ca pulsațiile ce apar datorită variației cosinusoidale a lui J_p să influențeze în mai mică măsură valoarea medie.

Conform fig. 1 se poate scrie :

$$J_{RT}=J_{RT_1}-J_{RT_2} \quad (31)$$

unde :

J_{RT_1} — momentul de inerție al rotorului propriu zis considerînd cilindrii și canalele de evacuare pline.

$$J_{RT_1}=M\frac{r^2}{2}+M_1\frac{r_1^2}{2} \quad (32)$$

unde :

$M \frac{r^2}{2}$ — momentul de inerție al rotorului considerat un disc de masă M și rază r.

$M_1 \frac{r_1^2}{2}$ — momentul de inerție al părții corespunzătoare diametrului d, de rază (r_1) (vezi fig. 1)

J_{RT_2} — momentul de inerție al canalelor de evacuare și a cilindrilor pistonașelor.

$$J_{RT_2} = z\, m\, r_2^2 \tag{33}$$

în care :

z — reprezintă numărul pistonașelor

m — masa corespunzătoare unor cilindri plini

r_2 — raza centrelor de greutate corespunzătoare cilindrilor plini.

Revenind în relația (31) se obține :

$$J_{RT} = M\frac{r^2}{2} + M_1\frac{r_1^2}{2} - z\, m\, r_2^2$$

Revenind la relația (3) și făcînd înlocuirile se obține :

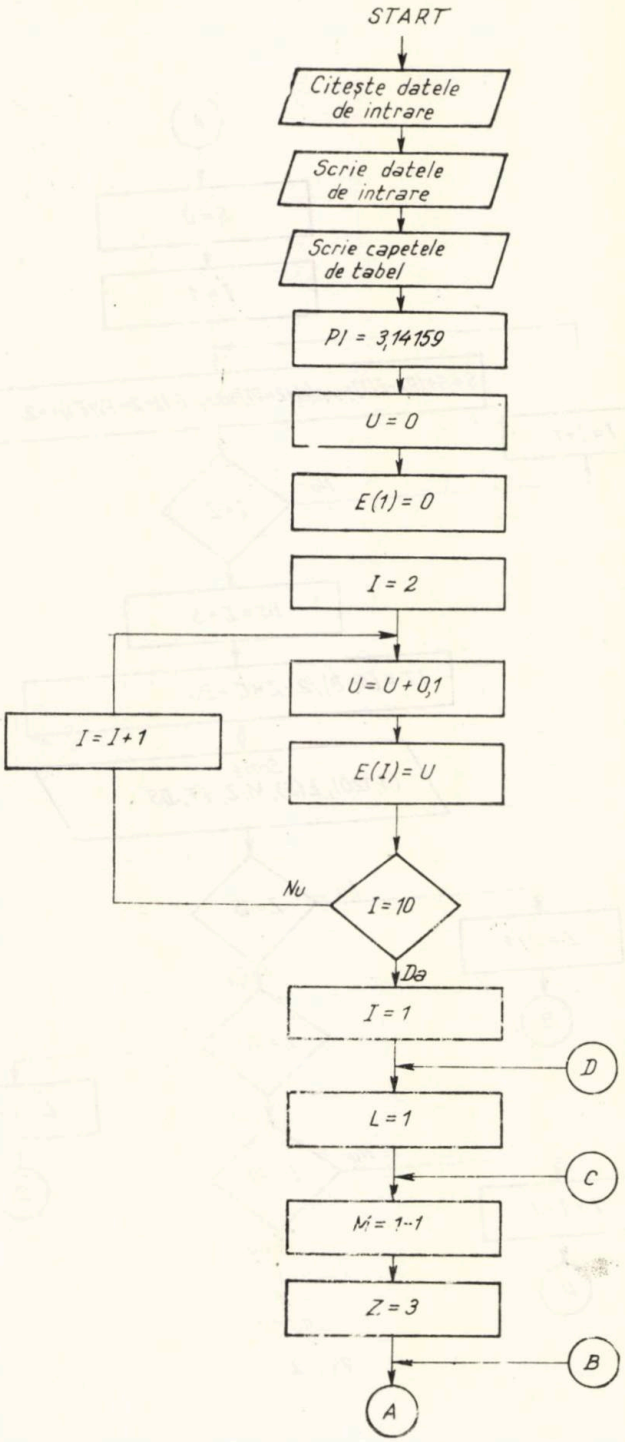
$$J_T = M\frac{r^2}{2} + M_1\frac{r_1^2}{2} - z\, m\, r_2^2 + J_P$$

sau înlocuind valoarea lui J_P din relația (18) se obține :

$$J_{T(z,e,\varphi)} = \frac{1}{2}\left[M r^2 + M_1 r_1^2\right] - z \cdot m \cdot r_2^2 + m_p \sum_{i=1}^{z} \left\{\left[(R-a) - e \cdot \cos\left[\varphi + (i-1)\frac{2\pi}{z}\right]\right]\right\}^2 \tag{34}$$

Rezolvarea obișnuită a ecuației (34) și studierea variației momentului de inerție în funcție de e, z și φ ar fi necesitat o muncă îndelungată, motiv pentru care s-a recurs la folosirea calculatorului numeric. Pentru rezolvarea pe calculator a relației (34) în care J_T este o funcție de trei parametri, s-a elaborat o schemă logică și un program în limbaj Full Fortran simbolizat FFORTRAN, după cum se vede în figura 2 și 3.

Calculatorul a fost programat pentru a citi (relația 3) atît momentul de inerție al pistonașelor și elementelor de ghidare cît și momentul de inerție total J_T.


START
Citește datele de intrare
Scrie datele de intrare
Scrie capetele de tabel
PI = 3,14159
U = 0
E(1) = 0
I = 2
U = U + 0,1
E(I) = U
I = I + 1
Nu
I = 10
Da
I = 1
D
L = 1
C
Ni = 1--1
Z = 3
B
A

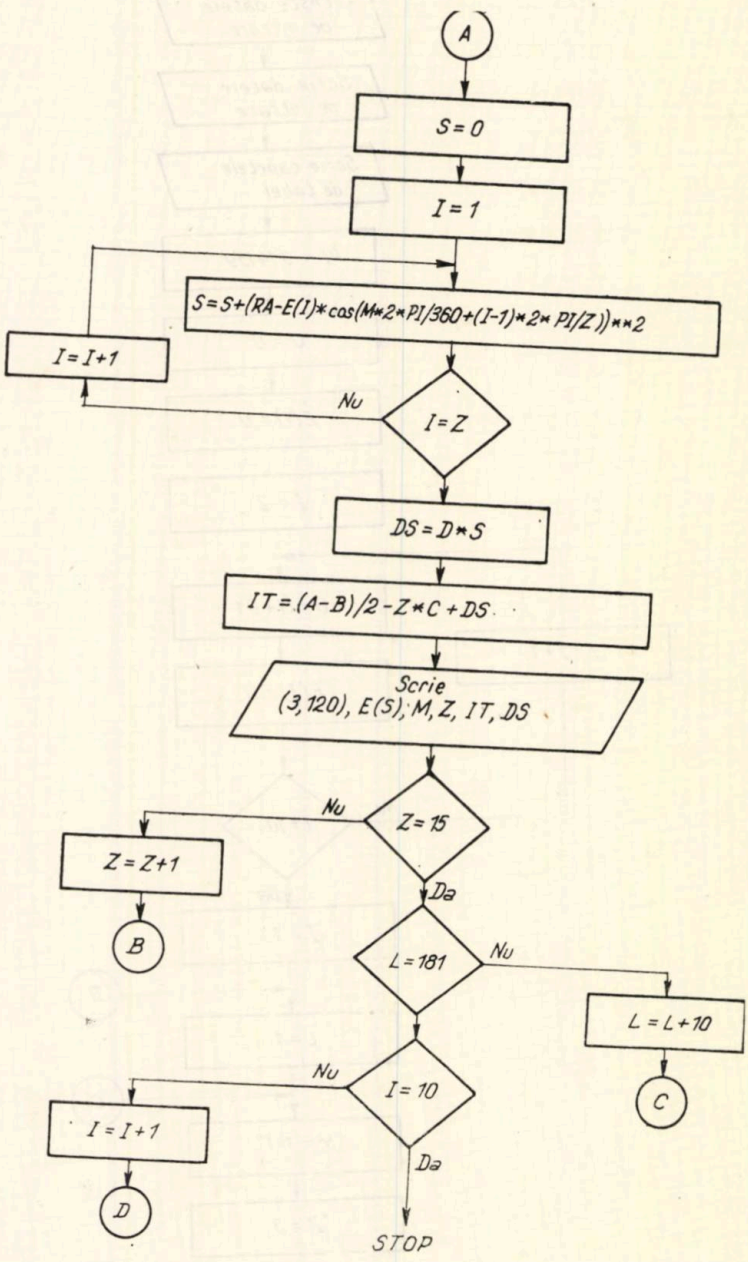

A
S=0
I=1
S=S+(RA-E(I)*cos(M**2*PI/360+(I-1)**2*PI/Z))**2
I=I+1
Nu
I=Z
DS=D*S
IT=(A-B)/2-Z*C+DS
Scrie
(3,120), E(S), M, Z, IT, DS
Nu
Z=15
Z=Z+1
B
Da
L=181
Nu
L=L+10
C
Nu
I=10
I=I+1
D
Da
STOP

Fig. 2

```
      DIMENSION E (24)
      REAL IT
      INTEGER Z
      READ (1,100) A, B, C, D, RA
100   FORMAT (5 F 5. 1)
      WRITE (3·110) A, B, C, D, RA
110   FORMAT (5(3x, F5, 1//))
      WRITE (3, 121)
121   FORMAT ('', 'E', T 16, 'FI', T 26, 'Z', T 47, 'IT' ///)
      PI = 3.14159
      U = D
      DO 3 I = 1,10
      U = U + 0,1
3     E (I) = U
      DO 2 L = 1, 181, 10
      M = L — 1
      DO 2 Z = 1, 15, 1
      S = D
      DO 1 I = 1, Z
1     S = S + (RA — E (J) x cos (M x 2 x PI/360 +
      + (I — 1) x 2 x PI/Z)) xx 2,
      DS = D x S
      IT = (A — B)/2 — Z X C + DS
2     WRITE (3, 120), E (J), M, Z, IT, DS.
120   FORMAT ('', F4, 1, T 15, 13. T 25, I3, T 40, E 14,
                  7, 10 x, F 9·3)
      END
```

Fig. 3

Pentru rezolvarea ecuației (34) constantele au fost introduse plecîndu-se de la valorile echivalente la un motor hidraulic cu pistonașe radiale cu următoarele caracteristici :

$M r^2 = 348$/kgf cm^2 ; $M_1 r_1^2 = 0{,}9$ kgf cm^2
$m r_2^2 = 4{,}8$ kgf cm ; $m_v = 0{,}3$ kg ; $R = 10$ cm
$a = 0{,}2$ cm ; $R - a = 9{,}8$ cm

Determinarea maximelor funcţiei periodice de timp J_T

Ca funcţie de trei variabile, studiul devine uşor de abordat dacă se face observaţia că, menţinîndu-se constante pe rînd două variabile, studiul influenţei celei de a treia devine posibil şi anume :

Pentru: 1) $\varphi = ct$; $e = ct$; $z \neq ct$

$$J_T = A + \left(\sum_{i=1}^{z} B_1\right) Z \tag{35}$$

ecuaţia unei drepte ce intersectează axele în : $Y\left(0, -\frac{B}{A}\right)$; $Z(A, 0)$

2) $\varphi = ct$: $e \neq ct$: $z = ct$

$$J_T = A_1 + B_1 \quad e_1 + C_1 e_1^2 = I\,(e) \tag{36}$$

ecuaţia de gradul II (parabolă) cu soluţiile

$$e_{1,2} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4\,A \cdot C}}{2\,A_1} \tag{37}$$

e_1 şi e_2 fiind punctele de intersecţie cu axa „e".

Punctele de minim

$$\frac{d\,J_T}{d\,e} = B_1 + 2\,C_1 e = 0\,; \quad e = -\frac{B}{2\,C_1}$$

Este situaţia care transformă pe $J_T = f(\varphi)$ în ecuaţia unei parabole

3) $e = ct$; $z = ct$: $\varphi \neq ct$

$$J_T = J_{(\varphi)} = A_3 + B_3 \cos(\varphi + k_3) + C_3 \cos^2(\varphi + k_3) \tag{38}$$

Pe baza calculelor obţinute din calculatorul numeric şi prelucrării acestora au fost construite o serie de curbe de variaţie a momentului de inerţie total J_T al motorului hidraulic (v. fig. 4...11).

Concluziile la care s-a ajuns în urma studiului şi prelucrării datelor sînt următoarele :

1. Variaţia momentului de inerţie cu excentricitatea este foarte mică încît este greu de evidenţiat în cadrul unui grafic.

În graficele din fig. (5—11) este reprezentată variaţia momentului de inerţie în funcţie de unghiul poziţional φ. Se constată în primul rînd, cum era şi de aşteptat, că momentul de inerţie J_P al elementului mobil (pistonaş şi element de ghidare), variază după o funcţie periodică, deci la fel cum variază şi debitul şi cuplul motor.

Se constată deasemenea că la un număr mic de pistonaşe (z=1...3) caracterul variaţiei este mai pronunţat, iar la număr mai mare de pistonaşe, de la 5 în sus, aplatisarea curbei totale de variaţie a momentului J_P cu unghiul φ ajungînd să se confunde cu o dreaptă.

Se observă totodată o uşoară scădere al momentului J_{RT} al rotorului cu creşterea numărului de pistonaşe, fapt care se explică prin micşorarea masei sale ca urmare a creşterii numărului de găuri radiale (locaşurile pistoanelor).

3. Variaţia celor trei momente J_T, J_{RT} şi J_P cu numărul de pistonaşe „z" şi excentricitatea „e" este reprezentată în fig. 4.

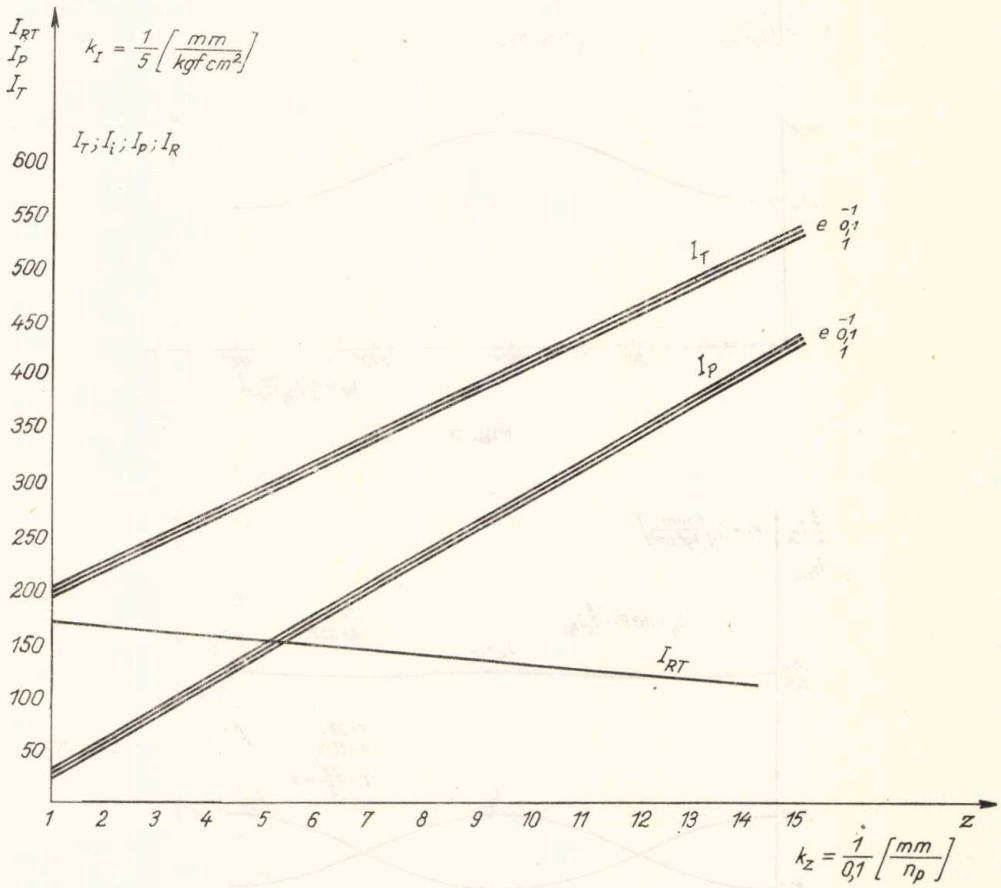


Fig. 4

Din figură se observă variaţia insignifiantă a acestor momente cu excentricitatea, în schimb are loc o variaţie sensibilă a acestora cu numărul de pistonaşe.

Panta negativă a momentului J_{RT} în funcţie de numărul de pistonaşe se explică, cum s-a arătat mai sus, prin mişcarea masei rotorului.

4. În final, din cele arătate se constată că pentru un număr de pistonașe uzual 5—9 folosit la motoarele hidraulice cu pistonașe radiale (sau de palete) se poate considera că momentul de inerție total al motorului $J_T \approx$ const. Dacă mai ținem seama că, pentru comoditatea calculelor ulterioare (conform ecuației 1), motorul poate fi încărcat cu o sarcină inerțială S_J sub forma unor discuri montate chiar pe axul motorului și că în consecință factorul al doilea și al treilea din expresia (2) a momentului redus J_r sînt constante, rezultă că și $J_r \approx$ constant ; deci $\frac{dI_r}{d\varphi} = 0$.

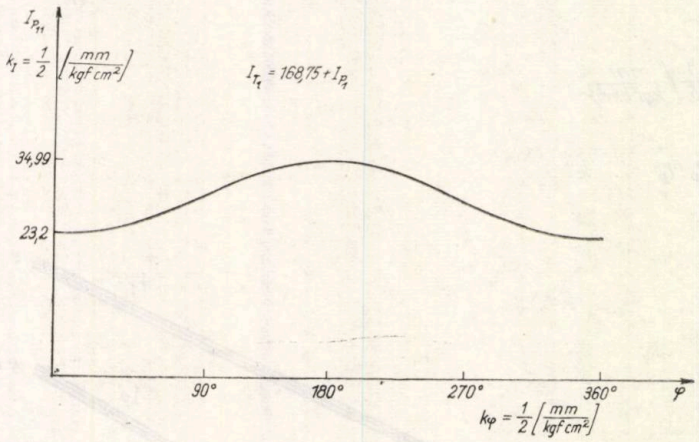


Fig. 5

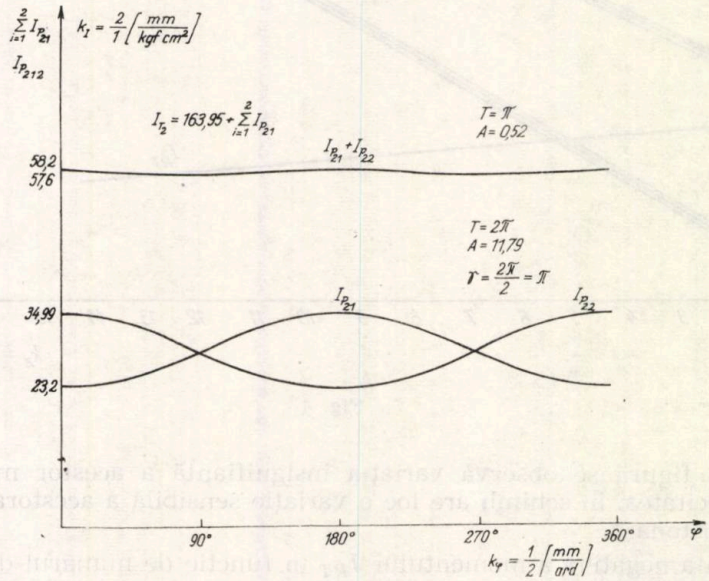


Fig. 6

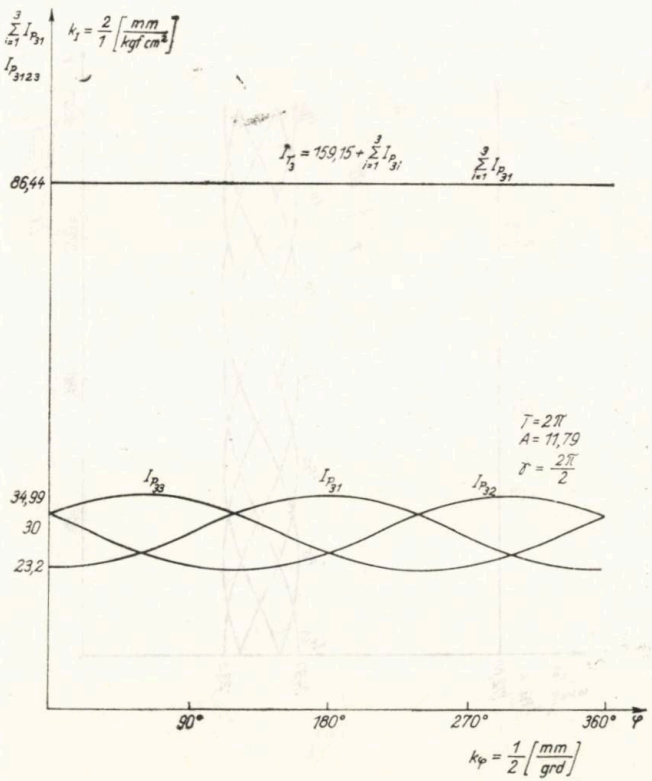

$\sum_{i=1}^{3} I_{P_{31}}$
$k_1 = \frac{2}{1}\left[\frac{mm}{kgf\,cm^2}\right]$
$I_{P_{3123}}$
$I_{T_3} = 159,15 + \sum_{i=1}^{3} I_{P_{3i}}$
$\sum_{i=1}^{3} I_{P_{3i}}$
86,44
$T = 2\pi$
$A = 11,79$
$\gamma = \frac{2\pi}{2}$
$I_{P_{33}}$
$I_{P_{31}}$
$I_{P_{32}}$
34,99
30
23,2
90°
180°
270°
360°
φ
$k_\varphi = \frac{1}{2}\left[\frac{mm}{grd}\right]$

Fig. 7

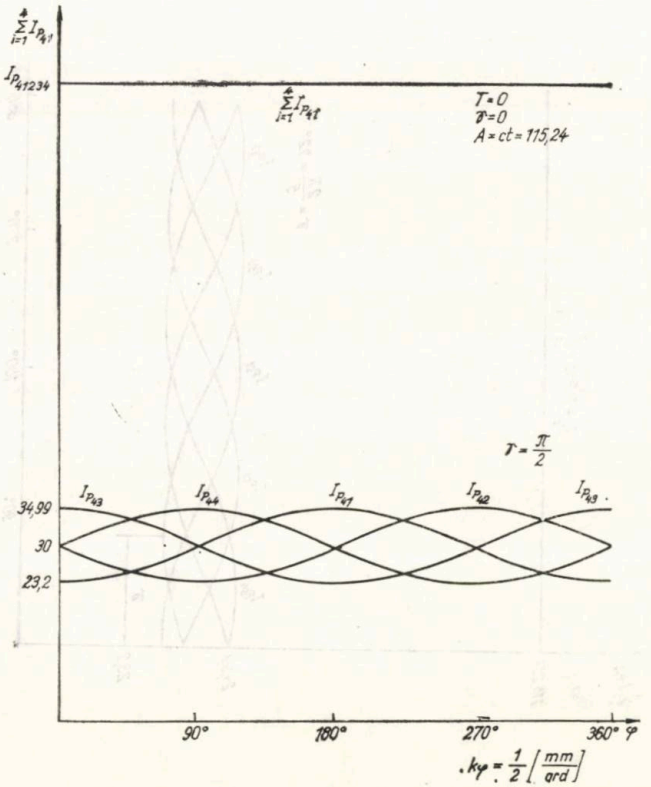

$\sum_{i=1}^{4} I_{P_{4i}}$
$I_{P_{41234}}$
$\sum_{i=1}^{4} I_{P_{4i}}$
$T = 0$
$\gamma = 0$
$A = ct = 115,24$
$\gamma = \frac{\pi}{2}$
$I_{P_{43}}$
$I_{P_{44}}$
$I_{P_{41}}$
$I_{P_{42}}$
$I_{P_{43}}$
34,99
30
23,2
90°
180°
270°
360°
φ
$k_\varphi = \frac{1}{2}\left[\frac{mm}{grd}\right]$

Fig. 8

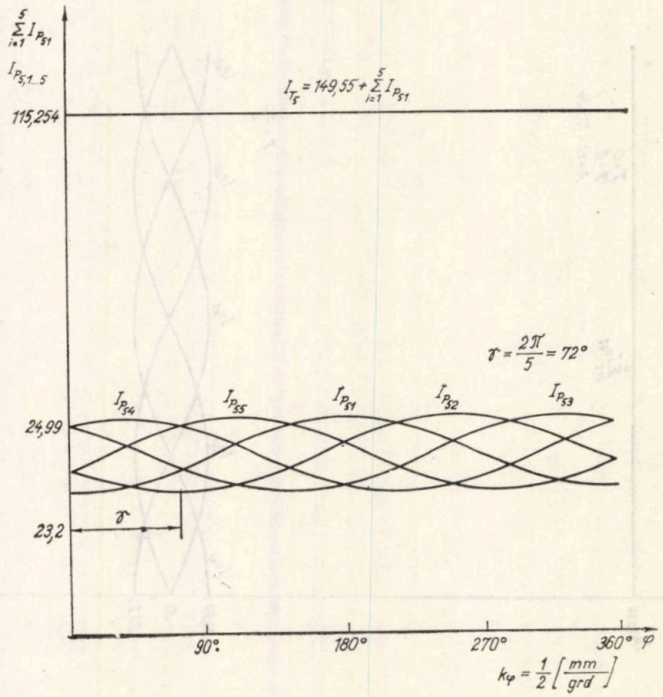

$\sum_{i=1}^{5} I_{P_{S1}}$
$I_{P_{S1...5}}$
115,254
$I_{T_S} = 149,55 + \sum_{i=1}^{5} I_{P_{S1}}$
$\gamma = \frac{2\pi}{5} = 72°$
$I_{P_{S4}}$
$I_{P_{S5}}$
$I_{P_{S1}}$
$I_{P_{S2}}$
$I_{P_{S3}}$
24,99
23,2
γ
90°
180°
270°
360°
φ
$k_\varphi = \frac{1}{2}\left[\frac{mm}{grd}\right]$

Fig. 9

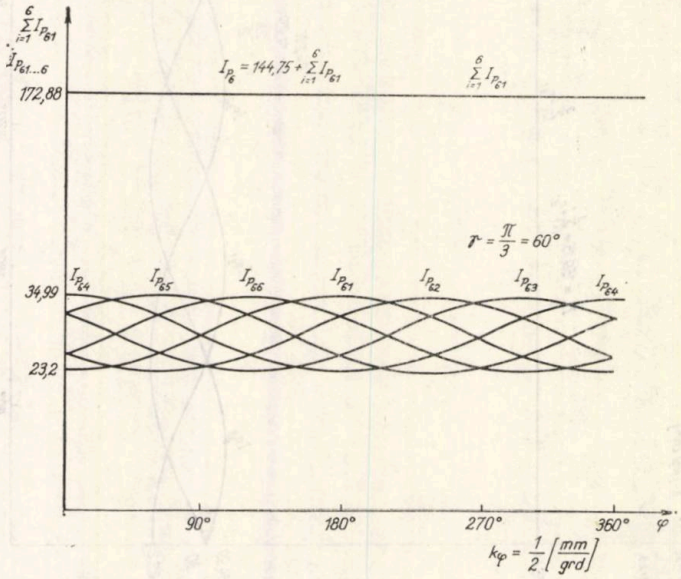

$\sum_{i=1}^{6} I_{P_{61}}$
$I_{P_{61...6}}$
172,88
$I_{T_6} = 144,75 + \sum_{i=1}^{6} I_{P_{61}}$
$\sum_{i=1}^{6} I_{P_{61}}$
$\gamma = \frac{\pi}{3} = 60°$
$I_{P_{64}}$
$I_{P_{65}}$
$I_{P_{66}}$
$I_{P_{61}}$
$I_{P_{62}}$
$I_{P_{63}}$
$I_{P_{64}}$
34,99
23,2
90°
180°
270°
360°
φ
$k_\varphi = \frac{1}{2}\left[\frac{mm}{grd}\right]$

Fig. 10

5. Avînd în vedere ponderea momentului de inerție propriu J_T în relația momentului redus J_r din relație (2) și influența razei ρ a elementelor mobile asupra momentului J_T al motorului rezultă necesitatea micșorării razei de dispunere a elementelor mobile rotative, adică dispunerea axială a pistonașelor. În consecință pentru sistemele hidraulice care

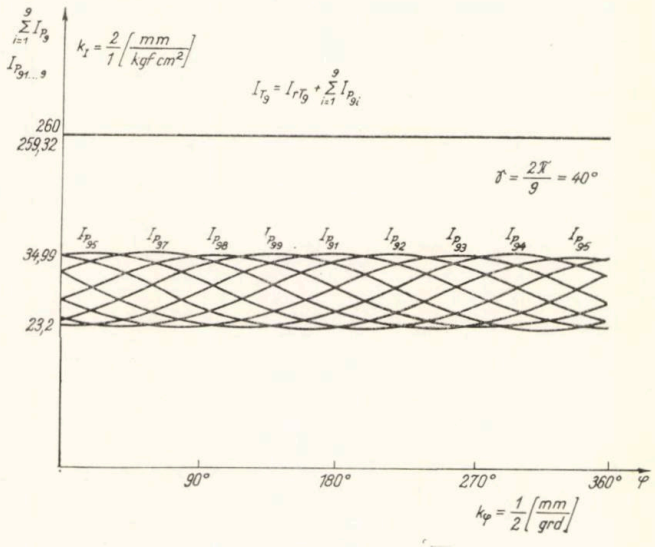


Fig. 11

funcționează în regim tranzitoriu, sisteme de copiere, de poziționare etc.) este indicat a se folosi motoare cu pistonașe axiale ce avînd momente de inerție mai mici decît cele cu pistonașe radiale pentru puteri egale.

Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Oprean, F. Ionescu, L. Măsălar, M. Dobre*, Studiul dinamicii motoarelor hidrostatice rotative în Studii și cercetări de mecanică aplicată. Sub tipar.
2. *M. Vîlcovici, St. Bălan, R. Voinea*, Mecanică teoretică E.T. 1968
3. *A. Oprean*, Hidraulica mașinilor-unelte, E.D.P. 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
„TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

ELECTRONICĂ

C.Z. 1 515 68

TEORIA CUASIABSTRACTĂ A SISTEMELOR DE TRANSMISIUNE A INFORMAȚIEI *

ADRIAN T. MURGAN

1. Introducere

Definiția 1 — Se numește *obiect* $\mathcal{O}$ al unei mulțimi de elemente $\mathfrak{M}$, față de un anumit criteriu, elementul celei mai fine partiții realizate în mulțimea $\mathfrak{M}$ în raport cu criteriul respectiv.

Definiția 2 — O mulțime pe care nu este necesar s-o precizăm se numește amorf sau, simplu, *spațiu.*

Definiția 3 — O relație binară sau, simplu, o *relație* $\mathfrak{R}$ între mulțimile X și Y este o parte a mulțimii $P=X\times Y$.

Observația 1 — O relație poate asocia unui element $x\in X$ mai multe elemente $y\in Y$.

Observația 2 — Considerăm ca domeniu al relației $\mathfrak{R}$ o mulțime $X' \subseteq X$ iar drept codomeniu al relației $\mathfrak{R}$ o mulțime $Y' \subseteq Y$. Astfel

$$\mathfrak{R} \subseteq X' \times Y' \subseteq X \times Y \tag{1}$$

Definiția 4 — O structură Σ este o mulțime $\mathfrak{M}$ de obiecte împreună cu o mulțime de relații în $\mathfrak{M}$.

Observația 3 — O structură este constituită dintr-o mulțime de obiecte interconectate într-un anumit mod.

Definiția 5 — Un *sistem* $\mathfrak{S}$ este o structură care realizează o relație între un spațiu X și un spațiu Y.

Observația 4 — Fie X domeniul relației $\mathfrak{R}$. Elementele lui X se numesc semnale de intrare iar X se va numi spațiul semnalelor de intrare, sau, simplu, *spațiu de intrare.* Analog, dacă Y este codomeniul relației $\mathfrak{R}$, elementele sale se numesc semnale de ieșire iar Y — spațiul semnalelor de ieșire sau, simplu, *spațiu de ieșire.* Odată făcută această precizare, se zice că sistemul este o structură orientată sau constituită din obiecte orientate [1], [9], [11].

---

* Lucrare comunicată în sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969.

2. Specificarea sistemelor în domeniul timp

2.1. *Continuitatea relației*

Semnalele de intrare cît și cele de ieșire sînt aplicații în domeniul timp. De asemenea un sistem evoluează în timp. După modul de evoluție a unui sistem în timp, deosebim *sisteme continui* și *sisteme discrete.*

Definiția 6 — Un *sistem continuu* $\mathcal{S}_C$ realizează o relație continuă în timp.

Definiția 7 — Un *sistem discret* $\mathcal{S}_D$ realizează o relație discretă în timp (adică în momente de timp discrete).

Sistemele discrete sînt de două feluri : sincrone și asincrone.

Definiția 8 — Un sistem discret care evoluează în momente de timp echidistante (regulate) se numește *sistem sincron* ; în caz contrar, se numește *asincron.*

2.2. *Invarianța în timp a relației*

Definiția 9 — Dacă relația realizată nu variază în timp, sistemul se numește *invariant în timp* sau *staționar.* În acest caz, relația se numește *staționară.* În caz contrar sistemul se numește *variant în timp, parametric,* sau *nestaționar* ; relația se zice *nestaționară.*

3. Sisteme deterministe și stochastice

Definiția 10 — Dacă relația realizată are un caracter determinist, sistemul se zice *determinist.*

Definiția 11 — Dacă relația realizată are un caracter probabilist, sistemul se numește *stochastic* (aleator, probabilist).

4. Logica sistemelor

Semnalele fizice care concretizează semnalele de ieșire și de intrare au proprietatea de a fi purtătoare de informație.

Definiția 12 — Proprietatea pe care o are un sistem de a recepționa și transmite o informație se numește *cuasireflectabilitate logică.*

Observația 5 — Sistemele care au proprietatea de cuasireflectabilitate logică se numesc sisteme *cuasireflectabile* sau sisteme de transmisiune a informației în sens restrîns.

Definiția 13 — Proprietatea pe care o are un sistem pe lîngă recepționarea și transmiterea informației de a înmagazina (a memora) o informație se numește *reflectabilitate logică.*

Observația 6 — Sistemele care au proprietatea de reflectabilitate logică se numesc sisteme *reflectabile* sau sisteme de transmisiune a informației în sens larg.

Observația 7 — Relația prin care un sistem realizează recepționarea, transmiterea (și înmagazinarea) informației se numește *relație de cuasi-reflectare* (respectiv, de *reflectare*).

Un semnal de ieșire și unul de intrare se găsesc într-o relație de reflectare sau cuasireflectare.

Definiția 14 — Se spune că un semnal de intrare x *se reflectă* într-un sistem $\mathfrak{S}$ dacă există cel puțin un semnal de ieșire y care să fie în relație de reflectare cu x.

Definiția 15 — Semnalul de ieșire care este în relație de reflectare realizată de un sistem $\mathfrak{S}$ cu un semnal de intrare x se numește *imagine prin reflectare a semnalului x în sistemul $\mathfrak{S}$.*

Observația 8 — În limbaj tehnic, imaginea prin reflectare a semnalului x în sistemul S este numită răspunsul sistemului la semnalul x.

Definiția 16 — *Semn* al unui semnal x relativ la un sistem $\mathfrak{S}$ este orice entitate (distinctă de x; *ex.* o proprietate a lui x, un parametru al lui x) care furnizează sistemului o informație despre x.

Observația 9 — Sistemul se zice în acest caz discriminator de semn.

Definiția 17 — *Semn latent* este o entitate x' dacă există cel puțin un semnal x și cel puțin un sistem $\mathfrak{S}$ astfel încît x' să fie un semn al lui x relativ la $\mathfrak{S}$.

5. Parametrizarea relației

5.1. *Sisteme cu memorie*

Pentru a ușura studiul unui sistem este convenabilă descrierea acestuia în termeni ai unei relații de tip aplicație. Am văzut că o relație $\mathfrak{R}$ între mulțimile X și Y asociază unui element $x \in X$ mai multe elemente $y \in Y$. Aceasta înseamnă că nu putem determina univoc răspunsul sistemului la un anumit semnal de intrare decît dacă avem o informație în plus despre sistem. Această informație definește *starea* sistemului la un moment dat [1], [9], [10], [11].

Definiția 18 — **Starea** unui sistem $\mathfrak{S}$ la momentul t_0, este o etichetă $\sigma(t_0)$ atașată fiecărei perechi ordonate $<x, y>$ astfel încît un semnal de ieșire y este unic determinat de x și $\sigma(t_0)$.

În acest sens, starea lui $\mathfrak{S}$ la momentul t_0 servește exclusiv scopului de parametrizare a relației $\mathfrak{R}$ constituită din perechile ordonate $<x, y>$, astfel încît relația $\mathfrak{R}$ se poate înlocui prin aplicația

$$X \times S \to Y \tag{2}$$

unde S este spațiul stărilor.

Pentru determinarea evoluției sistemului avem, însă, nevoie și de cunoașterea stării în care ajunge sistemul în momentul furnizării răspunsului pentru a putea face o nouă parametrizare a relației la momentul respectiv, adică avem nevoie de aplicația

$$X \times S \to S \tag{3}$$

Observaţia 10 — Am înlocuit, deci, relaţia $\mathfrak{R}$ prin aplicaţiile

$$\mathfrak{R} \Leftrightarrow \begin{cases} X \times S \to Y \\ X \times S \to S \end{cases} \tag{4}$$

Pentru determinarea răspunsului prima aplicaţie este suficientă. Alegînd o stare σ din spaţiul S, prima aplicaţie se poate scrie

$$(\forall_s \sigma)(X \to Y) \tag{5}$$

Deci, pentru o anumită stare $\sigma \in S$, relaţia $\mathfrak{R}$ devine aplicaţia mulţimii X în Y. Aceasta este o interpretare deosebit de utilă în teoria sistemelor.

Definiţia 19 — Sistemele care realizează o relaţie $\mathfrak{R}$ între X şi Y de tip *aplicaţie* fără intervenţia procesului de parametrizare, se numesc *sisteme fără memorie.*

Observaţia 11 — Un sistem fără memorie este un triplet (X, Y, T) unde X este spaţiul de intrare, Y — spaţiul de ieşire şi T este o aplicaţie de la X în Y.

În acest caz T determină şi evoluţia sistemului.

Definiţia 20 — Sistemele care realizează o relaţie $\mathfrak{R}$ între X şi Y reductibilă la o aplicaţie prin intervenţia procesului de parametrizare, se numesc *sisteme cu memorie.*

În acest caz mai este necesară o aplicaţie F pentru determinarea stării sistemului la un anumit moment.

Observaţia 12 — Un sistem cu memorie este un quintuplu (X, Y, S, T, F), unde X este spaţiul de intrare, Y — spaţiul de ieşire, iar T şi F — două aplicaţii de forma

$$\begin{aligned} T &: X \times S \to Y \\ F &: X \times S \to S \end{aligned} \tag{6}$$

6. Sisteme finite şi infinite

Definiţia 21 — Un sistem cu toate spaţiile componente (X, Y, S) finite se numeşte *sistem finit.*

Definiţia 22 — Un sistem cu toate spaţiile componente (X, Y, S) infinite, se numeşte *sistem infinit* [1], [9], [11].

7. Sisteme liniare şi neliniare

Definiţia 23 — Un sistem cu aplicaţiile (T, F) lineare se numeşte *linear.*

Definiţia 24 — Un sistem cu aplicaţiile (T, F) nelineare se numeşte *nelinear* [1], [8].

8. Descrierea sistemelor lineare continui staționare prin operatori și funcționale

În cele ce urmează ne vom limita considerațiile la sistemele lineare continui [2], [7], [10].

8.1. *Operatori și funcționale*

O aplicație a lui X în Y, T, este liniară față de un corp de scalari K, dacă îndeplinește condițiile de aditivitate și de omogeneitate care se reunesc sub forma

$$T(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha(T x_1) + \beta(T x_2) \tag{7}$$

pentru toate perechile $<x_1, x_2>$ și $<\alpha, \beta> \in K$ și $Tx \in Y$. Deoarece elementele lui X și Y sînt la rîndul lor aplicații în domeniul timp, rezultă că aplicația T este un *operator*.

Observația 13 — Un operator este, deci, o aplicație a unei mulțimi de aplicații în altă mulțime de aplicații.

Fiind dat un sistem reprezentat printr-un operator T, fie t un moment particular de timp. Fiecărei aplicații $x \in X$ i se asociază un număr real definit, valoarea Tx_t a lui Tx în acel moment, adică răspunsul sistemului la momentul t. Astfel lui x îi asociem

$$f_t(x) \triangleq Tx_t \tag{8}$$

unde f_t este o aplicație a lui X în corpul numerelor reale, deci, o *funcțională*. În acest fel, operatorul T din (8) este complet specificat de mulțimea $\{f_t\}$ de funcționale cînd îi dăm lui t fiecare valoare în intervalul $(-\infty, \infty)$.

Pentru reprezentarea aplicației T a unui sistem, putem să folosim această mulțime de funcționale $\{f_t\}$ în locul operatorului T. T este un operator liniar dacă și numai dacă fiecare din funcționalele asociate f_t este liniară, deci

$$\begin{aligned} f_t(\alpha x_1 + \beta x_2) &= T(\alpha x_1 + \beta x_2)(t) \\ \alpha f_t(x_1) + \beta f_t(x_2) &= \alpha(Tx_t) + \beta(Tx_2) \end{aligned} \tag{9}$$

Observația 14. — Să nu pierdem din vedere că x_1 și x_2 sînt aplicații de timp ; pentru a nu încărca scrierea n-am mai pus $x_1(t)$ și $x_2(t)$, ci simplu x_1 și x_2.

Definiția 25 — Un operator T se zice *staționar*, iar sistemul pe care-l reprezintă, *invariant în timp* sau *staționar* dacă pentru fiecare semnal de intrare $x \in X$

$$T({}^{\tau}x)(t) = f_t({}^{\tau}x) = f_{t+\tau}(x) = Tx(t + \tau) \tag{10}$$

unde am notat

$${}^{\tau}x(t) \triangleq x(t + \tau) \tag{11}$$

Dacă luăm $t=0$, obținem

$$Tx(\tau) = f_{\tau}(x) = f_0({}^{\tau}x) \tag{12}$$

Observaţia 15 — Deşi familia de funcţionale ataşată conţine infinit mai multe elemente, răspunsul sistemului invariant în timp la o intrare x se exprimă printr-o *funcţională unică* f.

8.2. *Operatori liniari mărginiţi în spaţii vectoriale normate*

Spaţiile de intrare şi de ieşire se pot organiza sub forma unor structuri matematice dintre care cea mai utilă este aceea de *spaţiu vectorial normat*. De exemplu, în sinteza semnalelor — funcţii continui de timp — este utilizată reprezentarea acestora într-un spaţiu Hilbert dată fiind proprietatea acestuia de ortonormalizare.

Definiţia 26 — Fie T un operator liniar definit pe un spaţiu vectorial normat de intrare X şi luînd valori în cel de ieşire Y.

Observaţia 16 — Un operator se zice *mărginit* dacă există un număr pozitiv finit M astfel încît

$$\| Tx \|_Y = \| y \|_Y \leqslant M \| x \|_X \tag{13}$$

unde $\|z\|_Z$ este notaţia normei elementului z în spaţiul vectorial Z definită prin

$$\| z \|_Z = \sup \| z \|_Z \tag{14}$$

Considerăm că spaţiul de intrare X este un spaţiu cu convergenţă.

Definiţia 27 — Un *operator* T (şi în general, orice aplicaţie) *este continuu* în punctul $x \in X$, dacă pentru orice şir $\{x_n\}$ convergent spre x, şirul $\{T(x_n)\}$ converge către Tx.

Observaţia 17 — Pentru un *operator liniar* T (ca şi pentru orice aplicaţie) este suficient să considerăm punctul $x=0$. Dacă T este continuu în acest punct, atunci el este continuu în orice punct $x \in X$. Fie $\{x_n\}$ un şir convergent către x; atunci şirul $\{x_n - x\}$ converge către 0 (din definiţia convergenţei). Datorită liniarităţii operatorului T avem

$$T(x_n - x) = T(x_n) - T(x) \to 0 \tag{15}$$

Sau, încă

$$Tx_n \to Tx \tag{16}$$

De aici rezultă o altă observaţie, care întăreşte definiţia 27.

Observaţia 18 — Operatorul liniar T al unui spaţiu vectorial cu convergenţă în alt spaţiu de acelaşi fel este continuu (în orice punct) dacă şi numai dacă pentru orice şir $\{x_n\}$ convergent către 0 în X, şirul $T(x_n)$ converge spre 0 în Y.

Observaţia 19 — În spaţiile vectoriale normate, un operator liniar mărginit este continuu, convergenţa fiind înţeleasă în sensul normei în spaţiile respective (în cazul nostru, în spaţiile X şi Y).

Observaţia 20 — Aceleaşi consideraţii făcute asupra operatorului liniar T se transmit mulţimii de funcţionale $\{f_t\}$. Dacă funcţionalele $\{f_t\}$ asociate operatorului T sînt mărginite, atunci toate semnalele de ieşire generate de semnalele de intrare sînt aplicaţii mărginite.

Observația 21 — Spațiul de intrare poate fi structurat încă mai restrictiv. Dacă în spațiul vectorial normat X orice șir Cauchy converge către un element din X (X este complet) atunci X formează un spațiu *Banach*. Dacă într-un spațiu Banach norma este definită cu ajutorul unui produs scalar, se numește spațiu Hilbert, de a cărui importanță în reprezentarea semnalelor am amintit mai sus. Semnificația fizică a normei pe X este aceea că se poate măsura orice mărime relativă a semnalelor de intrare.

Norma pe spațiul X are încă o semnificație importantă.

Definiția 28 — Fie T un operator liniar care reprezintă un sistem liniar definit pe un spațiu vectorial normat al semnalelor de intrare X. *Sistemul este stabil* în raport cu norma $\|x\|$ pe X, dacă pentru fiecare $x \in X$, există un număr pozitiv finit M_x astfel încît

$$\| Tx \|_Y \leqslant M_x \| x \|_X \tag{17}$$

pentru orice moment de timp t.

Această definiție coincide cu definiția stabilității unui sistem liniar de corespondență ieșire mărginită-intrare mărginită.

În termeni ai funcționalelor, această definiție se exprimă în modul următor :

Definiția 29 — Fie T un operator liniar continuu pe spațiul Banach X al semnalelor de intrare. Sistemul pe care îl reprezintă T este *stabil* în raport cu norma pe X dacă și numai dacă mulțimea de funcționale liniare asociate $\{f_t\}$ este mărginită (uniform).

9. Reprezentarea sistemelor liniare prin endomorfisme pe spații vectoriale

9.1. *Considerații generale*

În teoria sistemelor liniare staționare (ca, de altfel în întreaga teorie a sistemelor), problema principală este alegerea operatorului celui mai adecvat pentru spațiile de intrare și de ieșire date. Pentru a ușura tratarea acestei probleme considerăm că spațiul de ieșire Y se confundă cu spațiul de intrare X. În acest fel, operatorul este un *endomorfism* [3], [4], [5], [6], [7], [8], [10].

Diferite mulțimi de endomorfisme pe diferite spații de semnale conduc la diferite clase de sisteme.

Observația 22 — Interpretarea conform afirmației de mai sus este firească. În cazul sistemelor guvernate de ecuații diferențiale, se obișnuiește să se utilizeze ca operator funcția de transfer al cărui numărător ține cont de caracterul semnalului de intrare, în sensul că gradul său este egal cu ordinul maxim al derivatei semnalului de intrare. Deci, funcția de transfer ne indică faptul că semnalul de intrare admite cel puțin derivată de ordinul m, unde m este gradul numărătorului. Pentru că am amintit de funcția de transfer, aceasta este un operator care se obține prin parametrizarea relației sistemului prin starea de condiții inițiale nule.

Observaţia 23 — În sprijinul aceleiaşi afirmaţii să considerăm sistemele cu eşantionare. Dacă considerăm cheia de intrare inclusă în sistem, atunci acesta este un sistem discret, spaţiul de intrare X fiind constituit din semnale continui (funcţii continui infinit derivabile definite pe un suport compact mărginit la stînga de $t=0$). Dacă considerăm cheia de intrare în afara sistemului atunci acesta este un sistem continuu iar spaţiul de intrare X este spaţiul eşantioanelor, care este de fapt un spaţiu al distribuţiilor.

Definiţia 30 — Un *endomorfism* T este un operator liniar definit în X şi cu valori în X faţă de un corp de scalari K. Adică, un endomorfism verifică condiţiile

$$\begin{aligned} &T(x) \subset X \\ &T(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha T x_1 + \beta T x_2 \end{aligned} \tag{18}$$

unde α şi β aparţin lui K iar x_1 şi x_2 aparţin lui X.

Dacă am notat mulţimea endomorfismelor prin E, atunci

$$T \in E \tag{19}$$

Aplicaţiile (semnalele) care constituie mulţimea X sînt *operanzi* pentru orice endomorfism $T \in E$.

9.2. *Structura spaţiului X*

Considerăm corpul de scalari K, faţă de care este definită mulţimea endomorfismelor E, ca fiind mulţimea numerelor reale R. Un endomorfism definit în X implică faptul că în X este definită adunarea (sau o operaţie binară care se va numi adunare). Considerăm atunci că mulţimea X are structura unui spaţiu vectorial faţă de corpul K, adică este spaţiul vectorial real $\{X, +, K\}$.

Definiţia 31 — O mulţime X este un *spaţiu vectorial* faţă de corpul K dacă în mulţimea X se dau două operaţii : de adunare $x+y$ între elemente (adică o aplicaţie $X \times X \to X$) şi o operaţie de înmulţire αx (adică o aplicaţie $K \times X \to X$) cu următoarele proprietăţi :

(1°) $\{X, +\}$ este un grup abelian, adică

a) $x+y=y+x$ — comutativitate

b) $(x+y)+z=x+(y+z)$ — asociativitate

c) $x+0=x$ — existenţa semnalului nul

d) $x+x'=0$ — existenţa semnalului invers aditiv (opusul) (se notează $x'=-x$).

(2°) Înmulţirea $K \times X$ este

a) asociativă

$$\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$$

b) distributivă

$$(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$$
$$\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$$

c) admite $1 \in K$ ca element neutru al înmulțirii cu scalari $1x = x$

În plus, înzestrăm mulțimea X cu un semnal unitar față de niște endomorfisme din E.

Definiția 32 — Un semnal nenul $u \in X$ se numește semnal unitar relativ la E dacă fiecare semnal din X este imaginea lui u față de un endomorfism din E.

9.3. *Structura lui E*

Presupunem că E satisface următoarele postulate

(1) Endomorfismele în E sînt permutabile.

(2) Orice endomorfism $T \in E$ care aplică semnalul unitar într-un semnal nenul al lui X aplică orice semnal nenul într-un semnal nenul.

Evident, (X, E, X) este o mulțime de sisteme liniare invariante în timp considerînd F, T date în acest sens. Din structurarea lui X și E în modul sus arătat rezultă următoarele proprietăți.

9.4. *Proprietățile sistemelor liniare staționare (X, X, S, E, F)*

Considerînd S, F date, pentru determinarea răspunsului unui sistem ne interesează doar (X, X, T) unde $T \in E$.

(1) Unicitatea endomorfismului.

Este evidentă implicația

$$(u \in X, T \in E) \Rightarrow Tu \in X \tag{20}$$

Pe de altă parte

$$(x \in X, u \in X) \Rightarrow (\exists T \in E \text{ astfel încît } Tu = x \tag{21}$$

Să arătăm că T este un endomorfism unic. Pentru a arăta unicitatea lui T, este necesar să demonstrăm că

$$x = Tu = T'u \Rightarrow (\forall_X x')\ Tx' = T'x'$$

Pentru un $x' \in X$, găsim un endomorfism $T'' \in E$ astfel încît

$$x' = T''u$$

Ținînd cont de postulatul (1) relativ la E, putem scrie

$$Tx' = T(T''u) = T''(Tu) = T''(T'u) = T'(T''u) = Tx \tag{22}$$

Am demonstrat deci, că

$$Tx' = T'x' \tag{23}$$

Ca atare, $T = T'$, adică T este un endomorfism unic.

Implicația (18) devine

$$(V_X\, x, u \in X) \Rightarrow \exists_E!\ T \text{ astfel încît } Tu = x \tag{24}$$

Rezultă că imaginea lui u față de endomorfismul $T \in E$ determină imaginea oricărui $x \in X$ față de T. Deoarece imaginea lui u față de endomorfismul T este răspunsul sistemului (X, X, T) la semnalul unitar, rezultă că acesta determină răspunsul sistemului (X, X, T) liniar, staționar la orice semnal de intrare $x \in X$.

Deci, sistemele liniare staționare (X, X, E) sînt complet caracterizate de răspunsul la semnalul unitar, care poate fi treapta unitară Heaviside sau impulsul unitar Dirac.

(2) Mulțimea endomorfismelor E conține endomorfismul nul, identitate, invers aditiv astfel încît

(a) $Tu = 0 \quad \Rightarrow Tx = 0\ (T = 0)$

(b) $Tu = u \quad \Rightarrow Tx = x\ (T = I)$

(c) $Tu = -u \quad \Rightarrow Tx = -x$

(d) $Tu = T'u \pm T''u \Rightarrow Tx = T'x \pm T''x$

(e) $Tu = T'(T''u) \quad \Rightarrow Tx = T'(T''x)$

Demonstrăm existența endomorfismului nul. Găsim un x astfel încît

$$x = T'u \tag{25}$$

Atunci

$$Tx = T(T'u) = T'(Tu) = T'(0) = 0 \tag{26}$$

Observația 24 — Pentru orice endomorfism $T' \in E$, avem

$$T'(0) = 0 \tag{27}$$

Demonstrația este imediată ținînd cont de proprietățile endomorfismelor și a existenței inversului aditiv în X

$$T'(0) = T'(\alpha x + \alpha x') = T'(\alpha x - \alpha x) = \alpha T'x - \alpha T'x = 0 \tag{28}$$

Demonstrăm existența endomorfismului identitate. Găsim un x astfel încît

$$x = T'u \tag{29}$$

Atunci

$$Tx = T(T'u) = T'(Tu) = T'u = x \tag{30}$$

Demonstrăm existența endomorfismului invers aditiv. Găsim un x astfel încît :

$$x = T'u \tag{31}$$

Atunci

$$Tx = T(T'u) = T'(Tu) = T'(-u) = -T'u = -x \tag{32}$$

Observația 25 — Pentru orice endomorfism $T' \in E$ avem

$$T'(-x) = -T'x \tag{33}$$

Din definiția endomorfismului și a structurii de grup abelian a lui $\{X, +\}$, deducem

$$T'(-x) = T'(0-x) = T'0 - T'x = 0 - T'x = -T'x \tag{34}$$

Demonstrăm existența sumei. Găsim un x astfel încît

$$x = T'''u \tag{35}$$

Atunci

$$\begin{aligned} Tx = T(T'''u) = T'''(Tu) = T'''(T'u \pm T''u) = T'''(T'u) \pm T'''(T''u) = \\ = T'(T'''u) + T''(T'''u) = T'x \pm T''x \end{aligned} \tag{36}$$

Demonstrăm existența produsului. Găsim un x astfel încît

$$x = T'''u \tag{37}$$

Atunci

$$Tx = T(T'''u) = T'''(Tu) = T'''[T'(T''u)] = T'[T''(T'''u)] = T'(T''x) \tag{38}$$

Observația 26 — Endomorfismele (*a*)-(*e*) arată modul de determinare a răspunsului unui sistem liniar staționar (X, X, T) cînd se cunoaște răspunsul la semnalul unitar.

Observația 27 — Din postulatul (1) și din proprietățile (2) rezultă structura de inel abelian a mulțimii endomorfismelor E.

Observația 28 — Operațiile (d) și (e) arată posibilitatea conectării paralel și serie a două sisteme liniare staționare.

(3) Inelul abelian al endomorfismelor E nu admit divizori ai lui zero, adică nici un produs de endomorfisme TT' unde $T \in E$, $T' \in E$, nu admite divizori ai lui zero. Deci

$$(T = 0 \text{ sau } T' = 0) \Leftrightarrow TT' = 0 \tag{39}$$

Acest lucru se poate demonstra studiind cazurile $T=0$ sau $T \neq 0$ care vor duce necesar la $T'=0$, demonstrație valabilă numai dacă E este și cîmp. În cazul general, cînd E este doar un inel abelian, presupunem $TT' \neq 0$, adică TT' nu este endomorfismul nul care să aplice fiecare semnal în semnalul nul. Fie un semnal $x \in X$. Atunci.

$$\begin{aligned} (TT')x \neq 0, \quad (T'T)x \neq 0 \\ T(T'x) \neq 0, \quad T(Tx) \neq 0 \end{aligned} \tag{40}$$

Rezultă

$$T \neq 0, \quad T' \neq 0 \tag{41}$$

(4) Dacă pentru orice $T \in E$ există un $T' \in E$ astfel încît

$$TT' = T'T = I \tag{42}$$

unde I este endomorfismul identitate, atunci T' se numeşte inversul multiplicativ al lui T. Îl vom numi, simplu, endomorfismul invers şi-l vom nota prin T^{-1}.

Observaţia 29 — În acest caz, inelul abelian al endomorfismelor E devine *cîmp*. Structura completă de cîmp se transcrie în următoarele axiome

(1) $T + T' = T' + T$ — comutativitate
$TT' = T'T$

(2) $(T + T') + T'' = T + (T' + T'')$ — asociativitate
$(TT')\,T'' = T(T'T'')$

(3) $T(T' + T'') = TT' + TT''$ — dublă distributivitate
$(T + T')\,T'' = TT'' + T'T''$

(4) $T + 0 = T$ — endomorfismul nul

(5) $T + (-T) = 0$ — endomorfismul opus

(6) $TI = IT$ — endomorfismul identitate I (unitar)

(7) $TT^{-1} = T^{-1}T = I$ — endomorfismul invers T^{-1}

9.5. *Sisteme liniare continuie staţionare*

Considerăm spaţiul de intrare X spaţiul tuturor funcţiilor continuie infinit derivabile D^{∞} cu convergenţă şi un endomorfism T continuu, adică pentru o secvenţă convergentă a intrărilor $\{x_1\}$ avem

$$T[\lim_{n\to\infty} x_n] = \lim_{n\to\infty} T[x_n] \tag{43}$$

Un asemenea endomorfism este

$$T\{\,\}(t) = \int_0^t \{\,\}(\tau)\, d\tau \tag{44}$$

Dacă $x \in X$, putem scrie

$$T\,x(t) = \int_0^t x(\tau)\, d\tau \tag{45}$$

Aplicăm endomorfismul lui $x'(t)$

$$Tx'(t) = \int_0^t x'(\tau)\, d\tau = x(t) - x(0) \tag{46}$$

Considerăm că mulţimea E este un cîmp. Atunci

$$x'(t) = T^{-1}x(t) - T^{-1}x(0) \tag{47}$$

Notăm $T^{-1}=p$. Deci

$$x'(t) = px(t) - px(0) \tag{48}$$

Analog pentru $x''(t)$

$$Tx''(t) = \int_0^t x''(\tau)\, d\tau = x'(t) - x'(0) \tag{49}$$

$$Tx''(t) = px(t) - px(0) - x'(0) \tag{50}$$

$$x''(t) = p^2x(t) - p^2x(0) - px'(0) \tag{51}$$

În general

$$x^n(t) = p^nx(t) - \sum_{m=0}^{n-1} p^{n-m}x^n(0),\ n = 1, 2... \tag{52}$$

Cîmpul endomorfismelor E mai cuprinde endomorfismele polinomiale

$$W(T) = a_0 + a_1T + ... + a_nT^n \tag{53}$$

și pe cele raționale

$$\frac{P(T)}{Q(T)} = \frac{a_0 + a_1T + ... + a_nT^n}{b_0 + b_1T + ... + b_mT^m},\ Q(T) \neq 0 \tag{54}$$

unde a_i și b_i aparțin corpurilor numerelor reale.

Dacă semnalul unitar al spațiului X este impulsul unitar Dirac, atunci putem desena diagrama

$$\begin{aligned} \delta(t) &\xrightarrow{T} h(t) \in X \\ x(t) &\xrightarrow{T} \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau)\, x(\tau)\, d\tau \end{aligned} \tag{55}$$

Acesta este endomorfismul pe care îl determină $x(t)$ unde $h(t, \tau)$ este un nucleu distribuțional unic. Interpretarea conform paragrafelor 9.2 și 9.3 se obține, deci, considerînd drept semnal unitar impulsul unitar Dirac și mulțimea endomorfismelor E constituită din operatorii T care devin

$$T\{\ \} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau)\{\ \}\, d\tau = y(t) \tag{56}$$

pentru diverși $h(t, \tau)$.

Dacă endomorfismul $T\{\ \}$ este și staționar, atunci descrie un operator de convoluție, adică

$$T\{\ \} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)\, x(\tau)\, d\tau = y(t) \tag{57}$$

9.6. *Categoria Sifm*

După cum am mai arătat mai sus, un sistem fără memorie este un triplet $\mathcal{S}=\{X, Y, T\}$.

Definiția 33 — Sistemele $\mathcal{S}=\{X, Y, T\}$ și $\mathcal{S}^*=\{X^*, Y^*, T^*\}$ sînt *homeomorfe* dacă există aplicațiile

$$\begin{aligned} f &: X \longrightarrow X^* \\ g &: Y \longrightarrow Y^* \end{aligned} \tag{58}$$

astfel ca diagrama

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{\quad T \quad} & Y \\ \uparrow f & & \uparrow g \\ X^* & \xrightarrow{\quad T^* \quad} & Y^* \end{array} \tag{59}$$

să fie comutativă. Perechea (f, g) se zice că este un *homeomorfism* între sistemele S și S^*.

Observația 30 — Sistemele fără memorie împreună cu homeomorfismele formează o *categorie*. Vom nota această categorie prin *Sifm*.

Analog se poate defini și categoria sistemelor cu memorie *Sim* [12].

Catedra de electronică aplicată
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Zadeh L. A., Ch. A. Desoer* — Linear System Theory — The State Space Approach — Mc.Graw Hill, New York, 1963.
2. *Hoskins R. F.* — The Theory of Linear Continuous System II în Int. Journal of Control, vol. 7, Nr. 4, 1968, pp. 333—347.
3. *Moore D. H.* — Algebraic Basis of Heaviside Operational Calculus în Journal of the Franklin Institute, vol. 286, Nr. 2, Aug. 1968, pp. 158—161.
4. *Bellert S.* — On the Continuation of the Idea of Heaviside in the Operational Calculus în Journ. of the Franklin Inst., vol. 276, Nr. 5, Nov. 1963, pp. 411—440.
5. *Newcomb R. W.* — Distributional Impulse Response Theorems (corresp.) în Proc. I.E.E.E., vol. 51, Nr. 8, Aug. 1963, pp. 1157—1158.
6. *Schwartz. L.* — Theorie des distributions — Hermann, Paris, 1966.
7. *Cristescu R.* — Matematici generale, vol. II, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1969.
8. *Spătaru Al.* — Teoria transmisiunii informației — Semnale și perturbații, Ed. Tehnică, București 1966.
9. *Nicolau Edm., Al. Popovici* — Introducere în cibernetica sistemelor discrete, Ed. Tehnică, București 1966.
10. *Nicolescu M.* — Funcții reale și elemente de topologie Ed. Didact. și Pedagogică, București 1968.
11. *Gill A.* — Introduction to the Theory of Finite State Machines, Mc. Graw Hill, New York, 1962.
12. *Chirică L. M.* — Contribuții la studiul categoriilor de automate în Studii și Cercetări Matematice, Tom 20, Nr. 7, 1968, București, pp. 957—964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII-1971. Numărul 2

TRANSPORTURI

C.Z. : 621.391

CONTRIBUTIONS TO THE STUDY OF DECISIONAL INFORMATICS *

A. CARABULEA, GH. RUȘITORU, GH. ANTON

II.

3. General algorithm of the series production operative planning

The operative planning general algorithm of the series production in the machine building industry, called AGEPLOPS, includes both the general mathematic model and the specialized logical diagram in view of optimalizing the activities within an enterprise. The general mathematical model refers to the total production expenses and includes models per fields resulting from the application of the stocks theorv, waiting theory, labour power theory, overhead costs theory, and that of investments spread out in time, which occur when selecting the optimal solution among several possible versions of carrying out an industrial object.

The general mathematical model of expenses in an enterprise, the total minimum of which situated in the restriction area leads to the optimal solution, is the following :

$$Z_t^e = c^e + p_n I_r^e = Z_t\left(1 + \frac{V}{V_0}\right) = Z_t + Z_e = \text{minim} \qquad (20)$$

The restrictions refer to the variation limits of the magnitudes in the mathematical model (20), variations which are limited between the maximal and minimal values, of the variables intervening within each field considered.

The following magnitudes are engaged in the mathematical model (20) :

V_0 = production volume in the basic version

V = production volume in the other comptation version

C_r^e = equalized reported expenses (lei/year)

I_r^e = equalized reported investments (lei/year).

* This work is the continuation of the paper "Contributions to the Decisional Informatics" published in the Polytechnical Institute Bulletin number 6/1970

Expenses (C_r^e) and investments (I_r^e) may be determined by means of some relations of form :

$$C_r^e = \frac{p_n \sum_1^{t_c} C_t(1+p_n)^{t_c - i}}{(1+P_u)^{t\,c-1}} + C_e \tag{21}$$

$$I_r^e = \left[\sum_1^{t_c} I_i(1+p_n)^{t_c - i} + I_e - V_n \right] \tag{22}$$

where :

$p_n = \frac{1}{t_{rn}}$ = economic efficiency coefficient

C_t and I_i = represent expenses, respectively investments in the bringing-in year (1)

t_{rn} = represent the normed recovery term

t_c = spreading-out duration of expenses, respectively investments.

V_n = net income brought in by the installations partially operating.

The equalization expenses and investments of versions (C_e) and (I_e) considered in relation (20) in the shape of the production volume ratio, may be written as follows :

$$C_e = (C_{pi} - C_{pk})\, p_{cp} \tag{23}$$

$$I_e = (P_i - P_k)\, i_{sp} \tag{24}$$

where :

C_{pi}, C_{pk} = represent the maximal quantity of products which can be obtained in version (i) respectively in version (k) ;

P_i, P_k = maximal production capacities provided in version (i), respectively in version (k) ;

p_{cp} = cost price of the manufactured product ;

i_{sp} = specific investment in lei per capacity unit.

The solution are equalized by adding the expenses (C_e) and investments (I_e) to the versions which show a deficit in the volume of production and of the production capacity. The annual production expenses may be computed by means of a general relation as follows :

$$C_r^e = C_{e+c} + C_{ST_m} + C_A + C_{u+SF} + C_{ad} + C_{FM} + C_G + C_e \text{ (lei/year)} \tag{25}$$

The expense computation mathematical models may be determinist and probabilist. The determinist (d) and probabilist (p_r) mathematical

models resulted after the application of the stocks theory to the most usual practical situations in enterprises, may be written as follows :

$$C^d_{ST_{m+e+c}} = [(E_c p^e_c + C_c\, p^c_c) + C_m\, p^m_c + C^t_{od}] = C^d_{ST} \text{ (lei/year)} \tag{26}$$

$$C^{pr}_{ST} = C^{pr}_{ST_{m+e+c}} = \Big[(E_c p^c_e + C_c p^e_c)(1 - p_f) + C_s \sum_{c=0}^{s} (s - 0{,}5\, c)\, p(c) + \\ + \frac{1}{2} C_s S^2 \cdot t \sum_{C>S}^{\infty} \frac{P(c)}{C} + \sum_{C>S}^{\infty} \frac{(c-s)^2}{2C}\, p\,(c) \cdot t \cdot C_p\Big]. \tag{27}$$

where :

E_c, C_c = represent in succession the electric power (E_c) and fuel (c_c) consumed ;

C_m = the quantity of material brought in the enterprise ;

C_{ad} = management expneses ;

t = storage time ;

S = the stock which is formed during a period of time ;

c = the demand of material formulated by production ;

$p\,(c)$ = probability of the demand ;

C_s, C_p = specific cost of storage (C_s) and specific cost of stock shortage (C_p) ;

$(1 - p_f)$ = the probability that the power and fuel supply installations will not operate.

If ($c_p \neq 0$), then we obtain expenses (C^{pr}_{ST1}) and *if* ($c_p = 0$) we obtain expenses (C^{pr}_{ST} 2) for a certain law of probability.

The dynamic management of stocks is carried out knowing the laws of probability when forming and consuming the stocks, *If* the law of probability of arrivals is of Poisson type, then we compute expenses (C^{pr}_{ST}) replacing in relation (27) the probability of demand can be transcribed as follows :

$$p(c) = \frac{(n_{s0})^n \cdot e^{-n_{s0}}}{n!} = \frac{(n_{s0})^n}{n!\, e^{n_{s0}}} \tag{28}$$

n_{s0} = quantities arriving in stock, n = quantity existing in stock as being the multiple of quantity (n_{s0}).

If in the area of the material arrivals the Poisson law is operating, and in the area of demands towards production the law of probability of Erlang type is applied, then we compute (C^{pr}_{ST} 2). If arrivals of material are dominated by the Poisson law and services are arbitrary, then we compute the expenses ($C^{pr}_{ST\,3}$). In case of material arrivals and servicings after a binominal probability, we compute expenses ($C^{pr}_{ST\,4}$).

The stocks-formation and consumption restrictions refer to the variation of the quantities in stock, up to the maximum and minimum level admitted taking into account the conditions of the normal development of production.

The determinist and probabilist mathematical models of expenses with faiting may be put in the form :

$$C_A^d = C_1 t_{ac} + C_2 t_{af} = h_f \left[C_1 \frac{v'}{\mu} + C_2 \left(n_s - \frac{\lambda}{\mu} \right) \right] \text{[lei/year]} \qquad (29)$$

C_1, C_2 = hour cost of consumer (c_1) and of supplier (c_2)

t_{ac}, t_{af} = waiting time of consumer, respectively of supplier

h_f = total time of the enterprise operation

v' = mean number of units in the waiting sequences considered open.

n_s = number of stations servicing the elements in the system

λ, μ = number of arrivals (λ) and respectively of servicings (μ).

$$C_A^{pr} = \left[p_1 \sum_{n=v+1}^{m} (n-u)\, p\,(c) + p_2 \sum_{n=1}^{u} (u-n)\, p\,(c) \right] \text{[lei/year]} \qquad (30)$$

where :

p_1, p_2 = waiting cost of a unit which should be serviced (p_1), respectively of the unit servicing (p_2) ;

n, m = number of units in the waiting series (n) and respectively the number of units existing in the considered system ;

u = stations servicing the network considered ;

$p(c)$ = probability governing the arrivals and servicings of the units in the system considered.

Depending of the law governing the arrivals and servicings, we compute the following waiting expenses :

— C_A^d = waiting expenses in case of determinist models.

— $C_{A_1}^{pr}$ = are determined when arrivals are of Poisson type and servicings are constant.

— $C_{A_2}^{pr}$ = are computed when the arrivals are Poissonian and the servicings are of Erlang type.

— $C_{A_3}^{pr}$ = are established in case of Poisson type arrivals and arbitrary servicings.

— $C_{A_4}^{pr}$ = are computed when arrivals and servicings are submitted to laws of probability, respectively, to cascade waiting met in process lines.

The restrictions of this type of problems refer to the equality between the number of units arriving and those departing from the system and to the fact that an optimal co-ordination should be made between the number of units arriving and the considered production system, and the number of units from the manufacturing lot in the series production submitted to analysis.

The mathematical models of wear, maintenance and reliability expenses can be written as follows :

$$C^{d}_{U+SF} = \left[\sum_{j=1}^{n'r} C_{aj} + \sum_{k'=1}^{r'p} \sum_{j=1}^{n'} C_{k'j} + C_{SF} \right] \text{(lei/year)} \tag{31}$$

$$C^{pr}_{U+SF} = \left[\sum_{f=1}^{P} m_f (C_f + C'_f) + C_{av} \right] [1 + p_f] \text{ (lei/year)} \tag{32}$$

where :

C_{SF} = reliability expenses, referring in this case to the sume alloted to spare parts in store.

C_{aj} = expenses with acquisitioin of parts to be replaced during one year when (n') replacement occur.

m_f, c_f = number of elements in function (m_f) in the operation line considered, and their cost (c_f).

$C_{k'j}$ = maintenance expenses of parts (k'=1...r') and of the equipment (j=1...n') during one year operation.

C_{av} = expenses for remedying the damages composed of the losses occuring during an aleatory break-down.

$(1-p_f)$ = probability that the production system, respectively the elements in the considered operation line do not operate.

C'_f = specific maintenance expenses of elements in operation.

The degree of aleatory wear of parts can be determined by using the Volterra-type ecuations. The optimal carrying out of repaire and their co-ordination with the development of production is included in the general model of repairs of fixed funds within an enterprise in the form of a setting loop of activity within the considered cybernetic system.

The mathematical model of the decision of putting on production has the form :

$$C_{ord} = \sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'} \sum_{k=1}^{p'} \sum_{l=1}^{t} [t_0 + (t_p + t_{pt})_{vijkl}] \; C_{vijkl} = \text{minim} \tag{33}$$

where :

t_0 = time origin, respectively time when the processing starts.

v = (1...o) number of technologic versions

i = (1...m') number of operation necessary for an item.

j = (1...n') number of machines

k = $(1...p')$ number of parts of a product

l = $(1...t)$ total number of products machined in the section.

t_p = machining time proper, which is known in case of determinist mathematical models and is determined by applying the PERT meethod when the probabilist execution-decision models are built.

t_{pt} — time of preparation-completion.

The execution-decision expenses may also be written as object function, as follows :

$$C_{ord} = \sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'} \sum_{k=1}^{P} t_{vijk} X_{vijk} C_{vijk} \text{ (lei/year)} \qquad (34)$$

In order to solve relations (33—34) three major types of restrictions are to be carried out, as :

The technologic restrictions take into account the fact that an operation belonging to an item in the logical succession of machining cannot begin on the following machine if machining is not completed on the machine considered.

$$\sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'-1} \sum_{k=1}^{P} t_{vijk} \geqslant \sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'-1} \sum_{j=1}^{n'-1} \sum_{k=1}^{P} (t_{v(i-1)(j-1)k} + t_{vj}) \qquad (35)$$

The non-interference restrictions ensure that all operations (i) will be carried out on machines (j) before other works are started. These restrictions should be observed for each machine and for each pair of operations.

$$\sum_{l=1}^{t} \sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'} \sum_{k=1}^{P'} t_{vijk} \leqslant D_{t_c} \text{ sau } t_{(i-2)(j-2)} - t_{(i-1)(j-1)} \leqslant t_{ij} \qquad (36)$$

The time restrictions show that the carrying out time should be at least equal to the time the last work is started on the last machine, to which is added themachining time. In relations (34—36) the following magnitudes intervene :

t_{vijk} = machining time on the product in variant (v) for operation (i) on items (k) and on machines (j).

X_{vijk} = total number of products in variant (v) which contain (i) operations, (k) items and are machined on (j) machines.

t_{ij} = machining time of operation (i) o nmachine (j).

D_{tc} = total duration of the manufacturing cycle.

$t(i-2)(j-2)$; $t(j-1)$, $(j-1)$ = machining times of operations $(i\text{-}2)$ $(i\text{-}1)$ on machines $(j\text{-}1)$, respectively $(j\text{-}2)$.

The general mathematical model (34—36) of the series-production execution decision may be written in various particular forms depending on the conditions imposed during the development of the production

processes. Thus, we can take into consideration the operation situations with and without buffer stocks near the operation-line basic machines, the situation of the optimal manufacturing lots resulting in a minimum duration for the achieving of production, the study of the machine breaks in the operation line and their influence on the programming of production. The multitude of conditions which should be taken into consideration in series manufacturing facilitates the formulation of some classes of fundamental problems which are solved by applying either the optimal potential method, or the successive laying method by means of the theory of graphs. The number of fundamental problems (n_p^f) is established in the exact method with relation (37) and in the approximate method with relation (38), taking into account the number of disjunctions (p) and the computation is the following :

$$n_p^f = (1 + 2^p) \quad (37) \qquad n_p^f = (1 + 2\ p) \quad (38)$$

The production-execution decision model (34—36) applied to a section in which operate 10 machines processing 100 operations imply the writting of a systems of about 10^5 ecuations with 2.10^3 unknowns which can be solved only by means of the digital electronic computers.

The mathematical model of expenses with labour can be written as follows :

$$C_{FM} = \sum_{a \in l'} \sum_{g \in c} \sum_{b \in d} S_a n_{gb} X_{gb} = V_{gb} \cdot S_{med} = Y_h \cdot h_{med} \cdot S_{med} \text{ (lei/year)} \quad (39)$$

where :

S_a = wage for each category of worker for the duration of hours worked in one year ($a = 1...l'$)

r_{gb} = hours/man specific norm for the district area (g=1...c) and for the categories of workers (b=1...d)

X_{gb} = number of workers, V_{gb}=total volume of work

S_{med} = mean wages, Y_h =total number of workers

h_{med} = number of working hours in the average for each worker.

In order to solve relation (9), we determine the total number of wage earners (Y_h) writing the ecuations :

$$\begin{aligned} Y_h &= mC_o + Y_h' = mC_o + \sum_{b=1}^{l} C_h X_h \\ X_h (y_h' + C_o) &= X_h \left(C_o + \sum_{h=1}^{e} C_h X_h \right) \end{aligned} \quad (40)$$

where :

m = number of sections in an enterprise, Co = minimal number of wage earners in the enterprise when created,

C_h = correlation coefficients (h=1...e) X_h=influence coefficients.

Model (39) can be applied in case of a determinist situation in order to appreciate as accurately as possible the Labour required to make a product. In probabilistic situations we follow the influence of the increase

of work productivity as a result of the introduction of the new technique and of the workers training upon the number of works required to carry out a certain volume of works. Depending on certain values of the probability of introducing the new technique and on the results obtained in production as a result of it, we determine the degree of reduction $(1-p_r)$ of the number of wage-earners for a certain type of works and the possibility is created of training them in various other works within the enterprise on outside it.

The mathematical model of general expenses and investments reported is written as follows :

$$C_{G+I} = p_G C_t^i + p_a I_t^i + (p_n)\, I_r = p_G C_t^i + p_a I_t^i + p_n \left[\sum_{i=1}^{t_e} I_t\, (1+p_n)^{t_e - i} + \right.$$
$$\left. + I_e - V_n \right] \tag{41}$$

where :

p_G = percent of the enterprise total expenses (C_t^i) pertaining to the general expenses (guard, taxes, travels, rents, telecommunications, etc.).

p_a = amortization coefficient of total non-reported investments (I_i^t) for the carrying out of an industrial object.

In case of determinist relation (41) keeps its specific form, and in case of probabilist models, the probability in studied with which the net income (V_n) may be achieved due to the production capacity partially starting to operate.

The general determinist and probabilist mathematical models can be written starting from relation (20) and taking into account expressions (26—41), the following structures being obtained ;

a) The mathematical model of determinist structure :

$$Z_t^d [(E_c p_c^e + C_c p_c^e) + C_m p_c^m + C_{ad}^t] + h_r \left[C_1 \frac{v'}{\mu} + C_2 \left(n_s - \frac{\lambda}{\mu} \right) \right] +$$
$$+ \left[\sum_{j=1}^{n'} \cdot C_{al} + \sum_{k=}^{r'} \sum_{j=1}^{n'} C_{kj} + C_{SF} \right] + \left[\sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'} \sum_{k=1}^{p'} t_{vijk} X_{vijk} C_{vijk} \right] +$$
$$+ [Y_h \cdot h_{med} \cdot S_{med}] + [p_G C_t^i + p_a I_t^i + p_n I_r + C_e] = \text{minim.} \tag{42}$$

b) The mathematical model of probabilist structure :

$$Z_t^{pr} = \left[(E_C p_c^e + C_C p_c^c)(1+p_f) \right] + \left[t C_S \sum_{C=O}^{S} (s - 0{,}5\, c)\, p\,(c) + \right.$$
$$+ \frac{1}{2} C_s S^2 t \sum_{c>s}^{\infty} \frac{p(c)}{c} + \sum_{c>s}^{\infty} \frac{(c-s)^2}{2c}\, p\,(c)\, t_{cp} \left. \right] + \left[p_1 \sum_{n=v+1}^{m} (n-v)\, p\,(c) + \right.$$
$$\left. + p_2 \sum_{n=1}^{v} (n-n)\, p\,(c) \right] + \left[\sum_{f=1}^{P} m_f\, (C_f + C_f') + C_{an} \right] \left[1 + p_f \right] +$$
$$+ \left[\sum_{v=1}^{o} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'} \sum_{k=1}^{P'} t_{vijk}^{pr} X_{vijk} C_{vijk} \right] + \left[\sum_{a=1}^{e'} S_a \sum_{g=1}^{a} \sum_{b=1}^{d} n_{gb} X_{gb} \cdot (1 - p_r) \right] +$$
$$+ \left[p_G C_t^i + p_a I_t^i + p_n \left(\sum_{1}^{t_c} I_i (1+p_n) t_c - i + I_e - V_n \right) \right] = \text{minim.} \tag{43}$$

Where (pr) is the probability of displacing the staff due to the introducing of the new technique and the increase of work productivity.

The logical diagram for the solution of mathematical models (42-43) can be followed in Fig. 1. In the diagram the following computation areas appear :

In the first area (IL 2 — IL 3), by means of cycling operators (F=0) (ST=0) the expenses induced by the stocks theory are computed by applying the determinist methods. Then, by changing the operators (ST) the probabilist expenses are computed in terms of the values of propabilities rendering possible the occurence of events when resources enter or come out of the stock. The computation is carried out in hypothesis ($C_p \neq 0$) and the magnitudes ($C^{pr1}_{ST_{(1-4)}}$) and (c_p=0) are obtained, and expenses ($C^{pr2}_{ST_{(1-4)}}$) are obtained.

In the second area ($IL4$—IL 5) the waiting expense are computed by applying the determinist models (C^d_A) by means of the cycling operators (A) and the probabilist models ($C^{pr}_{A_{1-4}}$) *in* terms of the laws governing the arrivals and departures of the unites from the considered system.

In the third area (IL 5—IL 6) the wear are reability expenses are computed by using the cycling operator (R). After completing the cyclings the magnitudes computed are written and by changing the value initially declared for operator (T), the fourth area is entered.

In this area IL 6—IL 8 the production ordering expenses are computed, applying the determinist models when the parts manufacturing duration is known, and the probabilist models when this duration is determined by means of the PERT method.

In the fifth area, IL 8—IL 9, the labour expenses are computed by using operator (N). The probabilistic model is applied, keeping into account the probability of a reduction in the section staff, depending on the contribution of the new technique and the improvement of the basic workers training.

The sixth area, IL-10 permits to compute the general determinist expenses (C^d_{G+1}) and probabilist expenses (C^{pr}_{G+1})= (C^d_{G+1}—V_n). The net income (V_n) is determined by taking into account the probability that the partly operating installations will start operating before the designed industrial object is completed.

The last area, IL 11—IL 12, facilitates the determination of total expenses (Z^d_t) and (Z^{pr}_t) as well as the comparison of the values computed in view of selecting the optimal version for which minimum expenses result.

After completing the cyclings, the electronic computer passes on position STOP.

The worked out algorithm called "AGEPLOPS" includes the general mathematical models (42—43) and the logical diagram from Fig. 1 permitting the use of digital electronic computers to the study of the design and carrying out of some industrial objects meant to manufacture machines in series production.

4. Considerations on the decision theory

The decision theory serves to select the optimal version among several possible solutions of carrying out an activity. Depending on the amount of informations available when elaborating the documentation on the studied object, decisions can be taken in conditions of certainty when the variable magnitudes of the process are perfectly controllable, in conditions of risk when the process variables are not controllable but to be expected on ground of experiments, or in conditions of uncertainty. Decisions in conditions of certitude are taken when deciding the manufacturing and aiming at the optimal version of machine loading and the achievement of a minimal duration of the machining of items. Considering the large number of conditions to be observed in this case, a large number of versions occur, and in order to determine the optimal solutions, a series of fundamental potential problems are solved.

The decisioins in conditions of risk are used in case of the stocks theory, wear and reliability theory. In this case, the economic function can be written :

$$F_e = \sum_{Z=1}^{W} f(t_z)\, p_z = f(t_1)\, p_i + f(t_2)\, p_2 + - - - + f(t_n)\, p_n = \text{minim.} \qquad (44)$$

We notice that to each value of function $f(t)$, corresponding to a possible situation, a probability (p_n) is associated. Therefore the optimal solution results in case the mathematical hope of the expense function is minimized. Valuation computations show that for probabilities p_z=(0,01...0,2) and for a number of damages up to five a year,for a cost of parts supplied in normal conditions of 1000 lei a piece, and 2500 lei apiece if supplied in exceptional conditions, it is more advantageous to keep in store a number of parts ($k>3$) than to risk losing about 25,000 lei for production undelivered by damaged machines. Such losses could be avoided if the situation of the evolution of events in the prospect of the development of the process of production were known.

When taking decisions in conditions of uncertainity, we have not available the law of probability of various situations occuring in the future. This situation occurs in case new products are developed, when the decisions should be taken on ground of the criteria of Laplace (F_1) Wald-Neuman (F_{W-N}), Hurwicz (F_H), Savage (F_S),

The mathematical models of these functions, can be written as follows :

$$F_L = \max_i \left| \sum_j \frac{a_{ij} p_j}{n} \right| ; F_{W-N} = \max_i \min_j a_{ij} \qquad (45)$$

$$F_H = \max_i [\alpha A_i + (1-\alpha)\, a_i] ; A_i = \max_i a_{ij} ; a_i = \min_i a_{ij}$$

$$F_S = \min_i \max_j r_{ij} ; r_{ij} = \max_k (a_{kj} - a_{ij})$$

p_j = the probability with which the market is influencing the computation hypothesis when the product is exported.

a_{ij} = represents the economical effects of the various versions for carrying out the industrial objects.

α = the optimism coefficient ; r_{ij} = the regret of not having selected the solution nearest to the optimal one.

In the conditions of to-day's technical and scientific revolution the organization of production and labour has acquired a complex and many-sided development, which implies that recisions should be taken by a group of specialists, therefore the application of the group theory, both on ground of the efficiency functions permitting to minimize the expenses, and on ground of the utility theory. There are a series of problems where several efficiency functions appear, one of them is kept as an object function and the others are transformed in restrictions. In order to take into account all the efficiency functions, the utility concept is used and, in case of multiple objects, the additivity of utilities.

The utility function (F_u) which synthetizes the effect of the efficiency functions (F_e), can be written in the form :

$$F_u = \sum_i \sum_j K_i a_i C_{ij} X_j \pm \sum_i b_i \tag{46}$$

K_i = importance coefficients the sum of which is equal to unity

$$a_i = \frac{1}{\text{max. } F_e - \text{min. } F_e} \quad b_i = \frac{\text{min. } F_e}{\text{max. } F_e - \text{min. } F_e} \tag{46 a}$$

$$F_e = \sum_t \sum_j c_{ij} X_j t_j = \text{minim}$$

c_j = total cost of the execution the unit to be produced
X_j = number of products ; t_j = time for carrying out the unit to be produced.

The restrictions of the efficiency function (F) refer to the inequalities or equalities between production and consumption of goods. In relation (46) the sign plus is adopted for the maximal values of functions (F_e) and the sign minus for the minimal values of the efficiency function. By applying relation (46) we obtain a solution of maximum utility where account has been kept also of the effect of all efficiency functions. The group decisions start from the idea of the possibility of totalizing the opinions of the members of a group in order to select the optimal solution for the execution of the object. The complex model of the group decisions consists in selecting the optimal variant out of several possible alternatives ordered according to their utility. As the notion of utility has a subjective character which differs from one individual to another, it is to be expected that, in a deciding group, contradictory or non-contradictory orderings of the various utilities alternatives occur. The basic problems in the group decision theory consists in finding a rule which should permit to build the group decision. These rules have been established by Arrow (12) who has shown that for a number of studied alternatives exceeding 3 and for a group of decision takers of more than 2, there is a decision function permitting a non-contradictory ordering of alternatives. This conclusions is known in literature under the name of Arrow paradox. This can be avoided by taking into consideration the intensity

of individual preferences in the decision group. The Arrow paradox may be avoided by applying the ELLCTRE method and the LEADER method. The group utilities associated to a certain level of appreciation of the object, are written as follows :

$$U^{H}_{jkg} = \sum_{h=1}^{E_1} a_{h1}\, U_{h1 j_1 k1} \tag{47}$$

$$U^{H_{h1} X_{j1}}_{h_1 i_1} = \sum_{j=1}^{n_1} c_{ij}\; U^{H_{h1}}_{i_1 k_1} \tag{48}$$

where :

a_{h_1} = associated authority coefficient of the individuals

c_{j_i} = importance coefficient associated to each object

H_{h_1} = multitude of individuals composed of $h=(1...t)$

U = partial utilities, taking into account the influence of natural state (k_1).

The mathematic hopes of utilities for alternative (i_1) în case the execution probabilities (p_k) are known, and in the lack of them, cabe written in the form :

$$F^{Hx}_{V_{i1}} = \sum_{K_1=1}^{m_1} pK_1\, U^{Hx}_{Ki} \tag{49}$$

$$F_u = \max.\ \min.\ U^{Hx}_{Ki} \tag{50}$$

The subjective character of the group decision is determined by the differences between individuals with regard to the appreciation of the object importance, the appreciation of the possible state of nature and its associated probability, the psychological reactions to the same solution and the fact that there is no generally accepted estimation method available for the determination of utilities. In the group decisions, when appreciating the utility which meets the most numerous social requirements, called maximal utility, it is recommended to use the preference and indifference relations. In conditions when the informational flow is mastered and the results of the application of the determinist-probabilist mathematical models to the optimizing of production are known, it is easy to apply the utility theory in view of establishing the group decision for the proper regulation of the structure of manufacturing systems in exterprises.

5. Conclusions

The study of the informational flow on ground of the determinist-probabilist mathematical models with which the information theory operates permits to establish accurately the information flow, circulating in the enterprise and facilitates the designing of a rational integrated system of electronic data processing.

Simultaneously with the processing and automatic spreading of informations, conditions are created for the optimizing of the labour rate setting system, at execution, control and management levels.

The mathematical models (42—43) and the computation logical diagram (Fig. 1) which complete the general algorithm designed to optimize the series production, facilitate the increase of the degree of accuracy in appreciating the optimal design and operation solutions for the manufacturing systems.

The concepts in the information theory, stocks theory, waiting theory, production execution decision theory, wear and reliability theory, the labour theory, the general expenses theory and the theory of investments spread out in time, facilitate, on ground of the minimizing of the total production expenses and of the utility function, the accurate determination of the optimal solution in problems of complex character.

The considerations on the premises of decisional informatics have permitted to outline some aspects of an original character which enable us to inject the optimal concept by means of the „AGEPLOPS" algorithm at the level of the design and operation of the manufacturing systems in the productive enterprises.

6. ANNEX (COMPUTATION EXAMPLES)

For the study of an informational-decisional system of an enterprise of average size, with about 10 basic activities, a team composed of 4—6 research workers is required, in order to work for about 20 months. To arrive at a knowledge of the enterprise under the economic and production aspect, implies studying the following activities :

1. Management, co-ordination and (quality and internal financial) control of all activities.

2. Current and prospective planning.

3. Operative programming and production registering.

4. Equipment repair and maintenance, including the capacity increase by acquisition of new machines.

5. Study of the market, contracts, deliveries and production cashing.

6. Solving the staff probleme (rate setting, wages, labour protection).

7. Quartedy and annual balance cheets (circulating assets, payments-cashing, bank relations).

8. Stocks management (raw materials, semi-finished products, finished products, spare parts, equipment, etc) including administration problems.

9. Research for the development of production and for the introduction of the new technique.

10. Investments and various problems (housekeeping problems, juridical problems, etc).

The nalysis of these ten activities renders compulsory the solution of a number of complex problems of management and optimizing of stocks, of putting on production, small inner-transport problems and problems of external transports of large proportions. The mathematical

approach of this type of problems for average sized enterprises implies the solution of a number of PERT problems with about 30 resources and of linear-programming problems with about 100 ecuations and 200 unknowns.

On ground of estimative computations it is possible to appreciate that the total flow of informations in such enterprises is about 30.10^6 bits.

For the determination of the optimal version for which the computation expenses (Z_r^{pr}) have a minimal value, we give an example of testing the algorithm conceived for the I.B.M.-360/30 computer. The computations refer but to a single section in which 10 machines appear, machining 10 types of parts ($x_1 ... x_{10}$) and may be carried out as fellows :

$$(A-1)\quad C_{ST}^{pr} = \left[(E_C\, p_c^e + C_c\, p_c^c)\,(1 - p_f) + t.\, C_S \sum_{C=O}^{S} (s - 0{,}5\, c)\, p\,(c) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2} C_S S^2 t \sum_{C>O}^{\infty} \frac{p\,(c)}{c} \right] \text{(lei/year)}$$

For the computation of stocking expenses, $E_c = P_c \cdot t$ is considered the electric power consumed $p_E^e = 0.2$ lei/kWh, C_c = the fuel consumed $p_f = 0.8$ = operation probability; $c_s = 1000$ lei, t = operation duration in three shifts during one year, $a = c = (1-5)\, p(c)$; $c = (0.1 \ldots 3)$; $c_p = 0$, P_0 = electric power consumed by the receivers in the sections considering the simultaneity factor for lamps 0,9 and for motors 0.6; p_c^c = cost price of the consumed fuel, the result is : $C_{ST}^{pf} = 29{,}000$ lei year :

$$(A-2)\qquad C_A^{pr} = \left[p_1 \sum_{n=v+1}^{n} (n - u)\, p\,(c) + p_2 \sum_{n=1}^{u} (u - n)\, p\,(c) \right] \text{(lei/year)}$$

For the computation of waiting expenses, taking into account the practical experience, we consider : $n = 100$, $u = 10$, $p_1 = 500$ lei, $p_2 = 1000$ lei, $p(c) = 0.2$, and the time for which the computation is carried out is one year, respectively 8.760 hours.

$$(A-3)\qquad C_A^{pr} = S \cdot p\,(c)\,(P_2 - P_1) = 9000 \text{ leiy/ear}$$

The computation of expenses with reliability and parts, respectively equipment wear, is carried out on ground of the relation :

$$(A-4)\qquad C_{u+SF}^{pr} = \left[\sum_{j=1}^{P} m_f\, (C_f + C_f') + C_{av} \right] [1 - P_f] \text{ (lei/year)}$$

The spare parts are kept in store in order to meet an aleatory demand, *If* a spare part costs about 1000 lei when supplier in normal conditions, then the production of the same part in conditions of exceptional urgency will amount to 2000 lei apiece, due to the additional cost of pursuing and of transport in special conditions. Due to the lack of the part in the stock, the production loss due to the break in the installation operation can be stimated to 25,000 lei. It is evident that for a number of (1—5)

damages a year to the probability of the damage occurring of (0.5—0.01) and for the case of keeping in store (0+3) spare parts, it is compulsory to compute the expenses in order to show which is the most advantageous variant, the one implying spare parts in the stock, or the one not implying them. Applying the efficiency function (44), the data in the table result :

Strategy	Spare parts.	Number of damages and their probability				Lei/year
		0	1	3	5	
		0.062	0.2	0.05	0.01	
1	0	0	27.000	81.000	135.000 lei/year	1080
2	1	1000	1.000	55.000	109.000 lei/year	4660
3	3	3000	3000	3.000	55.000 lei/year	3150

$$F(1) = 0{,}062 + 27.10^3 \cdot 0{,}2 + 84 \cdot 10^3 \cdot 0{,}05 + 135 \cdot 10^3 \cdot 0{,}01 = \\ = 1{,}08 \cdot 10^3 \text{ lei/year}$$

(*A*—5) $$F(2) = 10^3 \cdot 0{,}062 + 10^3 \cdot 0{,}2 + 55 \cdot 10^3 \cdot 0{,}05 + 109 \cdot 10^3 \cdot 0{,}01 = \\ = 4\,660 \text{ lei/year}$$

$$F(3) = 3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}062 + 3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}05 + 54 \cdot 10^3 \cdot 0{,}01 = \\ = 3\,150 \text{ lei/year}$$

In the first strategy, the expenses in case a damage occurs when we have no parts in store consists of the expenses for the undelivered production (25×10^3 lei) plus the cost of parts supplied in special conditions (2000 lei). In the second trategy, when three damages occur ($2 \times 25{,}000$) are added, as for the damage for which parts have been provided in stock, the loss is minimal, 1000 lei. To the 50,000 lei undelivered production in case of two damages, are added $2 \times 2{,}000 = 4{,}000$ lei the cost of parts supplied in exceptional conditions, plus 1,000 lei the cost of the part in stock. It is the same for the third strategy. In all strategies, when applying relation (44), the storage cost has not been considered, as it will be considered when applying relation (27). The putting on production expenses are computed by means of the relation :

$$(A-6)\quad C_{ord} = \sum_{V=1}^{0} \sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^{n'} \sum_{k=1}^{p'} t_{vijk}\, x_{vijk}\, c_{vijk} \text{ (lei/an)} = 550 \times 10^3 \text{ (lei/year)}$$

In order to determine the execution durations of the 10 products, the graphs in figures (A-1) (A-2) and (A-3) have been drawn up, showing that each product can ve achieved according to probabilist durations ranging between (531,5...550) hours/product, which results in a time of (5315...5500) hours/year. Considering the mean/cost of machining is 100 lei, it restults $C_{ord} = 550 \times 10^3$ lei/year.

In the graphs, Fig. (A-1) and (A-2), the durations are computed with the probabilist relations with which the PERT method operates, and in graph (A-3) the durations are established on the determinist ground.

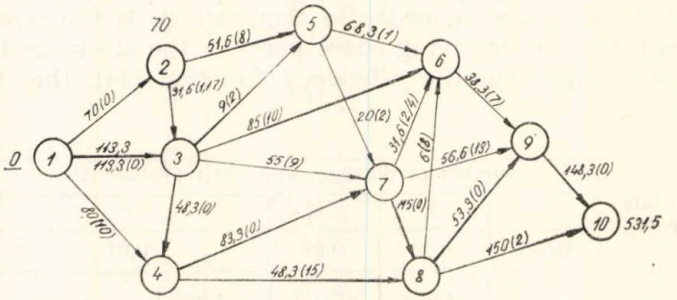


Fig. A 1

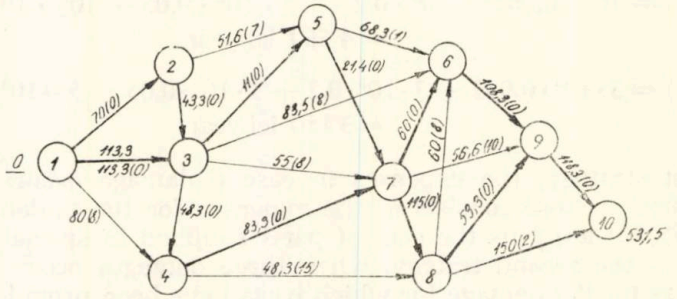


Fig. A 2

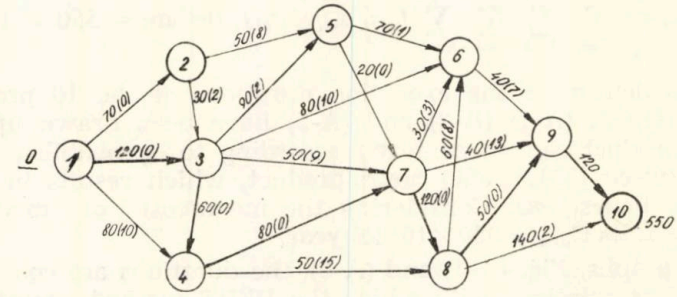


Fig. A 3

Applying the method of successive laying we can establish which is the putting-on-production order of items, so that : the loading degree of the equipments be maximal. The labour expenses have the value :

$$(A-7) \quad C_{FM} = \sum_{a=1}^{1} S_a \sum_{g=1}^{c} \sum_{b=1}^{d} n_{gb}\, r_{gb} = (10 \times 20 \times 10^3 + 1 \times 10^3 + 1 \times 2500) \times 12 = 282 \times 10^3 \text{ (lei/year)}$$

It has been considered that 20 workers are required, 10 per shift, one technician and an engineer. The general expenses are appreciated as being 15% of the total expenses, and investments $I_i = 2010^6$ lei. The amortization quota $p_a = 0{,}07$, and the economic efficiency coefficient $p_a = 0.2$ (years).

$$(A-8) \quad C_{G+I} = 130 \times 10^3 + (0{,}07 + 0{,}02) \times 2 \times 10^6 = 0{,}670 \times 10^6 \text{ lei/year}$$

On ground of the computation carried out, the probabilist computation expenses have the following value :

$$(A-9) \quad Z_t^{pr} = (29 \times 10^3 + 9 \times 10^3 + 3{,}15 \times 10^3 + 550 \times 10^3 + 282 \times 10^3 + 130 \times 10^3 + 540 \times 10^3) = (0{,}67 + 0{,}873) \times 10^6$$

$$Z_t^{pr} = 1{,}443 \times 10^6 \text{ lei/an} > Z_t^d \qquad Z_t^d < Z_t^{pr}$$

In order to use also the utility function, we transform, the efficiency function (Z) in a relation written as follows :

$$(A-10) \qquad F_U = \sum_i \sum_j k_i\, a_i\, c_{ij} X_j + \sum_l b_l = \text{minim}$$

In view of this transformation we write the efficiency function taking into consideration various optimizing criteria.

These criteria refer, for instance, to the minimal expenses for materials and manual labour, the minimal total computation expenses (Z_t). In order to transform this efficiency function in a function which synthetizes all these aspects in the form of (A-10), for each case are written and solved the following ecuation systems :

$$(A-11) \quad \frac{\max. F_e}{\max. F_e - \min. F_e} + \frac{\min. F_e}{\max. F_e - \min. F_e} = \frac{\max. F_e + \min. F_e}{\max. F_e - \min. F_e} = 1$$

$$\frac{\min. F_e}{\max. F_e - \min. F_e} + \frac{\min. F_e}{\max. F_e - \min. F_e} = \frac{2 \min. F_e}{\max. F_e - \min. F_e} = 0$$

where : Fe =determined efficiency function, keeping into account the criteria imposed when optimizing the production processes.

The mathematical formulation of the linear-programming problem for the case considered leads us to the following relation :

$$(A-12) \quad \sum_1^{10} X_j \leq 337; \; F_e = \sum_1^{10} C_j X_j \leq F_{di}\, C_{mi} \qquad X_j \leq X_p$$

where : X_j = the number of products in the plan structure, which should not exceed the quantity (x_p) which the exterprise can process.

c_j = cost of one product, F_{dl} = the available fund of each park of machines of the same type, C_{mt} = mean machining cost

Writting the efficiency functions (*fe*), by taking into account the four criteria previously mentioned, the utility function (*A*-10) is formed. Taking into account the relations (*A*-11) and the values deduced for the importance coefficients (15), the result is :

$$(A-13)\ F_u = 10^2(44X_1 + 33X_2 + 67X_3 + 68X_4 + 78X_5 + 61X_6 + 77X_7 + 12X_8 + 17X_9 + 10X_{10}) = \text{minim}$$

Solving this system, we deduce the structure of the optimal production plan on various periods (decades, months, quarters), we apply the method of successive laying and we establish the structure of the ordinating function in the hypothesis of the maximum loading of machines in the operation lines analysed.

$$X_1 = 43 \quad X_2 = 6 \quad X_3 = 44 \quad X_4 = 22 \quad X_5 = 33 \quad X_6 = 44 \quad X_7 = 22$$
$$X_8 = 36 \quad X_9 = 49 \quad X_{10} = 12$$

Management Chair
Polytechnical Institut "Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *Shannon* **C.** *B.* — A Mathematical Theory of Communication. In : Bell System Tech. I.27 (1948) nr. 3, p. 379—423 şi 28 (1948) nr. 4, p. 623—656.
2. *N. Wiener* — Cybernetics of Control and Communication in the Animal and the Machine. New-York — 1948.
3. *F. M. Brem* — An Introduction to Information Theory. New-York — 1948.
4. *A. Spătaru* — The Information Transmision Theory. Editura Tehnică, Bucharest — 1965.
5. *Stengal I.* — Informational Economic Programming Systems. Paris-Dunod — 1965.
6. *Patrik Carol* — Concept and Development of a Total Information System of the Enterprise. In : Cost and Management Comande Tag. — 1969.
7. *Kaufman A.* — Operational Research Methods and Models. Vol. I—II, Dunod-Paris — 1965.
8. *Roy B. S.* — Les problèmes d'ordonantement avec contraintes disjunctives. In : S.E.M.A. nr. 9 bis — 1964.
9. *Miller D. W. and Starr M. K.* — Executive Decisions and Operations Research. Printince Hall, 1960.
10. *Elmaghroby S. S.* — Proiectarea sistemelor de producţie. Designing of Production Systems. Ed. Tehnică, Bucharest, 1968.

Logical diagram for the study of operative planning in series-production manufacture

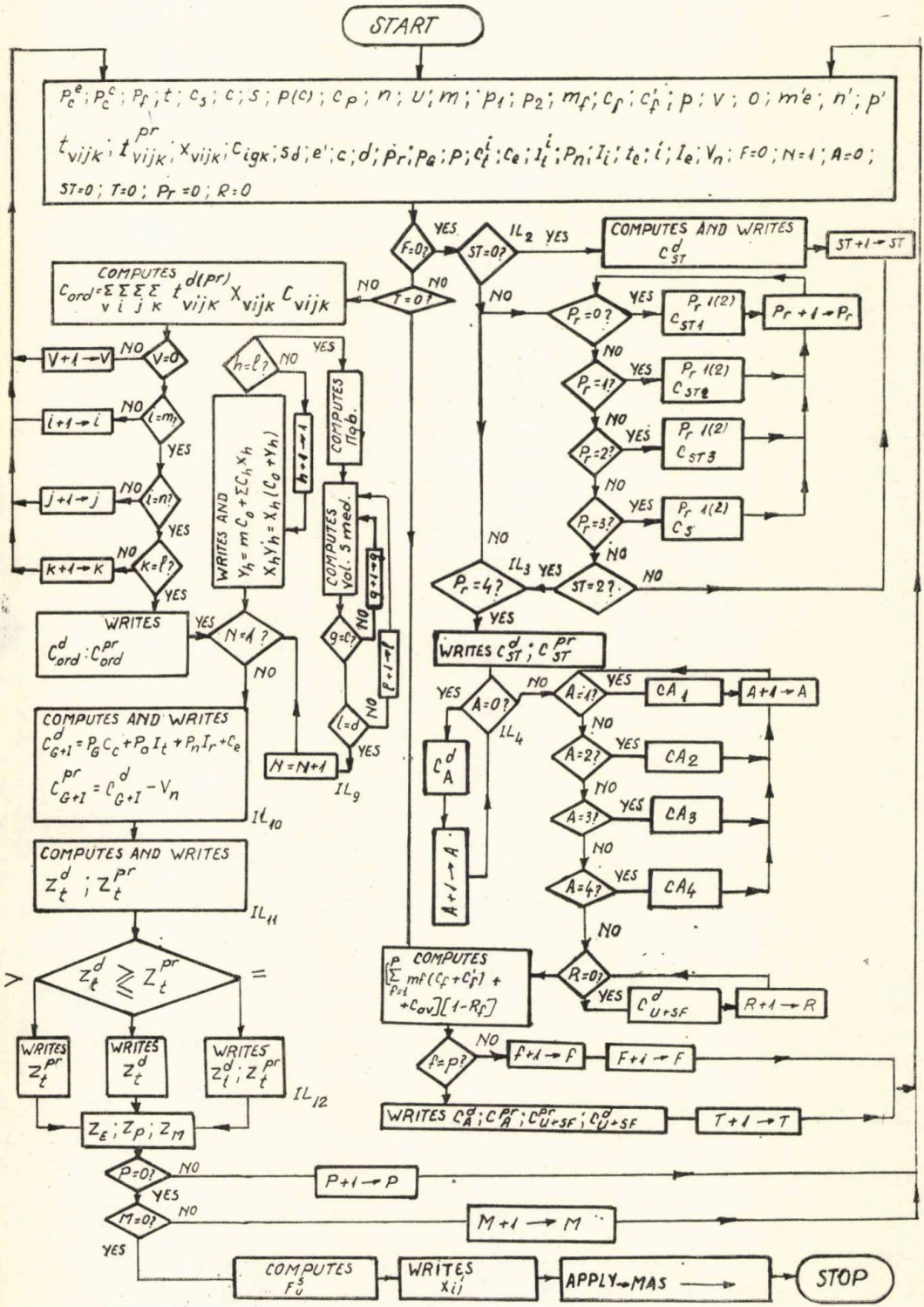
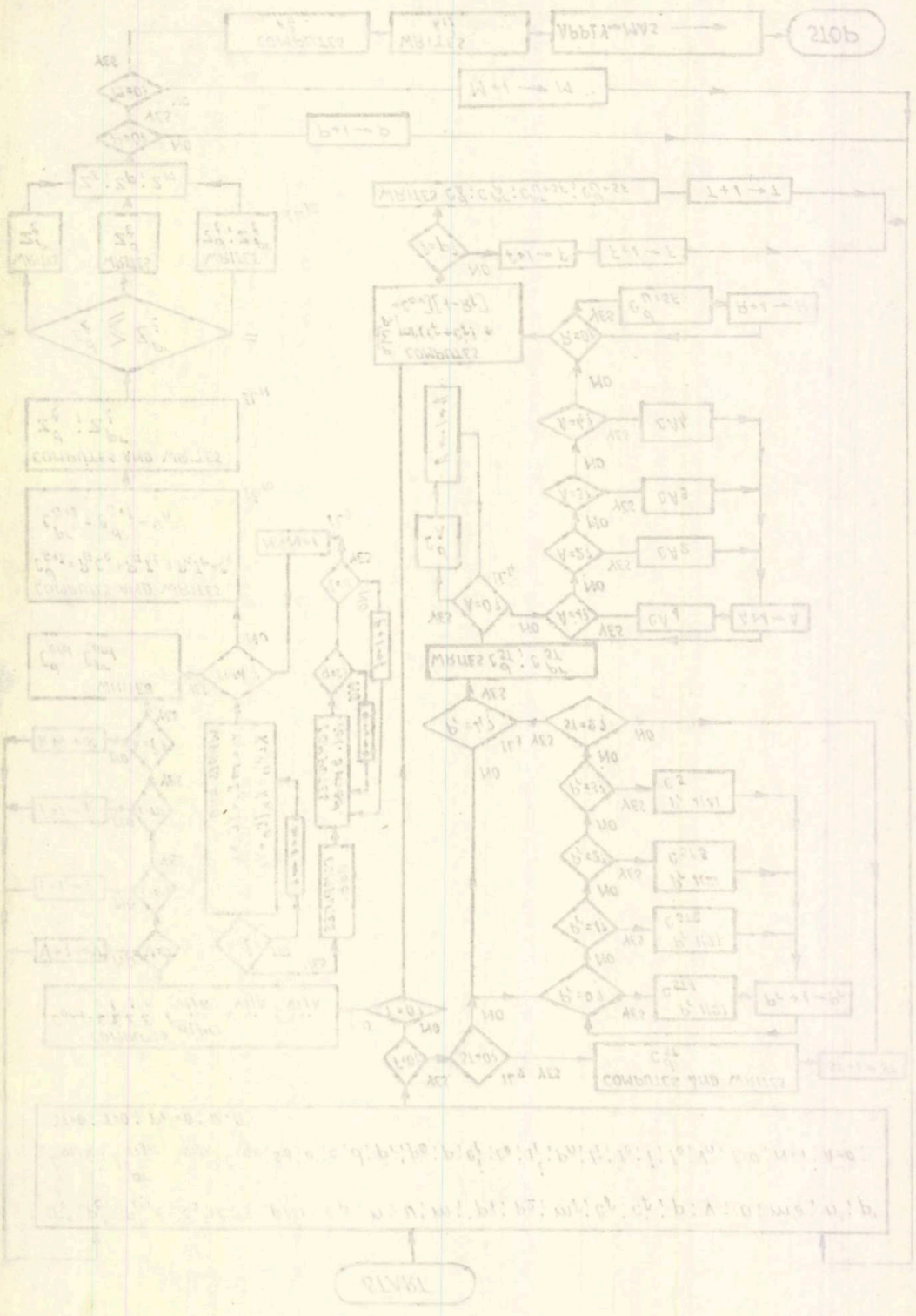


Fig. 2



11. *Gridenco B. V.* — Metode matematice în teoria siguranței. Mathematical Methods in the Reliability Theory. Ed. Tehnică, Bucharest, 1968.

12. *Arrow K. I.* — Mathematical Methods in the Social Sciences. Proceeding of the First Stanfort Symposium, Stanfort University Press, 1959.

13. *Fishburn P. C.* — Utility Theory. In : Management Science, Vol. 14, no. 5, 1968.

14. *Popa A., Carabulea A.* — Mathematical Models and Logical Diagrams for Railway Electrifying and Diesel Drive Optimizing. In : Buletinul I.P.B. no. 2/March-April 1968, p. 127—143 ; 13 references.

15. *Boldur Gh.* — Procese informaționale și de decizie (Informational and Deci-,sion Processes), Ed. Științifică, Bucharest 1969.

„Grafica Nouă" II — c. 9619

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40830

1972 MAY 2 8

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII NUMĂRUL 3 ANUL 1971
MAI — IUNIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il refète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
INSTITUTUL POLITEHNIC
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONTI 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIII — NUMĂRUL 3

MAI — IUNIE
1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICĂ

Dimitar Pirgow

Über einen Satz für Irreduzibilität der ganzzahligen Polynome im Körper der rationalen Zahlen von G. Polya 21

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

A. Ianu, Aurelia Dinescu, Agneta Bâtcă-Cerbu

Studiu asupra îmbunătăţirii procedeului de obţinere a oxidului de magneziu din dolomite cu ajutorul bioxidului de carbon . . 35

Gh. Constantinescu

Über die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen 3 Mitt 41

FIZICĂ

I. Agârbiceanu, I. Cucuruzeanu, Al. Preda, P. Suciu

Reconstituirea frontului de undă prin metoda holografică . . . 45

TERMOTEHNICĂ

Al. Dănescu, M. Marinescu

Determinarea coeficientului de exces de aer cu ajutorul proprietăţilor electrice pentru flăcările laminare, ale combustibililor gazoşi 49

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Al. Manea

Posibilităţi de reducere a timpului de calcul la programarea procesului de injecţie a combustibilului pe un calculator numeric. . 67

ELECTROTEHNICĂ

P. Dinculescu

Studiul electromagneţilor de curent alternativ monofazat în poziţia închis 71

W. Szabo

Punţi cu comparator de curent pentru măsurarea pierderilor magnetice 97

ELECTRONICĂ

Gh. Cartianu, M. Ivanciovici, Al. Preda, B. Schuster, D. Zamfirescu, Ileana Beluşică

Sistem de comunicaţie pentru mine, cu apel selectiv . . . 103

A. Beldiman, M. C. Bodea

Distribuţia staţionară de temperatură pentru un tranzistor multiemitor, cu geometrie în benzi 119

TRANSPORTURI

Gh. Anton, Gh. Frăţilă

Determinarea pe cale experimentală a încărcărilor dinamice maxime al transmisiei automobilelor 131

METALURGIE

M. Ienciu

Termodinamica reacţiilor de reducere a amestecurilor de sulfuri cu gaz metan 137

Резюме

Димитър Пиргов Д. К. 517

Об одной теореме о неприводимости целочисленных многочленов над полем рациональных чисел г. полиа

В этой работе доказана следующая теорема о неприводимости целочисленных полиномов над полем рациональных чисел.

Теорема: Целочисленный многочлен $p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots$ $\ldots a_n$, который принимает s_n различных целых чисел, значения различных от нуля и по абсолютной стойкости меньших чисел

$$G' = \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left\{1 + \frac{k}{d\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)}\right\}$$ ненриводим над

полем рациональных чисел.

Это теорема представляет обобщение второй тесремы Г. Полиа из [2].

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 661.846.23

А. Яну, А. Динеску, А. Т. Чербу

Улучшение процесса получения окиси магнезия из доломита при помощи угольного ангидрида

Изучено добавок примесей аминокислот пачуинные гидролизом желатина на производительность выработки окиси магнезия из шятсера доломита с повышенным содержанием сырья.

Отмечается явное улучшение производительности вырабатки окиси магнезия на шликере с большой концентрацией доломита, в присутствии гидролизанта желатина, по отношению к выработке в случае шликеров без добавок.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Г. Константинеску Д. К. 661.728

О технике облажения годовых растений, III

В настоящей работе исследуется новый метод обработки соломы смесью фосфорной кислоты и перекиси водорода для получения комплексных органо-минеральных удобрений.

Аналитическим путем исследуются и разбираются изменения главных групп органических веществ, смесей азота и фосфора во время произведения реакции, а также и свойства полученных продуктов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Summary

D.C. 517

D. Pirgov

Study on the Ireducibility of Whole Polynomeals on the Rational Number Field of G. Polya

The present paper demonstrates the following irreducibility theorem of whole polynominals on the rational number field :

Theorem : The whole polynominal $p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_n$ requires within n integer values, taking values from O up to....

smaller than number $G' = \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left\{1+\frac{k}{d\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)}\right\}$

being irreducibile on the rational number field.

This theorem represents the generalization of the second theorem of Polya (2).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 661.846.23

A. Ianu, A. Dinescu, A. T. Cerbu

A Study on Improving the Procedure for Obtaining Magnesium Oxide from Dolomites with Carbon Dioxide

A study on the influence of the additions of aminoacids obtained through gelatine hydrolysis, on the efficiency of the magnesium oxide extraction from suspensions of dolomites having a high content of raw material.

The significant improvement of the efficiency of the magnesium oxide extraction in suspension with a high dolomite concentration, in the presence of the gelatine hydrolysate is net compared with the extraction in case of suspensions without additions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 661.728

Gh. Constantinescu

About the Annual Plant Humification Technique, III

The present paper deals with a new method of treating straw with a mixture of phosphoric acid and hydrogen peroxide, with the aim of obtaining complex organo-mineral fertilizers. The modifications of the main organic matter groups are analitically studied and discussed, as well as the humin substance formation, the nitrogen and phosphorus formation dring reactions, and the obtaining products properties of the obtained products.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д К. 539

И. Агырбичану, И. Кукурузяну, П. Сучу, Ал. Преда

Восстановление фронтовой волны голографическим способом

Работа содержит голографический метод и экспериментальные результаты, которые были получены в нашей лаборатории. Голограммы были произведены на фильмах „Orwo LP/6", Orwo UT/16" и „Kodak 649 F" (см. рис. 2в и 2г).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К 536.7

Ал. Дэнеску, М. Маринеску

Определение коэффициента избытка воздуха при помощи электрических свойств для ламинарного пламени газовых топлив

В работе изложен метод местного определения коэффициента избытка воздуха при помощи электрических свойств для ламинарного пламени газовых топлив.

Этот метод может быть применим и для определения размеров и места установки ионизационных зонд, употреблямых в качестве наводчика пламени в зависимости от чувствительности измерительной электронной аппаратуры и от интенсивности охлаждающего потока пламени.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 621.43

Ал. Маня

Возможность сокращения бремени расчета при программировании процесса впрыска торлива на эцвм

Время расчета, необходимое для решения уравнений, которые описывают процесс впрыски топлива зависит в большой мере от выбранного метода разрешения. При применении метода конечныхй разностей, желаемая точность расчета получается последовательными приближениями. При обязательной точности, время росчета зависит от числа соответствующих приближений каждому интервалу. Дается метод для сокращения числа приближений выбором подходящих испытуемых значений.

Предлагаемый метод был проверен в рамках прогаммного исчисления системы нагнетания, для решения граничных условий насоса.

Получение точности в 0,01 кг/см^2 при расчете давлений осуществляется после 5-ти итераций при большинстве интервалов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 539

I. Agîrbiceanu, I. Cucuruzeanu,
P. Suciu, Al. Preda

Wawe Front Reconstitution Through the Holographic Method

The paper contains the presentation of the holographic method, and the experimental results obtained in our laboratory. The holograms were obtained on "Orwo LP6", "Orwo U16" and "Kodak 649F" films (see Figs. 2c and 2d).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 536.7

Al. Dănescu, M. Marinescu

Computation of the Aer Excess Coeficient Useing Electrical Propeties, in the Case of Laminar Flames for the Gas Fuels

In this paper it is presented a method of local computation, of the aer excess coeficient useing electrical propeties, in the case of laminar flames for the gas fuels. This method can be used for designing of a flame supervising apparatus, taking in account the sensibility of the electronic devise, used for measurements, and the density of the cooling heat flux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 621.43

Al. Manea

Possibilities of Reducing the Computation Time when Programming the Fuel Injection Process on a Digital Computer

The computation time, necessary for solving the equations which describe the injection process, depends to a large extent on the solving method selected. When applying the finite difference method, the wanted computation accuracy is obtained through succesive approximations. If the accuracy is imposed, the computation time depends on the approximations number corresponding to each interval. A method is presented for reducing the number of approximations, by a convenient selection of the attempted values.

The proposed method was verified within a computation programe of the injection system, in view of solving the pump limit conditions.

An accuracy of 0.01 kg/cm² is obtained after five iterations at the majority of intervals.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д К 621.318.3

П. Динкулеску.

Иссгедование электромагнитов однофазного переменного тока

В неэкранированной части полюсов однофазного электромагнита переменного тока, короткозамнутыми винтами, индукция имеет повышенные значения, что приводит к насыщению железа и к искажению магнитных потоков. В рамках работы, автор анализирует, в первую очередь, влияние насыщения на силу притяжения сравнительно с синусоидальным режимом, при котором не принимается во внимание проводимость железа. Анализируется также, влияние на минимальную силу величиной воздушного зазора и длиной куска железа пронизанной потоком неэкранированной уасти. В конце, изучается поведение электромагнитов при колебании напряжения питания. Расчеты выполнены моделированием на аналоговой вычислительной машины ш-овразного электромагнита типа Е.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 538

В. Шабо

Мосты с компаратором токов для измерения магнитных потерь

В работе предлагаются несколько схем новых мостов для магнитных измерений, имея главным элементом компаратор тока устанавливаются условия уравновешивания и анализируются главные свойства этих мостов. В заключение указываются результаты, полученные эксперииентально.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 621. 391. 6

Г. Картиану, Ал. Преда, М. Иванчиовичь, Б. Шустер
Д. Замфиреску, Иляна Белушка

Система связи для рудников с селективным вызовом

В этой статье представляется система радиосвязи большой частоты с ответвлением малой частоты для связи в рудничных установках. Система предназначена для двухсторонней связи на двух предназначенных каналах частоты, заключающихся в полосе 260—37о Кгц между главным диспетчером и электрическими локомотивами тяги циркулирую цими в рудничных галереях.

Система состоит из центральной станции и десяти передвижных станций, которые могут быть вызваны посредством селективного вызова, осуществляемого двойной селекцией для слуховых частот и соответственно для очень низких частот. Для последнего типа селекции применяются электромеханические фильтры.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 621.318.3

P. Dinculescu

Study of Single-phase Alternating Current Electromagnets

In the unshaded of single-phase alternating-current electromagnet fitted with shadring coils the induction has high values resulting in the iron saturation and magnetic flux deformation. In this paper the author first analysis the influence of this saturation on the atraction force as compared tot the sinusoidal state in which iron reluctance is not taken into account. He also analysis the influence on the minimal force of the air-gap size and of the length of the iron portion through which passes the flux in the unshaded pole part. Finally, the behaviour of the electromagnets at variations in the supply tension, is studied. The calculations are made by modelling, on an analogue computer, an E-type electromagnet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 538

W. Szabo

Current-comparator Bridges for Measuring Magnetic Losses

The paper proposes some new bridge diagrams for magnetic measurements, having as main element a current comparator. The balance conditions are established, and the main properties of these bridges are analysed. Finally, the experimental results obtained are shown.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 621.391.6

Gh. Cartianu, Al. Preda, M. Ivanciovici, B. Schuster, D. Zamfirescu, Ileana Beluşică

Communication Sistem for Mines with Selective Call

The paper presents a MF radiocommunication system with small frequency deviation, for communications in the mining systems. The system is meant for bilateral connections on two frequency channels within the band of 260—370 kc/s, between the central dispatcher and the electric locomotive, in mine haulage ways.

The system consists of a central station and lo mobile, stations, that may be called by selective, call, obtained by double selection at audio frequencies, and at very low frequencies, respectively. Electromechanical filters are used for the last type of selection.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 621.396

А. Белдиман, М. К. Бодеа

Стационарное распределение температуры для многоэмиттерного транзистора с геометрией на лентах

В этой работе дается общее отношение, которое позволяет высчитать распределение температуры в многоэмиттерном транзисторе с геометрией в лентах, принимая во внимание случай при автоагломерации и без автоагломерации эмиттера

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 629.113

Г. Антон Г. Фрэцила,

Определение экспериментальным способом максимальной динамической зарядки передачи автомобилей

Теоретическое определение динамической зарядки максимальной передачи является сложным вопросом, при решении которого вводятся упрощения, благодаря которым полученные результаты соответствуют действительным только до некоторой степени.

В работе определены экспериментально динамические максимальные испытания передачи автомобилей, а также влияние различных факторов на эти испытания.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Д. К. 622.7 : 669.2/.8

М. Иенчу

Термодинамика реакций восстановления смесей сульфидов с природным газом

В работе проанализированы главные реакции между природным газом и сульфидами свинца, меди, цинка и железа, с термодинамической точки зрения.

Приходят к выводу, что процесс восстановления, вероятно, осуществляется только при помощи реакций 1,4 и 6 которые при принимаемой температуре имеют значения менее 10.000 калорий изменений термодинамических потенциалов, что позволяет практическое их осуществление использованием вакуума, увеличением избытка восстановителя или применением некоторых соответствующих катализаторов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 621.39(

A. Beldiman, M. C. Bodea

Stationary Temperature Distribution for a Stripe-geometry Multi-emitter Transistor

The paper presents the general relation permitting to calculate the temperature distribution in a Stripe-geometry multiemitter transistor, by separately considering the cases with and without emitter auto-agglomeration.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 622.7 : 669.2/.8

Gh. Anton, Gh. Frăţilă

Experimental Determination of Car-transmission Maximal Dynamic Loadings

The theoretical determination of transmission maximal dynamic loadings is a complex problem for the solving of which simplifications are introduced, such as to make that the obtained results, correspond to the real ones, only to a certain extent.

In the paper, car-transmission maximal dynamic loadings are experimentally determined, together with the influence of various factors on these loadings.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.C. 622.7 : 669.2/.8

M. Ienciu

Thermodinamics of the Reduction Reactions for the Sulphide-natural Gas Mixtures

The paper analyzes from the thermodinamical point of view the main reactions types between natural gas and lead, cooper, zinc and iron sulphides.

The author draws the conclusion that the reduction process is probabily performed due to reactions 1, 4 and 6, having, within the temperature range under consideration, values of the thermodinamical potential variations of less than 10,000 calories ; it allows them to be practically performed by using vacuum by increasing the reducer excess or by using adequate catalyzers.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Résumé

C.D. 517

D. Pirgov

Sur une théorie d'irréductibilité des polynômes entiers sur le champ des nombres rationnels de G. Polya

Dans la présent ouvrage on fait la démonstration du suivant théorème d'irréductibilité des polynômes entiers sur le champ des nombres rationnels.

Théorème : Le polynome entier $p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_n$ qui exige, dans le cadre n, des valeurs entières différentes et prend des valeurs de 0 à....., moindres que la nombre $G' = \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left\{1+\frac{k}{d\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)}\right\}$ est irréductible sur le champ des nombres rationnels.

Ce théorème représente la généralisation du second théorème de Polya (2).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 661.846.23

A. Iancu, A. Dinescu, A. T. Cerbu

Étude sur l'amélioration du procédé d'obtention de l'oxyde de Mg à partir des dolomies, à l'aide de CO_2

On a étudié l'influence ajouts d'aminoacides, obtenus par l'hydrolyse de la gélatine, sur le rendement d'extraction de l'oxyde de Mg des barbotines dolomitiques à haute teneur en matière première.

On remarque l'amélioration nette du rendement d'extraction de l'oxyde de Mg aux barbotines à grande concentration de dolomie, dans la présence de l'hydrolysate de gélatine, par rapport à l'extraction au cas des barbotines sans ajouts.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 661.728

Gh. Constantinescu

Sur la technique de l'humification des plantes annuelles III

Dans cet ouvrage on examine une nouvelle méthode de traitement des pailles avec un mélange d'acide phosphorique et eau oxygénée, dans le but d'obtenir des engrais complexes organo-minéraux. On poursuit analytiquement et on discute les modifications des principaux groupes de substances organiques, la formation des substances des combinaisons avec de l'azote et du phosphore durant le développement des réactions, et les propriétés des produits obtenus.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

Zusammenfassung

D.K. 517

D. Pirgov

Uber die Theorie der Irreduktibilität der ganzen Polynome auf das Feld rationallen Nummern von G. Polya.

Im vorliegenden Bericht wird nachstehender Lehrsatz über die Irreduktibilität von ganzen Polynomen auf das Feld der rationallen Nummern erläutert.

Lehrsatz: das volle Polynom $p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_n$. fordert, im n-Rahmen, verschiedene ganze Werte, nimmt Werte von O bis .... kleiner als die Nummer $G' = \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left\{1 + \frac{k}{d\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)}\right\}$ und ist irreduktibel auf das Feld der rationallen Nummern.

Dieser Lehrsatz stellt die Verallgemeinerung des zweiten Lehrsatzes von Pollya (2) dar.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 661.846.23

A. Iancu, A. Dinescu, A. T. Cerbu

Studium über die Verbesserung des Verfahrens zur Erlangung von Magnesiumoxyd aus Dolomiten mittels des Kohlendioxyds

Es wurde der Einfluss der durch Gelatinehydrolyse erhaltenen Aminosäurenzusätze auf den Wirkungsgrad der Extraktion von Magnesiumoxyd aus Dolomiten mit hohem Gehalt an Rohstoff untersucht.

Es ist eine klare Verbesserung des Extraktionswirkungsgrades von Magnesiumoxyd an Schlickern mit hoher Dolomitkonzentration, in Anwesenheit von Gelatinehydrolysat, im Vergleich zur Extraktion bei zusatzlosen Schlickern, zu beobachten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 661.728

Gh. Constantinescu

Uber die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen 3 Mitt

Es wird eine neue Methode der Strohaufbereitung mit H_3PO_4 und H_2O_2 zum Zwecke der Gewinnung von Nährstoffträgern oder organomineralischen Komplexdüngern geprüft. Die Veränderungen der wichtigsten organischen Stoffgruppen, die Bildung der Huminstoffen, der Einbau von Stickstoff und Phosphor sowie die Eigenschaften der hergestellten Präparate werden während des Reaktionsablaufes verfolgt und diskutiert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 539

I. Agîrbiceanu, I. Cucuruzeanu,
P. Suciu, Al. Preda

Reconstitution du front d'onde par la méthode holographique

Le travail présente la méthode holographique : les résultats expérimentaux ont été obtenus au cadre de notre laboratoire. Les hologrames ont été produits sur les films „ORWO LP6", ORWO UT16 et Kodak 649F" (voir les figures 2c et 2d).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 536.7

Al. Dănescu, M. Marinescu

La détermination du coefficient de l'excès d'air à l'aide des propriétés électriques pour des flammes laminer des combustibles gazeux

Cet ouvrage présente une méthode de détermination locale du coefficient de l'excès d'air à l'aide de propriétés électriques pour des flammes laminer des combustibles gazeux.

Cette méthode peut être utilisée aussi pour établir les dimensions et position des sondes d'ionisation, qui sont utilisées surveillant flamme, en fonction de comme, sensibilité de l'appareillage électronique de mesure et de l'intensite du flux de refroidissement de la flamme.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 621.43

Al. Manea

Possibilités de réduction du temps de calcul de la programmation du processus d'injection du combustible sur un calculateur numérique

La période de calcul, nécessaire à la solution des équations qui décrivent le processus d'injection, dépend dans une grande mesure de la méthode choisie. En appliquant cette méthode des différences finies, la précision de calcul désirée est obtenue par des approximations successives.

Si la précision est imposée, la période de calcul sera fonction du nombre des approximations correspondant à chaque intervalle. On présente une méthode pour la réduction du nombre d'approximations en chosissant d'une manière convenable les valeurs essayées.

La méthode proposée a été vérifiée dans le cadre d'un programme de calcul du système d'injection pour la solution des conditions limite de la pompe.

L'obtention d'une précision de 0,01 kg/cm² au calcul des pressions est réalisée après 5 itérations pour la plupart des intervalles.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 539

I. Agîrbiceanu, I. Cucuruzeanu,
P. Suciu, Al. Preda

Die Wiederherstellung der Wellenfront durch die holografische Methode

Das Referat enthält die Darstellung der holografischen Methode und die in unserem Laboratorium erzielten Versuchsergebnisse. Die Hologramme wurden auf Film „ORWO LP6", „ORWO UT16" und „KODAK 649F" hergestellt (s. Bild 2c und 2d)

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 536.7

Al. Dănescu, M. Marinescu

Bestimmung der Luftüberschusszahl mit Hilfe von elektrischen Eigenschaften für Laminarflammen der gasförmigen Brennstoffe

Die Arbeit legt eine Methode für die lokale Bestimmung der Luftüberschusszahl mit Hilfe von elektrischen Eigenschaften für Laminarflammen der gasfömigen Brennstoffe vor.

Diese Methode kann auch zur Festlegung der Abmessungen und des Aufstellungsortes der Ionisierungsstangen dienen, die als Flammenüberwacher, in Abhängigkeit von der Empfindlichkeit der elektronischen Messapparatur und der Stärke des Flammenabkühlungsflusses verwendet werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 621.43

Al. Manea

Möglichkeiten zur Werringerung der Rechenzeit bei der Programmierung des Einspritzvorganges des Brennstoffs auf einem Digitalrechner

Die für die Auflösung der den Einspritzvorgang beschreibenden Gleichungen erforderliche Rechenzeit hängt in hohen Masse von der gewählten Methode ab. Bei Anwendung der Methode der finiten Differenzen wird die Rechenpräzision durch sukzessive Annäherungen erhalten. Ist Präzision vorgeschrieben, so ist die Rechenzeit eine Funktion der Anzahl der für jedes Intervall entsprechenden Annäherungen. Es wird eine Methode für die Verringerung der Annäherungszahl durch angemessene Wahl der geprüften Werte dargestellt.

Die vorgeschlagene Methode wurde im Rahmen eines Rechenprogramms des Einspritzsystems für die Ermittlung der Pumpengrenzbedingungen überprüft.

Die Erzielung einer Präzision von 0,01 kp/cm² bei der Berechnung der Drücke wird nach 5 Iterationen bei der Mehrzahl der Intervalle erlangt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 621.318.3

P. Dinculescu

Etudes de électro-aimants dàe courant alternatif monophasé

Dans la zone non écranée des pôles des électro aimants à courant alternatif monophasé (munis de spires à écran) l'induction a des valeurs élevées, ce qui mène à la saturation du fer et à la déformation des flux magnétiques. Au cadre de ce travail, l'auteur analyse, en premier lieu ; l'influence de la saturation sur la force d'attraction par rapportan régime sinusoidal où l'on faét abstraction de la réluctance du fer. On analyse aussi l'influence sur la force minime de la valeur de l'entrefer et de la longueur de la portion, de fer traversée par le flux de l'aire non-écranée du pôle. Finalement on étudie le comportement des électroaimants lorsque la tension d'alimentation varie. Les calculs sont effectués en modelant sur un calculateur analogique un électro-aimant du type E.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 538

W. Szabo

Ponts à comparateur de courant pour le mesurage des pertes magnétiques

Le travail propose quelques nouveaux ponts pour les mesurages magnétiques, ayant comme princiapl élément un comparateur de courant.

On établit des conditions d'équilibre et on analyse les principales propriétés de ces ponts.

On indique finalement les résultats obtenus après les expériences.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 621.391.6

Gh. Cartianu, Al. Preda, M. Ivanciovici, B. Schuster, D. Zamfirescu, Ileana Beluşic.ă.

Système de communication pour les mines, à appel sélectif

Dans cet article on expose un système de radiocommunication à MF à petite déviation de fréquence pour les communications à l'intérieur des installations minières. Le système est destiné pour liaison bilatérale sur deux canaux de fréquence dans la bande de 260...370 kHz, entre le dispatcher central et les locomotives électriques de traction, qui circulent dans les galeries de mines.

Le système comporte une station centrale et dix postes mobiles, qui peuvent être appelés par appel sélectif réalisé par une double sélection, aus des audiofréquences et respectivement sur des fréquences très basses. Pour le dernier type de sélection on utilise des filtres électromécaniques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 621.396

A. Beldiman, M. C. Bodea

Distribution stationaire de la température pour un transistor multi-émetteur à la géometrie dans les bandes

La travail présente en général une relation qui permette le calcul de la distribution de température dans un transistor multi-émetteur à géometrie dans les bandes, en considérant le cas de l'autoagglomération et dans l'autoagglomération de l'émetteur.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 629.113

Gh. Frăţilă, Gh. Anton

Détermination par voie expérimentale des chargements dynamiques maxima de la transmission des autos

La détermination théorique des chargements dynamiques maxima de la transmission est un problème complexe dont la solution implique des simplifications qui font que les résultats obtenus ne correspondent aux résultats réels que dans une certains mesure.

Le travail a déterminé, par des expériences, les chargements dynamiques maxima de la transmission des autos de même que l'influence des defférents facteurs sur ces chargements.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

C.D. 622.7 : 669.2/.8

M. Ienciu

La thermodynamique des réactions de réduction des mélanges de sulfures par du gaz méthane

Dans l'ouvrage sont analysés du point de vue thermodynamique, les principaux types de réactions entre le gaz méthane et les sulfures de plomb, cuivre, zinc et fer.

On arrive à la conclusion que le processus de réduction est réalisé probablement, seulement à l'aide des réactions 1,4 et 6, qui dans le domaine de température considéré ont des valeurs de la variation potentielle thermodynamique sous 10000 calories ce qui permet leur réalisation pratique en utilisant le vide, par l'augmentation de l'excès de réducteur ou en utilisant des catalyseurs adéquats.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 621.318.3

P. Dinculescu

Studium der Wechselstrom-Elektromagnete

In der nicht abgeschirmten Zone der Wechselstrom-Elektromagnetenpole, welche mit Abschirmwindungen versehen sind, besitzt die Induktion hohe Werte, was zur Sättigung des Eisens und und zur Verformung der magnetischen Ströme führt.

Im Rahmen der Arbeit analysiert der Verfasser in erster Linie den Einfluss der Sättigung auf die Anzugskraft im Vergleich zum sinusförmigen Betrieb, in welchem von der Reluktanz des Eisens Abstand genommen wird. Es wird desgleichen der von der Luftspaltgrösse und der Eisenteillänge, welche von dem Strom aus der nicht abgeschirmten Polfläche durchquert sind, auf der Mindestkraft ausgeübte Einfluss, untersucht. Zum Schluss wird das Verhalten der Elektromagnete bei Schwankung der Speisespannung studiert. Die Berechnungen sind mittels Modellierung auf einem Digitalrechner eines Elektromagneten der Type E ausgeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 538

W. Szabo

Brücken mit Stromvergleicher für die Messung von magnetische Verlusten

Es werden einige neue Schaltungen für magnetische Messbrücken, die als Hauptelement einen Stromvergleicher besitzen, vorgeschlagen. Es werden die Gleichgewichtsbedingungen festgesetzt und die Haupteigenschaften dieser Brücken untersucht. Abschliessend werden die erhaltenen Versuchsergebnisse angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 621.391.6

Gh. Cartianu, Al. Preda, M. Ivanciovici, B. Schuster, D. Zamfirescu, Ileana Beluşică

Nachrichtensystem für Gruben mit Wahlanruf

In dem Bericht wird ein Funkverbindungssystem mit FM mit kleinem Hub fur die Vermittlung von Nachrichten in Grubenanlagen dargestellt. Das System ist bestimmt für zweiseitige Verbindungen auf zwei Frequenzkanalen im Frequenzband von 260...370 kHz, zwischen dem Zentraldispatcher und den in den Grubenstrecken fahrenden elektrischen Zuglokomotiven.

Das System besteht aus einer zentralen Station und zehn mobilen Stationen, welche durch Doppelselektion realisierten Wah-Doppelselektion realisiertem Wahlanruf mit Tonfrequenz bzw. lanruf mit Tonfrequenz bzw. mit sehr niedrigen Frequenzen angerufen werden können Fur letzten Selektionstyp werden elektromechanische Filter verwendet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 621.396

A. Beldiman, M. C. Bodea

Die stationäre Temperaturverteilun gbei einem Vielfachsendetransistor mit Bandgeometrie

In der Arbeit wird eine allgemeine Gleichung angeführt, welche die Berechnung der Temperaturverteilung in einem Vielfachsendetransistor mit Bandgeometrie ermöglicht, wobei der Fall mit Selbstanhäufung und der ohne Selbstanhäufung des Emitters berückichtigt wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 629.113

Gh. Anton Gh. Frăţilă,

Versuchsmässige Bestimmung der dynamischen Höchstbeanspruchungen an Kraftwagenübertragungen

Die Bestimmung auf theoretischem Wege der dynamischen Höchstbeanspruchungen der mechanischen Übertragungen ist eine komplexe Aufgabe, zu deren Lösung Vereinfachungen eingeführt werden, welche dahin führen, dass die erhaltenen Ergebnisse mit den tatsächlichen nur in einem gewissen Masse übereinstimmen.

In vorliegender Arbeit wurden die dynamischen Höchsteanspruchungen der Kraftwagenübertragungen sowie die Einfluse von verschiedenen Faktoren auf diesen Belastungen bestimmt auf dem Versuchswege.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

D.K. 622.7 : 669.2/.8

M. Ienciu

Die Thermodynamik der Reduktionsreaktionen bei Sulfid-Methangas-Gemischen

In dem Referat werden die Hauptreaktionsarten zwischen Methangas (Erdgas) und Blei-, Kupfer-, Zink- und Eisensulfiden vom thermodynamischen Standpunkt analysiert.

Man gelangt zu dem Schluss, dass der Reduktionsvorgang wahrscheinlich nur mit Hilfe der Reaktionen 1, 4 and 6 zustandekommt, welche in dem berücksichtigten Temperaturbereich Werte der thermodynamischen Potentialänderungen unter 10.000 Kalorien haben,, was ihre praktische Durchführung durch Verwendung des Vakuums, Vergrösserung des Reduktionsmittelüberschusses bzw. Anwendung von angemessenen Katalysatoren ermöglicht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 3/1971

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z. : 517

ÜBER EINEN SATZ FÜR IRREDUZIBILITÄT DER GANZZAHLIGEN POLYNOME IM KÖRPER DER RATIONALEN ZAHLEN VON G. POLYA

DIMITAR PIRGOW
Technische Hochschule SOFIA

In der vorliegenden Arbeit werden wir ein Kriterium für die Irreduzibilität der ganzzahligen Polynome beweisen, welche bei n verschiedenen ganzen Bedeutungen des Arguments x solche Werte annehmen, die kleiner als die bestimmte Zahl G nach Absolutwert sind.

Ähnliches Problem ist zum ersten Mal von Schur [1] dargestellt, aber nur für zwei spezielle Klasse Polynome, welche bei n verschiedenen ganzen Zahlen den Wert 1 oder —1 annehmen. Dieses Problem ist von Flügel [1] gelöst. Später hat Polya [2] ein allegemeineres Kriterium für willkürliche ganzzahlige Polynome bewiesen, welches Øir hier zitieren werden.

I. Das ganzzahlige Polynom $P(x)$ vom Grade n, welches bei n verschiedenen ganzen Zahlen solche Werte annimt, die verschiedenen von Null und kleiner als $G=\dfrac{\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)!}{2^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}}$ nach Absolutwert sind, ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

In derselben Arbeit [2] zeigte Polya, daß die Zahl G mit besserer Abschätzung $G^*=\left(\dfrac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}\cdot\left(n-\left[\dfrac{n}{2}\right]\right)!$ erstetzt werden kann, wobei d der kleinste Abstand zwischen den Punkten $x_1, x_2,\ldots, x$ von I ist.

Im Jahre 1926 hat Ille [3] das Iesultat von Polya verbessert aber nur für Polynome, die keine reelle Wurzeln haben und für welche bei jeder x die folgende Bedingung $f(x)>0$ gilt. Ille hat die Zahl G von I mit der Zahl $G_1=\dfrac{k!}{2^{2k-1}}$ ersetzt, wobei $k=\dfrac{n}{2}$ ist, (n — der Grade von $f(x)$, k — die Zahl der Punkten, für welche $f(x_i)<G_1$, $i=1, 2,\ldots,k$ ist).

Im Jahre 1939 hat Tatusow [4] eine neue Verbesserung des Satzes von Polya gemacht, wobei er eine bessere Abschätzung $G_2=\sqrt{\dfrac{(n-1)!}{2^n}}$

funden hat. Dieses Resultat wurde später von Brauer und Ehrlich [5] verbessert. Die Abschätzung G von I ist von den oben genannten Autoren mit der besseren Abschätzung $G_3 = \frac{(n-1)!}{2^{n-1}\left[\frac{n-2}{2}\right]}$ ersetzt.

Vergleichen wir die Zahlen G, G_2 und G_3 ist Leicht zu ersehen, daß $\frac{G_3}{G} \approx \left(\frac{2^n}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}$ und $\frac{G_3}{G_2} \approx \left(\frac{n^3}{2\pi}\right)^{\frac{1}{4}}$, [5] ist.

Hier müssen wir noch bezeichnen, daß der zitierte Satz I bei $n>6$ anwendbar ist, und die von Tatusow und Brauer-Ehrlich entsprechend bei $n>5$ und $n \geqslant 5$.

Es ist klar, daß Polyas Abschätzung $G^* = \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \cdot \left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right)!$ im Vergleich mit den anderen Abschätzungen am besten ist, weil die Zahl d größer als 1 sein kann.

Tatsächlich sei $d>1$, d.h. $d=2, 3,...$ Dann gilt $\frac{G_3}{G^*} = \frac{G_3}{G\, d^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}} \approx$

$\approx \left(\frac{2^n}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{d^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \cdot \frac{2^{\frac{n}{4}}}{d^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}}$. Aber $d \geqq 2$ ist und $\frac{n}{4} < n - \left[\frac{n}{2}\right]$, also ist $\frac{G_3}{G^*} < 1$ $(G^* > G_3)$.

In unserer Arbeit werden wir ein Kriterium für Irreduzibilität beweisen, welches eine Verallgemeinerung des Satzes von Polya in den Fall $d>1$ darstellt, d.h. es wird eine Zahl $G'>G^*$ gefunden, für welche der Satz von Polya gültig ist.

Wir wollen am Anfang manche Hilfssätze beweisen, die später in der Abhandlung benutzt werden.

Es sei $x_0 < x_1 < ... < x_{i-1} < x_i < ... < x_n$, $(x_1, x_2, ..., x_n$ — ganze Zahlen). Bezeichnen wir entsprechend mit $d_1, d_2, ..., d_i, ..., d_n$ die Längen der Intervalle $[x_0, x_1]$, $[x_1, x_2]$, $[x_{n-1}, x_n]$. Mit d bezeichnen wir die kleinste Zahl von den Zahlen d_i $(i=1, 2,...,n)$, d.h. $d = \inf (d_1\, d_2, ..., d_n)$. Wir werden den Fall betrachten, bei welchem mindenstens zwei der Zahlen d_i $(i=1, 2,...,n)$ verschieden sind.

Es sei x_ν eine der Zahlen x_i $(i=0, 1,...,n)$. Dann können wir den Längen der Intervalle $[x_0, x_\nu]$, $[x_1, x_\nu]$, ..., $[x_{\nu-1}, x_\nu]$, $[x_\nu, x_{\nu+1}]$, ..., $[x_\nu, x_n]$ folgenden Ausdruck geben :

$$(1)\ ...\,|x_0 - x_\nu| = \gamma d + {}'_{0,\nu}, \quad |x_1 - x_\nu| = (\nu - 1)\, d + k_{1,\nu},...$$

$$...\,|x_{\nu-1} - x_\nu| = d + k_{\nu-1,\nu},...\,|x_{\nu+1} - x_\nu| = d + k_{\nu+1,\nu},...\,,$$

$$...,\,|x_{n-1} - x_\nu| = (n - \nu - 1)\, d + k_{n-1,\nu},\,|x_n - x_\nu| = (n - \nu)\, d + k_{n,\nu}.$$

Mit jeder der Zahlen x_i $(i=0, 1,...,n)$ können wir n Intervalle bilden, so daß ihre Längen wie in (1) dargestellt sind. $k_{i,\nu}$, $i\neq\gamma$, $i,\gamma=0, 1,...,n$ sind ganze Zahlen, weil x_k $(k=0, 1,...,n)$ auch ganze Zahlen sind. Selbstverständlich manche von der Zahlen werden gleich Null sein, weil manche der gebildeten Intervale eine Länge d haben. Mit k bezeichnen wir die kleinste Zahl der Zahlen $k_{i,\nu}$, $i\neq\gamma$, $i,\gamma=0, 1,...,n$, welche verschieden von Null ist. Eine solche Zahl k sicher existiert, weil mindenstens zwei der Zahlen d_i $(i=1, 2,...,n)$ verschieden sind. Für die Zahlen $k_{i,\nu}$, $i\neq\gamma$, $i, \nu=0, 1, 2,...,n$ gelten folgende elementare Behauptungen :

A) wenn $k_{i,\upsilon}\neq 0$ und $i<\nu$, so $k_{j,\nu}\geqq k_{i,\upsilon}$, $j=0, 1, \ldots, i-1$

B) wenn $k_{i,\upsilon}\neq 0$ und $i>\nu$, , so $k_{j,\nu}\geqq k_{i,\upsilon}$, $j=i+1, i+2, \ldots, n$

Nehmen wir in Nücksicht die Definition der Zahlen d und k, werden wir den folgenden Hilfssatz beweisen :

HILFSSATZ 1 : Es sei $f(x)=\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)$, $x_0<x_1<\ldots<x_n$ — ganze Zahlen, dann gilt $|f'(x_\nu)|\geqq \nu!\,(n-\nu)!\,d^n\left(1+\frac{k}{nd}\right)$, $\nu=0, 1, 2, \ldots n$.

BEWEIS :

Wenn wir das Polynom $f(x)$ differenzieren, bekommen wir :

$$(2)\quad \ldots f'(x)=(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)+\ldots+(x-x_0)(x-x_1)\ldots$$
$$\ldots(x-x_{\nu-1})(x-x_{\nu+1})\ldots(x-x_1)+\ldots+(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})$$

In (2) setzen wir $x-x_\nu$ ein, dann haben wir :

$$(3)\quad \ldots|f'(x_\upsilon)|=|x_\upsilon-x_0||x_\upsilon-x_1|\ldots|x_\upsilon-x_{\upsilon-1}||x_\upsilon-x_{\upsilon+1}|\ldots|x_\upsilon-x_n|$$

Wenn wir (1) berücksichtigen, erhalten wir für $f'(x_\nu)$:

$$(4)\quad \ldots|f'(x_\nu)|=[\nu d+k_{0,\nu}][(\nu-1)d+k_{1,\nu}]\ldots[d+k_{\nu-1,\nu}][d+k_{\nu+1,\nu}]\ldots$$
$$\ldots[(n-\nu)d+k_{n,\upsilon}]$$

In (4) ist mindenstens eine der Zahlen $k_{i,\upsilon}$, $i\neq\nu$, $i, \nu=0, 1, 2, \ldots, n$ verschieden von Null, (wir betrachten den Fall, wenn mindestens zwei der Zahlen d_k, $k=1, 2,...,n$ verschieden sind).

Es sei $k_{i,\nu}\neq 0$ und $i<\nu$. Dann folgt gemaß (A) $k_{j,\upsilon}\geqq k_{i,\upsilon}$, $j=0, 1, \ldots, i-1$. Wenn wir die Zahlen $k_{\mu,\nu}$, $\mu\neq i$ von (4) nicht betrachten und setzen $k_{i,\nu}$ mit k $(k\geqq k_{i,\nu})$ ein, bekommen wir :

$$(5)\ldots\quad |f'(x_\upsilon)|\geqq \nu d(\nu-1)d\ldots[(\nu-1)d+k](\nu-i-1)d\ldots d\,d\,2d\ldots$$
$$\ldots(n-\nu)=\nu!\,(n-\nu)!\,d^n+d^{n-1}k\frac{\nu!}{\nu-i}\cdot(n-\nu)!=\nu!\,(n-\nu)!\,d^n\left[1+\right.$$
$$\left.+\frac{k}{d(\nu-i)}\right]$$

Aber $\nu \neq i$, $i,\nu = 0, 1, \ldots, n$, also ist $\nu - i \leqq n$, d.h. $\dfrac{k}{d(\nu - i)} \geqq \dfrac{k}{dn}$, Dann folgt aus (5) :

(6)... $$|f'(x_\upsilon)| \geqq \nu!\,(n-\nu)!\,d^n\left[1+\frac{k}{nd}\right]$$

Der Fall $k_{i,\nu} \neq 0$, $i > \nu$ kann analogisch betrachtet werden.

Als Schlußfolgerung ist der Hilfsstz völlig bewiesen.

Jetzt werden wir einen anderen Hilfssatz beweisen, welchen wir bei dem Beweis des Kriteriums für die Irreduzibilität benutzen werden.

HILFSSATZ 2 : Wenn $p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$ ein willkürliches ganzzahligen Polynom ist und $x_0 < x_1 < \ldots < x_n$ ganze Zahlen sind, dann ist mindenstens eine der Zahlen x_i, $(i = 0, 1, \ldots, n)$ die Relation $|p(x_i)| \geqq |a_0| \left(\dfrac{d}{2}\right)^n n! \left(1 + \dfrac{k}{nd}\right)$ erfüllt. *

BEWEIS :

Es sei $f(x) = \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)$. Von der Lagrangs Interpolations — formel folgt :

(7)... $$p(x) = \sum_{\upsilon=0}^{n} \frac{p(x_\upsilon)}{f'(x_\upsilon)} \cdot \frac{f(x)}{x - x_\upsilon}$$

Wenn wir die Koeffiziente vor x^n in den beiden Seiten von (7) ausgleichen, so bekommen wir :

(8)... $$a_0 = \sum_{\nu=0}^{n} \frac{p(x_\nu)}{f'(x_\nu)}$$

Wenn wir den Hilfssatzt 1 berücksichtigen, erhalten wir :

(9)... $$|a_0| \leqq \sum_{\nu=0}^{n} \frac{|p(x_\nu)|}{\nu!(n-\nu)!\,d^n\left(1+\dfrac{k}{nd}\right)}$$

Man bezeichne mit P die größte Zahl der Zahlen $|p(x_\nu)|$, dann bekommen wir von (9) :

(10)... $$|a_0| \leqq \frac{P}{d^n\left(1+\dfrac{k}{nd}\right)} \sum_{\upsilon=0}^{n} \frac{1}{\nu!(n-\nu)!} = \frac{P}{d^n\left(1+\dfrac{k}{nd}\right)} \cdot \frac{2^n}{n!}$$

Von (10) folgt :

(11)... $$P \geqq |a_0| \left(\frac{d}{2}\right)^n \cdot n! \left(1 + \frac{k}{nd}\right)$$

---

* Hier darstellen d und k die Zahlen, die von uns oben definiert sind.

Auf diese Weise ist der Hilfssatz 2 völlig bewiesen.

Jetzt werden wir ein Kriterium für Irreduzibilität der ganzzahligen Polynome im Körper der rationalen Zahlen beweisen.

SATZ : Das ganzzahlige Polynom $p(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_{n-1}x+$ $+a_n$, welches bei n verschiedenen ganzen Zahlen solche Bedeutungen annimmt, die verschiedene von Null und nach Absolutwert kleiner als die Zahl $G'=\left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}\cdot\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)!\left\{1+\frac{k}{d\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)}\right\}$ sind, ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen. *

BEWEIS :

Wir nehmen das Entgegengesetzte an, d.h.

(12)... $$p(x)=\varphi(x)\,\Psi(x)$$

Es sei $\varphi(x)=b_0x^m+b_1x^{m-1}+..+b_m$. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man voraussetzen, daß der Grade m des Polynoms $\varphi(x)$ größer oder gleich der Grade des Polynoms $\psi(x)$ ist. Dann folgt $n-\left[\frac{n}{2}\right]\leqq$ $\leqq m<n$, weil n größer mindenstens mit 1 als m ist, ($\psi(x)$ ist keine Konstante).

Wenn wir den Hilfssatz 2 für das Polynom $\varphi(x)$ anwenden ($\varphi(x)$, $\psi(x)$ sind ganzzahlige Polynome), dann bekommen wir :

(13)... $$|\varphi(x_v)|\geqq|b_0|\left(\frac{d}{2}\right)^m m!\left(1+\frac{k}{dm}\right)$$

Gemäß dem Hilfssatz 2 ist (13) mindenstens eine der Zahlen x_k ($k=1,2,...,r$) erfüllt, (die Zahl x_i ist eine dieser Zahlen). Aber $m\geqq n-\left[\frac{n}{2}\right]$ ist, dann folgt :

(14)... $$\left(\frac{d}{2}\right)^m m!\left(1+\frac{k}{dm}\right)\geqq\left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]}\cdot\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)!\left\{1+\frac{k}{d\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)}\right\}$$

Tatsächlich bei $m=n-\left[\frac{n}{2}\right]$ ist (14) erfüllt, weil (14) offenbar in eine Gleichung übergeht. Wir werden (14) bei $m>n-\left[\frac{n}{2}\right]$ beweisen. Mit passenden Umgestaltungen bekommen wir von (14) :

(15)... $$\left(\frac{d}{2}\right)^{m-n+\left[\frac{n}{2}\right]}\cdot\frac{(m-1)!}{\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]-1\right)!}(md+k)>\left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)d+k$$

* Hier verstehen wir unter den Zahlen k und d Zahlen, die wir am Anfang unserer Arbeit definiert haben.

Hier ist das Zeichen „Gleichung" ausgelassen, weil wir den Fall $m > n - \left[\frac{n}{2}\right]$ betrachen. Für die Zahl d existiert eine der folgenden Möglichkeiten $d \geqq 2$ und $d=1$.

a) Es sei $d \geqq 2$. Dann haben wir von $m > n - \left[\frac{n}{2}\right]$, $md + k > d\left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right) + k$, aber $\left(\frac{d}{2}\right)^{m-n+\left[\frac{n}{2}\right]} \cdot \frac{(m-1)!}{\left(n - \left[\frac{n}{2}\right] - 1\right)!} > 1$, also ist (15) erfüllt und von (15) folgt (14).

b) Es sei $d=1$. In diesem Fall bekommt (15) den folgenden Ausdruck :

$$(16)... \qquad \frac{(m-1)(m-2)\ldots\left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right)}{2^{m-n+\left[\frac{n}{2}\right]}} \cdot (m+k) > n - \left[\frac{n}{2}\right] + k$$

Die Multiplikatoren des Zählers in der linken Seite von (16) sind so viel nämlich $m-n+\left[\frac{n}{2}\right]$ und bei $n \geqq 3$ jeder der Multiplikatoren ist größer als 2, (mit Ausnahme der Letzten bei $n=3$), also gilt (16), infolgedessen (15) und (14) gelten bei $d=1$ und $m > n - \left[\frac{n}{2}\right]$. Von (a) und (b) folgt, daß (14) gültig bei jedem $d \geqq 1$ und $m \geqq n - \left[\frac{n}{2}\right]$ ist. Dann haben wir von (13) und (14) für $|\varphi(x_l)|$:

$$(17)... \qquad |\varphi(x_l)| \geqq |b_0| \left(\frac{d}{2}\right)^m m! \left(1 + \frac{k}{md}\right) \geqq |b_0| \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \cdot \left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left\{1 + \frac{k}{\left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right) d}\right\}$$

Aber von der Bedingung des Satzes und (12) bei $x = x_l$ folgt :

$$(18)... \qquad |p(x_l)| = |\varphi(x_l)|\,|\psi(x_l)| < \left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \cdot \left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left\{1 + \frac{k}{\left(n - \left[\frac{n}{2}\right]\right) d}\right\}$$

$|\psi(x_l)| \geqq 1$ ist erfüllt, weil $\psi(x)$ ein ganzzahliges Polynom ist. Wenn wir (13) und (14) berücksichtigen, ist zu ersehen, daß (18) nur dann möglich sei, wenn $|b_0| < 1$ ist. Wir kommen auf diese Weise zu einem Wider-

spruch, weil $\varphi(x)$ ein ganzzahliges Polynom ist, welches zeigt, daß $p(x)$ irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen ist. Auf diese Weise ist der Satz bewiesen.

BEMERKUNG : Wenn $d_1 = d_2 = \ldots = d_n$ ist, dann ist $k=0$ und $d = d_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Dann ist $G'=G^*$, d.h. wir bekommen den zweiten Satz von Polya [2]. Bei $k\neq 0$, (d.h. wenn mindenstens zwei der Zahlen d_i, $i=1, 2,..,n$ verschieden sind) ist $G'>G^*$.

In der Tat, wenn wir die Zahlen G' und G^* vergleichen, erhalten wir :

$$(19)... \qquad \frac{G'}{G^*} = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \cdot \left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)! \left(1+\frac{k}{nd}\right)}{\left(\frac{d}{2}\right)^{n-\left[\frac{n}{2}\right]} \cdot \left(n-\left[\frac{n}{2}\right]\right)!} = 1+\frac{k}{nd} > 1$$

Das letzte Resultat zeigt, daß die erhaltene Abschränkung bessere als die von Polya [2] ist.

Zum Schluß werden wir unterstreichen, daß das erhaltene Resultat ein besonderes Interesse darstellt, im Call wenn $d \geqq 2$ ist.

LITERATUR

1. *I. Schur*, Problem 226, Archiv D. Math. u. Phys., Seria 3, Ver., 13, 1908 und Ver. 15, 1909, 271—272.
2. *G. Polya*, Verschiedene Bemerkungen zur Zahlentheorie, Jahresbericht der Deutsch. Math. Ver., 28, 1919, 31—40.
3. *H. Ille*, Einige Bemerkungen zu einem von G. Polya herrürenden Irreduzibilitätskriterium. Jahresbericht der Deutsch. Math. Ver., 35, 1926, 204—208.
4. *T. Tatuzawa*, Über die Irreduzibilität gewisser ganzzahliger Polynome Proc. Imp. Acad. Tokyo, 15, 1939, 253—254.
5. *A. Brauer*, G. Ehrlich, On the irreducibility of certain polynomials Bull. Amer. Math. Soc., 52, 1946, 844—856.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 661.846.23

STUDIU ASUPRA ÎMBUNĂTĂȚIRII PROCEDEULUI DE OBȚINERE A OXIDULUI DE MAGNEZIU DIN DOLOMITE CU AJUTORUL BIOXIDULUI DE CARBON *

A. IANU, AURELIA DINESCU, AGNETA BÂTCĂ-CERBU

Problema obținerii oxidului de magneziu din dolomită interesează industria materialelor refractare, farmaceutică, cauciucului etc., acestui produs cerîndu-i-se anumite condiții de puritate.

Prin metoda elaborată de autori într-o lucrare anterioară [1] se obține un produs de puritate farmaceutică ; se propunea folosirea dolomitei calcinate la o temperatură de 740—760°C, așa încît pierderea la calcinare să fie de 35—36%, cînd are loc decarbonatarea parțială a dolomitei, eliberînd astfel oxidul de magneziu.

Schema tehnologică propusă prevedea folosirea unei barbotine de concentrație optimă de 125 g dolomită necalcinată la 1 litru apă (respectiv 26—27 g MgO conținut în dolomită), asigurîndu-se un randament de extracție a oxidului de magneziu de 75%.

În prezenta lucrare s-a urmărit îmbunătățirea randamentului de extracție prin adaosuri alese de autori după indicațiile din literatură [2, 3, 4].

Literatura de specialitate indică posibilitatea măririi randamentului de extracție, folosind adaosuri de aminoacizi, sărurile lor, amine sau săruri de amine.

Se menționează că în prezența aminoacizilor de concentrație 20-50 g/l, cantitatea ionilor de magneziu extrasă crește mult.

Unii autori [5, 6] explică mecanismul de creștere a concentrației de ioni de magneziu extrași în soluție prin formarea în sistemul $Mg(OH)_2$-CO_2aminoacid-H_2O, a unor săruri solubile de carboxiaminoacizi :

$$H_2N\text{-}CH_2\text{-}COOH + CO_2 + Mg(OH)_2 \rightarrow \begin{bmatrix} CH_2\text{—}COO \\ | \\ HN\text{—}COO \end{bmatrix}^{2-} + Mg^{2+} + 2H_2O \quad \ldots (1)$$

*) Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1969.

Prin încălzire aceste săruri se descompun regenerînd aminoacidul şi depunînd carbonatul de magneziu :

$$\begin{bmatrix} CO_2-COO \\ | \\ HN-COO \end{bmatrix}^{2-} + Mg^{2+} + H_2O \rightarrow H_2N\text{-}CH_2\text{-}COOH + MgCO_3 \quad \ldots (2)$$

Reese că aminoacidul nu are numai o acţiune tampon ci fixează magneziul.

Reacţiile (1,2) sînt simple scheme generale, procesul de solubilizare al oxidului de magneziu reprezentînd o sumă a acţiunii ionilor de carbonat, a grupării carbaminice şi a grupării carboxilice.

Rolul principal îl are gruparea aminică, concluzie pe care o tragem din faptul că nu numai aminoacizii ci şi alte combinaţii conţinînd grupări aminice sînt menţionate de literatură ca avînd o acţiune similară, spre exemplu monoetanol amina [4] sau metilamina [2].

În prezenta lucrare am urmărit influenţa adaosurilor de : glicocol, aminoacizi rezultaţi în urma hidrolizei gelatinei, clorhidrat de hidroxilamină, sulfat de hidrazină şi trietanolamină.

Metoda de lucru

S-a lucrat cu dolomita de Miercurea Ciuc, de compoziţie :

Pierderea la calcinare	47,28%	Insolubil + gangă . .	0,78%
CaO	31,14%	R_2O_3	0,15%
MgO	20,65%		

Dolomita s-a măcinat la fineţea sitei de 4900 ochiuri/cm² şi calcinat la temperatura de 750 ± 10°C, cu o pierdere la calcinare de 35%.

Extracţia oxidului de magneziu s-a efectuat într-o instalaţie (fig. 1) compusă din vase conice (1) legate între ele şi de o sursă de bioxid de carbon (2). Instalaţia a fost introdusă într-un vas de termostatare (3), care a menţinut temperatura de extracţie la 20°C.

Debitul bioxidului de carbon s-a reglat astfel încît să asigure menţinerea în suspensie a materialului solid în instalaţia de extracţie ; s-a lucrat la presiunea atmosferică, cu bioxid de carbon de fermentaţie.

Timpul de barbotare s-a variat între 1 şi 2 1/2 ore.

Separarea soluţiei, ce conţine ionii de magneziu ca bicarbonat, de solid s-a făcut prin filtrare în vid pe pîlnii Büchner.

Din soluţie s-au determinat ionii de magneziu şi calciu complexonometric.

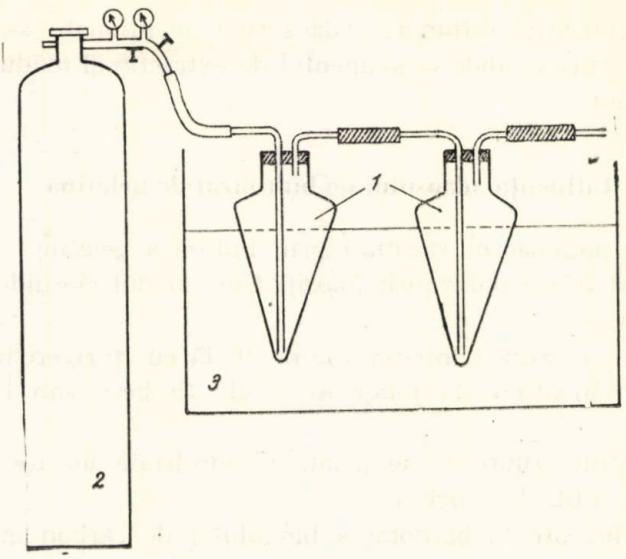


Fig. 1

Rezultatele experimentale

S-a lucrat pe barbotine de concentraţie cuprinsă între 25 şi 264 g dolomită necalcinat la 1 l de apă (respectiv 5-55 g MgO conţinut în dolomită), urmărind variaţia randamentului de extracţie a oxidului de magneziu. Rezultatele sînt prezentate în tabela 1 şi diagrama din figura 2.

Tabela 1

Variaţia extracţiei oxidului de magneziu cu concentraţia barbotinei

Nr. crt.	g dolomită la 1 l apă		MgO conţinut în dolomită (g)	MgO conţinut în extract (g/l)	MgO extras (%)	CaO conţinut în dolomită (g)	CaO extras (%)
	calcinată	necalcinată					
1.	16,65	25,6	5,47	4,64	85,8	7,74	0,74
2.	33,3	51,2	10,94	9,08	83,0	15,48	1,8
3.	50,0	76,7	16,41	12,96	79,0	23,23	1,77
4.	66,6	102,5	21,87	17,50	80,0	30,97	1,56
5.	79,9	125,0	26,25	19,95	76,0	37,17	0,79
6.	94,4	145,2	29,98	13,79	46,0	45,22	0,82
	110,0	169,2	35,5	11,72	33,0	53,5	0,74
8.	140,0	215,3	44,46	9,0	21,0	67,04	0,66
9.	180,0	264,0	54,52	4,35	8,0	82,21	0,53

Pentru urmărirea influenței adaosurilor menționate s-a lucrat cu barbotine concentrate, unde randamentul de extracție al oxidului de magneziu este scăzut.

Influența adaosului de hidrolizat de gelatină

S-au folosit aminoacizii rezultați prin hidroliza gelatinei. Agentul de hidroliză a fost apa, catalizatorii folosiți fiind acidul clorhidric și hidroxidul de sodiu.

Hidroliza s-a realizat într-un vas de sticlă cu refrigerent ascendent. Amestecul s-a menținut la temperatura de fierbere sub reflux, timp de 24 ore.

Concentrațiile soluțiilor de gelatină hidrolizată au fost de 200 și 250 g gelatină la litrul de lichid.

În cazul în care la barbotarea bioxidului de carbon în mediul de extracție cu hidrolizat de gelatină se manifestă tendința de spumare, se evită acest fenomen, prin adăugarea de cîteva picături de ulei mineral.

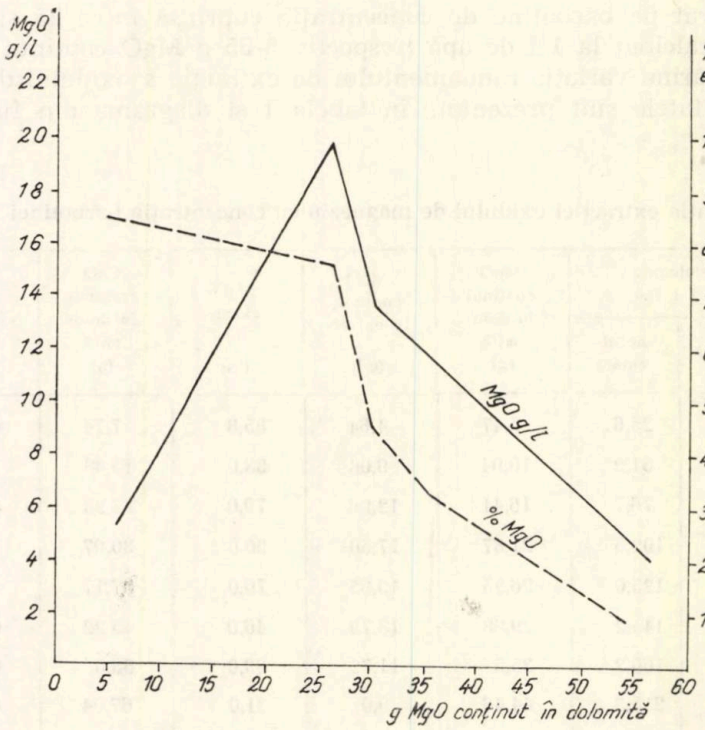


Fig. 2

a) *Hidroliza acidă*

Literatura [6] indică condiţiile optime pentru hidroliza acidă a proteinelor : 3—5 părţi acid clorhidric de concentraţie 20% la 1 parte în greutate de gelatină ; timpul de hidroliză fiind de 16—24 ore.

Condiţiile indicate de literatură au fost respectate pentru obţinerea hidrolizatului acid.

În urma hidrolizei acide se obţine o soluţie de culoare brună ce conţine un reziduu solid negru — humin ; soluţia s-a separat prin filtrare, apoi s-a neutralizat la pH $\sim$ 7 prin adăugare de soluţie de amoniac, hidroxid de sodiu sau barbotare de amoniac gazos. Cea mai indicată fiind barbotarea de amoniac gazos, care nu modifică concentraţia de hidrolizat de gelatină şi nici nu distruge grupările aminice din aminoacizi.

b) *Hidroliza alcalină*

După indicaţiile literaturii de specialitate [6] s-a efectuat hidroliza alcalină în soluţie de hidroxid de sodiu. S-a preparat hidrolizatul alcalin de gelatină plecînd de la 20 g gelatină şi 100 ml soluţie 6 N de hidroxid de sodiu, timpul de hidroliză fiind de 10 ore. S-au neutralizat soluţiile la pH $\sim$ 7 prin adăugare de soluţie de acid clorhidric.

Rezultatele extracţiilor făcute în prezenţa hidrolizatelor de gelatină sînt prezentate în tabela 2.

S-au variat concentraţia barbotinei şi conţinutul de hidrolizat introdus în probe ; s-a lucrat pe barbotine de concentraţii cuprinse între 103,5 şi 267 g dolomit necalcinat/l, adică între 21 şi 55 g oxid de magneziu adus de dolomită.

S-au efectuat determinări cu adaosuri de glicocol, variind concentraţia barbotinei. Rezultatele sînt prezentate în tabela 3.

S-au făcut determinări în prezenţă de clorhidrat de hidroxilamină şi sulfat de hidrazină, la unele din probe neutralizînd soluţiile înainte de introducerea dolomitei.

Deasemenea s-a încercat influenţa adaosului de trietanolamină, asupra extracţiei oxidului de magneziu din dolomită.

Interpretarea rezultatelor

Din tabela 1 rezultă că o dată cu creşterea cantităţii de dolomită în barbotine, randamentul de extracţie a oxidului de magneziu scade.

Din figura 2 se vede că această descreştere a randamentului de extracţie nu este uniformă pe întreg domeniul de concentraţii ales de noi : de la concentraţia de 125 g dolomită necalcinată/l (respectiv 26,25 g MgO conţinut în dolomită), descreşterea este mai accentuată.

Tabela 2

Influența adaosului de hidrolizat de gelatină asupra randamentului de extracție a oxidului de magneziu

Nr. crt.	g dolomită necalcinată/l de lichid	MgO conținut în dolomită (g)	CaO conținut în dolomită (g)	Cantitatea de hidrolizat la 1 l lichid (ml)	Felul hidrolizatului	Timp de barbotare (ore)	MgO conținut în extract (g/l)	MgO extras (%)	CaO extras (%)
1.	103,5	21,2	32,0	100	acid	2,5	12,77	60,25	0,56
2.	103,5	21,2	32,0	100	alc.	2,5	13,02	61,45	0,41
3.	125,0	25,7	38,8	250	acid	2,5	20,78	80,85	1,94
4.	125,0	25,7	38,8	250	alc.	2,5	19,75	76,87	1,12
5.	125,0	25,7	38,8	500	acid	2,5	18,985	74,26	1,50
6.	145,0	30,0	46,0	250	acid	2,5	18,57	68,50	0,22
7.	145,0	30,0	46,0	750	acid	1	18,64	62,13	3,00
8.	169,2	35,5	53,5	250	acid	2,5	20,78	63,05	0,25
9.	215,3	44,46	67,04	1000	acid	2,5	25,70	57,80	1,40
10.	242,2	50,0	75,41	750	acid	1	23,92	47,80	2,08
11.	246,0	54,52	82,21	750	acid	2,5	23,03	42,12	0,60
12.	267,7	55,28	83,36	750	acid	2,5	22,43	41,10	1,50

Tabela 3

Influenţa adaosului de glicocol asupra randamentului de extracţie a oxidului de magneziu

Nr. crt.	g dolomită necalcinată/l de lichid	MgO conţinut în dolomită (g)	CaO conţinut în dolomită (g)	g glicocol/l apă	MgO conţinut în extract (g/l)	MgO extras (%)	CaO extras (%)
1.	103,5	21,20	32,0	50	11,74	55,38	0,5
2.	125,0	25,70	38,80	50	15,93	62,0	0,7
3.	145,2	30,04	46,06	50	22,4	74,66	0,65
4.	169,2	35,5	53,5	50	27,72	78,08	1,02
5.	242,2	50,0	75,41	50	12,0	24,0	1,5

a) *Influenţa adaosurilor de hidrolizat de gelatină.*

Din tabela 2 rezultă că la barbotine de concentraţie 125 g dolomită necalcinată/l şi mai mari, adaosurile de hidrolizat îmbunătăţesc randamentul de extracţie al oxidului de magneziu. La concentraţii mai mici de dolomită în barbotină, se remarcă o scădere a randamentului de extracţie.

La concentraţia optimă de dolomită necalcinată (125 g dolomită necalcinată/l), stabilită în lucrarea anterioară [1] adaosurile de hidrolizat de gelatină influenţează deacum randamentul de extracţie. La concentraţii mai mari ale barbotinelor influenţa adaosurilor de hidrolizat este net favorabilă.

De exemplu : la o barbotină de 145 g dolomită necalcinată/l (respectiv 30 g MgO/l), randamentul de extracţie în prezenţa hidrolizatului acid este de 68,5% faţă de 46% la barbotina fără adaos (vezi fig. 2); iar la barbotinele de concentraţie 169 g dolomită necalcinată/l (respectiv 35,5 g MgO/l) cu adaos de hidrolizat randamentul este de 63,05% faţă de 33% la cele fără adaos. La barbotinele cu 264 g dolomită necalcinată/l (respectiv 55 g MgO/l), randamentul de extracţie este de 8% în cazul celor fără adaos şi de 42,12% în cazul adaosului de hidrolizat acid de gelatină.

S-a urmărit şi influenţa timpului de barbotare a bioxidului de carbon ; se constată că după o oră de barbotare, în cazul adaosurilor de hidrolizat acid de gelatină, este atins randamentul de extracţie optim pentru oxidul de magneziu, dar procentul de oxid de calciu din extract este mai mare decît în cazul aceloraşi barbotine la care timpul de barbotare a fost de 2 1/2 ore.

Cantitatea optimă de hidrolizat adăugat s-a determinat pe soluţii de bicarbonat de magneziu obţinute prin extragerea cu bioxid de carbon din barbotine cu un conţinut de 103,5 g dolomită necalcinată/l.

După filtrare s-au luat probe de 50 ml în care s-au adăugat cantităţi variabile de hidrolizat acid de gelatină, urmărindu-se timpul pînă la apariţia precipitatului de carbonat baziv de magneziu : 3 $MgCO . Mg(OH)_2 . 4 H_2O$.

Probele care conţineau 5 ml hidrolizat la 50 ml soluţie aveau prelungit timpul de începere a cristalizării la o durată de 8—10 ore faţă de aproximativ 15 minute la probele netratate cu hidrolizat.

Considerînd că acest timp de cristalizare este suficient pentru operaţiile ulterioare din schema tehnologică [1], am ales pentru încercările cu barbotina menţionată raportul 100 ml hidrolizat la 900 ml apă.

Din tabela 2 rezultă că atît în cazul adaosurilor de hidrolizat acid cît şi alcalin, randamentele de extracţie sînt apropiate. Am ales pentru încercările ulterioare hidrolizatul acid de gelatină deoarece are o mai mare stabilitate în timp decît hidrolizatul alcalin care se alterează mult mai repede. Aşa cum rezultă din literatură [6] în cursul hidrolizei acide se distruge triptofanul, iar la hidroliza alcalină se distrug arginina, lizina şi cistina, concomitent cu o mai mare racemizare a aminoacizilor, de aceea este preferabilă hidroliza acidă.

Pentru barbotine mai concentrate am folosit o proporţie mai mare de hidrolizat acid în barbotină, mergînd pînă la 100%.

Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabela 2.

b) *Influenţa adaosurilor de glicocol*

Pentru compararea rezultatelor menţionate la punctul *a*, cu extracţia oxidului de magneziu în prezenţa unui aminoacid pur, s-au folosit adaosuri de glicocol.

Din tabela 3 se constată că la concentraţii mici ale barbotinei, 103,5—125 g dolomită necalcinată/l, adaosul de glicocol nu măreşte randamentul de extracţie ; la barbotinele mai concentrate influenţa pozitivă este evidentă, cum rezultă şi din literatura citată [2]. Astfel la barbotina de 143, 169 şi 242 g dolomită necalcinată/l soluţie, procentul de oxid de magneziu extras este de 74,66, 78,08 şi 22% faţă de 46, 33 şi respectiv 8% la barbotinele fără adaos.

c) *Influenţa unor amine anorganice*

Dintre aminele anorganice s-a studiat influenţa clorhidratului de hidroxilamină şi sulfatului de hidrazină.

Din încercările făcute rezultă că hidroxilamina şi hidrazină măresc randamentul de extracţie a oxidului de magneziu la barbotinele cu concentraţie mare de dolomită. De exemplu la barbotinele cu un conţinut de 145 şi 242 g dolomită necalcinată la litrul de soluţie, un adaos de 55 g clorhidrat de hidroxilamină neutralizat la pH $\sim$ 7 măreşte randamentul de extracţie de la 46 la 59,33% şi de la 8 la 23,24% ; în mod similar, o soluţie saturată de sulfat de hidrazină neutralizată la pH $\sim$ 7, ridică randamentul de extracţie la 55,5 respectiv 39% pentru barbotine de aceeaşi concentraţie.

Un dezavantaj al folosirii acestor substanțe este procentul relativ mare de oxid de calciu extras : pînă la 35% pentru clorhidratul de hidroxilamină și 4% pentru sulfatul de hidrazină.

d) *Influența adaosului de trietanolamină*

Adaosul de trietanolamină scade randamentul de extracție a oxidului de magneziu de la 76 la 39% pentru barbotinele de concentrație 125 g dolomită necalcinată/l ; s-a lucrat cu un adaos de 30 ml trietanolamină/l soluție.

S-a urmărit efectul trietanolaminei pe soluții conținînd oxid de magneziu extras prin barbotare de bioxid de carbon ; trietanolamina provoacă precipitarea instantanee a ionilor de magneziu.

Concluzii

S-au studiat influența adaosurilor de aminoacizi proveniți din hidroliza gelatinei, precum și a altor substanțe conținînd grupări aminice, asupra randamentului de extracție a oxidului de magneziu.

La concentrații mari ale barbotinei (peste 125 g dolomită necalcinată/l), unde randamentele de extracție sînt mici (sub 46%) adaosurile de hidrolizat de gelatină cresc randamentul de extracție pînă la 5 ori, ajungînd la soluții de aproximativ 26 g oxid de magneziu/l.

Folosirea aminoacizilor rezultați în urma hidrolizei gelatinei au avantajul față de alte substanțe indicate de literatură — glicocol, metilamină, monoetanolamină, de a fi mai ieftin și ușor accesibil.

Catedra de chimie anorganică și analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Ianu, A. Dinescu, A. Cerbu,* Obținerea oxidului de magneziu din dolomite indigene cu bioxid de carbon recirculat. Revista de Chimie, 11 (4), 1960, p. 198—204.
2. *D. Totoescu, D. Leonte, E. Bașno,* Procedeu de obținere a oxidului de magneziu din dolomită. Brevet R.S.R., nr. 51083 (C 01 f) 25.VI.1968.
3. * * * Metodă de obținerea oxidului de magneziu. Brevet U.R.S.S. nr. 172.286 (C 01 f), VI.1965.
4. *E. Einstein,* Obținerea carbonatului și oxidului de magneziu. Brevet S.U.A. nr. 3357787 (cl. 23—67), XII.1967.
5. *M. Bernard,* Ann. Chemie, 13 (6), 1961, p. 82.
6. *S. W. Fox, J. F. Foster,* Introduction to protein Chemistry. Ed. Chapman et Hall Limited-London, 1957, p. 75.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

C.Z. : 661.728

ÜBER DIE TECHNISCHE HUMIFIZIERUNG VON EINJAHRPFLANZEN.*

3. Mitt. Die Aufbereitung des Strohes mit Phosphorsäure und Wasserstoffperoxyd

GHEORGHE C. CONSTANTINESCU

Durch die Aufbereitung des Roggenstrohes mit 5%iger H_3PO_4 nach der von uns vorgeschlagenen Methode (1,5) wurden Präparate gewonnen, die durch einen hohen Anteil an wasserunlöslichen organischen Substanzen (70—76%), eine Kationenaustauschkapazität von 100—130 mval/100 g, einen Huminstoffgehalt von ca. 10%, einen Gehalt an Gesamtstickstoff von ca. 6% sowie einen an P_2O_5 von 14% gekenzeichnet worden waren. Diese Präparate wurden durch eine saure Hydrolyse gefolgt von einer thermischen Behandlung im neutralen Milieu hergestellt. Da die durchgeführten Pflanzenversuche zeigten (1), dass diese Produkte keine hemmende sondern eine statistisch gesicherte Wirkung auf die Haferpflanzen im ersten Wachstumsstadium ausübten, strebten wir an, mit dem gleichen Reagenz neue Präparate zu gewinnen. Damit aber auch das Lignin einem Abbau unterliegt, führten wir Versuche durch, wobei ein Gemisch von 5%iger H_3PO_4 und 10%igem H_2O_2 zum Einzatz gelangte. Die Behandlungsmethode blieb dabei unverändert : 20 g zerkleinertes Roggenstroh mit eine Teilchengrösse von 0,8 mm wurde mit 120 ml Reagenzgemisch bei 110, 130 und 150°C behandelt. Vom Antreten der dunkelfärbung an gerechnet (= Beginn der im folgendem erwähnten Reaktionszeit) wurde die Reaktion zu verschiedenen Zeiten in regelmässigen Intervallen unterbrochen. 5 Min. nach der Unterbrechung erfolgte jeweils die Neutralisation mit 25%igem Ammoniumhydroxyd und das Trocknen and der Luft. Die getrockneten Präparate wurden dann einer thermischen Behandlung im Trockenschrank bei 185—190°C unterworfen.

Ergebnisse

Die wie oben hergestellten Produkte weisen folgende Zusammensetzung auf (Tabelle 1) : Die Hydrolyse mit 5%iger H_3PO_4 und 10%igem H_2O_2 führt zu Produkten mit einem mittleren Gehalt an gesamter organischer Substanz von ca. 68—70%. Etwa 35% davon sind wasserlöslich. Es ist zu bemerken, dass die Pentosane nur dann vollständig hydrolysiert werden, wenn die Temperatur höher ist, (in unserem Fall bei 150°C), sonst bleibt die Hälfte der urspnünglichen Quantität unzersetzt. Wird die Hydrolyse

* Manuskript am 15 X 1969 eingegangen.

auch zur Gewinnung von Furfurol durchgeführt, so ist der oben festgestellten Befund zu berücksichtigen.

In der folgenden Tabelle werden die mittleren Gehalte an organischen Stoffgruppen der bei 110, bzw. 150°C hergestellten Präparaten gezeigt : (in % auf die TS) :

In diesem Fall findet erwartungsgemäss ausser der Hydrolyse der Polykohlenhydraten noch eine Oxydation des Lignins statt. Bei 150°C stellt man im Durschnitt eine leichte Zunahme des Ligningehaltes fest (Tabelle 2). Dieser Mittelwert des Lignins könnte zu der falschen Schluss-

Tabelle 2

Präp.	Temp. °C	Zeit Min.	Ges. org. Subst. %	Lignin %	Cellul. %	Leicht hydrol. org. Subst. %	Wasserlösl. org. Subst. %
Stroh unbehandelt			95,66	15,90	43,94	28,85	7,67
2	110	670	68,10	8,55	18,50	18,80	23,50
4	150	370	70,40	16,80	24,70	2,52	26,30

folgerung führen, dass hier kein Ligninabbau stattfand. In Wirklichkeit handelt es sich nicht um in Stroh vorhandenes Lignin, sondern um einige durch Polykondensation neugebildeten und in 80%iger Schwefelsäure unlöslichen Verbindungen, die als „Lignin" bestimmt werden. Die in der Tabelle 1 angegebene Entwicklung des Ligningehaltes erbringt einen eindeutigen Beweis dafür.

Werden die oben gewonnenen Hydrolyseprodukte einer themischen Behandlung unterworfen, so treten in deren Zusammensetzung wichtige Veränderungen ein. Durch diese Behandlung geht ein Teil — ca. 18% — der gesamten organischen Substanz infolge einer Zersetzung der einfachen Zucker in Kohlenmonoxyd und Wasser als gasförmige Produkte verloren. Ebenso werden verschiedene Mengen von wasserlöslichen organischen Verbindungen unlöslich (65% Präparat 2 bzw. 50% Präparat 4). Gleichzeitig nehmen die leicht hydrolysierbaren organischen Substanzen (18,97% Präparat 2 bzw. 11,28% Präparat 4) unterschiedlich zu.

Der Gehalt an Huminstoffen und deren FQ

In der Hydrolysephase erhält man unterschiedliche Mengen an Huminstoffen, die in Abhängigkeit von der verwendeten Temperatur 4,3—9,5% betragen und deren Farbquotienten zwischen 5 und 5,7 liegt. Die Bildung von Huminsubstanzen weist eine mit der Reaktionszeit steigende Tendenz auf. Infolge der thermischen Behandlung erfährt der Huminstoffgehalt prozentual beträchtliche Steigerungen, die FQ sinken in allen Fällen bis etwa 4,3 ab. Die Zunahmen sind stets um so grösser, je kleiner der Huminstoffgehalt in der vorangegangenen Phase war, d.h., je niedriger die Reaktionstemperatur der Hydrolyse war. Es wird in allen Fällen eine ununter-

Tabelle 1

Nummer der Variante Präp.	Reagenz	Temp. der Hydrl. °C	Zeit	Temp. thermisch Behandl.	Zeit thermisch Behandl.	Feuchtigkeitsgehalt		Gesamte organische Subst. bez. auf die TS			Lignin		Cellulose		Leicht hydrolysierbare org. Subst.		Wasserlösliche org. Substanz		Huminstoffe		F Q		Kationenaustauschkapazität mval/100 g		Stickstoffgehalt bezogen auf die TS						Ges. P_2O_5%	Phosphorgehalt bezogen auf TS					pH-Wert (wasserextrakt)	
																								Vor				nach									
			min	°C	min.	vor %	nach %	vor %	nach %	Verluste Währ. d. therm. Behandl.	vor %	nach %	vor %	nach %	vor %	nach %	vor %	nach %	vor %	nach %	vor	nach	vor mval 100 g	nach mval 100 g	Ges. N %	Wasserlösl. N %	Austauschbare N %	Org. geb. N %	Ges. N %	Wasser. lösl. N %	Austauschbare N %	Org. geb. N %		vor Wasserlösl. P_2O_5%	Org. geb. P_2O_5%	Ges. P_2O_5%	Wasserlösl. P_2O_5%	Org. geb. P_2O_5%	vor	nach
A	H_3PO_4 5%	110	630	185	90	7,18	8,52	66,13	71,23	—19,76	7,63	21,47	15,0	27,7	10,63	18,69	32,87	3,37	1,23	18,91	4,76	4,31	25,56	131,3	6,82	6,39			5,88	1,9			19,2	18,4	0,8	18,4	10,0	8,4	6,9	3,3
B	H_2O_2 10%	110	645	185	90	7,22	8,40	67,0	74,5	—19,8	7,5	20,72	16,73	28,56	20,28	20,58	22,49	4,64	2,02	18,91	6,0	4,31	27,25	127,5	6,52	6,07			5,9	1,87			18,9	17,7	1,2	18,3	9,9	8,4	6,9	3,3
C	H_2O_2 10%	110	660	185	90	7,86	8,48	67,7	77,0	—18,3	6,5	22,3	18,19	26,6	21,15	22,21	21,86	5,89	2,33	19,02	6,03	4,32	28,09	128,3	6,51	6,14			6,08	1,87			19,0	17,4	1,6	18,3	9,1	9,2	6,9	3,3
D	H_2O_2 10%	110	675	185	90	7,44	8,40	68,91	78,66	—18,21	8,43	24,2	15,64	23,5	21,6	22,34	23,24	8,62	3,09	19,0	5,9	4,34	36,26	141,8	6,93	6,22			6,09	1,87			19,2	17,8	1,4	18,1	9,0	9,1	7,0	3,25
E	H_2O_2 10%	110	690	185	90	7,16	8,40	69,1	79,0	—18,09	10,0	25,5	18,6	20,52	20,04	24,59	20,46	8,39	3,56	19,0	5,87	4,34	39,06	147,0	6,78	6,07			6,28	1,87			19,3	17,7	1,6	18,0	9,0	9,0	7,0	3,3
F	H_2O_2 10%	110	705	185	90	6,92	8,48	69,8	79,1	—16,7	11,3	26,7	18,7	19,44	19,54	24,22	20,26	8,74	4,28	18,9	5,76	4,38	44,81	148,0	6,70	6,14			6,29	1,87			19,5	17,8	1,7	18,0	8,8	9,2	6,9	3,3
						7,29	8,44	68,1	76,5	—18,51	8,55	23,4	18,5	24,3	18,80	22,1	23,5	6,60	2,75	18,9	5,72	4,33	33,5	137,3	6,77	6,17	0,21	0,39	6,08	1,87	0,21	4,0	19,2	17,8	1,4	18,2	9,3	8,9	6,93	3,3
A	H_3PO_4 5%	130	495	185	90	7,6	7,44		70,4	—16,91		19,8		23,25		22,78		4,57	2,4	17,42	5,71	4,5	60,46	135,3	7,19	5,94			6,02	2,18			21,0	20,0	1,0	18,8	9,96	8,8	6,9	3,5
B	H_2O_2 10%	130	510	185	90	7,8	7,56		72,3	—16,7		20,34		22,12		26,23		3,61	3,28	17,16	5,82	4,57	73,38	129,3	7,15	5,73			6,03	2,15			20,3	19,4	0,9	18,9	9,7	9,2	6,9	3,5
C	H_2O_2 10%	130	525	185	90	8,04	7,64		73,9	—14,64		24,59		21,52		23,46		4,33	5,80	17,10	5,38	4,57	68,66	128,1	7,17	5,75			5,91	1,89			20,4	18,2	2,2	18,7	9,2	9,5	6,9	3,45
D	H_2O_2 10%	130	540	185	90	7,74	7,5		75,29	—13,82		30,27		18,2		22,57		4,25	4,75	17,0	5,62	4,52	105,54	121,7	7,08	5,96			5,9	1,85			20,7	18,2	2,5	18,5	9,1	9,4	6,8	3,45
E	H_2O_2 10%	130	555	185	90	7,64	7,72		77,0	—17,46		35,04		15,53		22,9		5,53	9,98	16,87	5,07	4,5	123,91	112,6	7,17	6,13			5,58	1,76			20,7	17,1	3,6	18,2	8,8	9,4	6,9	3,4
F	H_2O_2 10%	130	570	185	90	6,62	7,76		78,2	—18,28		39,5		11,79		24,27		2,64	7,61	15,9	5,42	4,58	158,0	109,1	7,11	6,12			5,49	1,78			20,4	16,0	3,6	18,2	8,4	9,8	6,8	3,4
						7,57	7,6		74,5	—16,33		28,25		18,73		23,82		3,82	5,63	16,9	5,50	4,54	98,3	122,6	7,14	5,94	0,46	0,74	5,82	1,93	0,46	3,43	20,6	19,2	2,4	18,6	9,2	9,4	6,88	3,45
A	H_3PO_4 5%	150	345	185	90	8,08	8,16	66,57	72,41	—16,96	6,31	25,9	29,76	26,21	0,24	18,25	30,26	2,05	5,37	21,5	5,61	4,43	54,08	140,3	7,4	6,55			5,88	2,93			20,2	18,2	1,0	22,6	20,5	2,1	6,95	3,2
B	H_2O_2 10%	150	355	185	90	8,42	8,4	68,4	77,8	—18,77	11,84	28,26	25,33	23,81	3,25	20,15	27,98	2,78	6,13	21,39	5,17	6,43	71,07	138,0	7,37	6,40			5,9	2,29			20,3	18,7	1,6	22,7	19,6	3,1	6,9	3,15
C	H_2O_2 10%	150	365	185	90	8,92	8,32	69,3	75,0	—18,66	15,15	33,88	25,95	18,89	1,36	22,53	26,84	2,5	7,08	22,82	5,26	4,40	74,49	131,9	6,77	6,55			5,95	2,04			20,4	18,4	2,0	22,9	17,9	5,0	7,15	3,15
D	H_2O_2 10%	150	375	185	90	8,58	8,6	70,6	80,73	—19,69	17,81	37,34	24,67	16,21	1,16	22,68	26,96	4,5	9,12	18,42	5,04	4,51	95,23	99,2	7,38	6,55			6,05	1,97			20,4	18,0	2,4	22,9	18,3	4,6	7,0	3,1
E	H_2O_2 10%	150	385	185	90	8,4	8,28	72,8	83,0	—18,53	22,75	41,25	22,31	14,22	4,15	22,15	23,59	5,38	9,41	18,15	5,02	4,41	100,78	79,0	7,40	6,40			6,29	2,29			20,8	17,5	3,3	23,0	18,7	4,3	7,3	3,1
F	H_2O_2 10%	150	395	185	90	8,26	8,5	75,0	85,3	—16,92	26,85	45,5	20,69	10,10	4,99	22,93	22,47	6,77	9,51	18,10	5,03	4,48	118,33	68,4	7,39	6,55			6,32	2,23			21,2	17,0	4,2	23,0	18,7	4,3	7,5	3,1
						8,44	8,37	70,4	79,0	—18,16	16,7	35,5	24,7	18,24	2,52	21,36	26,3	3,99	7,78	19,7	5,18	4,44	85,6	108,6	7,28	6,47	0,54	0,17	6,06	2,37	0,54	3,27	20,6	18,1	2,5	22,9	19,0	3,9	7,13	3,15

brochene Herabsetzung der gebildeten Huminsubstanzen der Proben *A* bis F wie folgt festgestellt :

110°C, von 17,68% auf 14,62%
130°C, von 15,02% auf 8,29%
150°C, von 16,03% auf 8,59%.

Hierbei handelt es sich um den Wirkungsgrad der thermischen Behandlung, der höher ist, je weniger Huminsubstanzen während der ersten Hydrolysephase gebildet wurden.

Die durch Säureeinwirkung entstandenen Hydrolysate können also in zweierlei Weise zur Erhöhung ihres Huminstoffgehaltes behandelt werden :

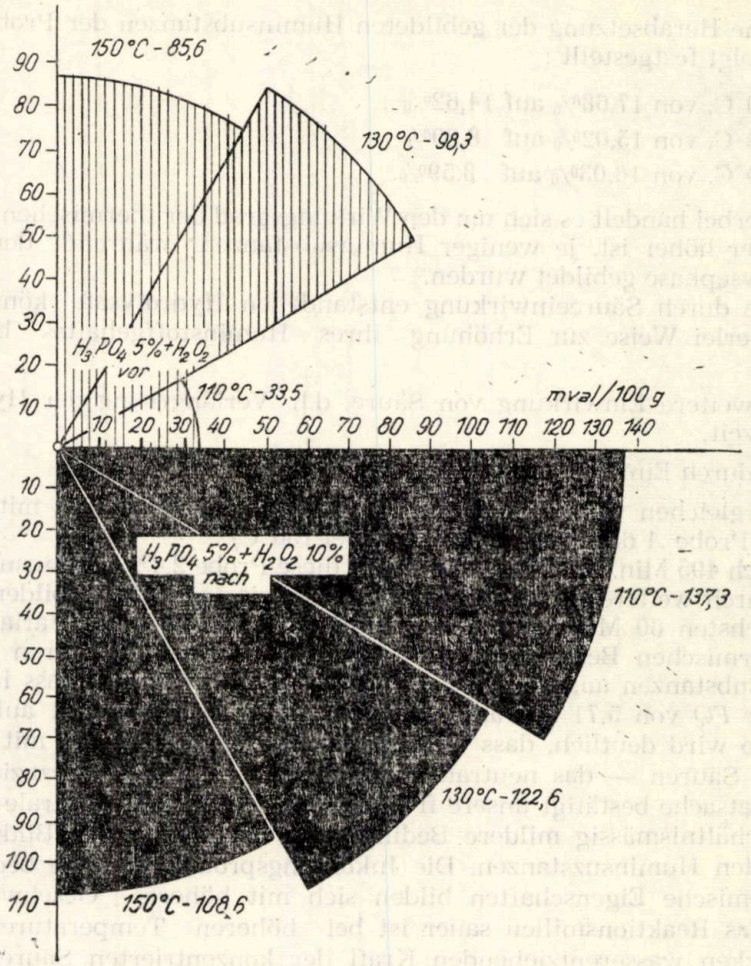
1. weitere Einwirkung von Säure, d.h. Verlängerung der Hydrolysezeit,
2. durch Einfluss der Temperatur.

Vergleichen wir diese beiden Behandlungsmöglichkeiten miteinander der Probe *A* des Präparates Nr. 3 (bei 130°C) :

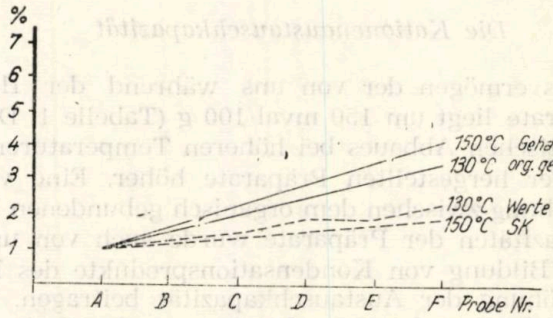
Nach 495 Min. Reaktionszeit weisst diese Probe 2,4% Huminsubstanzen durch weitere Einwirkung der konzentrierten Säuren bilden sich in nächsten 60 Min. zusätzlich maximal 7,58%. Dieselbe Variante 3 A, thermischen Behandlung unterworfen, wird mit weiteren 15,02% Huminsubstanzen angereichert. Wenn wir noch erwähnen, dass im ersten Fall der *FQ* von 5,71 auf 5,07 und im zweiten Fall von 5,71 auf 4,5 absinkt, so wird deutlich, dass die thermische Behandlung der mit konzentrierten Säuren — das neutrale Medium dem sauren — vorzuziehen ist. Diese Tatsache bestätigt unsere frühere Befunde [1]. Das neutrale Medium und verhältnismässig mildere Bedingungen begünstigte die Bildung von wertvollen Huminsuzstanzen. Die Inkohlungsprodukten ohne bedeutende agrochemische Eigenschaften bilden sich mit höherer Geschwindigkeit wenn das Reaktionsmilieu sauer ist bei höheren Temperaturen unter der starken wasserentziehenden Kraft der konzentrierten Säuren (3, 4).

Die Kationenaustauschkapazität

Das Sorptionsvermögen der von uns während der Hydrolysephase gewonnene Präparate liegt um 150 mval/100 g (Tabelle 1, Darstell. 1) Infolge des hydrolytischen Abbaues bei höheren Temperaturen ist die Austauschkapazität der hergestellten Präparate höher. Eine von Dorée (2) angedeutete Beziehung zwischen dem organisch gebundenen Phosphor und den Sorptionskapazitäten der Präparate wurde auch von uns festgestellt (Darstell. 2). Die Bildung von Kondensationsprodukte des Lignis könnte auch zu der Erhöhung der Austauschkapazität beitragen. Einige dieser Verbinndungen sind bei nochmaliger Erhitzung unbeständig und dabei ist eine teilweise Zersetzung feststellbar (3, 4). Ebenso verhalten sich manche Produkte während der thermischen Behandlung. Im Durchschnit aber wird die Sorptionskapazität der Präparate durch die thermische Behandlung erhöht. Die Zunahme ist von der Arbeitstemperaturen abhängig, wo-



Darstellung 1

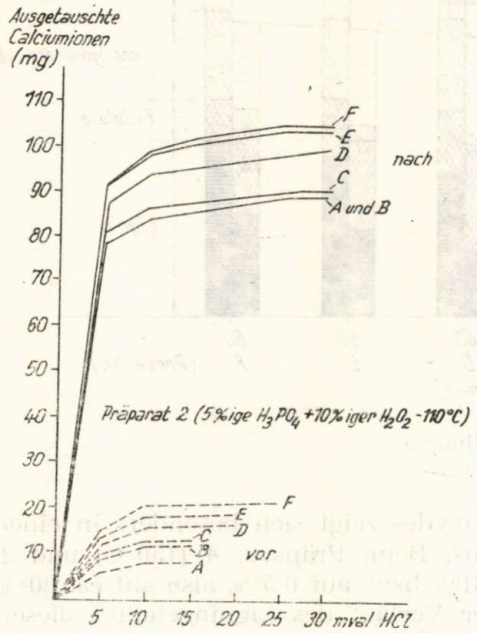


Darstellung 2

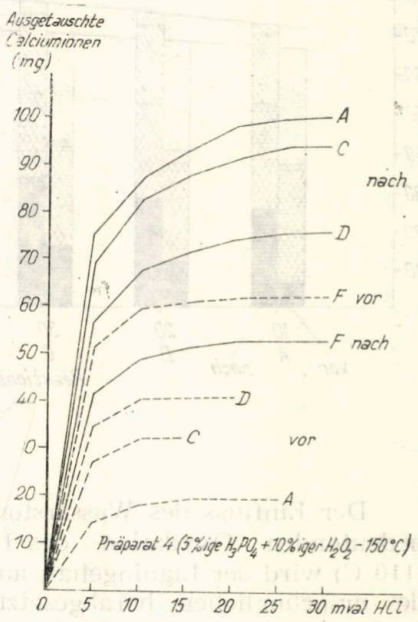
bei eindeutige Unterschiede bestehen. So steigt sie bei 110°C um 103,8 mval/100 g. Bei 130 und 150°C sind die Steigerungen viel geringer, nämlich nur 24,3 und 23,0 mval/100 g. Auch die Maximalwerte der Aus-

tauschkapazität sind nach der thermischen Behandlung um so niedriger, je höher die Hydrolysetemperatur war, ein Phänomen, das dem bei der Verwendung der Schwefelsäure gleich ist. Mehr noch, le länger die Reaktionszeit während der Hydrolysephase bei 130 und 150°C wurde, desto mehr wurden die SK-Werte nach der thermischen Behandlung herabgesetzt, so dass sie bei den letzten zwei Proben sogar niedriger als die Austauschkapazität vor der thermischen Behandlung wurden. Die tiefsten Werte liegen jedoch trotzdem oberhalb 100 mval/100 g.

Die Kurven der Austauschdynamik zeigen eine Ähnlichkeit zwischen den bei einer höheren Temperatur (150°C) ohne Thermische Behandlung erahltenen und jenen, die bei einer niedrigeren Temperatur (110°C) mit thermischer Behandlung gewonnen wurden (Darts. 3, 4).



Darstellung 4

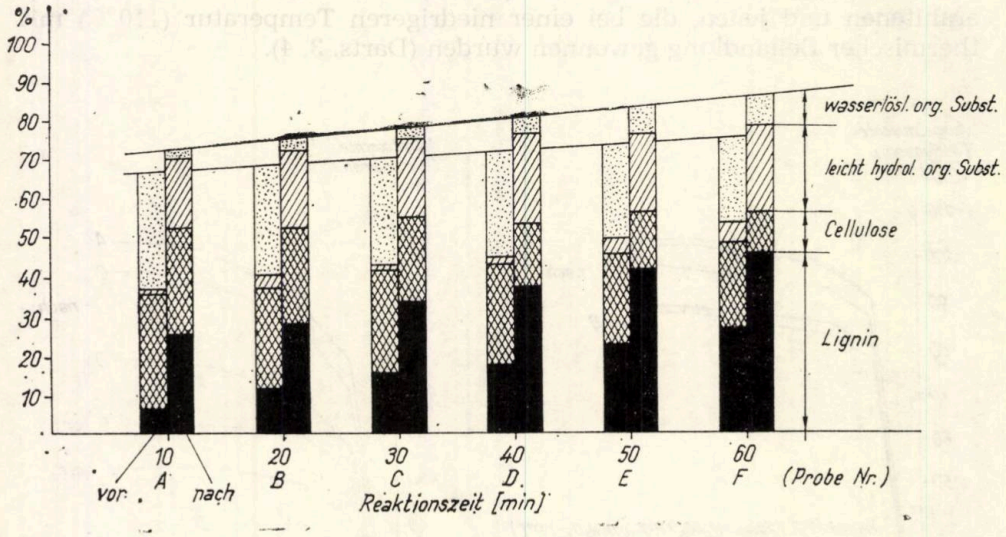


Darstellung 3

Die organische Substanz

Aus Tabelle 1 und Darstellung 5 lässt sich der Verlauf der analytisch erfassten Stoffgruppen erkennen. In Abhängigkeit von der Hydrolysetemperatur wird eine stärkere Anreichering an gesamter organischer Substanz bei höheren Temperaturen festgestellt. Diese prozentualen Zunahmen dürften die resultierender folgender paralell verlaufender Prozesse sein: einerseits erfolgen eine Aufnahme von Wasser unter Bildung von Monokohlenhydraten und durch Hydrolyseprodukte, wie z.B. Furfurol, eine Aufnahme von Luftsauerstoff, während anderseits Abspaltung eines Teiles

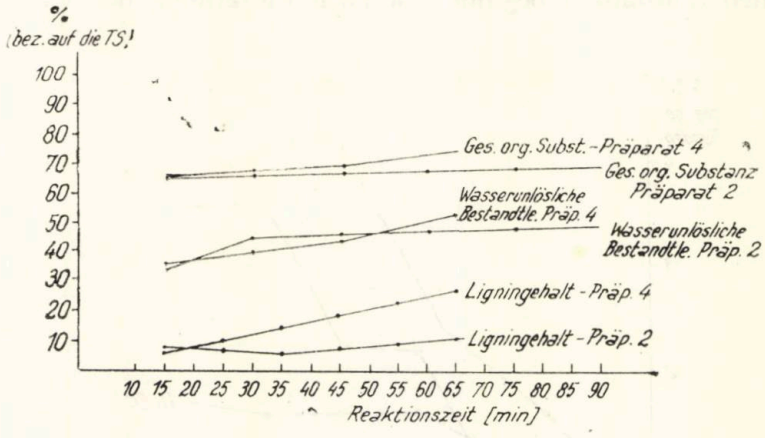
der entstandenen Glukosemoleküle und die Entfernung des während der Kondensationsprozesse gebildeten Wasser eintreten. Die zuerst genannten Vorgänge scheinen dabei gewichtsmässig zu überwiegen. Die Verluste an organischer Substanz während der thermischen Behandlung betragen 16—19% und sind um etwa 4—4,5% grösser als bei jenen, die mit Phosphorsäure allein hergestellt wurden (5). Die Erklärung dieser letzten Feststellung besteht in der kleineren Stabilität der Oxydationsprodukte gegenüber der erhöhten Temperatur (s. auch 3,4) und der Säuren.



Darstellung 5

Der Einfluss des Wasserstoffperoxydes zeigt sich besonders in einer bedeutenden Oxydation des Lignins. Beim Präparat 4 (150°C) und 2 (110°C) wird der Ligningehalt auf 6,31% bzw. auf 6,5%, also auf ca. 60% des ursprünglichen, herabgesetzt. Der Verlauf des Ligningehaltes dieser zwei Präparate ist verschieden, wie die Darstellung 6 erkennen lässt. Beim Präparat 2 erfolgt zunächst eine Abnahme und danach eine deutliche lineare Steigerung des Ligningehaltes. Beim Präparat 4 ist die Steigerung ebenfalls linear, wobei der Steigerungswinkel der Kurve jedoch grösser ist, was eine grössere Reaktionsgeschwindigkeit andeutet. Der Prozess erfolgt also anders bei der Behandlung mit Schwefelsäure, wo nach einem sprunghaften Anstieg keine weitere Zunahme des Ligningehaltes festgestellt wurde (2). Nach der thermischen Behandlung nimmt der Ligningehalt des Präparates 2 (110°C) im Durchschnitt um 14,85% und der des Präparates 4 (150°C) um 18,8% zu. Diese unterschiedlichen Geschwindigkeiten wurden durch die intensievere Inkohlungs- und Polykondensationstendenz der bei höheren Temperaturen gewonnenen Hydrolyse- und Oxydationsprodukte hervorgerufen. Die bei höheren Temperaturen (150°C)

erhaltenen Hydrolysate weisen erwartungsgemäss einen grösseren Widerstand gegen den Einfluss der thermischen Behandlung auf. Dafür sprechen auch die während der thermischen Behandlung auftretenden Verluste von 8,46% (150°) bzw. 10,09% (110°C) an organischer Substanz.



Darstellung 6

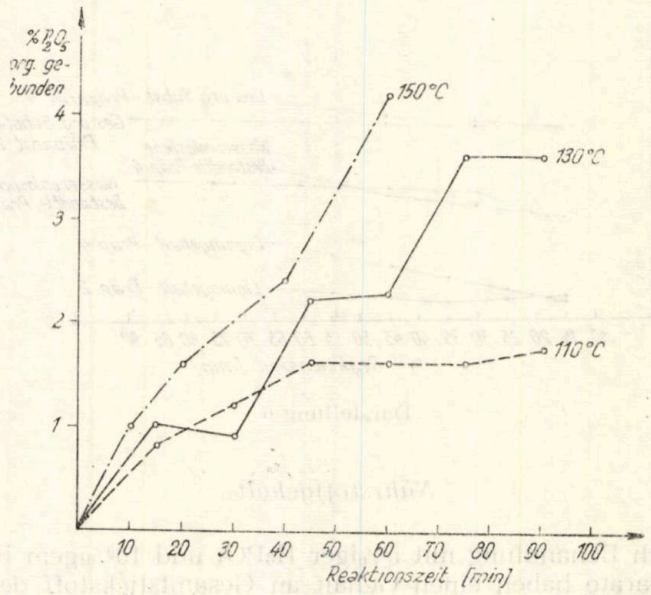
Nährstoffgehalt

Die durch Behandlung mit 5%iger H_3PO_4 und 10%igem H_2O_2 hergestellten Präparate haben einen Gehalt an Gesamtstickstoff der zwischen 6,77 und 7,28% vor und zwischen 5,82 und 6,08% nach der thermischen Behandlung liegt. Der Gehalt an Gesamtphosphor beträgt 19—20% (als P_2O_5). Durch Neutralisierung der nichtgebundenen H_3PO_4 mit NH_4OH sind $NH_4H_2PO_4$ und $(NH_4)_2HPO_4$ in einem Verhältniss von 75 zu 25% entstanden. Durch die thermische Behandlung bilden sich organische N-Verbindungen und P-Verbindungen, die bis zu 65% des Gesamt-N bzw. bis zu 50% des Gesamt-P_2O_5 beinhalten. Diese stark ausgeprägte Tendenz, in ihre Moleküle Stickstoff aufzunehmen, scheint von Kondensationsprozessen begünstigt zu werden, die das Entstehen von Huminsubstanzen zur Folge haben, wobei deren Zunahme in einem vergleichbaren Verhältnis zur organisch gebundenen Stickstoffmenge beobachtet wurde (s. Tab. 1). Es ist noch zu erwähnen, dass die Gesamtverluste an Stickstoff während dieses Prozesses 15,7% betragen ; die unter solchen Bedingungen gebildeten wasserlöslichen Verbindungen der Phosphorsäure scheinen also weniger temperaturbeständig zu sein.

Verfolgt man die Gewinnung von Produkten mit einem höheren Gehalt an wasserlöslichen Stickstoff, so kommt deutlich zum Ausdruck, dass man auf die thermische Behandlung verzichten kann, besonders dann, wenn die Strohhydrolyse in Anwesenheit von Wasserstoffperoxyd durchgeführt wird.

Aus der folgenden Darstellung Nr. 7 ist zu erkennen, dass der Gehalt an organischen Phosphor in Abhängigkeit von der Erhöhung der Hydro-

lysezeit ansteigt, d.h., der Einwirkungszeit der konzentrierten Phosphorsäure. Die Bindung der H_3PO_4 mit der organischen Substanz wird also nicht nur von der Temperatur (2), sondern auch von der Reaktionszeit beeinflusst, falls die Säure konzentriert ist. So lange die Säure verdünnt ist, ihre Wirkung vorwiegend katalitisch ; die intensive Reaktion mit den organischen Substanzen beginnt erst nach Entfernung des Wassers aus



Darstellung 7

dem System. Diesem Zeitpunkt entsprechen die mit A bezeichnten Proben, danach wird die Reaktion allmählich intensiever, der infolge der Einbau von Stickstoff und Phosphor in die neu gebildeten organisch Verbindungen ausgeprägter ist.

Lehrstuhl für Algemeine Chemie
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Constantinescu, C. Gh.* Über die technische Humifizierung von Stroh, als Grundlage für Nährstoffträger, Bodenverbesserungsmittel und organo-mineralische Komplexdünger. Diss. Leipzig, 1966.

2. *Dorée, Ch.* Les Méthodes de la chimie de la Cellulose. Dunod, Paris, 1949.

3. *Hurd, C., L. Isenhour.* J. Amer. Chem. Soc. **54**, 317, 1932.

4. *Nikitin, N. I.* Die Chemie des Holzes. Akademie-Verlag, Berlin, 1955.

5. *Constantinescu, C. Gh.* Über die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen. 2 Mitt. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, nr. 3, 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
TOMUL XXXIII - 1971, Numărul 3

FIZICĂ

C.Z. : 539

RECONSTITUIREA FRONTULUI DE UNDĂ PRIN METODA HOLOGRAFICĂ *

I. AGÂRBICEANU, I. CUCUREZEANU, Al. PREDA, P. SUCIU

Introducere

Metoda holografică, ca metodă de reconstituire a frontului de undă, a fost elaborată de D. Gabor în anul 1948 [1, 2] şi dezvoltată ulterior de el [3] şi de alţi autori [4, 5, 6, 7].

Această metodă prezintă deosebiri principiale faţă de metoda fotografică. Astfel, în timp ce în fotografia obişnuită se înregistrează imaginea plană a unui obiect, în general tridimensional, metoda holografică comportă două etape de lucru succesive : 1) înregistrarea tabloului de interferenţă obţinut prin suprapunerea undelor coerente provenite de la obiectul studiat şi de la sursa de lumină, tablou numit hologramă (fig. 1, a) ; 2) reconstituirea frontului de undă provenit de la obiect, prin iluminarea hologramei (fig. 1, b). De asemenea în timp ce în fotografia obişnuită este înre-

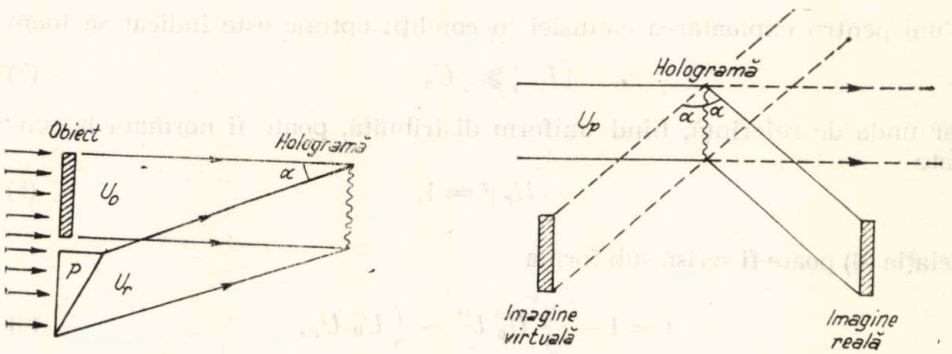


Fig. 1

gistrată numai amplitudinea undei provenite de la obiect, informaţia conţinută în fază fiind pierdută iremediabil, franjele de interferenţă de pe hologramă conţin întreaga informaţie despre obiect, amplitudinea manifestîndu-se în contrastul franjelor, iar faza — în distanţa dintre ele.

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, mai 1969.

Aceasta face că în fotografia obișnuită imaginea este totdeauna plană, în timp ce prin metoda holografică pot fi obținute și imagini spațiale.

În adevăr, fie aplitudinea complexă a undei de lumină difractată de obiect (unda obiect) la planul hologramei descrisă prin funcția:

$$U_0(x, y) = u_0(x, y)\, e^{i\varphi_0(x,y)}. \tag{1}$$

Amplitudinea undei provenită direct de la sursă (deviată de prisma P în fig. 1, a), numită undă de referință, de asemenea la planul hologramei, e descrisă de funcția

$$U_r(x, y) = u_r(x, y)\, e^{i\varphi_r(x,y)}. \tag{2}$$

Distribuția de amplitudine rezultantă la planul hologramei este

$$U = U_0 + U_r = u_0\, e^{i\varphi_0} + u_r\, e^{i\varphi_r}, \tag{3}$$

iar placa fotografică va înregistra intensitatea rezultantă

$$I = |U_0 + U_r|^2 = |U_0|^2 + |U_r|^2 + U_0 U_r^* + U_0^* U_r. \tag{4}$$

Pentru o expunere corespunzătoare porțiunii rectilinii de pantă γ a curbei sensitometrice a emulsiei fotografice, coeficientul de transmisie al emulsiei va fi dat de relația [8]

$$t = I^{-\frac{\gamma}{2}}. \tag{5}$$

Prin dezvoltarea în serie a relației (5) și ținînd cont de (4), obținem

$$t = |U_r|^{-\gamma} \cdot \left[1 - \frac{\gamma}{2}\left|\frac{U_0}{U_r}\right|^2 - \frac{\gamma}{2}\frac{U_0 U_r^*}{U_r^2} - \frac{\gamma}{2}\frac{U_0^* U_r}{U_r^2} + \cdots\right]. \tag{6}$$

Cum pentru exploatarea emulsiei în condiții optime este indicat să luăm

$$|U_r| \gg |U_0|, \tag{7}$$

iar unda de referință, fiind uniform distribuită, poate fi normată la unitate

$$|U_r|^2 = 1, \tag{8}$$

relația (6) poate fi scrisă sub forma

$$t = 1 - \frac{\gamma}{2} U_0 U_r^* - \frac{\gamma}{2} U_0^* U_r, \tag{9}$$

unde factorul $|U_0|^{-\gamma}$ a fost omis ca reprezentînd o absorbție constantă pe întreaga suprafață a hologramei.

Din partea reală a coeficientului de transmisie

$$t_r = 1 - \gamma\, u_0\, u_r \cos(\varphi_0 - \varphi_r) \tag{10}$$

rezultă clar caracterul interferențial al înregistrării; se obține o emulsie cu transmisie modulată.

Reconstituirea frontului de undă se face de obicei prin iluminarea hologramei cu o undă U_p analoagă cu unda de referinţă, aşa încît să putem pune

$$U_p = U_r. \tag{11}$$

În acest caz, amplitudinea transmisă de hologramă va fi

$$U_t = t\, U_r, \tag{12}$$

sau

$$U_t = U_r - \frac{\gamma}{2} U_0 - \frac{\gamma}{2} U_r^2 U_0^*. \tag{13}$$

În aproximaţia făcută la dezvoltarea în serie a relaţiei (5), se obţin trei unde transmise prin hologramă : 1) unda de amplitudine U_r (în aproximaţia neglijării termenului $-\frac{\gamma}{2}\left(\frac{U_0}{U_r}\right)^2$ din relaţia (6) (corespunde undei de reconstituire, transmisă aproape integral ; 2) unda de amplitudine U_0 $\left(\text{cu excepţia factorului } -\frac{\gamma}{2}\right)$ reprezintă unda difractată de obiect spre planul hologramei. Observăm că această undă este reconstituită integral atît în privinţa fazei cît şi a amplitudinii. Un observator situat în dreapta hologramei va vedea imaginea reală a obiectului ; 3) a treia undă determină o imagine conjugată cu prima faţă de planul hologramei (fig. 1 b).

Rezultatele experimentale

Rezultatele experimentale pe care le prezentăm marchează momentul de început al unei noi direcţii de cercetare în laboratorul de Fizică din Institutul politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" : „emisia stimulată în domeniul optic (laseri)", direcţie din care metoda holografică face parte integrantă. Aceste rezultate constituie o confirmare a tehnicii de înregistrare holografică, pusă la punct cu ajutorul unui laser cu He-Ne construit în laborator.

Instalaţia experimentală utilizată este cea a cărei schemă este reprezentată în fig. 1. În cazul nostru, în ambele etape de lucru — înregistrarea hologramei şi reconstituirea imaginii — a fost utilizat acelaşi fascicul de lumină laser (λ=6328 Å), iar obiectul era constituit dintr-un film diapozitiv color, a cărui imagine reprodusă se vede în fig. 2 a *). Pentru obţinerea hologramei au fost utilizate mai multe tipuri de emulsii fotografice : 1) emulsia alb-negru „Orwo LP6", 2) emulsia color „Orwo UT16" şi emulsia „Kodak 649F", prezentînd puteri de rezoluţie din ce în ce mai bune.

Numărul N de linii (maxime de interferenţă) pe mm, ce se formează în planul hologramei, este dat de relaţia [9]

$$N = \frac{\sin\alpha}{\lambda} \sim \frac{\alpha}{\lambda} \quad (\alpha \text{ mic}). \tag{14}$$

*) Menţionăm că prin copiere pe film alb-negru o serie de detalii au fost pierdute.

În cazul nostru, unghiul α_4 (vezi fig. 1, a) a fost de aproximativ 4°20′. Pentru această valoare a lui α rezultă o valoare pentru N egală cu 120, care reprezintă limita superioară de rezoluție a emulsiei „Orwo LP6", deoarece franjele obținute pe această emulsie, observabile la microscop, sînt extrem de slab conturate.

Fig. 2, a

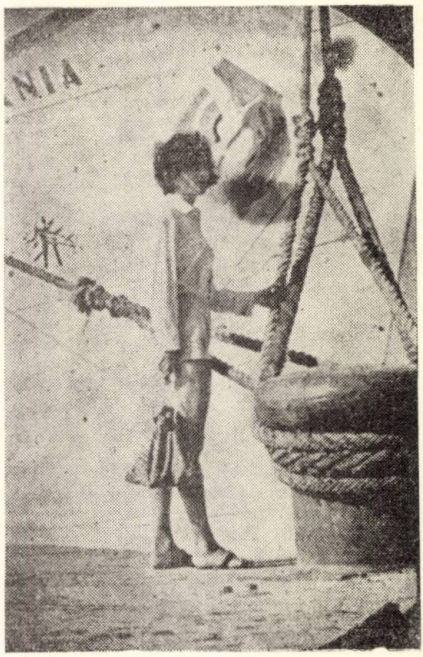
Un tablou de interferență asemănător se observă și pe emulsia color „Orwo UT16", deoarece, deși aceasta prezintă o putere de rezoluție mai bună, franjele de joasă frecvență ce se formează datorită reflexiilor pe suprafețele de separare ale celor trei straturi fotosensibile provoacă înrăutățirea imaginii de interferență.

Înregistrări de foarte bună calitate au fost obținute pe emulsia „Kodak 649F", care are o putere de rezoluție deosebit de mare (~2000 linii pe mm), față de emulsiile precedente. În acest caz, franjele, observate de asemenea la microscop, sînt extrem de fine și au un contrast foarte mare.

Reconstituirea imaginii obiectului (conform figurii 1, b) a prezentat dificultăți din ce în ce mai mari pe măsură ce puterea de rezoluție a emulsiei fotografice era mai mică. Astfel, pentru emulsiile „Orwo LP6" și „Orwo UT16" fasciculele de difracție, care condiționează imaginile reală și virtuală produse de „rețeaua hologramă" puteau fi obținute numai prin iluminarea unei porțiuni mici a hologramei, cu fasciculul laser extrem de

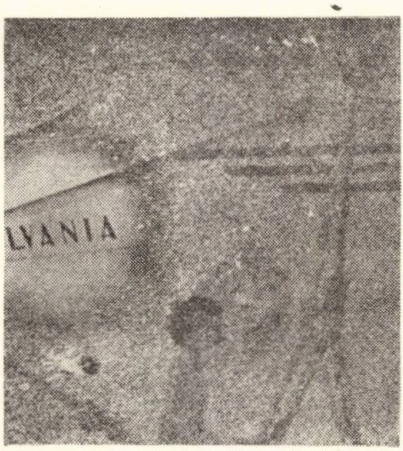
intens (nelărgit cu ajutorul lentilelor), în timp ce pentru emulsia „Kodak 649F" fasciculele respective se observă foarte bine iluminînd întreaga hologramă cu fasciculul laser lărgit cu ajutorul unei lentile. Fig. 1, b reprezintă schema experimentală a acestui ultim caz, iar figurile 2,b şi 2,c) reprezintă hologramа şi imaginea reconstituită ; figura 2,d reprezintă ima-

b)



c)

Fig. 2



d)

ginea reconstituită prin iluminarea unei porțiuni mici a hologramei, realizată de asemenea pe emulsia „Kodak 649F". Se observă că în acest caz, deși nu este iluminată întreaga hologramă, este reconstituită întreaga imagine, ceea ce înseamnă că o porțiune mică din hologramă conține informația despre întregul obiect, bineînțeles cu micșorarea corespunzătoare a rezoluției [8], [10].

Laboratorul de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *D. Gabor*, Nature 161, 777 (1948).
2. *D. Gabor*, Proc. Roy. Soc. A, 197, 475 (1949).
3. *D. Gabor*, Proc. Phys. Soc. B, *64*, 244 (1951).
4. *Leith, E. N., Upatnieks, I. I.*, J. Opt. Soc. Amer. *53*, 1377 (1963).
5. *Leith, E. N., Upatnieks, I. I.*, J. Opt. Soc. Amer. *54*, 1295 (1964).
6. *G. W. Stroke, D. G. Falconer*, Phys. Letters *13*, 306 (1964).
7. *G. W. Stroke*, Phys. Letters, *6*, 201 (1965).
8. *S. Lowental, Y. Belvaux*, Revue d'Optique *46*, 1 (1967).
9. *G. W. Stroke*, An Introduction to Coherent Optics and Holography, Academic Press, New-York 1966, p. 106.
10. *Leith E. N., Upatnieks, I. I.*, J. Sci. Am., 212, 24 (1965).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971, Numărul 3

TERMOTEHNICĂ

C.Z. : 536.7

DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE EXCES DE AÉR CU AJUTORUL PROPRIETĂȚILOR ELECTRICE PENTRU FLĂCĂRILE LAMINARE, ALE COMBUSTIBILILOR GAZOȘI

AL. DĂNESCU, M. MARINESCU

Determinarea coeficientului de exces de aer reprezintă una din problemele cele mai importante și totodată dificile pentru instalațiile de ardere, posibilitatea trecerii la conducerea automată a proceselor de ardere fiind determinată în mare măsură de viteza de măsurare a acestui parametru.

Precizarea corectă a caracteristicilor electrice ale flăcărilor laminare, se face prin metoda curentului de saturație, în care scop se folosește un arzător prevăzut cu doi electrozi asupra cărora se aplică o diferență de potențial. Dacă cîmpul electric astfel creiat, este suficient de puternic pentru a antrena toți ionii formați în zona de reacție, se obține în circuitul celor doi electrozi curentul de saturație i_s, care reprezintă viteza de modificare în timp a concentrației de sarcini electrice din zona cuprinsă între electrozi (fig. 1) :

$$\dot{n}_e = \frac{dn_e}{dt} = \frac{i_s}{V \cdot e} \quad \left[\frac{1}{m^3 s}\right] \tag{1}$$

în care V este volumul cuprins între electrozi, iar e sarcina electronului.

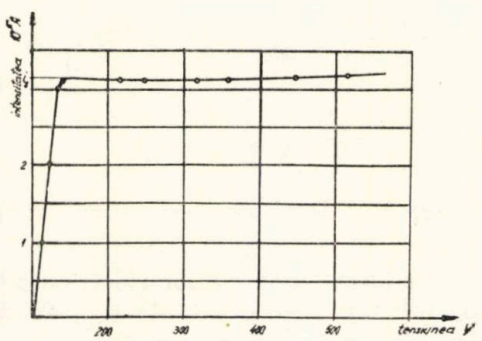


Fig. 1

În zona bună conducătoare de electricitate a unei flăcări laminare se pot distinge două regiuni distincte [1] (fig. 2) :

— o regiune *P*, caracterizată prin producerea sarcinilor electrice active și recombinarea lor ;

— regiunea *R*, în care producerea de ioni a încetat ca urmare a terminării reacției de ardere, purtătorii de sarcini dispărînd treptat prin recombinare.

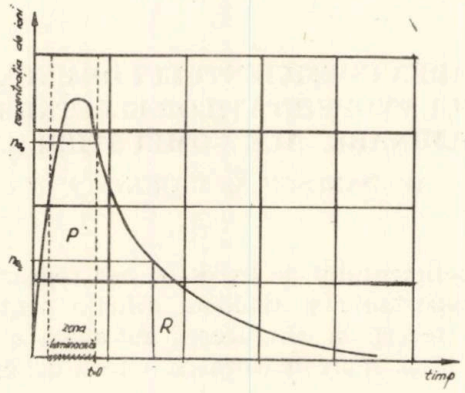


Fig. 2

Considerînd origina de măsurare a timpului la interfața dintre regiunile *P* și *R*, pentru o poziție dată a electrozilor, viteza de „dispariție" a sarcinilor electrice la momentul *t* este :

$$\mathring{n}_{e_t} = \int_0^t \left(\frac{\partial \mathring{n}_e}{\partial t} \right) dt = \int_0^t \frac{\partial (-\alpha_r \cdot n_e \cdot n_+)}{\partial t} dt \qquad (2)$$

în care : α_r este coeficientul de recombinare, iar n_e și n_+ densitățile de electroni respectiv ioni pozitivi.

Pentru o flacără neutră în ansamblu, densitatea purtătorilor de sarcini electrice negative și pozitive este egală, viteza de „dispariție" a sarcinilor electrice devenind :

$$n_{e_t} = -2 \int_0^t \alpha_r \, n_e \frac{dn_e}{dt} dt = -2 \alpha_r \int_0^t n_e \cdot dn_e$$

sau după integrare :

$$\mathring{n}_{e_t} = \alpha_r \left(n_{e_0}^2 - n_{e_t}^2 \right) \qquad (3)$$

unde s-a notat cu n_{e_0} și n_{e_t} densitatea sarcinilor existente la momentul $t=O$, respectiv t.

În regiunea *P* de producere a sarcinilor electrice active se poate considera că concentrația acestora este constantă n_{e_0}, ea putînd fi calculată prin înmulțirea vitezei de producere a sarcinilor corespunzătoare curen-

tului de saturație din zona de reacție i_{e}, cu timpul t_r necesar trecerii acestor sarcini prin zona de reacție :

$$n_{e_o} = \frac{i_{s_r}}{V \cdot e} \cdot t_r \tag{4}$$

Pentru un arzător care realizează o flacără laminară, timpul de trecere — pe direcție normală la zona de reacție cu grosimea x_0, a sarcinilor electrice este :

$$t_r = \frac{x_o}{V_o \frac{T_{f_r}}{T_o}} \tag{5}$$

în care :

V_o este viteza convențională de ardere $V_o = \frac{\mathring{V}}{S}$

$\mathring{V}$ — debitul volumic de amestec combustibil ;

S — suprafața laterală a zonei de reacție ;

T_{f_r} — temperatura zonei de reacție ;

T_o — temperatura inițială a amestecului combustibil.

Conform legăturii între viteza convențională V_o, grosimea zonei de reacție x și temperatura medie a flăcării T_m [2], rezultă :

$$V_o \, x_o = 0{,}96 \cdot 10^{-6} \sqrt{T_m} \tag{6}$$

unde

$$T_m = T_o + 0{,}74 \, (T_{f_r} - T_o)$$

Corespunzător relației (3), pătratul densității sarcinilor electrice din zona R, pentru momentul t, are expresia :

$$n^2_{e_t} = n^2_{e_o} - \frac{\mathring{n}_{e_t}}{\alpha_r}$$

Sau folosind relațiile (4), (5), (6) și faptul că viteza de modificare a concentrației sarcinilor electrice $\mathring{n}_{e_t}$ se poate calcula tot cu ajutorul curentului de saturație, rezultă :

$$n^2_{e_t} = 0{,}96^2 \cdot 10^{-12} \mathring{n}^2_{e_o} \frac{T_m}{V_o^4} \frac{T_o^2}{T_f^2} - \frac{i_s}{Ve\alpha_r} \tag{7}$$

Precizarea densității de sarcini electrice n_{e_t} este condiționată, după cum rezultă din relația (7), de mărimea vitezei de producere a sarcinilor în zona de reacție $\mathring{n}_{e_o}$ ca și de temperatura T_{f_r} realizată aici. Considerînd că apariția sarcinilor electrice într-un proces de ardere se datorește unui proces de chimiionizare, viteza de producere a acestor sarcini este dependentă de concentrația combustibilului și oxigenului, energia de activare a reacției de ardere, temperatura de desfășurare a reacției etc.

[3, 4]. În cazul unei flăcări laminare de amestec combustibil CH_4 — aer, viteza de producere a sarcinilor electrice are expresia :

$$\mathring{n}_{e_0} = A[O_2]^m \cdot [CH_4]^n \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT_m}\right) \tag{8}$$

în care : A este constantă cu dimensiuni $\left[\frac{1}{m^3 s}\right]$, dependentă de natura amestecului combustibil

$[O_2]$ și $[CH_4]$ concentrațiile inițiale de oxigen și metan m și n exponenți dependenți de natura oxidantului și combustibilului

E energia aparentă de activare a reacției de chimiionizare

T_m temperatura medie a flăcării în zona de reacție

R constanta molară universală a gazelor.

În cazul obișnuit, al arderii CH_4-aer, între concentrațiile de O_2 ; N_2 și CH_4 există relația :

$$[O_2] + [N_2] + [CH_4] = 1 \tag{9}$$

sau notînd cu Y suma $[O_2]+[CH_4]$, rezultă :

$$Y = [O_2] + [CH_4] = 1 - [N_2] \tag{10}$$

Pentru a pune în exidență coeficientul de exces de aer, se introduce notația :

$$r = \frac{[CH_4]}{Y} = \frac{[CH_4]}{[O_2] + [CH_4]} = \frac{1}{1 + 2\lambda} \tag{11}$$

Prin rezolvarea ultimilor două ecuații ale relației (11) rezultă valorile concentrațiilor de CH_4 și O_2, funcție de procentul de gaz inert (azot în acest caz) și coeficientul de exces de aer :

$$[CH_4] = \frac{Y}{1 + 2\lambda} \quad \text{și} \quad [O_2] = Y\frac{2\lambda}{1 + 2\lambda} \tag{12}$$

Prin înlocuirea relațiilor (12) în ecuația (8) se obține expresia dependenței vitezei de producere a sarcinilor electrice active $\mathring{n}_{e_0}$ de valoarea coeficientului de exces de aer, concentrația de gaz inert, energia de activare și temperatura medie a flăcării :

$$\mathring{n}_{e_0} = AY^{m+n}\frac{(2\lambda)^m}{(1 + 2\lambda)^{m+n}} \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT_m}\right) \tag{13}$$

Numărul sarcinilor electrice din unitatea de volum n_{e_t}, se poate obține prin măsurarea curentului de saturație i_s , a distanței h față de zona de reacție și a temperaturii flăcării T_f .

$$n_{e_t} = \frac{i_s}{Ve}t \text{ în care } t = \frac{h}{V_0\frac{T_f}{T_0}} \tag{14}$$

Prin înlocuirea relațiilor (13) și (14) în ecuația (7), rezultă :

$$\frac{i_s^2}{V^2 e^2} \cdot \frac{h^2}{V_0^2} \cdot \frac{T_0^2}{T_f^2} + \frac{i_s}{Ve} \cdot \frac{1}{\alpha_r} - 92{,}16 \cdot 10^{-14} A^2 T_m \frac{Y^{2(m+n)}}{V_0^4} \cdot \frac{T_0^2}{T_{fr}^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{(2\lambda^{2m})}{(1+2\lambda)^{2(m+n)}} \cdot \exp\left(-2\frac{E}{RT_m}\right) = 0 \qquad (15)$$

Ecuația (15) reprezintă o legătură analitică între curentul de saturație i_s corespunzător distanței h măsurată pe direcție normală față de zona de reacție, temperatura flăcării T_f, coeficientul de exces de aer λ și energia aparentă de activare a reacției de ardere. Prin împărțirea acestei ecuații cu termenul A^2, în primii doi termeni vor apare expresii adimensionale de forma $y = \frac{i_s}{AVe}$, în raport cu care se va rezolva ecuația.

$$y^2 \left(\frac{h}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T_f}\right)^2 + y \frac{1}{A\alpha_r} - 92{,}16 \cdot 10^{-14} T_m \frac{Y^{2(m+n)}}{V_0^4} \cdot \left(\frac{T_0}{T_{fr}}\right)^2 \cdot$$

$$\cdot \frac{(2\lambda)^{2m}}{(1+2\lambda)^{2(m+n)}} \cdot \exp\left(-2\frac{E}{RT_m}\right) = 0 \qquad (16)$$

Determinarea constantei A se poate face experimental prin măsurarea curentului de saturație i_{s_r} corespunzător zonei de reacție (pentru $h=0$), sau pe cale teoretică, pornind de la calculul raportului :

$$\frac{i_{sr}}{V} = \frac{n_r e \overline{w} s}{ds} \qquad (17)$$

în care n_r este densitatea de sarcini electrice în zona de reacție, $\overline{w}$ viteza medie a particulelor, iar d distanța dintre electrozii sondei de secțiune s. Aplicînd această relație pentru o distanță d egală cu grosimea x_0 a zonei de reacție se obține :

$$\frac{i_{sr}}{V} = \frac{n_r e \overline{w}}{x_0} \qquad (18)$$

unde raportul $\frac{\overline{w}}{x_0}$ reprezintă inversul timpului necesar particulelor pentru a traversa zona de reacție.

Rezolvarea ecuației (16) în raport cu y, pentru flăcări laminare CH_4-aer, corespunzător unor diferite valori ale parametrilor conținuți, s-a făcut pe un calculator I.B.M.-360, obținîndu-se pentru situația în care : $\frac{T_0}{T_f} = 0{,}17$; $A = 0{,}1 \cdot 10^{30} \left[\frac{1}{m^3 s}\right]$; $m = 1{,}33$; $m + n = 2$; $\alpha_r = 2{,}4 \cdot 10^{-13} \left[\frac{m^3}{s}\right]$; $E = 157 \cdot 10^6 \left[\frac{J}{\text{k mol °K}}\right]$ rezultatele cuprinse în tabelul 1.

Tabelul 1

λ	h=o [mm]	h=2	h=4	h=10	h=20	h=100
1	0,145.10^{-7}	0,472.10^{-9}	0,238.10^{-9}	0,957.10^{-10}	0,479.10^{-10}	0,959.10^{-11}
0,90	0,147.10^{-7}	0,476.10^{-9}	0,240.10^{-9}	0,965.10^{-10}	0,483.10^{-10}	0,968.10^{-11}
0,98	0,148,10^{-7}	0,477.10^{-9}	0,241.10^{-9}	0,967.10^{-10}	0,484.10^{-10}	0,970.10^{-11}
1,00	0,148,10^{-7}	0,477.10^{-9}	0,241.10^{-9}	0,967.10^{-10}	0,484.10^{-10}	0,970.10^{-11}
1,02	0,148,10^{-7}	0,477.10^{-9}	0,241.10^{-9}	0,967.10^{-10}	0,484.10^{-10}	0,970.10^{-11}
1,05	0,148,10^{-7}	0,477.10^{-9}	0,240.10^{-9}	0,966.10^{-10}	0,484.10^{-10}	0,969.10^{-11}
1,08	0,148,10^{-7}	0,476.10^{-9}	0,240.10^{-9}	0,965.10^{-10}	0,483.10^{-10}	0,968.10^{-11}
1,10	0,147.10^{-7}	0,476.10^{-9}	0,240.10^{-9}	0,965.10^{-10}	0,483.10^{-10}	0,967.10^{-11}
1,20	0,146.10^{-7}	0,473.10^{-9}	0,239.10^{-9}	0,959.10^{-10}	0,480.10^{-10}	0,962.10^{-11}
1,50	0,138.10^{-7}	0,460.10^{-9}	0,231.10^{-9}	0,935.10^{-10}	0,467.10^{-10}	0,935.10^{-11}

Din reprezentarea grafică a acestor valori funcție de coeficientul de exces de aer (fig. 3), rezultă că în jurul valorii λ=1, curentul de saturație i_s, reprezentat la o anumită scară de y, are o valoare maximă, el scăzînd de o parte și alta, fapt de altfel perfect explicabil prin efectul pe care îl are oxidantul în procesul de chimiionizare.

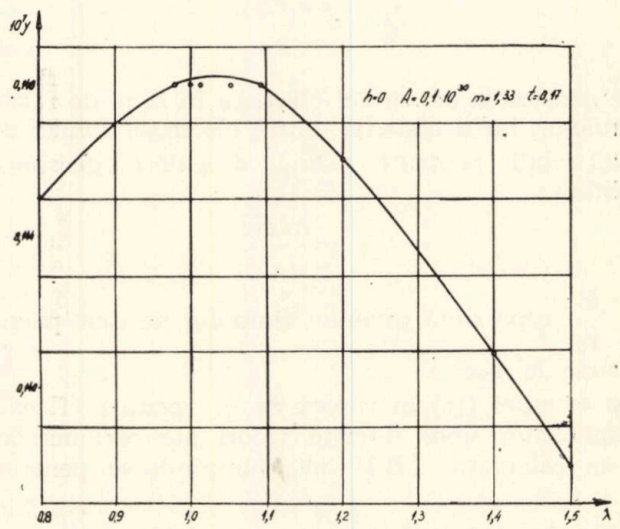


Fig. 3

Depărtarea sondei de zona de reacție are un efect defavorabil asupra curentului de saturație (fig. 4), constatîndu-se o scădere cu atît mai

pronunțată cu cît flacăra schimbă mai intens căldură cu exteriorul, adică cu cît raportul $\frac{T_o}{T_f} = t$ este mai mare.

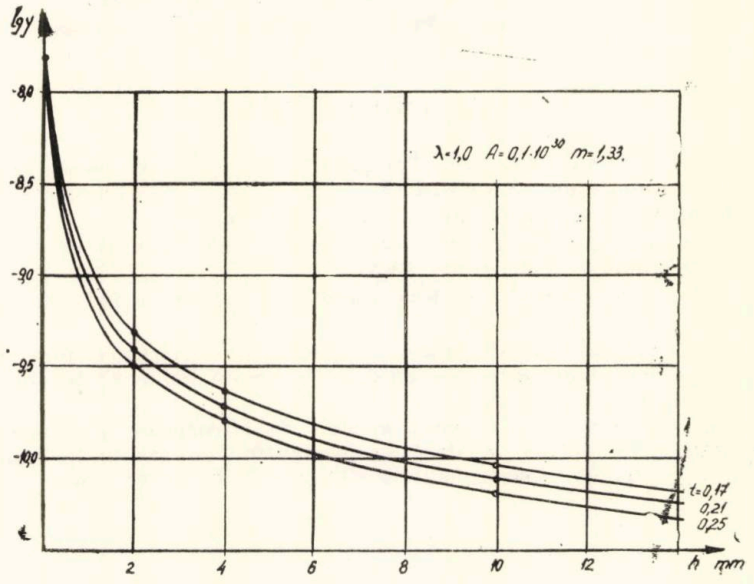


Fig. 4

Mărirea preciziei de determinare a valorii coeficientului de exces de aer este condiționată de un minim al gradului de recombinare α_r — aceasta putîndu-se realiza prin introducerea în flacără a unor aditivi cu energie mică de ionizare — fapt care determină un transfer de sarcină electrică asupra unor ioni la care coeficientul de recombinare este mai mic. Astfel în cazul introducerii potasiului — drept aditiv — ionul cu cea mai mare concentrație din zona de reacție — cel de hidroniu — va transfera sarcina electrică asupra potasiului, conform reacției :

$$H_3O^+ + K \longrightarrow K^+ + H + H_2O \qquad (19)$$

În felul acesta energia totală de activare a reacțiilor de formare a ionilor activi va crește cu valoarea corespunzătoare a reacției de transfer (19), apărînd însă avantajul micșorării considerabile (de circa 100 ori) a coeficientului de recombinare.

Din punct de vedere teoretic introducerea aditivilor prezintă inconvenientul micșorării temperaturii flăcării în zona de reacție ; cercetări experimentale [5] în această direcție, au arătat că folosind o metodă potrivită pentru introducerea aditivilor, spre exemplu pulverizarea pe cale electrică a soluțiilor [6], micșorarea temperaturii flăcării se poate reduce numai la (20÷30)°C.

Metoda prezentată, poate servi la determinarea locală, pe cale electrică, a coeficientului de exces de aer la flăcările laminare ale combustibililor gazoși, putîndu-se interveni pe baza ei, prin intercalarea unui cal-

culator de proces, asupra perfecțiunii arderii. Ea poate fi folosită totodată la stabilirea dimensiunilor și locului de instalare a tijelor de ionizare folosite ca supraveghetor de flacără.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *J. Poncelet, G. Harris, L. Lozano*, Perspectives d'Utilisation des Phenomenes Des Chimi-Ionisation en MHD, 1968.
2. *A. Van Tiggelen*, Mém. Acad. Roy. Belg. 27/1952, p. 1.
3. *H. F. Calcote*, Ionization in Hydrocarbon Flames, 20th AGARD Propulsion and Energetics Panel, Pisa, Italy, 1965.
4. *H. Vandenabeels, R. Corbeels, A. Van Tiggelen*, Combustion and Flames vol. 4, p. 253.
5. *A. Dănescu, M. Marinescu*, Măsurarea conductivității electrice a zonei de reacție la flăcările hidrocarburilor gazoase, în regim laminar ; în curs de publicare la Revista de Chimie.
6. *A. Dănescu, M. Marinescu*, O nouă metodă de introducere și determinare a cantităților de aditivi în flăcările combustibililor gazoși, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 6, 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. : 621.43

POSIBILITĂȚI DE REDUCERE A TIMPULUI DE CALCUL LA PROGRAMAREA PROCESULUI DE INJECȚIE A COMBUSTIBILULUI PE UN CALCULATOR NUMERIC *

ALEXE MANEA

1. Obiectul lucrării

Modelarea procesului de injecție a combustibilului în motorul cu aprindere prin comprimare conduce la un sistem de ecuații format din ecuația de propagare a undelor pe conducta de înaltă presiune și din condițiile limită la capetele conductei. Rezolvarea ecuațiilor sistemului se face prin integrare numerică. Pentru ca rezultatele calculelor să fie apropiate de cele determinate experimental trebuie să se aleagă o valoare redusă a intervalului de integrare (0,005—0,05°). La urmărirea procesului pe toată durata ciclului, numărul de intervale devine foarte mare ; în cadrul fiecărui interval, rezolvarea sistemului de ecuații cu o precizie dorită necesită efectuarea mai multor iterații. Ca urmare, timpul de calcul crește, reducînd avantajele economice ale cercetării.

Pentru micșorarea timpului de calcul sînt posibile două căi : mărirea valorii intervalului și reducerea numărului de iterații corespunzătoare fiecărui interval.

Prima cale poate fi aplicată la sfîrșitul injecției, după amortizarea oscilațiilor presiunii în conductă.

Cea de a doua cale presupune alegerea unei metode de integrare la care precizia dorită să se obțină dintr-un număr cît mai mic de iterații.

Lucrarea de față prezintă o asemenea metodă, care poate fi aplicată pentru rezolvarea condițiilor limită la pompă sau la injector.

2. Condiții de limită la pompă

Vom considera cazul pompei cu piston sertar și supapă de refulare cu guler de descărcare. Conducta de înaltă presiune a fost împărțită în n tronsoane ; secțiunile 1 și 2 leagă conducta de spațiul supapei de refulare (fig. 1).

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

Condițiile limită la pompă sînt exprimate de ecuația de continuitate în spațiul pompei (1), ecuația de continuitate în spațiul supapei (2) și ecuația de echilibru dinamic a supapei de refulare (3).

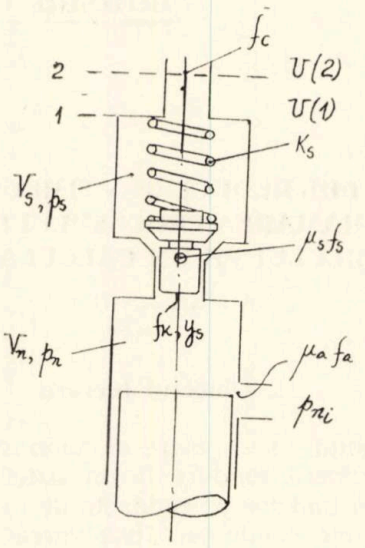


Fig. 1

$$\frac{dp_n}{dt} = \frac{E}{V_n}\left[f_p \frac{dh_p}{dt} - \mu_a f_a \sqrt{\frac{2}{\varrho}} \sqrt{p_n - p_{ni}} - f_k \frac{dy_s}{dt} - \right.$$
$$\left. - \mu_s f_s \sqrt{\frac{2}{\varrho}} \sqrt{p_n - p_s}\right] \tag{1}$$

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{E}{V_s}\left[f_k \frac{dy_s}{dt} + \mu_s f_s \sqrt{\frac{2}{\varrho}} \sqrt{p_n - p_s} - f_c \frac{U_{(1)}}{\varrho}\right] \tag{2}$$

$$M_s \frac{d^2 y_s}{dt^2} = f_k (p_n - p_s) - k_s (y_s + y_{s0}) \tag{3}$$

Semnificațiile parametrilor folosiți în ecuațiile (1)...(3) sînt următoarele :

h_p — deplasarea pistonului plonjor
y_s — deplasarea supapei de refulare
$U_{(1)}$ — viteza masică în secțiunea 1
f_p — suprafața pistonului
f_k — suprafața gulerului supapei
f_c — secțiunea conductei de înaltă presiune
$\mu_a f_a$ — secțiunea reală de curgere prin orificiul de admisiune
$\mu_s f_s$ — secțiunea reală de curgere oferită de supapa de refulare

V_n, V_s — volumul combustibilului în spațiul de deasupra pistonului plonjor, respectiv în spațiul supapei de refulare

k_s — constanta elastică a resortului supapei

$k_s y_{s0}$ — forța de prestrîngere a arcului supapei

p_{nt} — presiunea combustibilului în colectorul de admisiune al pompei

p_n — presiunea combustibilului în spațiul de deasupra pistonului plonjor

p_s — presiunea combustibilului în spațiul supapei de refulare.

Legătura între presiunea din spațiul supapei și viteza la intrarea în conductă este dată de ecuația șocului hidraulic scrisă pentru secțiunile 1 și 2 (Jukovski)

$$U_{1_{t+\Delta t}} = U_{2_{t+\Delta t}} + \frac{1}{a}\left(p_{s_{t+\Delta t}} - p_{s_t}\right) \tag{4}$$

unde :

$U_{1_{t+\Delta t}}$, $U_{2_{t+\Delta t}}$ — vitezele masice la timpul $(t+\Delta t)$ în secțiunile 1 și 2 ;

$p_{s_{t+\Delta t}}$, p_{s_t} — presiunea combustibilului în spațiul supapei în momentele de timp $(t+\Delta t)$ și t ;

a — viteza sunetului între secțiunile (1) și (2).

După trecerea la diferențe finite ecuațiile (1)...(4) devin :

$$p_{n_{j+1}} = \frac{E}{(V_n)_m}\left[f_p\left(h_{p_{j+1}} - h_{p_j}\right) - (\mu_a f_a)_m \sqrt{\frac{2}{\varrho}} \sqrt{p_{n_{j+1}} - p_{n_i}} \cdot \Delta t - \right.$$

$$\left. - (\mu_s f_s)_m \sqrt{\frac{2}{\varrho}} \sqrt{p_{n_{j+1}} - p_{s_{j+1}}}\, \Delta t - f_k\left(y_{s_{j+1}} - y_{s_j}\right) + \frac{(V_n)_m}{E} p_{n_j}\right] \tag{5}$$

$$p_{s_{j+1}} = \frac{1}{\frac{V_s}{E} + \frac{f_c}{\varrho a}\Delta t}\left[f_k\left(y_{s_{j+1}} - y_{s_j}\right) + (\mu_s f_s)_m \sqrt{\frac{2}{\varrho}} \sqrt{p_{n_{j+1}} - p_{s_{j+1}}}\, \Delta t - \right.$$

$$\left. - \frac{f_c}{\varrho} U_{2_{j+1}} \Delta t + p_{s_j}\left(\frac{V_s}{E} + \frac{f_c}{\varrho a}\Delta t\right)\right] \tag{6}$$

$$y_{s_{j+1}} = \frac{1}{M_s + k_s \Delta t^2}\left[M_s\left(2 y_{s_j} - y_{s_{j-1}}\right) + f_k\left(p_{n_{j+1}} - p_{s_{j+1}}\right)\Delta t^2 - \right.$$

$$\left. - k_s y_{s_0} \Delta t^2\right] \tag{7}$$

În expresiile (5)...(7) participă valorile parametrilor la capetele a două intervale de timp Δt alăturate, $[(j-1)-j]$ și $[j-(j+1)]$. Necunoscute sînt valorile parametrilor la capătul din dreapta al celui de al doilea interval $(j+1)$. Secțiunile de curgere și volumele au valori medii pe intervalul $[j-(j+1)]$.

3. Metoda de rezolvare

Pentru prima iterație se alege diferența DIF3S = $p_{n_{j+1}} - p_{s_{j+1}}$, prin extrapolare lineară a valorilor de la capetele intervalului anterior

$$\text{DIF3S} = 2\,\text{DIF2} - \text{DIF1} \tag{8}$$

unde :

$$\text{DIF2} = p_{n_j} - p_{s_j}$$

$$\text{DIF1} = p_{n_{j-1}} - p_{s_{j-1}}$$

În ecuația (7) se calculează $y_{s_{j+1}}$ apoi, din ecuația (6) — $p_{s_{j+1}}$ Ultimul rezultat, împreună cu relația de definiție a lui DIF3S permite să se calculeze $p_{n_{j+1}}$.

$$p_{n_{j+1}} = p_{s_{j+1}} + \text{DIF3S} \tag{9}$$

Introducînd valoarea găsită în membrul drept al ecuației (5) se determină $x_{n_{j+1}}$ real.

Verificarea rezolvării constă în compararea diferenței rezultate DIF3 = $p_{n_{j+1}} - p_{s_{j+1}}$ cu cea încercată DIF3*S*. Dacă eroarea depășește limita admisă, se înlocuiește la a doua iterație DIF3S cu media aritmetică a primelor două valori (10).

$$\text{DIF3S} = \frac{\text{DIF3S} + \text{DIF3}}{2} \tag{10}$$

Începînd cu a treia iterație, valoarea încercată a lui DIF3S se calculează folosind rezultatele de la două iterații anterioare

$$\text{DIF3S} = \frac{\text{DIF3S} \cdot \text{VDIF3} - \text{VDIF3S} \cdot \text{DIF3}}{\text{DIF3}S - \text{VDIF3}S + \text{VDIF3} - \text{DIF3}} \tag{11}$$

În expresia din membrul drept al ecuației (11), VDIF3S și VDIF3 corespund iterației (m—2) iar DIF3*S* și DIF3 — iterației (m—1).

Ecuația (11) admite și o interpretare grafică. Se reprezintă în plan valorile încercate [°] și cele rezultate [*], în două iterații succesive. Distanța între cele două iterații, măsurată pe abscisă, este oarecare (fig. 2).

Valoarea calculată de ecuația (11) se obține la intersecția dreptelor care unesc punctele de aceeași notație.

Aplicarea metodei prezentate la rezolvarea sistemului (5) ... (7) a condus la situația reprezentată în figura 3. Se observă că rapiditatea convergenței scade pe măsură ce numărul de iterații crește. Astfel, începînd cu iterația 4, valorile încercate se îndepărtează de soluția reală, care trebuie să fie cuprinsă între 1 și 3, pentru a reveni în acest interval la iterația 7.

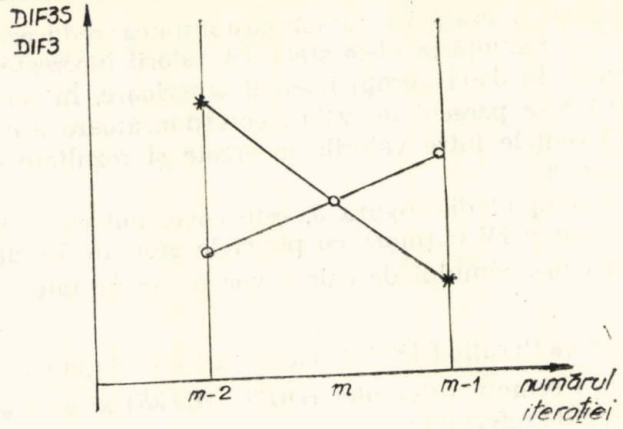

DIF3S
DIF3
m-2
m
m-1
numărul
iterației

Fig. 2

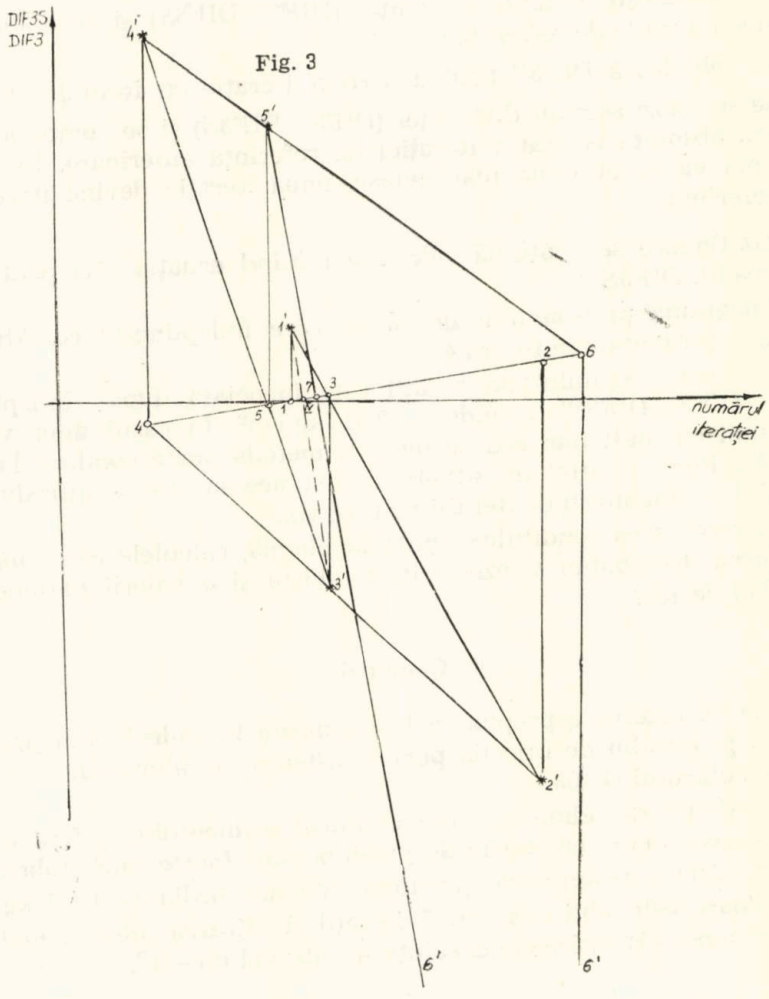

DIF3S
DIF3
numărul
iterației

Fig. 3

Analiza figurii 3 arată că există posibilitatea reducerii numărului de iteraţii dacă se renunţă la ideia stabilirii valorii încercate pe baza rezultatelor obţinute în două iteraţii imediat anterioare. În ecuaţia (11) urmează a fi introduse perechi de valori corespunzătoare acelor intervale pentru care diferenţele între valorile încercate şi rezultate sînt minime şi de semne contrare.

Astfel, în exemplul din figura 3, este covenabil ca la iteraţia 4 să fie încercată valoarea IV obţinută cu punctele aferente iteraţiilor 1 şi 3.

La stabilirea programului de calcul vor fi respectate următoarele etape :

1. pentru prima iteraţie DIF3S se calculează cu relaţia 8 ;
2. se studiază semnul diferenţei (DIF3—DIF3S) şi se stabileşte prima iteraţie de referinţă ;
3. pentru a doua iteraţie DIF3S se calculează cu relaţia (10) ;
4. se urmăreşte semnul diferenţei (DIF3—DIF3S) şi se stabileşte a doua iteraţie de referinţă ;
5. se calculează DIF3S pentru a treia iteraţie cu formula (11) ;
6. se studiază semnul diferenţei (DIF3—DIF3S) şi se compară valoarea absolută cu cea a iteraţiei de referinţă anterioare. În ipoteza unei valori absolute mai reduse, noua iteraţie devine iteraţie de referinţă.

În continuare se continuă calculele reluînd ecuaţia (11) pentru determinarea lui DIF3S.

Ordinograma programului de calcul care îndeplineşte condiţiile de mai sus este prezentată în figura 4.

Rezolvarea sistemului de ecuaţii este încheiată după îndeplinirea condiţiei $|DIF3—DIF3S|<\varepsilon$ unde $\varepsilon=0{,}01$ kg/cm^2. În cazul unor variaţii ale presiunii cu mult mai reduse decît ε, metoda poate conduce la erori importante. Pentru astfel de situaţii a fost necesar să se introducă un număr minim obligatoriu de iteraţii pe interval.

După rezolvarea condiţiilor limită la pompă, calculele continuă pentru stabilirea distribuţiei vitezelor în conductă şi a valorii parametrilor urmăriţi la injector.

4. Concluzii

Metoda de rezolvare propusă a fost aplicată în cadrul unui program de calcul a procesului de injecţie pentru sistemul de alimentare cu combustibil al motorului D 103.

Cînd orificiul de admisiune din cilindrul elementului oferă o secţiune de curgere mare, creşterile de presiune sînt foarte mici (tabelul 1). Astfel la $\alpha=0{,}02°$, creşterea de presiune este de ordinul 10^{-9} kg/cm^2. Această valoare este obţinută din 5 iteraţii. Utilizarea altor metode de integrare nu a permis găsirea unei soluţii în intervalul 0—1°.

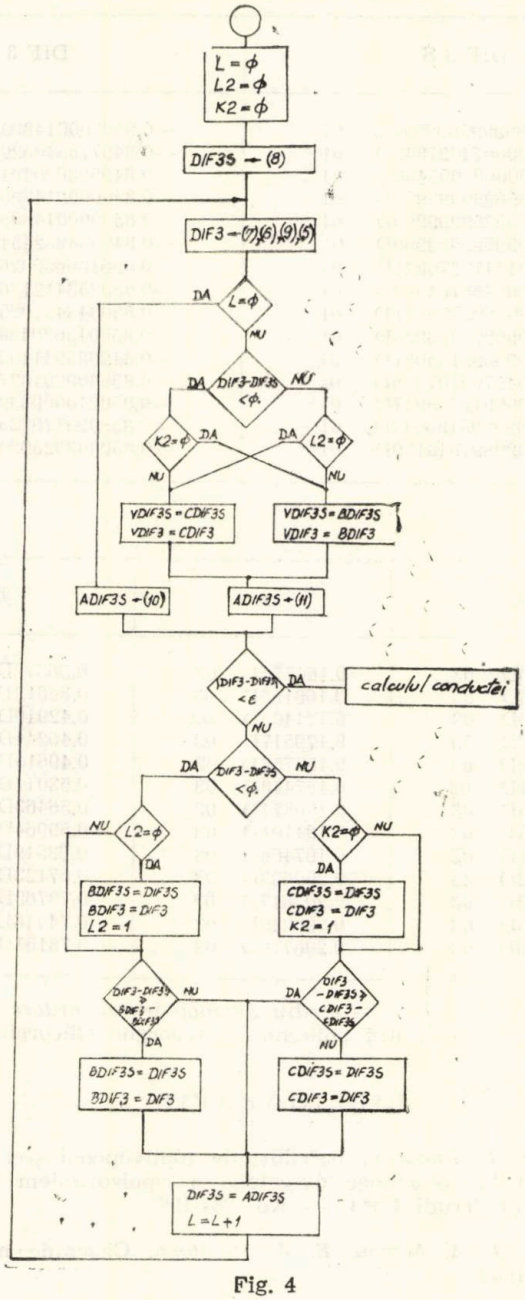


Fig. 4

După obturarea orificiului de admisiune presiunea crește rapid (tabelul 2). Deși variațiile de presiune de la un interval la altul sînt importante, numărul de iterații rămîne scăzut. Precizia de rezolvare este de 0,005% pentru presiuni de $\sim$ 200 kg/cm^2.

Tabelul 1

α	DIF 3 S	DIF 3
0.0	—0.8499999999999999D 01	—0.8500000148055701D 01
0.0	—0.8500000074027849D 01	—0.8497758405208935D 01
0.0	—0.8500000000005456D 01	—0.8499980901016322D 01
0.0	—0.8499999999999999D 01	—0.8500000148055701D 01
0.0	—0.8499999999999999D 01	—0.8500000148055701D 01
0.02	—0.8499999999999999D 01	—0.8499886824541871D 01
0.02	—0.8499943412270934D 01	—0.8561866508262377D 01
0.02	—0.8499999896764562D 01	—0.8502534121261761D 01
0.02	—0.8499999995586221D 01	—0.8500434210251590D 01
0.02	—0.8499999999083228D 01	—0.8500136294684733D 01
0.04	—0.8499999999155987D 01	—0.8499899411058151D 01
0.04	—0.8499949705107069D 01	—0.8558092018278977D 01
0.04	—0.8499999912295947D 01	—0.8502100093323678D 01
0.04	—0.8499999995186043D 01	—0.8500231707355475D 01
0.04	—0.8499999997948179D 01	—0.8500033259208458D 01

Tabelul 2

α	p_n	p_s	y_s	L
67.40	0.182253D 03	0.160777D 03	0.36372D—01	5
67.50	0.187573D 03	0.168155D 03	0.39612D—01	5
67.60	0.192393D 03	0.174405D 03	0.42910D—01	5
67.70	0.197203D 03	0.179517D 03	0.46244D—01	5
67.80	0.201972D 03	0.183758D 03	0.49610D—01	5
67.90	0.206171D 03	0.187448D 03	0.53014D—01	5
68.00	0.209985D 03	0.190871D 03	0.56463D—01	6
68.10	0.213835D 03	0.194191D 03	0.59964D—01	5
68.20	0.217011D 03	0.197468D 03	0.63519D—01	5
68.30	0.219833D 03	0.200633D 03	0.67123D—01	5
68.40	0.222472D 03	0.203617D 03	0.70768D—01	5
68.50	0.224993D 03	0.206340D 03	0.74446D—01	5
68.60	0.227280D 03	0.208770D 03	0.78151D—01	5

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *M. A. Miselev, B. P. Pugacev,* Issledovanie toplivopodaiuşcei apparaturî dvoinogo vprîska bîstrohodnogo dvigatelia s ispolzovaniem electronnoi vîcislitelnoi maşinî. Trudî L.P.I. — No. 264/1966.

2. *B. P. Demidovici, I. A. Maron, E. Z. Şuvalova,* Cislennîe metodî analiza — Moskva — 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. : 621.318.3

STUDIUL ELECTROMAGNEȚILOR DE CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT ÎN POZIȚIA ÎNCHIS *

PAUL DINCULESCU

1. *Punerea problemei*

Electromagneții de curent alternativ monofazat prezintă inconvenientul că forța lor de atracție se anulează de două ori în decursul unei perioade a tensiunii de alimentare a bobinei ceea ce face ca armătura mobilă să vibreze cu dublul frecvenței acestei tensiuni. Eliminarea acestei vibrații se face, de regulă, prin montarea în zona întrefierului a unei spire în scurtcircuit care îmbrățișează o parte a suprafeței polare. Spira ecran provoacă împărțirea fluxului magnetic din miez, în vecinătatea suprafețelor polare, în două fluxuri defazate în timp. Ca rezultat, forța de atracție instantanee trece printr-o valoare minimă diferită de zero astfel încît, dacă forța antagonistă aplicată armăturii este mai mică decît forța minimă dezvoltată de electromagnet, vibrația armăturii este înlăturată.

Literatura de specialitate [1]...[20] atestă că electromagneții de curent alternativ cu spiră ecran au început să fie studiați mai atent în jurul anului 1930 și continuă să prezinte încă probleme insuficient elucidate.

În marea majoritate a lucrărilor apărute pînă în prezent, de exemplu [1]...[17], se presupune că fenomenele ce au loc în zona întrefierului sînt liniare iar mărimile electromagnetice alternative (fluxuri, inducții și deci și forța de atracție) se admit sinusoidale în timp. Liniarizarea fenomenelor permite o tratare analitică relativ simplă a problemei și conduce la rezultate care concordă cu determinările experimentale dacă se admite că porțiunile de circuit magnetic, la care se referă calculul, sînt departe de saturație. Aceasta poate avea loc în cazul releelor unde nu se cer forțe mari dezvoltate de electromagneți și unde micșorarea inducției în miezul magnetic nu duce la dimensiuni mari ale electromagneților.

La electromagneții folosiți în acționarea contactoarelor, unde se cer forțe de atracție relativ mari, inducția în miezul magnetic are valori mai ridicate iar în porțiunea neecranată a polului atinge valori în jur de 2 T,

* Lucrare susținută la sesiunea de comunicări științifice a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, din mai 1969.

așa cum rezultă din măsurătorile efectuate pe electromagneți de contactoare executate de diverse firme.

Această constatare a făcut ca în ultimul timp atenția cercetătorilor să se îndrepte spre elaborarea unei metodologii de calcul ținînd seama de saturația fierului îndeosebi în porțiunea neecranată a polului prevăzut cu spiră ecran,

De remarcat că în [18] se sesizează necesitatea introducerii în calcul a reluctanței fierului din porțiunea neecranată a polului și se atrage atenția asupra influenței mari pe care o exercită materialul folosit în construcția circuitului magnetic asupra repartiției fluxurilor în întrefier. În desfășurarea calculelor se operează însă cu fluxuri magnetice avînd o variație sinusoidală în timp ceea ce, evident, se abate de la realitate.

Influența saturației este remarcată și în [19], propunîndu-se o metodă grafo-analitică pentru determinarea repartiției fluxurilor în întrefier. Rezolvarea problemei nu poate fi însă considerată satisfăcătoare întrucît pe de o parte se pornește de la ipoteza că pulsația forței este minimă în cazul cînd forțele dezvoltate de porțiunile ecranată și neecranată ale polului sînt egale, ceea ce nu este corect [11], iar pe de altă parte se menține variația sinusoidală a fluxurilor.

Neliniaritatea circuitului magnetic face ca și ecuațiile ce descriu funcționarea electromagnetului să fie neliniare, astfel încît problema se poate rezolva numai prin modelare pe un calculator analogic [20].

Lucrarea de față își propune să studieze, pentru cazul general al unui electromagnet de tip *E* de dimensiuni cunoscute aflat în poziția închis (cu armătura mobilă atrasă), următoarele probleme :

a) Influența considerării reluctanței fierului în porțiunea neecranată asupra forței de atracție și compararea rezultatelor cu cele obținute în cazul cînd se neglijează această reluctanță.

b) Pentru cazul real, cînd se consideră reluctanța fierului :

— stabilirea rezistenței optime a spirei ecran și a raportului optim între ariile ecranată și neecranată ale polului pentru care se obține forța minimă-maximă ;

— influența exercitată asupra forței minime de către mărimea întrefierului, lungimea porțiunii prin care trece fluxul din aria neecranată și raportul între aria polului central și aria polului cu spiră ecran.

Întrucît electromagnetul de tip *U* constituie un caz particular al electromagnetului de tip *E* simetric (cazul cînd polul central lipsește), problemele de mai sus se pot studia în paralel pentru electromagneții de tip *E* și *U*.

2. *Ecuațiile de funcționare ale electromagnetului și modelarea lor pe calculatorul analogic*

Se utilizează următoarele notații (fig. 1) :

A_1 — aria porțiunii neecranate a polului cu spiră

A_2 — aria porțiunii ecranate a polului cu spiră

$m = A_2/A_1$ — raportul între ariile ecranată și neecranată ale polului

$n = A_0/(A_1 + A_2)$ — raportul între aria polului central și aria efectivă a polului cu spiră

A_0 — aria polului central

δ — lungimea întrefierului echivalent în poziția închis

l_f — lungimea medie a liniei de cîmp în fier pentru fluxurile Φ_1 și Φ_2

R_2 — rezistența spirei ecran

i_2 — curentul din spira ecran

Φ_1, Φ_2 — fluxurile în porțiunile neecranată respectiv ecranată

H_{f1}, H_{f2} — intensitățile cîmpului magnetic în fierul porțiunilor neecranată respectiv ecranată

B — inducția în polul cu spiră în afara zonei de montare a spirei

B_{f1}, B_{f2} — inducțiile în fierul porțiunilor neecranată respectiv ecranată

F_1, F_2 — forțele dezvoltate de ariile neecranată respectiv ecranată

F — forța dezvoltată de un pol cu spiră

F_t — forța dezvoltată de o jumătate de electromagnet tip E (un pol cu spiră și jumătate din polul central)

F_0 — forța dezvoltată de o jumătate a polului central

α — defazajul între fluxurile din porțiunile neecranată și ecranată.

Studiul se efectuează în următoarele ipoteze :

— Regimul tranzitoriu de conectare a electromagnetului se consideră încheiat.

— Fluxurile în polul central și în polul cu spiră, cu excepția zonei în care este montată spira ecran, au o variație sinusoidală în timp (inducția în aceste porțiuni nu depășește 1 T).

— Se neglijează reactanța de scăpări a spirei ecran în raport cu rezistența sa ohmică [5].

— Întrefierul fiind mic, se neglijează scăpările de flux la întrefier și deci pentru calculul forței se poate utiliza formula lui Maxwell pentru cîmp uniform.

— Nu se ia în considerare fenomenul de histerezis.

Întrucît electromagnetul este simetric, calculul forței se va efectua numai pentru o jumătate de electromagnet.

Cu ipotezele și notațiile de mai sus, funcționarea electromagnetului este descrisă de ecuațiile (1)...(12) și anume :

Fluxul în polul cu spiră fiind dat de relația

$$\Phi = \hat{\Phi} \sin \omega t \tag{1}$$

unde $\hat{\Phi}$ este valoarea maximă a fluxului, vom avea următoarele relații, scrise în valori instantanee :

Fluxul în polul cu spiră

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \tag{2}$$

Tensiunea electromotoare indusă în spira ecran va fi echilibrată de căderea de tensiune pe rezistența sa ohmică

$$\frac{d\Phi_2}{dt} = -R_2 i_2 \tag{3}$$

Curentul ce ia naștere în spira ecran rezultă din aplicarea legii circuitului magnetic pe conturul C din fig. 1

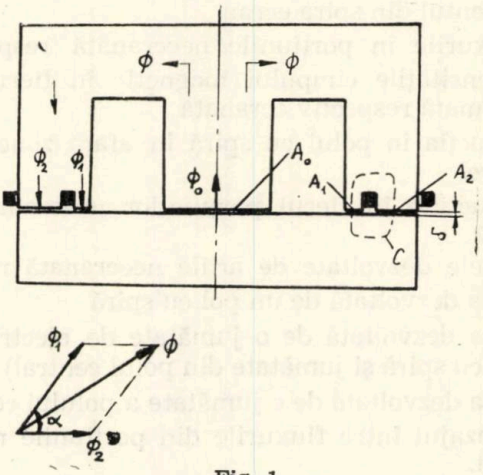


Fig. 1

$$i_2 = -\Phi_1 \frac{\delta}{\mu_0 A_1} + \Phi_2 \frac{\delta}{\mu_0 A_2} - H_{f1} l_f + H_{f2} l_f \tag{4}$$

Puterea dezvoltată în spiră va fi

$$P_2 = R_2 i_2^2 \tag{5}$$

Intensitățile cîmpului magnetic în porțiunile de fier se obțin din curba de magnetizare a materialului din care este confecționat circuitul magnetic

$$H_{f1} = f(B_{f1}) \qquad \text{cu} \qquad B_{f1} = \frac{\Phi_1}{A_{1f}} \tag{6}$$

$$H_{f2} = f(B_{f2}) \qquad \text{cu} \qquad B_{f2} = \frac{\Phi_2}{A_{2f}} \tag{7}$$

Forța dezvoltată de un pol cu spiră va fi

$$F = F_1 + F_2 \tag{8}$$

unde

$$F_1 = \Phi_1^2 \frac{1}{2\mu_0 A_1} \tag{9}$$

$$F_2 = \Phi_2^2 \frac{1}{2\mu_0 A_2} \tag{10}$$

iar forța totală, dată de o jumătate de electromagnet,

$$F_t = F + F_0 \tag{11}$$

unde

$$F_0 = \Phi^2 \frac{1}{2\mu_0 \frac{A_0}{2}} \tag{12}$$

Se observă că intervine curba de magnetizare pentru materialul circuitului magnetic. Această curbă se va modela pe calculatorul analogic cu ajutorul unui element neliniar, aproximînd-o prin segmente de dreaptă. Un mare neajuns al acestei modelări este faptul că nu se poate obține în același timp o modelare corespunzătoare pentru porțiunea de sub zona de saturație și pentru porțiunea corespunzătoare inducției de saturație. Deoarece însă porțiunea corespunzătoare inducțiilor mici interesează mai puțin (reluctanța fierului este mică la inducții mici), modelarea curbei de magnetizare s-a făcut numai pentru inducții cuprinse între 1,2 T și 2.2 T.

Schema bloc pentru rezolvarea sistemului de ecuații (1)...(12) este reprezentată în fig. 2 și se referă la mașina electronică de calcul MECAN-2.

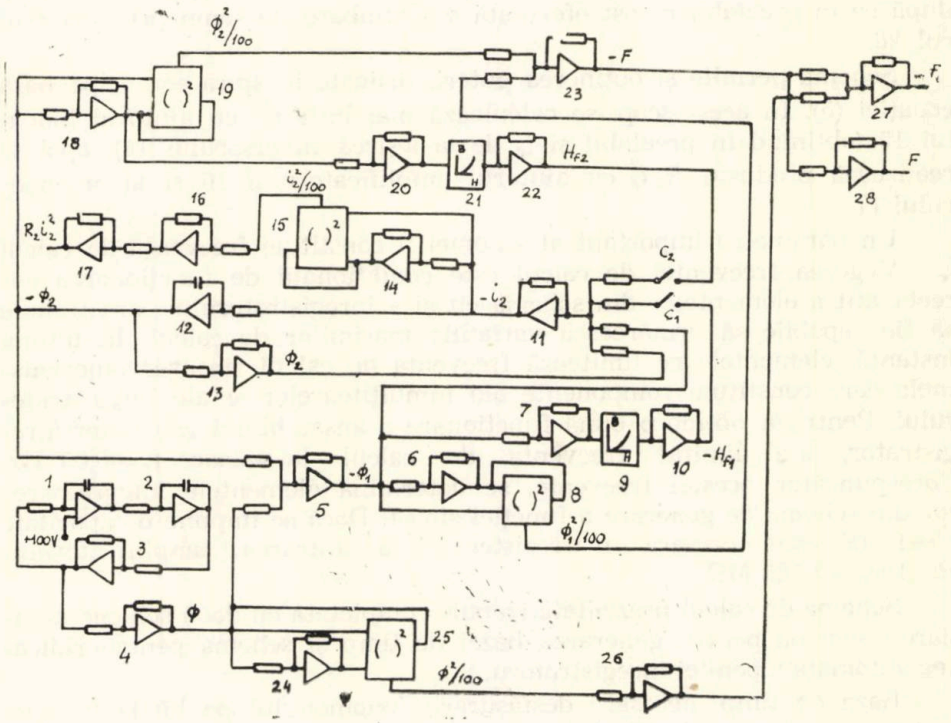


Fig. 2

Ansamblul format din integratoarele 1 și 2 și inversorul de semn 3 servește pentru obținerea funcției $\sin \omega t$. La ieșirea amplificatorului 4 se obține $\Phi = \hat{\Phi} \sin \omega t$. Fluxul Φ_1 se obține, pe baza ecuației (2), dar cu semn schimbat, ca diferență între Φ și Φ_2, la ieșirea sumatorului 5. La rîndul său, Φ_2 se obține, pe baza ecuației (3), la ieșirea integratorului 12, după ce în prealabil i_2 a fost obținut, pe baza ecuației (4), însă cu semnul minus, la ieșirea sumatorului 11. Pentru a obține $-i_2$ este necesar ca, mai întîi, să se calculeze H_{f1}, pe baza ecuațiilor (6), cu ajutorul amplificatoarelor 7 și 10 și al elementului neliniar 9, precum și H_{f2}, pe baza ecuațiilor (7), cu ajutorul amplificatoarelor 20 și 22 și al elementului neliniar 21. Contactele C_1 și C_2, aparținînd unor chei de comandă, permit introducerea în calcul a termenilor neliniari din ecuația (4). Cele două contacte deschise corespund circuitului magnetic liniar și, prin urmare, variației sinusoidale în timp a mărimilor electrice și magnetice.

Pentru calculul forțelor este necesar să se calculeze Φ_1^2, Φ_2^2 și Φ^2 Ridicarea la pătrat se realizează cu ajutorul blocurilor 8, 19 și 25, introducîndu-se la intrarea acestora respectiv mărimile Φ_1 și $-\Phi_1$, Φ_2 și $-\Phi_2$, Φ și $-\Phi$.

Inversările de semn necesare pe parcursul calculelor se realizează prin inversoarele 6, 13, 18 și 24.

Conform ecuațiilor (8), (9), (10), la ieșirea sumatorului 23 se obține valoarea $-F$ care, după trecerea prin inversorul 28, se transformă în F. Sumatorul 27 permite obținerea forței F_t, pe baza ecuațiilor (11), (12), după ce în prealabil a fost efectuată o schimbare de semn prin inversorul 26.

Schema permite și obținerea puterii disipate în spira ecran, pe baza ecuației (5). În acest scop, se calculează mai întîi i_2^2, cu ajutorul blocului 15 (obținînd în prealabil și i_2 de la ieșirea inversorului 14), apoi se realizează produsul $R_2 i_2^2$ cu ajutorul amplificatorului 16 și al inversorului 17.

Un parametru important al schemei îl constituie frecvența de calcul f_c. Alegerea frecvenței de calcul este condiționată de funcționarea corectă atît a elementelor din schemă cît și a înregistratorului care trebuie să fie capabile să urmărească variațiile mărimilor de calcul. În ultimă instanță, elementele ce limitează frecvența de calcul sînt servomecanismele care constituie componente ale înmulțitoarelor și ale înregistratorului. Pentru a obține o bună funcționare a ansamblului calculator-înregistrator, s-a limitat frecvența de calcul la valoare $f_c = 0{,}05$ Hz. Corespunzător acestei frecvențe, se determină elementele integratoarelor din schema de generare a funcției $\sin \omega t$. Dacă se impune o capacitate $C = 1\ \mu F$, este necesară o rezistență la intrarea amplificatorului $R = 1/\omega_c = 3{,}185\ M\Omega$.

Schema de calcul prezentată trebuie completată cu două scheme auxiliare : schema pentru generarea bazei de timp și schema pentru ridicarea automată a peniței înregistratorului.

Baza de timp, necesară desfășurării fenomenului pe hîrtia înregistratorului, este constituită dintr-un integrator (fig. 3). Constanta de timp

a integratorului se determină în funcție de frecvența de calcul f_c. Pentru frecvența $f_c = 0{,}05$ Hz rezultă perioada de calcul $T_c = 20$ s. Dacă se consideră necesar să se înregistreze trei perioade din desfășurarea fenomenului, elementele integratorului, R și C, trebuie astfel alese încît după trecerea timpului $t_c = 3\ T_c = 60$ s, tensiunea la ieșirea sa să nu depășească 100 V (limita maximă pentru funcționarea amplificatoarelor). Vom avea, deci $RC = \frac{U_1}{U_2} t_c = \frac{U_1}{100} \cdot 60 = 0{,}6 U_1$. Alegînd $U_1 = -10$ V și $C = 1\ \mu F$, rezultă $R = 6\ M\Omega$.

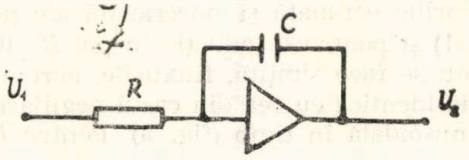


Fig. 3

Pentru ridicarea automată a peniței înregistratorului după înregistrarea celor trei perioade din desfășurarea fenomenului, se utilizează schema din fig. 4. Comanda ridicării peniței este dată de comparatorul K,

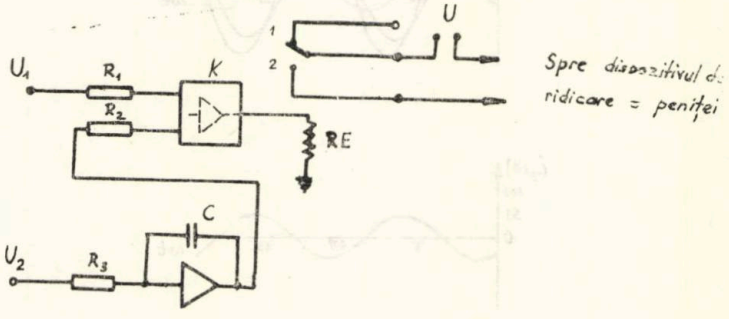


Fig. 4

prin releul electromagnetic RE care trece contactul său din poziția 1 în poziția 2, permițînd astfel alimentarea dispozitivului de ridicare a peniței cu tensiunea necesară U. Cele două tensiuni de la intrarea comparatorului K sînt de semne contrarii. Elementele schemei sînt astfel alese încît, după trecerea timpului $t_c = 60$ s, cele două tensiuni să se compenseze reciproc. În acest moment, comparatorul K permite alimentarea releului RE. Condiția amintită este realizată dacă se aleg următoarele valori pentru tensiunile și elementele din schema prezentată: $U_1 = +100$ V, $U_2 = +10$ V, $R_1 = R_2 = 0{,}1\ M\Omega$, $R_3 = 6\ M\Omega$, $C = 1\ \mu F$.

Se studiază un electromagnet cu următoarele caracteristici:

$A_1 + A_2 = 3{,}6\ cm^2$ $\qquad n = 1{,}47\ ;\ 1{,}8$

$m = 1\ ;\ 1{,}94\ ;\ 3\ ;\ 4$ $\qquad B = 0{,}72\ ;\ 0{,}85\ ;\ 1\ ;\ 1{,}18\ T$

Ca material pentru circuitul magnetic se consideră tola de grosime 1 mm, utilizată în fabricația electromagneților la întreprinderea Electroaparataj.

3. *Influența considerării reluctanței fierului*

Calculele s-au efectuat atît cu considerarea reluctanței fierului (contactele C_1 și C_2 din schema bloc închise) cît și fără considerarea acestei reluctanțe, adică în ipoteza variației sinusoidale a fluxurilor din întrefier (contactele C_1 și C_2 din schema bloc deschise).

În cazul cînd ariile ecranată și neecranată ale polului cu spiră sînt egale ($A_1=A_2$; $m=1$) și pentru o inducție în pol $B=0{,}72$ T, influența reluctanței fierului nu se face simțită, fluxurile, curentul din spiră și forțele avînd o variație identică cu cea din cazul neglijării acestei reluctanțe, adică o variație sinusoidală în timp (fig. 5). Pentru $B=0{,}85$ — 1 T, în-

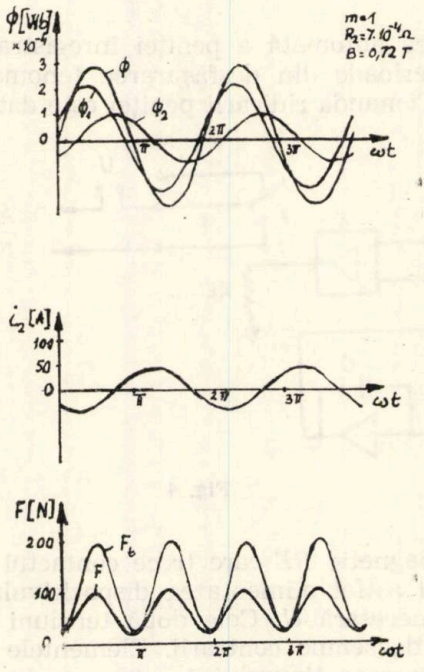


Fig. 5

cepe deja să apară o diferență, dar de valoare mică (fig. 6, 7).

Dacă însă aria ecranată este mai mare decît cea neecranată ($m>1$), ceea ce constituie cazul cel mai des întîlnit în construcțiile existente, influența reluctanței se manifestă pregnant asupra fluxurilor, curentului din spira ecran și forțelor dezvoltate, acestea avînd acum o variație nesinusoidală în timp. Ca exemplu, se prezintă, comparativ cu regimul sinusoidal, cazurile $m=1{,}94$ (fig. 8) și $m=3$ (fig. 9) la $B=1$ T.

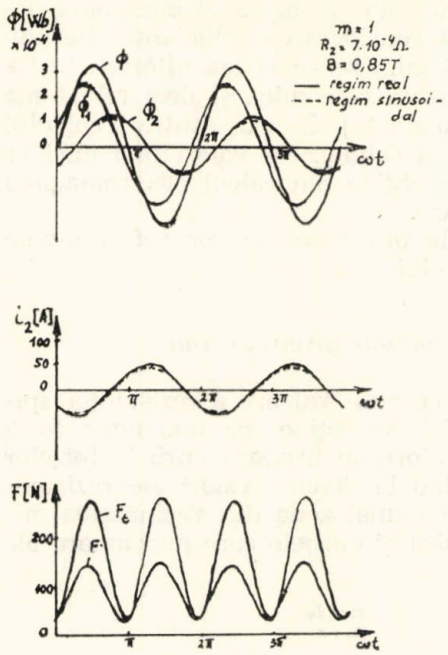


Fig. 6

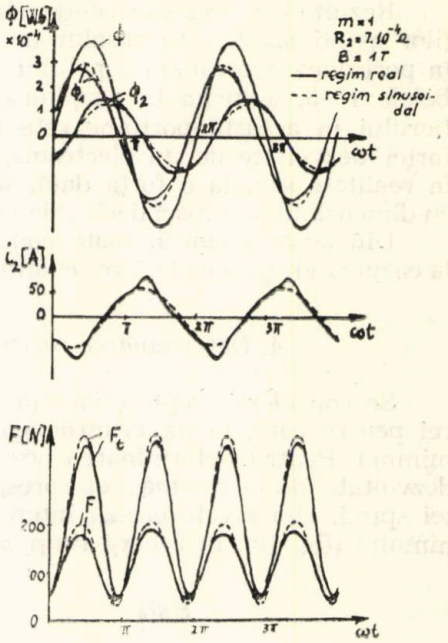


Fig. 7

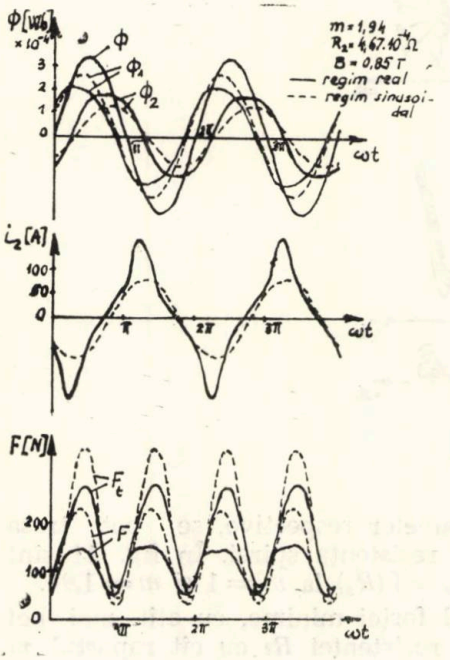


Fig. 8

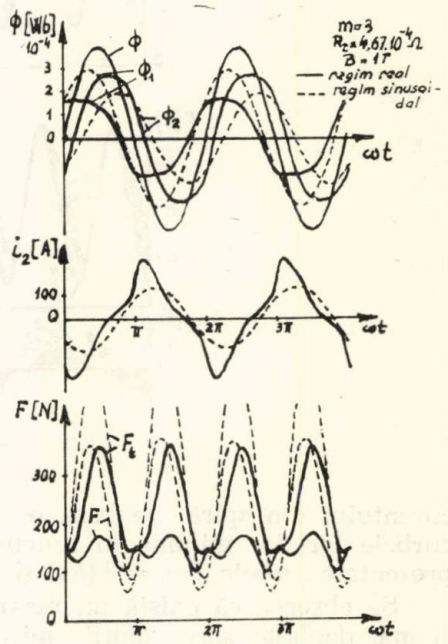


Fig. 9

Rezultatele obținute conduc la concluzia că, în cazul electromagneților avînd $m>1$, este absolut necesară considerarea reluctanței fierului în porțiunea neecranată a polului (după cum se va vedea ulterior, în tabelele 1—3, inducția în porțiunea ecranată este mică și deci reluctanța fierului în această porțiune este neînsemnată). În caz contrar, calculul forței dezvoltate de un electromagnet va conduce la valori mai mici ca în realitate sau, la o forță dată, se vor obține din calcul electromagneți cu dimensiuni mai mari decît cele necesare.

Din această cauză, toate concluziile ulterioare se vor referi numai la cazul cînd se consideră reluctanța fierului.

4. *Determinarea rezistenței optime a spirei ecran*

Se consideră drept rezistență optimă, acea valoare a rezistenței spirei pentru care, la un electromagnet dat, se obține cea mai mare forță minimă. Pentru determinarea acestei valori, se trasează curbele forțelor dezvoltate de electromagnet corespunzînd la diverse valori ale rezistenței spirei. Din aceste curbe, interesează numai zona din vecinătatea minimului (fig. 10). În același timp, se ridică și curbele corespunzătoare ale

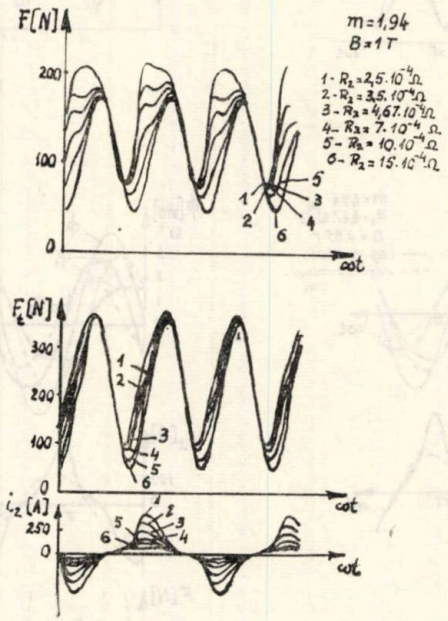


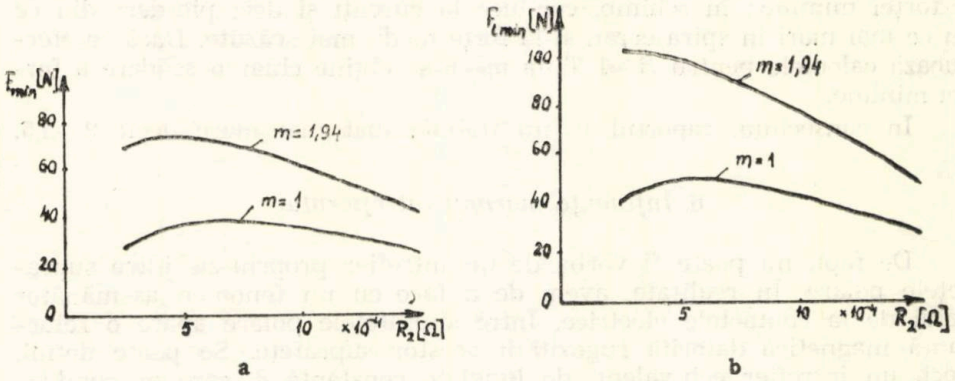
Fig. 10

curentului din spiră. Pe baza oscilogramelor respective, se pot trasa curbele forțelor minime în funcție de rezistența spirei. În fig. 11 sînt prezentate curbele $F_{min} = f(R_2)$ și $F_{t\,min} = f(R_2)$ la $m = 1$ și $m = 1{,}94$.

Se observă că există un maxim al forței minime, cu atît mai net și mai deplasat spre valorile mici ale rezistenței R_2 cu cît raportul m este mai mare. După cum se va vedea ulterior, cazurile în care m ia va-

lori mari ($m>2$) nu interesează din punct de vedere practic. Pentru restul cazurilor, curbele $F=f(R_2)$ fiind aplatisate în zona maximului, se adoptă o rezistență de o valoare mai mare decît cea corespunzătoare maximului, pentru care se obțin curenți și deci pierderi mai mici în spira ecran. Trebuie avut în vedere că scăderea forței minime o dată cu creșterea rezistenței spirei este mai pronunțată la electromagneții de tip E (fig. 11.b) decît la electromagneții de tip U (fig. 11.a). La electromagnetul

Fig. 11



studiat, prezența coloanei centrale face ca panta curbei forței în funcție de rezistența spirei, în zona din dreapta maximului, să crească de 1,5—1,6 ori.

Valoarea rezistenței R_2 se consideră în stare caldă, la temperatura de regim. Alegerea unei valori situate la dreapta maximului curbei face posibilă o bună comportare a electromagnetului și atunci cînd funcționarea începe cu spira în stare rece.

După ce s-au stabilit valorile optime ale rezistenței spirei, calculele vor fi conduse în continuare numai pentru aceste valori. Rezultatele acestor calcule sînt prezentate, centralizat în tabelele 1—3.

Analizînd rezultatele obținute, rezultă că prezența reluctanței fierului schimbă mult repartiția fluxului din pol între cele două zone ale întrefierului, față de situația cînd se face abstracție de această reluctanță. În absența reluctanței fierului s-ar atinge, în unele cazuri, inducții de peste 3 T, ceea ce este departe de realitate. Această constatare concordă cu observațiile din [18] și [19].

Se constată că, indiferent de valoarea raportului m ($m>1$), inducția în zona neecranată a polului cu spiră este limitată la 1,6—1,8 T. Este necesar, însă, să se aibă în vedere că această limitare are loc pe baza saturației fierului. Din această cauză, chiar la inducții de 1,6 T nu poate fi folosită ipoteza fluxurilor sinusoidale [6], [17]. Valoarea limitată a inducției depinde de calitatea tolei. Pentru alte calități de tolă, această valoare poate ajunge în jur de 1,9—2 T.

Diferența între trecerile succesive prin zero ale celor două fluxuri (echivalentul defazajului din regimul sinusoidal) este, de asemenea, limitată la 65—70°, în timp ce, pentru regimul sinusoidal, ar rezulta valori pînă la 80°.

5. *Raportul optim al ariilor ecranată și neecranată*

Calculele efectuate în ipoteza variației sinusoidale a fluxurilor și neglijării reluctanței fierului conduc la concluzia că raportul m poate lua valori oricît de mari, creșterea lui fiind limitată la 4—6 numai din considerente tehnologice care impun dimensiuni minime pentru aria neecranată [4], [16].

În cazul regimului neliniar, după cum rezultă din tabelele 2 și 3, creșterea raportului m peste valoarea 2 nu aduce decît o creștere mică a forței minime; în schimb, conduce la curenți și deci pierderi din ce în ce mai mari în spira ecran și la forțe medii mai scăzute. Dacă se efectuează calculele pentru B=1 T, la m=6 se obține chiar o scădere a forței minime.

În consecință, raportul m nu trebuie luat mai mare decît 2—2,5.

6. *Influența mărimii întrefierului*

De fapt, nu poate fi vorba de un întrefier propriu-zis între suprafețele polare. În realitate, avem de a face cu un fenomen asemănător celui de la contactele electrice. Între suprafețele polare apare o reluctanță magnetică datorită rugozității acestor suprafețe. Se poate defini, deci, un întrefier echivalent, de lungime constantă δ, care ar conduce la aceeași reluctanță (sau permeanță) magnetică.

Majoritatea lucrărilor apărute pînă în prezent recomandă a se considera δ=0,05 mm. Pentru a vedea în ce măsură adoptarea unei anumite valori, de acest ordin de mărime, influențează rezultatele, s-au efectuat calculele pentru cazul m=1,94, luînd trei valori ale întrefierului și anume 0,03; 0,05; 0,07 mm.

Se constată că la B=0,72 T variația întrefierului în limitele 0,03—0,07 mm (133%) are o influență neglijabilă asupra forței minime a polului cu spiră. Pentru B=1 T, la aceleași limite de variație a întrefierului, forța minimă a polului cu spiră prezintă o variație de 5,5% (fig. 12). Variații mai pronunțate (pînă la 15%) se obțin pentru forța minimă totală $F_{t\ min}$. Constatări asemănătoare au loc și pentru electromagneți avînd alte dimensiuni geometrice decît electromagnetul studiat.

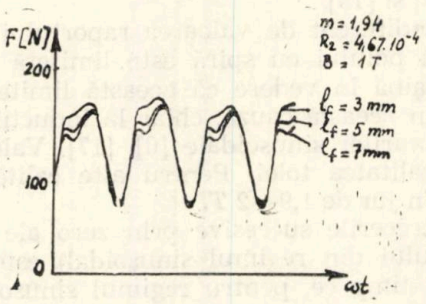


Fig. 12

În concluzie, pentru electromagneții de tip U, variația întrefierului în limitele de mai sus, care constituie domeniul în care poate avea loc variația, nu exercită o influență pronunțată asupra forței minime, la inducții relativ mici, în timp ce la electromagneții de tip E influența este mai mare, îndeosebi la inducții mari în polul cu spiră. O prelucrare inițială îngrijită a pieselor polare va face ca, în decursul funcționării electromagnetului, creșterea întrefierului să nu aibă repercusiuni importante asupra caracteristicilor acestuia.

În calculele efectuate în lucrare, s-a adoptat valoarea medie δ=0,05 mm.

7. *Influența lungimii l_f.*

Influența lungimii l_f a drumului parcurs în fier de fluxul Φ_1 s-a studiat pentru cazul m=1,94 ; δ=0,05 mm (fig. 13).

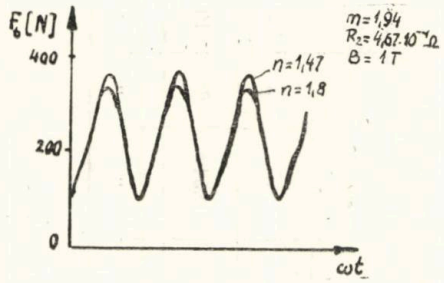


Fig. 13

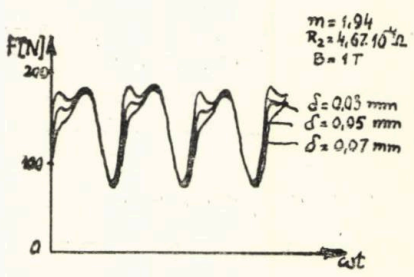


Fig. 14

Se ajunge la concluzia că, atît pentru forța polului cu spiră cît și pentru forța totală, variația lungimii l_f în limitele 4—8 mm (care corespunde domeniului real de variație) nu conduce la o variație însemnată a forței minime de atracție, astfel încît, fără a provoca erori mari, se poate considera ca satisfăcătoare relația

$$l_f = (h_c + 2...3) \text{ mm}$$

unde h_c reprezintă înălțimea canalului de spiră practicat în pol.

8. *Influența polului central*

Aportul polului central la forța minimă dezvoltată de electromagnetul de tip E nu este prea mare. Pentru $m \approx 2$, forța minimă a polului cu spiră reprezintă cca 75% din forța minimă în prezența polului central.

La un pol cu spiră dat, variația raportului n în limitele uzuale (1,4—1,8) nu modifică forța minimă a electromagnetului (fig. 14). În schimb, prezența polului central duce la creșterea considerabilă a forței medii și a pulsației forței (tabelele 1—3). Această creștere este cu atît mai mare cu cît raportul n este mai mare.

Tabelul 1

$m = 1$

$\hat{B}$ [T]	R_2 [Ω]	$\hat{I}_2$ [A]	I_2 [A]	$\hat{\Phi}_1$ [Wb]	$\hat{\Phi}_2$ [Wb]	$\hat{B}_{1f}$ [T]	$\hat{B}_{2f}$ [T]	α [grade]	F_{min} [N]	F_{tmin} [N]	F_{med} [N]	F_{tmed} [N]	Regimul de funcţionare
1,18	7.10^{-4}	123	65	$2{,}95.10^{-4}$	2.10^{-4}	1,685	1,14	65	68	76	101	285	real
		69,2	49	$3{,}4.10^{-4}$	$1{,}5.10^{-4}$	1,94	0,913	65	53	56	170	298	sinusoidal
1	7.10^{-4}	82	49	$2{,}67.10^{-4}$	$1{,}5.10^{-4}$	1,53	0,913	65	42	48,7	113	209	real
		61,5	43,5	$2{,}9.10^{-4}$	$1{,}3.10^{-4}$	1,66	0,742	65	36	42	121	218	sinusoidal
0,85	7.10^{-4}	51,2	36,2	$2{,}45.10^{-4}$	$1{,}15.10^{-4}$	1,4	0,657	65	25,6	30,8	84,5	153	real
		„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	sinusoidal
0,72	7.10^{-4}	43,5	30,8	$2{,}1.10^{-4}$	$0{,}95.10^{-4}$	1,2	0,542	65	19	22	62	111	real
		„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	sinusoidal

Tabelul 2

$\hat{B}$ [T]	R_2 [Ω]	$\hat{I}_2$ [A]	I_2 [A]	$\hat{\Phi}_1$ [Wb]	$\hat{\Phi}_2$ [Wb]	$\hat{B}_{1f}$ [T]	$\hat{B}_{2f}$ [T]	α [grade]	F_{min} [N]	F_{tmin} [N]	F_{med} [N]	F_{tmed} [N]	Regimul de funcţionare
1,18	7.10^{-4}	183	101	$2,07.10^{-4}$	$2,9.10^{-4}$	1,77	1,27	62,4	115	135	178	317	real
		100	70,6	$3,1.10^{-4}$	$2,2.10^{-4}$	2,65	0,964	70,8	82	97	216	339	sinusoidal
	$4,67.10^{-4}$	277	150	$2,22.10^{-4}$	$2,82.10^{-4}$	1,9	1,237	66	122	160	181	330	real
		120	85	$3,6.10^{-4}$	$1,85.10^{-4}$	3,08	0,812	79,2	65	82	262	391	sinusoidal
1	7.10^{-4}	138	79	$2,1.10^{-4}$	$2,32.10^{-4}$	1,79	1,017	66	77	93	133	238	real
	$4,67.10^{-4}$	222	118	$2,17.10^{-4}$	$2,23.10^{-4}$	1,855	0,978	65	75	98	130	234	real
		100	70	$3,1.10^{-4}$	$1,5.10^{-4}$	2,65	0,672	78	40	52	182	272	sinusoidal
0,85	7.10^{-4}	108	59,6	$1,89.10^{-4}$	$1,8.10^{-4}$	1,615	0,79	66,6	48	58	90	161	real
		71,8	50,6	$2,2.10^{-4}$	$1,58.10^{-4}$	1,88	0,693	67,8	42	52	111	180	sinusoidal
	$4,67.10^{-4}$	169	90	$2,05.10^{-4}$	$1,7.10^{-4}$	1,75	0,746	70,2	47	62	100	171	real
		85	60	$2,57.10^{-4}$	$1,35.10^{-4}$	2,2	0,592	73,2	28	40	129	200	sinusoidal
0,72	$4,67.10^{-4}$	123	68	$1,93.10^{-4}$	$1,3.10^{-4}$	1,65	0,57	73,8	30	40	78	154	real
		71,8	50,7	$2,2.10^{-4}$	$1,07.10^{-4}$	1,88	0,469	76,2	22,5	31	94	169	sinusoidal

Tabelul 3

$m = 3$

$\hat{B}$ [T]	R_s [Ω]	$\hat{I}_2$ [A]	I_2 [A]	$\hat{\Phi}_1$ [Wb]	$\hat{\Phi}_2$ [Wb]	$\hat{B}_{1f}$ [T]	$\hat{B}_{2f}$ [T]	α [grade]	F_{min} [N]	F_{tmin} [N]	F_{med} [N]	F_{tmed} [N]	Regimul de funcţionare
1	7.10^{-4}	165	93,7	$1,55.10^{-4}$	$2,8.10^{-4}$	1,78	1,07	66	92	115	134	237	real
		105	74,2	$2,45.10^{-4}$	$2,3.10^{-4}$	2,81	0,878	75	74	95	174	265	sinusoidal
	$4,67.10^{-4}$	250	137	$1,6.10^{-4}$	$2,7.10^{-4}$	1,83	1,03	68	100	138	138	252	real
		130	91,8	$2,9.10^{-4}$	$1,9.10^{-4}$	3,32	0,725	79	56,5	85	223	323	sinusoidal
0,85	7.10^{-4}	130	73,8	$1,45.10^{-4}$	$2,2.10^{-4}$	1,66	0,84	69	63	79,5	95	171	real
		87	61,5	$2,10^{-4}$	$1,9.10^{-4}$	2,29	0,725	75	54	69	120	193	sinusoidal
	$4,67.10^{-4}$	205	112	$1,55.10^{-4}$	$2,15.10^{-4}$	1,78	0,821	70	64	92,5	97	179	real
		110	77,6	$2,4.10^{-4}$	$1,6.10^{-4}$	2,75	0,611	80	38,5	56,5	154	227	sinusoidal
0,72	7.10^{-4}	100	59,8	$1,45.10^{-4}$	$1,83.10^{-4}$	1,66	0,698	68	43,5	54	72	132	real
		70	49,5	$1,75.10^{-4}$	$1,6.10^{-4}$	2	0,611	75	41	51,2	88	140	sinusoidal
	$4,67.10^{-4}$	170	97	$1,5.10^{-4}$	$1,7.10^{-4}$	1,72	0,648	72	42,5	59	75	105	real
		95	67,2	2.10^{-4}	$1,3.10^{-4}$	2,29	0,496	80	28,2	41	112	160	sinusoidal

De subliniat că momentul în care se atinge forța minimă la un electromagnet de tip *E* nu coincide cu momentul trecerii prin valoarea minimă a forței polului cu spiră. El are loc la trecerea prin zero a fluxului din coloana centrală și, în acest moment, forța electromagnetului este dată numai de polii prevăzuți cu spire.

9. *Comportarea electromagnetului la variația tensiunii de alimentare*

Standardele în vigoare impun funcționarea electromagnetului fără vibrații la o tensiune de alimentare a bobinei egală cu 85% din tensiunea nominală și permit funcționarea cu vibrații la scăderea tensiunii pînă la o valoare reprezentînd 70% din tensiunea nominală. Scăderea în continuare a tensiunii trebuie să ducă la eliberarea armăturii.

Procesul de eliberare a armăturii, la scăderea tensiunii sub valoarea $0{,}7\ U_n$, trebuie să aibă loc cît mai net posibil deoarece, în caz contrar, vibrațiile armăturii pot avea repercusiuni nedorite asupra aparatului din care face parte electromagnetul (uzura contactelor, de exemplu).

În fig. 15—18 sînt reprezentate variațiile în timp ale forței dezvoltate de electromagnetul studiat, la diferite inducții în polul cu spiră, corespunzînd diferitelor tensiuni de alimentare a înfășurării și pentru diferite valori ale raportului *m* și ale rezistenței R_2.

Dacă se admite ca nivel al forței rezistente valoarea forței dezvoltate de electromagnet la $0{,}85.U_n$, se observă următoarele :

— la electromagneții de tip *U* (fig. 15, 16), pe măsura creșterii raportului *m*, forța rezistentă este mai apropiată de valoarea forței medii corespunzătoare tensiunii $0{,}7.U_n$ și, deci, desprinderea va fi mai netă.

— la electromagneții de tip *E* (fig. 17, 18), desprinderea armăturii va avea loc printr-un proces de vibrații mai pronunțate decît la electromagneții de tip *U* întrucît forța rezistentă este mult mai mică decît valoarea forței medii dezvoltate de electromagnet la o tensiune egală cu $0{,}7.U_n$.

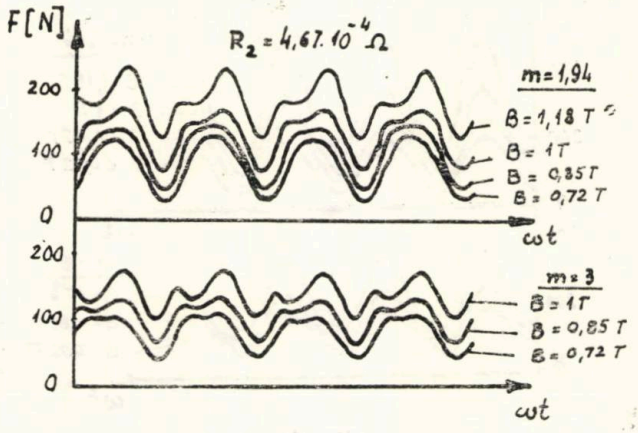


Fig. 15

Prin urmare, din punct de vedere al desprinderii armăturii, la scăderea tensiunii de alimentare, sînt preferați electromagneții de tip U sau o saturație mai pronunțată a zonei neecranate a polului.

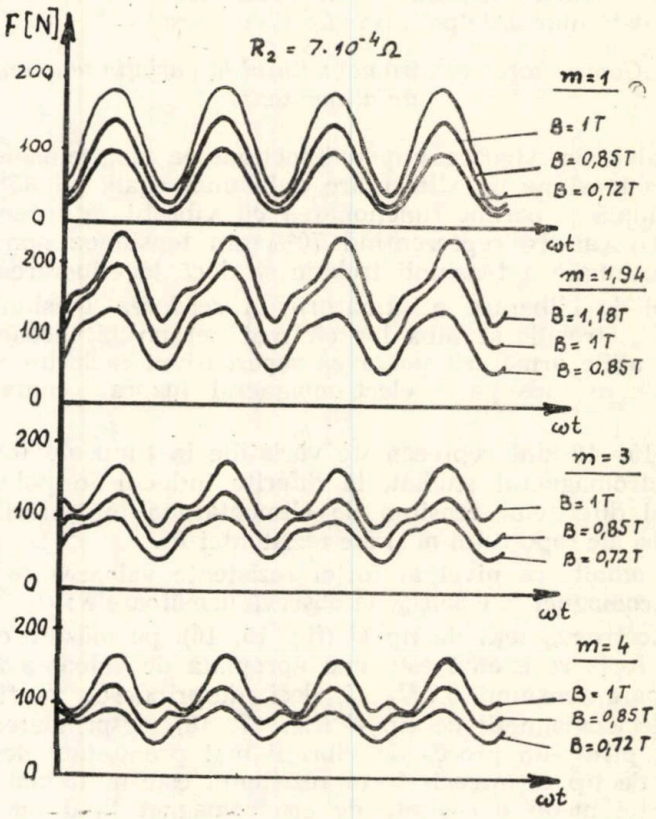


Fig. 16

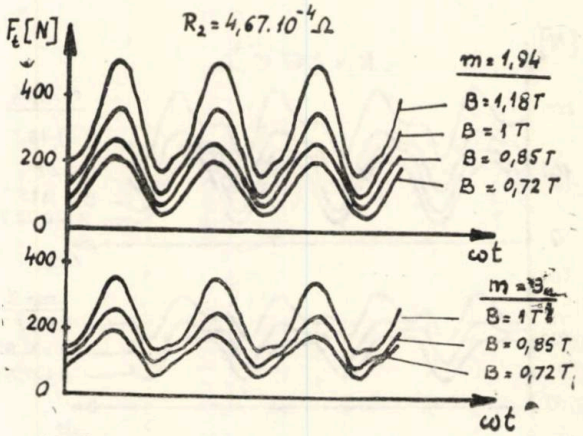


Fig. 17

Dat fiind faptul că amplitudinea vibrațiilor armăturii, la limita de desprindere, este proporțională cu amplitudinea forței oscilante [15], din curbele prezentate rezultă că, pentru electromagneții de tip *E*, se obțin amplitudini mai mici ale vibrațiilor în cazul unor rapoarte m cît mai mari și la inducții în pol mici. Valoarea redusă a inducției în polul cu spiră este însă în contradicție cu cerința obținerii unei forțe minime cît mai mari. La electromagneții de tip *U*, amplitudinea forței oscilante scade cu creșterea raportului m și, mai puțin, cu scăderea inducției B, mai ales dacă ecranarea este puternică (fig. 16).

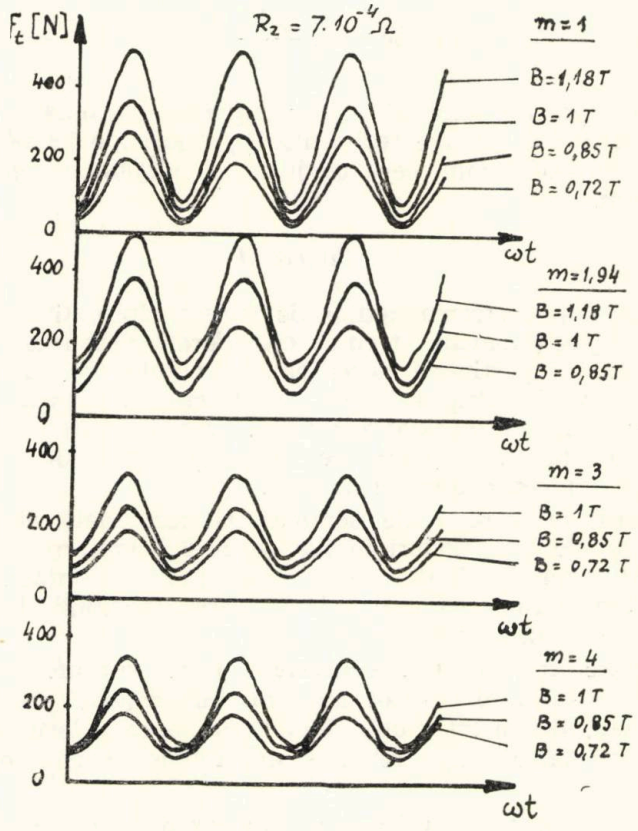


Fig. 18

10. *Determinarea experimentală a lungimii întrefierului echivalent*

În cazul cînd fluxurile magnetice în porțiunile ecranată și neecranată ale polului cu spiră sînt mici, inducția în fier este mică ; în consecință, se poate neglija reluctanța fierului par fluxurile pot fi considerate ca avînd o variație sinusoidală în timp.

În aceste condiții, pentru defazajul fluxurilor din întrefier rămîne valabilă relația stabilită în regimul sinusoidal [7], [8], ...

$$tg\,\alpha = \frac{\omega \mu_0 A_2}{\delta R_2} \tag{13}$$

Prin urmare, dacă se alimentează înfășurarea electromagnetului cu o tensiune redusă, astfel încît să se obțină fluxuri sinusoidale, se utilizează o rezistență R_2 cunoscută, se oscilografiază fluxurile Φ_1 și Φ_2 prin intermediul unor bobine-sondă și se determină defazajul lor α, se poate calcula întrefierul echivalent :

$$\delta e = \frac{\omega \mu_0 A_2}{R_2\, tg\,\alpha} \tag{14}$$

Pentru un pol cu spiră al electromagnetului studiat, s-au obținut în laborator, utilizînd diverse rezistențe R_2, valori ale întrefierului echivalent de 0,049—0,058 mm, ceea ce justifică adoptarea pentru calcul a valorii 0,05 mm.

11. *Concluzii*

— În calculul electromagneților de curent alternativ monofazat cu spiră ecran, în poziția închis, trebuie considerată neapărat influența saturației fierului în porțiunea neecranată a polului cu spiră. Saturația are un efect pozitiv asupra forței de atracție, în sensul că face să crească forța minimă a electromagnetului. La valori mari ale raportului între ariile ecranată și neecranată acest efect este mai redus și, în schimb, cresc foarte mult pierderile în spira ecran.

— Raportul m între ariile ecranată și neecranată ale polului cu spiră ecran trebuie să ia valori în jur de 2—2,5, creșterea lui în continuare nefiind avantajoasă din cauza saturației pronunțate. Din punct de vedere al vibrațiilor armăturii, la scăderea tensiunii de alimentare este însă avantajos un raport m mai mare.

— Variațiile întrefierului echivalent între suprafețele polare în limite destul de largi (0,03—0,07 mm) nu influențează prea mult forța polului cu spiră. Din acest motiv, în determinarea valorii ce se adoptă în calcul pentru întrefierul echivalent nu trebuie să se tindă spre precizii prea mari.

— Nu este necesar ca lungimea medie a porțiunii de fier prin care trece fluxul din aria neecranată a polului să fie determinată cu o precizie ridicată deoarece, în limitele uzuale ale dimensiunilor canalelor de spiră, ea nu influențează sensibil valoarea forței minime.

— Raportul n între aria polului central și aria polului cu spiră, la un electromagnet de tip E, nu influențează forța minimă de atracție a electromagnetului dimensionat cu spira optimă.

— Utilizarea calculatoarelor analogice permite un studiu calitativ foarte comod al comportării electromagneților de curent alternativ, prin analiza curbelor de variație a diverselor mărimi ce intervin în func-

ționarea acestora, fiind absolut indispensabilă atunci cînd se ia în considerare neliniaritatea circuitului magnetic. În vederea unui studiu cantitativ, cu erori cît mai mici, trebuie luate unele măsuri absolut necesare. În primul rînd, trebuie alese cu grijă elementele schemei de calcul, îndeosebi blocurile neliniare și cuadratoarele, astfel încît să ofere o precizie cît mai bună. Prezența unor dispozitive electromecanice în schema de calcul, cum ar fi multiplicatoarele cu servomecanisme și înregistratorul, impune alegerea unei frecvențe de calcul cît mai reduse (sub 0,05 Hz) astfel încît să poată fi redate cît mai corect porțiunile de curbe cu schimbare rapidă de pantă, adică tocmai zonele de minim care interesează în mod deosebit. În plus, diagramele trebuie ridicate la o scară cît mai mare pentru a reduce erorile de măsurare.

— Rezultatele calculului sînt influențate simțitor de curba de magnetizare a materialului circuitului magnetic. Întrucît această curbă diferă nu numai de la o calitate de tolă la alta, ci și de la un electromagnet la altul executat din aceeași calitate de tolă [18], rezultatele obținute prin calcul pot să difere uneori mult de cele experimentale. Din această cauză, antecalculul efectuat conform celor arătate mai sus oferă doar o bază de plecare (ce-i drept, mai apropiată de realitate decît cea din ipotezele anterioare) pentru definitivarea dimensiunilor și caracteristicilor electromagnetului în urma măsurătorilor pe electromagnetul construit.

Catedra de măsuri și aparate electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Jasse, E.*, Die Elektromagnete. Springer Verlag, Berlin, 1930.
2. *Unger, F.*, Die Dämpferwicklung bei Einphasen — Wechselstrom-Hubmagneten E. u. M. 55, 1937, H 8, 85—89.
3. *Unger, F.*, Entwurf der Dämpferwicklung bei Wechselstrom-Hubmagneten. E. u. M. 56, 1938, H 16, 201—206.
4. *Sorîghin, A. P.*, Opredelenie parametrov korotkozamknutîh obmotok u elektromagnitov peremennogo toka. Avtomatika i telemehanika 1947, 5, 384—396.
5. *Kussy, W. F.*, Berechnung der Abmessungen des Kurzschlussringes bei Einphasenmagneten. ETZ-A 72, 1951, H 17, 513—517.
6. *Kübler, E.*, Berechnung der Dämpferringes von Werchselstrommagneten. ETZ-A 74, 1953, 558—560.
7. *Steinberg, C.*, Calculul spirei în scurtcircuit pentru eliminarea vibrației electromagneților monofazați cu armătura în E. Probleme și realizări electrotehnice. Craiova, 1965.
8. *Steinberg, C., Ionescu, C., Panaite, V.*, Studiul experimental al repartiției și defazajului fluxurilor în circuite magnetice ramificate. Probleme și realizări electrotehnice. Craiova, 1957.
9. *Gerstman, B.*, Einphasen-Elektromagnete mit Kurzschlussring. E. u. M. 75, 1058, H 5, 889—92.
10. *Flagstad, C. O.*, Einphasen-Elektromagnete mit Kurzschlussring von B. Gerstman. E u M. 75, 1958, H 119, 567—568.
11. *Semlyen, A.*, Despre parametrii optimi ai spirei de scurtcircuit la electromagneții monofazați. Acad. RPR, Baza Timișoara, Studii și cercetări, Științe tehnice. Tom V, 1958, nr. 1—2, 195—212.

12. *Ozawa, K.*, Silent Operation of AC-contactors. Electrical Times 1958, 900—901.
13. *Steinberg, C., Panaite, V.*, Pulsația forței de atracție la electromagneții monofazați. Electrotehnica 7, 1959, 12, 435—443.
14. *Cividjian, Gr.*, Parametrii optimi ai spirelor ecran ale electromagneților monofazați cu flux constant. Acad. R.P.R. Fil. Iași. Studii și cerc. șt. Fizică și șt. tehn. An X, 1959, Fasc. 2, 225—234.
15. *Cividjian, Gr.* Asupra pulsației forței la electromagneții monofazați prevăzuți cu spiră ecran. Acad. RPR, Fil. Iaș, Studii și cerc. șt., Fizică și șt. tehn. An XI, 1960, Fasc. 1, 119—1134.
16. *Ohara, M., Iamamoto, M., Marubayasi H., Suito, Y.*, On the Function of Shading Coil Mounted on AC Electromagnet. Omron Technics. 4, 1964, 3, 194—200.
17. *Hortopan, G., Titz, G.*, Calculul spirei în scurtcircuit la electromagneții de curent alternativ. Electrotehnica 14, 1966, 1, 11—20.
18. *Panaite, V.*, Forța minimă de atracție la electromagneții monofazați. Bul. Inst. Polit. Buc., 1962, fasc. 2, 173—192.
19. *Koloianceva, R. S.*, Raspredelenie magnitnogo potoka v elektromagnitah s korotkozamknutîm vitkom. Iz. VUZ Elektromehanika 1963, 7, 848—851.
20. *Bugaev, G. A.*, Vîbor parametrov poliusnogo ekrana elektromagnitov peremennogo toka. Electricestvo ,1968, 2, 80—82.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

C.Z. : 538

PUNȚI CU COMPARATOR DE CURENT PENTRU MĂSURAREA PIERDERILOR MAGNETICE *

W. SZABO
Institutul politehnic BRAȘOV

Datorită calităților sale deosebite [1] metoda punții pentru măsurări magnetice în curent alternativ s-a răspîndit mult în practica metrologică.

Cele mai utilizate punți pentru măsurări la frecvențe joase sînt punțile Maxwell-Wien, Owen (în două variante), Hay și Hohle [2]. Pentru măsurări la frecvențe mai înalte se folosesc punțile de rezonanță serie sau paralel, iar în ultimul timp punțile în formă de T [3].

Majoritatea acestor scheme au fost concepute inițial pentru măsurarea parametrilor circuitelor electrice. Utilizate pentru măsurări magnetice, ele prezintă un dezavantaj esențial : prezența unei rezistențe în circuitul de magnetizare a probei limitează măsurările la inducții maxime de 1 T în cazul tablei silicioase laminate la cald și la 1,5 T pentru tabla texturată. La inducții mai mari apare o deformare puternică a fluxului în miezul feromagnetic, iar pierderile măsurate vor fi sensibil diferite de cele reale datorită puterii disipate de armonicele superioare de curent în rezistențele circuitului de magnetizare, fiind necesară introducerea unor corecții, care complică mult măsurările [1].

În lucrarea de față se propun cîteva scheme noi de punți, neîntîlnite în literatura de specialitate, care asigură în miezul feromagnetic supus încercării o inducție cu distorsiuni reduse, în limite mai largi de variație a acesteia. Schemele care se prezintă sînt, în principiu, punți cu laturi cuplate magnetic [4], [5], posedînd proprietățile și avantajele esențiale ale acestora :

— limite mari pentru raportul dintre impedanța de măsurat și cea de comparație (10^{-6}—10^{6}) ;

— posibilitatea de echilibrare a schemei prin schimbarea numerelor de spire ;

— influența redusă a capacităților parazite ;

*) Manuscris predat la redacție la data de 20 iunie 1970.

— posibilitatea de a utiliza aceleași scheme pentru măsurări la frecvențe joase și înalte ;
— precizii și sensibilități ridicate.

1. Schemele punților cu comparator magnetic de curent

Schemele propuse se bazează pe utilizarea unui comparator magnetic de curent, iar pentru asigurarea unor măsurări într-un domeniu larg, punțile sînt alimentate prin divizoare inductive de tensiune. Aceste dispozitive pot fi realizate, în mod curent, cu erori proprii extrem de reduse (de ordinul 10^{-6}).

Unele din punțile studiate sînt destinate pentru măsurări după schema echivalentă serie a bobinei cu miez feromagnetic, iar altele pentru măsurări după schema echivalentă paralel.

La elaborarea schemelor s-a avut în vedere utilizarea unui condensator de precizie pentru echilibrarea inductivității probei, evitînd, din motivele cunoscute, folosirea inductivităților variabile.

1.1. *Punți pentru măsurări după schema echivalentă serie*

O schemă simplă, care utilizează ca elemente de comparație un condensator variabil C și o rezistență dublă, în decade, $R—R$, este dată în fig. 1.

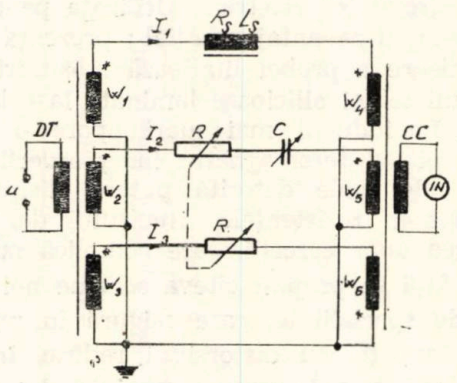


Fig. 1

Divizorul inductiv de tensiune DT și comparatorul magnetic de curent CC pot fi astfel construite încît rezistențele înfășurărilor w_1 și w_4 să fie neglijabile în comparație cu impedanța $\sqrt{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}$ a probei, asigurînd astfel, în miezul feromagnetic, un regim de inducție practic sinusoidală. Tensiunea aplicată probei poate fi reglată fie prin variația tensiunii de alimentare u, fie prin schimbarea numărului de spire ale înfășurării w_1. Controlul inducției în miez se realizează cu un voltmetru de valori medii, conectat la o înfășurare secundară a probei.

Considerînd cuplajele magnetice între înfășurările comparatorului de curent și ale divizorului de tensiune perfecte și neglijînd rezistențele acestor înfășurări *), ecuația de echilibru a schemei va fi :

$$w_4 \underline{I}_1 + w_5 \underline{I}_2 - w_6 \underline{I}_3 = 0 \tag{1}$$

în care :

$$\underline{I}_1 = U \frac{w_1}{w} \frac{1}{R_s + j\omega L_s},$$

$$\underline{I}_2 = U \frac{w_2}{w} \frac{j\omega C}{1 + j\omega CR}, \tag{2}$$

$$\underline{I}_3 = U \frac{w_3}{w} \frac{1}{R}.$$

Dacă $w_2 w_5 = w_3 w_6$, prin înlocuirea relațiilor (2) în (1), rezultă următoarele condiții de echilibru :

$$R_s = \frac{w_1 w_4}{w_3 w_6} R \quad \text{și} \quad L_s = \frac{w_1 w_4}{w_3 w_6} CR^2 \tag{3}$$

Se observă că aceste relații sînt independente de frecvență. Prezența în condițiile de echilibru (3) a celor două rapoarte de numere de spire $\left(\frac{w_1}{w_3} \text{ și } \frac{w_4}{w_6}\right)$ asigură acestei punți un domeniu foarte larg de măsurări.

Pierderile magnetice se determină în funcție de R_s cu relația :

$$P_f = (R_s - R_w)\, I^2,$$

unde R_w este rezistența înfășurării de magnetizare, iar I — valoarea efectivă a curentului prin această înfășurare [1].

În fig. 2 este reprezentată schema unei punți cu o singură rezistență variabilă R și cu două condensatoare C—C, care se manevrează simultan. Condițiile de echilibru ale punții sînt :

$$R_s = \frac{w_1 w_4}{w_3 w_6} \frac{1}{\omega^2 C^2 R} \quad \text{și} \quad L_s = \frac{w_1 w_4}{w_3 w_6} \frac{1}{\omega^2 C}. \tag{4}$$

Echilibrarea acestei punți, proprietățile sale principale precum și condițiile (4) sînt similare cu cele ale punții în T. Însă, datorită prezenței raportului $\frac{w_1 w_4}{w_3 w_6}$ în relațiile (4), schema din fig. 2 are un domeniu de măsurări mult mai larg decît puntea în T, beneficiind în același timp și de celelalte avantaje ale punților cu laturi cuplate magnetic.

*) Dintr-un studiu detaliat al acestor punți [6] a rezultat că erorile condiționate de inductivitățile de dispersie sînt de ordinul $10^{-4} - 10^{-3}$%, iar cele determinate de rezistențele înfășurărilor comparatorului și divizorului — de ordinul $10^{-3} - 10^{-1}$ %, deci neglijabile față de alte surse de erori.

Fig. 3 reprezintă schema unei punți în care apar ca elemente de comparație un condensator variabil C, o rezistență variabilă R și două rezistențe fixe R_1, R_2.

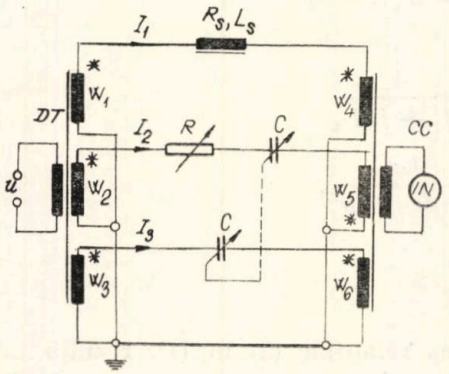


Fig. 2

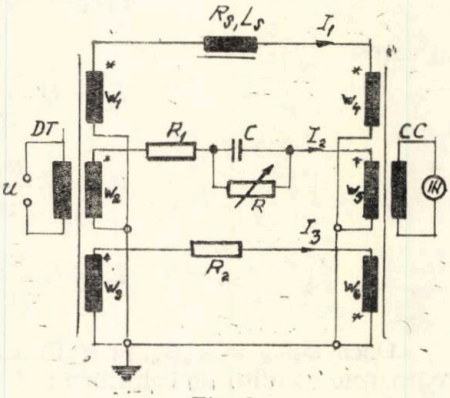


Fig. 3

Dacă se adoptă $w_2w_5R_2 = w_3w_6R_1$, rezultă următoarele condiții de echilibru :

$$R_s = \frac{w_1w_4}{w_3w_6}\left(R_2 + \frac{R_1R_2}{R}\right) \quad \text{și} \quad L_s = \frac{w_1w_4}{w_3w_6} CR_1R_2. \tag{5}$$

O variantă a schemei din fig. 3 este dată în fig. 4. Această punte are în plus o rezistență de precizie fixă, conectată în serie cu proba.

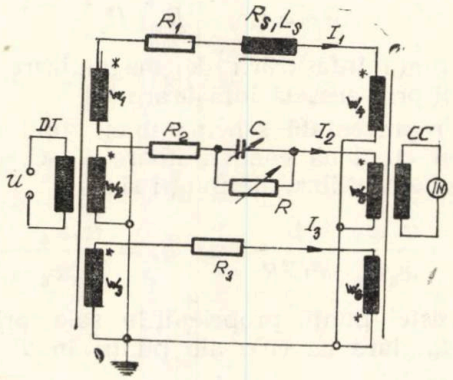


Fig. 4

Dacă rezistențele R_2 și R_3 se aleg astfel ca să fie satisfăcute relațiile :

$$R_2 = \frac{w_2w_5}{w_1w_4} R_1 \quad \text{și} \quad R_3 = \frac{w_3w_6}{w_1w_4} R_1,$$

rezultă :

$$R_s = \frac{w_2w_5}{w_1w_4} \frac{R_1^2}{R} \quad \text{și} \quad L_s = \frac{w_2w_5}{w_1w_4} CR_1^2. \tag{6}$$

Datorită prezenței rezistenței R_1 în circuitul de magnetizare al probei, măsurările trebuie limitate, în cazul tolelor laminate la cald, la inducții maxime de 1—1,2 T.

1.2. *Punți pentru măsurări după schema echivalentă paralel*

Cea mai simplă schemă de punte de acest tip este reprezentată în fig. 5. Se utilizează ca elemente de comparație un condensator variabil C și o rezistență variabilă R.

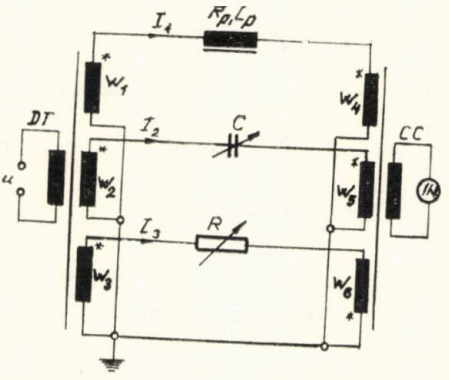


Fig. 5

Înlocuind în ecuația de echilibru (1) expresiile curenților :

$$\underline{I}_1 = \frac{w_1}{w}\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p}\right),$$

$$\underline{I}_2 = U\,\frac{w_2}{w}\,j\omega C, \tag{7}$$

$$\underline{I}_3 = U\,\frac{w_3}{w}\,\frac{1}{R},$$

se obțin :

$$R_p = \frac{w_1 w_4}{w_3 w_6}\,R \quad \text{și} \quad L_p = \frac{w_1 w_4}{w_2 w_5}\,\frac{1}{\omega^2 C}. \tag{8}$$

Puntea poate fi echilibrată și prin schimbarea numerelor de spire w_2 și w_3 sau w_5 și w_6. Această proprietate se poate utiliza la realizarea unor punți automate cifrice, bazate pe schema de principiu din fig. 6, în care apar numai rezistențe și condensatoare fixe.

Dacă $R_2 = 10\,R_1$, $R_3 = 100\,R_1$, $R_4 = 1000\,R_1$, $C_2 = 0{,}1\,C_1$, $C_3 = 0{,}01\,C_1$, $C_4 = 0{,}001\,C_1$ și dacă w_1, w_2, w_3 reprezintă numerele de spire ale unei secțiuni din înfășurările respective ale divizorului de tensiune, condițiile de echilibru ale schemei vor fi :

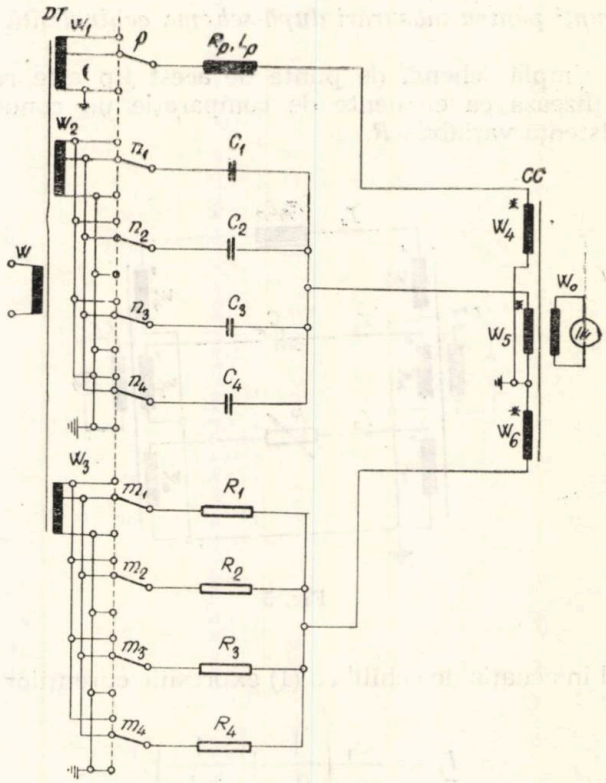


Fig. 6

$$G_p = \frac{1}{R_p} = \frac{w_3 w_6}{p w_1 w_4 R_1}\,(m_1 + 0{,}1\,m_2 + 0{,}01\,m_3 + 0{,}001\,m_4),$$
$$B_p = \frac{1}{\omega L_p} = \frac{\omega w_2 w_5 C_1}{p w_1 w_4}\,(n_1 + 0{,}1\,n_2 + 0{,}01\,n_3 + 0{,}001\,n_4). \qquad (9)$$

Stabilirea inducției magnetice dorite în miezul feromagnetic se face prin variația tensiunii de alimentare a divizorului și prin schimbarea parametrului p. Schimbarea domeniului de măsurare al punții se realizează prin modificarea numerelor de spire ale înfășurărilor w_4, w_5, w_6 ale comparatorului magnetic de curent.

2. Încercări experimentale

Încercările experimentale efectuate [6] au avut drept scop principal compararea pierderilor magnetice măsurate cu punțile cu comparator și a celor obținute prin utilizarea punților clasice sau a metodei

wattmetrului, considerată ca metodă standard. Încercările s-au făcut la frecvența de 50 Hz, pe trei probe diferite : un aparat Epstein de 25 cm cu benzi din tablă silicioasă de 0,5 mm, un tor din tablă silicioasă de 0,5 mm și un tor din material magnetic cu ciclu de histerezis dreptunghiular — HCR Alloy.

Analizînd rezultatele obținute s-au constat următoarele :

— în domeniul de inducții 0—1 T valorile pierderilor măsurate cu punțile cu comparator coincid cu cele obținute cu punțile clasice sau prin metoda wattmetrului ;

— în cazul măsurărilor efectuate la inducții mai mari de 1 T apar diferențe între pierderile măsurate prin metoda punții și prin metoda wattmetrului, datorită puterii disipate de armonicile superioare de curent în rezistențele circuitului de magnetizare. În figura 7 sînt date

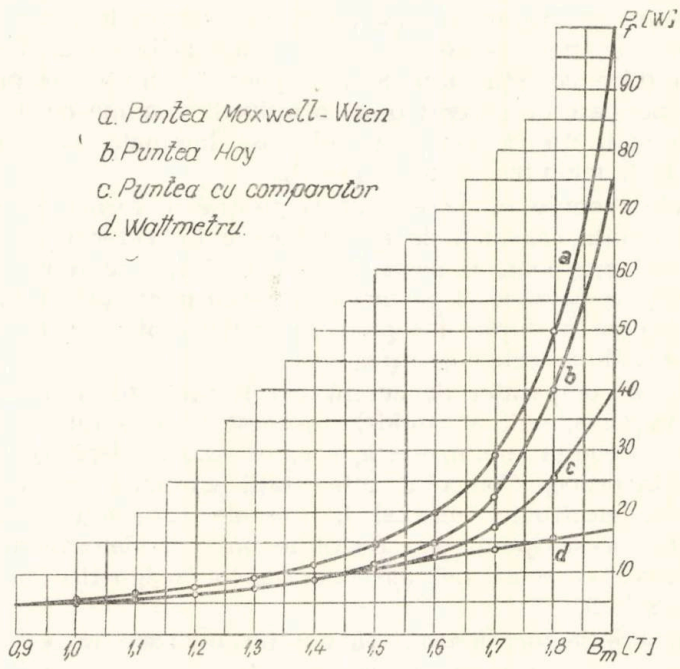


Fig. 7

pierderile magnetice în torul din tablă silicioasă, determinate prin patru metode diferite, în funcție de inducția maximă. Curba „c" a fost obținută cu schema din figura 5, fără divizor de tensiune. Se observă că erorile cele mai reduse apar la puntea cu comparator, ceea ce se explică prin rezistența mică a circuitului de magnetizare a probei (circa 1 Ω, față de 6—7 Ω la punțile Maxwell-Wien și Hay). Prin măsuri constructive adecvate această rezistență poate fi micșorată la puntea cu comparator pînă la 0,1—0,2 Ω și se pot obține astfel rezultate mai concludente.

3. Concluzii

Toate punţile cu comparator magnetic de curent, prezentate mai sus, acoperă cu uşurinţă întreaga gamă posibilă de valori ale mărimilor R_s, L_s sau R_p, L_p, folosind rezistenţe şi condensatoare de precizie de valori uzuale. La trei din aceste scheme mărimile de măsurat depind de cîte un singur parametru variabil, adică este posibilă echilibrarea separată a amperspirelor în fază şi în cuadratură ale comparatorului de curent, punţile respective avînd convergenţa ideală.

Trebuie subliniat că punţile cu comparator pot fi utilizate şi fără divizorul inductiv de tensiune, ramurile punţii fiind alimentate de la aceeaşi sursă de tensiune. Rolul divizorului este numai acela de a extinde domeniul de măsurare al acestor punţi.

Punţile cu comparator (cu excepţia schemei din figura 4) permit realizarea circuitului de magnetizare a probei cu o rezistenţă foarte mică, asigurînd un regim de inducţie practic sinusoidală, într-un domeniu larg de variaţie a acesteia. Astfel, măsurările cu aceste punţi se pot efectua (fără corecţii suplimentare pentru puterea disipată de armonicele superioare de curent) pînă la inducţii maxime de 0,7—0,75 din inducţia de saturaţie B_s la tabla silicioasă laminată la cald şi chiar (0,8—0,85) B_s la tabla texturată (v. par. 2).

Schemele propuse în lucrare, ca şi punţile în formă de T, au proprietatea deosebită că sursa de alimentare şi indicatorul de nul au un punct comun, care poate fi legat la pămînt. Astfel se reduc mult efectele capacităţilor parazite şi ca urmare, aceste punţi pot fi folosite fără modificări pentru măsurări începînd de la frecvenţa de 50 Hz, pînă la frecvenţe de ordinul zecilor de kHz.

Punţile cu comparator de curent pot fi utilizate şi la măsurări în regim de cîmp magnetic sinusoidal. În acest scop se introduce în serie cu proba o rezistenţă suplimentară, a cărei valoare depăşeşte de 10—20 ori impedanţa probei. Controlul intensităţii cîmpului se realizează cu un voltmetru electronic conectat la bornele rezistenţei suplimentare. De asemenea, aceste punţi dau rezultate bune la determinarea pierderilor şi a altor caracteristici ale materialelor magnetice în regim de magnetizare mixtă.

În încheiere se menţionează că punţile analizate în această lucrare se pretează nu numai la măsurări magnetice, ci, în general, la determinarea parametrilor bobinelor de inductanţă.

BIBLIOGRAFIE

1. *Szabo, W.*, Determinarea pierderilor magnetice prin metoda punţii în curent alternativ. În: Electrotehnica, vol. 15, nr. 7, iul. 1967, p. 256—263.

2. *Hague, B.*, Alternating Current Bridge Methods. London, Ed. I. Pitman, 1957.

3. *Bhattacharyya, S. N., Choudury J. K.*, A Bridge -T Network for Alternating-Current Magneting Measurements. In : Electronic Engineering, vol. 37, nr. 452, oct. 1965, p. 674—677.

4. *Calvert, R.*, The Transformer Ratio-arm Bridge. În: Instruments and Control Systems, nr. 34, 1961, p. 102—106.

5. *Clark, H. A., Vanderlyn, P. B.*, Double-ratio a.c. Bridges with Inductively-coupled Ratio Arms. În : Proceedings I.E.E., vol. 96, pt. II, mai 1949, p. 189—202.

6. *Szabo, W.*, Contribuții la studiul teoretic și experimental al măsurării pierderilor magnetice în tole prin metoda punții. Teză de doctorat. Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

ELECTRONICĂ

C.Z. : 621. 391. 6

SISTEM DE COMUNICAŢIE PENTRU MINE, CU APEL SELECTIV *

GH. CARTIANU, M. IVANCIOVICI, AL. PREDA, B. SCHUSTER,
D. ZAMFIRESCU, ILEANA BELUŞICĂ

În această lucrare se descrie sistemul de comunicaţie bilaterală cu apel selectiv realizat la Institutul politehnic Bucureşti pentru dirijarea traficului în subteran în întreprinderile miniere.

Cerinţele care au fost impuse acestor instalaţii sînt următoarele : realizarea de comunicaţii bilaterale în duplex simultan, apel selectiv de la staţia fixă la staţiile mobile, stabilitate mare în funcţionare, gabarit redus, consum cît mai mic la aparatele mobile (alimentate de la o baterie de acumulatoare), construcţie robustă, simplă şi uşor de manipulat.

Instalaţia trebuie să permită realizarea de legături sigure în subteran pînă la distanţa de 3—6 km, în condiţiile unui nivel mare de perturbaţii produse de motoarele electrice şi de scînteile care au loc la firul de cale.

Se ştie că propagarea undelor electromagnetice din gama frecvenţelor foarte joase pînă în gama frecvenţelor foarte înalte, direct prin galeriile subterane, se face cu atenuarea foarte mare, din cauza pierderilor mari în pămîntul înconjurător. În gama frecvenţelor ultraînalte, galeriile s-ar putea comporta însă ca ghiduri de undă imperfecte cu o atenuare mai mică, problemă care rămîne să fie studiată.

Prin folosirea unor conductoare pentru ghidarea undelor se poate obţine o atenuare acceptabilă la frecvenţele foarte joase şi joase. Aceasta a fost soluţia adoptată în cazul de faţă.

Principalele probleme care au trebuit să fie studiate au fost următoarele : alegerea frecvenţei, alegerea sistemului de modulaţie şi de comunicaţie, stabilirea puterii de emisie la staţia fixă şi la staţiile mobile, alegerea sistemului de apel.

Alegerea frecvenţelor

Referindu-ne la sistemul de transmisiune cu unde ghidate de conductori se constată că atenuarea creşte cu frecvenţa şi anume mai repede decît proporţional cu frecvenţa, din cauza pierderilor importante care

*) Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, mai 1970.

au loc în mediul înconjurător, adică în pămînt. Pe de altă parte, perturbaţiile cauzate de fenomenele de comutaţie în motoarele electrice sau la contactele troleului cu firul de cale scad aproape invers proporţional cu frecvenţa.

Rezultă de aici că frecvenţa optimă este cuprinsă în banda frecvenţelor joase sau foarte joase.

S-au făcut experienţe cu următoarele frecvenţe : 1800, 800, 450, 370, 260 şi 150 kHz.

Cele mai bune rezultate au fost obţinute în banda cuprinsă între 260 şi 370 kHz.

Ca urmare s-au ales următoarele frecvenţe : 374 kHz pentru comunicaţiile de la staţia fixă la staţiile mobile şi 262 kHz pentru comunicaţiile de la staţia mobilă la staţia fixă.

La alegerea exactă a acestor frecvenţe s-a ţinut seamă şi de valorile frecvenţelor alocate pentru diferite servicii de radiocomunicaţie.

Sistemul de comunicaţie telefonică realizat

Pentru ambele sensuri de comunicaţie s-au folosit unde modulate în frecvenţă cu deviaţie mică de frecvenţă.

Prin folosirea modulaţiei de frecvenţă se obţin următoarele avantaje: nivel de recepţie constant, independent de condiţiile de propagare ; raport semnal/perturbaţie bun ; distorsiuni mici.

S-a adoptat sistemul cu modulaţie indirectă de frecvenţă, plecînd de la modulaţia de fază. În felul acesta se asigură o stabilitate foarte bună a frecvenţei centrale. Pentru a se trece de la MP la MF s-a folosit un circuit de corecţie convenţional (de integrare) înaintea modulatorului. De asemenea, s-a utilizat o uşoară preaccentuare pentru îmbunătăţirea raportului semnal/perturbaţie.

Încă de la început s-a pus problema ca staţia mobilă să fie complet tranzistorizată iar staţia fixă să fie realizată cu tuburi, atît la recepţie cît şi la emisie.

Tensiunea la care are loc limitarea completă la receptorul staţiei fixe este de 30 μV iar la receptorul staţiei mobile de 500 μV/m.

Emiţătorul staţiei fixe a fost calculat pentru o putere suficient de mare, P=20 W, ceea ce face ca recepţia la staţiile mobile a emisiei staţiei fixe să nu pună probleme speciale, cu toată sensibilitatea mai mică a receptoarelor tranzistorizate ale staţiilor mobile.

Puterea emiţătorului staţiei mobile a fost determinată în primul rînd de tranzistoarele avute la dispoziţie şi de condiţia de a avea un consum mic de energie. Din aceste considerente s-a fixat puterea emiţătorului staţiei mobile la 1 W.

Puterea emiţătorului staţiei fiind de 1 W, sensibilitatea receptorului staţiei fixe de 30 μV iar impedanţa liniei de circa 200 ohmi, rezultă că linia nu trebuie să aibă o atenuare mai mare decît

$$20 \log \frac{\sqrt{200}}{30} 10^6 = 113 \text{ dB}.$$

Folosind firul de cale de tracţiune electrică pentru transmiterea semnalelor, această atenuare corespunde la o lungime a liniei de peste 4 km.

Banda frecvențelor de modulație a fost luată între 300 și 2700 Hz iar deviația maximă de frecvență la ieșirea emițătorului de 2,7 kHz. S-a lucrat deci cu $\beta=1$. Ca urmare, lărgimea benzii canalului de radiofrecvență rezultă că este mai mică decît 15 kHz.

La stația fixă, ieșirea emițătorului și intrarea receptorului sînt legate la linia constituită din conductorul pentru tracțiunea electrică și șină sau pămînt.

Emițătorul stației mobile este legat direct la conductorul de cale printr-un condensator de 10 nF iar receptorul este cuplat cu firul de cale prin intermediul unei antene cu ferită pentru a face posibilă recepția și atunci cînd troleul este deconectat de firul de cale.

Sistemul de apel și modul de efectuare a convorbirilor

În ceea ce privește apelul de la stația fixă la stațiile mobile, încă de la început s-a pus problema de a se utiliza un apel selectiv pentru ca numai o stație mobilă să poată fi chemată la un moment dat. Problema putea fi rezolvată în mai multe moduri, în ceea ce privește schema logică de codificare, așa cum se arată mai jos.

Astfel :

a) Se poate folosi un număr n de semnale, de frecvențe cuprinse în banda frecvențelor audio, egal cu numărul stațiilor mobile care trebuie chemate. Această soluție impune o bună stabilitate a frecvențelor generatoarelor de apel la emisie și a filtrelor de separație la recepție. Frecvențele pot fi cuprinse în banda frecvențelor foarte joase între 60 și 150 Hz, utilizînd filtre cu lamă vibrantă, sau în banda frecvențelor audio, între 300 și 2700 Hz, utilizînd filtre LC sau RC.

b) Se pot folosi n subpurtătoare, fiecare modulată cu m semnale de frecvențe foarte joase, în banda de audiofrecvență. Se obțin astfel $N=n \times m$ apeluri distincte. Sînt necesare în acest caz la emisie n frecvențe subpurtătoare și m semnale de audiofrecvență iar la recepție n filtre pentru subpurtătoare și m filtre pentru frecvențele audio foarte joase.

c) Se pot folosi combinații de n semnale aplicate simultan, de frecvențe audio distincte, combinate cîte m. Rezultă un număr de apeluri distincte.

$$N = C_n^m = \frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{m!}$$

În aceste condiții, la emisie trebuie generate numai m frecvențe distincte iar la recepție este necesar numai un număr de m filtre. Numărul maxim de combinații este dat de numărul întreg m cel mai apropiat de n/2. Cu 4 frecvențe distincte se pot obține cel mult 6 apeluri distincte.

d) Se poate folosi un cod de m simboluri dispuse în n poziții distincte, obținîndu-se $N=m^n-1$ combinații distincte. Cu ajutorul unor circuite de decodare și de comutare se pot realiza la recepție cele N apeluri.

Simbolurile pot fi diferențiate prin frecvență (m—1 frecvențe) sau prin amplitudine (m—1 nivele). De exemplu, cu 3 frecvențe distincte și cu două poziții se obțin $N=4^2-1$ apeluri distincte iar cu 10 frecvențe distincte și cu 6 poziții se obțin $N=11^6-1$ apeluri distincte.

Ultima soluție conduce la numărul cel mai mare de combinații. Se poate concepe și un sistem cu **n** semnale de frecvențe distincte luate cîte 1, 2...n, cu care se pot realiza 2^n-1 apeluri distincte. Schema logică poate fi realizată cu ajutorul unor rețele cu diode care alimentează un număr egal de relee.

În instalația realizată s-a adoptat soluția a doua. Codificarea adoptată a fost realizată în modul următor : s-au utilizat două subpurtătoare pe frecvențele de 1500 și 2500 Hz, modulînd în frecvență purtătoarea de radiofrecvență, fiecare fiind modulată la rîndul ei în amplitudine de 5 semnale de frecvențe audio foarte joase (60, 80, 100, 130 și 150 Hz). S-au obținut astfel 10 apeluri distincte. Prin această soluție s-a putut utiliza un număr redus de subpurtătoare și de semnale de audiofrecvență de frecvențe foarte joase, ceea ce a simplificat problema filtrării. Este important de menționat că prin folosirea modulației de frecvență se asigură un nivel constant al semnalului de apel de joasă frecvență, indiferent de condițiile de propagare, ceea ce permite o separare sigură a semnalelor de audiofrecvență cu ajutorul filtrelor.

Pentru a se face apelul de la stațiile mobile la stațiile fixe au fost luate în considerație două soluții :

— declanșarea unui semnal de apel la emisie la apariția purtătoarei stațiilor mobile ;

— declanșarea unui semnal de apel folosind o subpurtătoare în banda frecvențelor audio, subpurtătoare separată cu ajutorul unui filtru.

Prima soluție s-a dovedit nepotrivită, din cauză că în această soluție semnalul de apel putea fi declanșat și de perturbații.

S-a adoptat atunci soluția cu un semnal comun de apel de 1 kHz, modulînd în frecvență purtătoarea de 262 kHz a stației mobile. Semnalul cu frecvența de 1kHz declanșează un semnal luminos și acustic la stația centrală și emițătorul este pornit automat.

Pentru realizarea unei legături în bune condiții trebuie să se ia măsuri de precauție ca o stație mobilă să nu intre în funcțiune atîta timp cît canalul este ocupat.

Faptul că linia este ocupată se poate constata în două feluri, după cum se adoptă una sau alta din soluțiile următoare :

— emițătorul stației fixe este pornit numai în timpul cînd are loc o convorbire ; datorită purtătoarei emise de stația fixă, limitatorul receptorului stației mobile reduce puternic perturbațiile la recepție, ceea ce arată că linia este ocupată ;

— emițătorul stației fixe este în funcțiune tot timpul ; în acest caz, convorbirea care se aude în telefon arată că linia este ocupată. Este interesant de observat că printr-o legătură auxiliară de la receptorul stației fixe la microfonul acestei stații se poate realiza ascultarea de către stația mobilă și a conversațiilor care au loc cu altă stație mobilă.

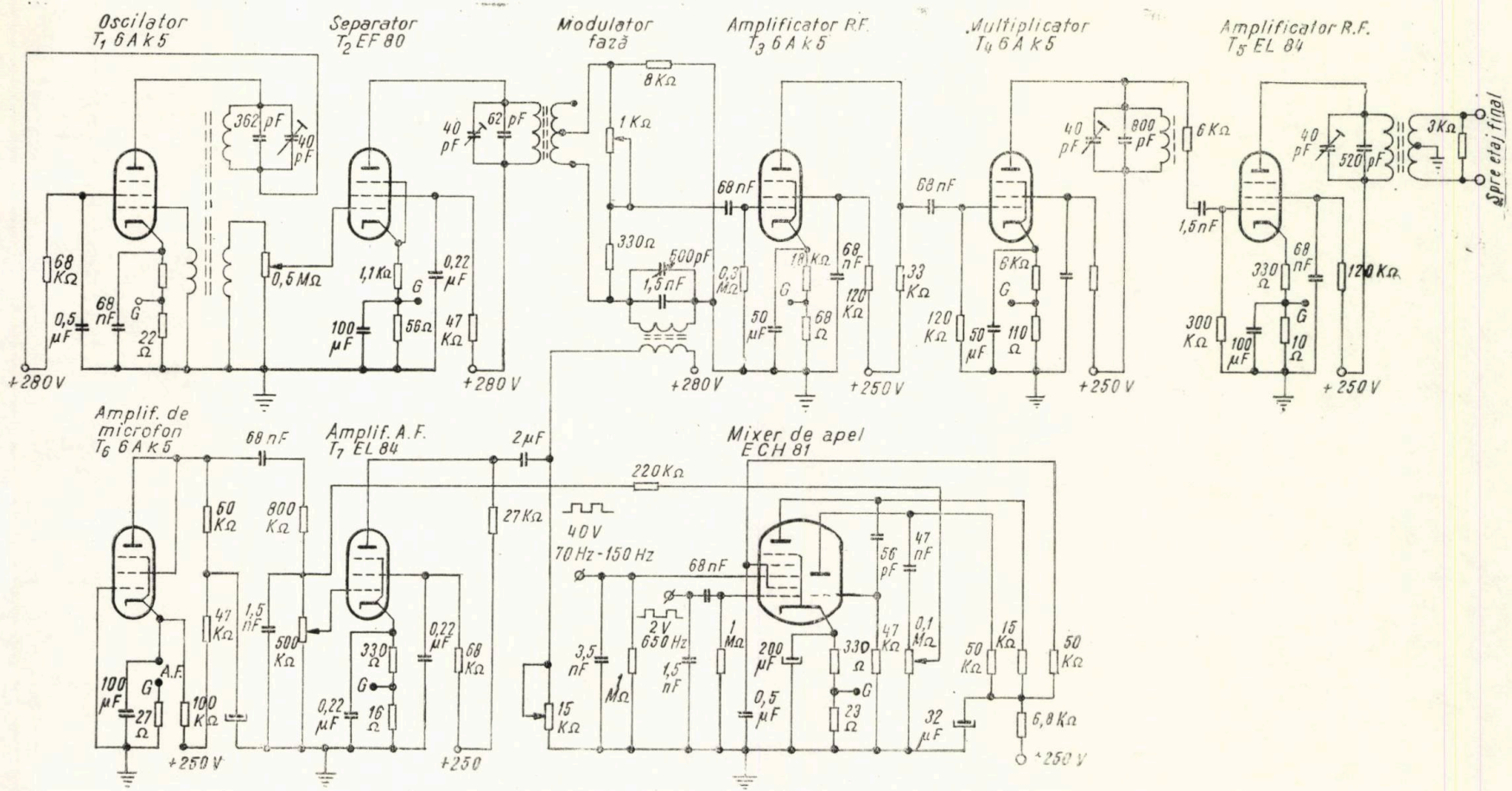
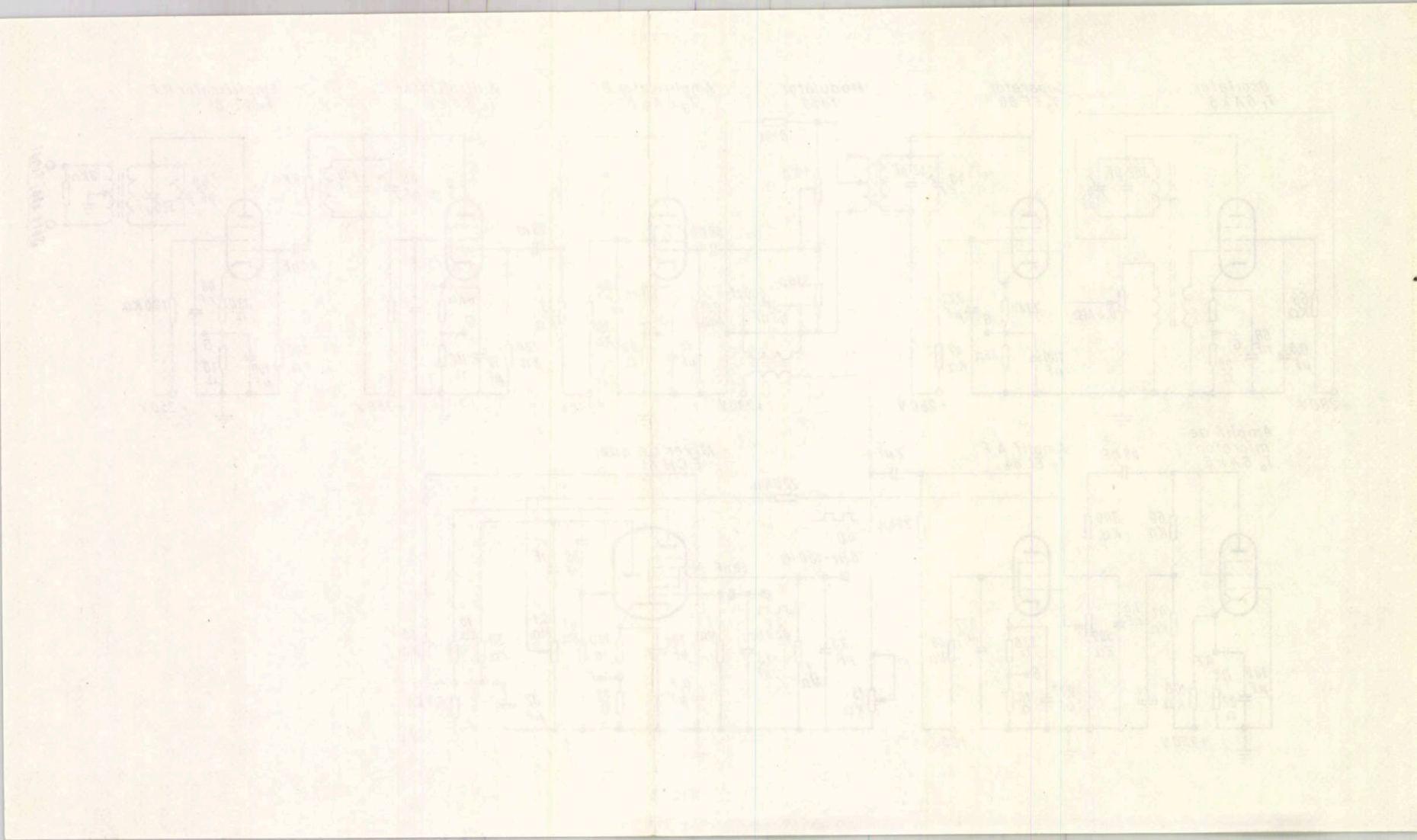

Oscilator
T1 6AK5
Separator
T2 EF80
Modulator
fază
Amplificator RF.
T3 6AK5
Multiplicator
T4 6AK5
Amplificator R.F.
T5 EL 84
Amplif. de
microfon
T6 6AK5
Amplif. A.F.
T7 EL 84
Mixer de apel
ECH 81
Spre etaj final
+280V
+250V
40V
70 Hz - 150 Hz
2V
650 Hz

Fig. 2



Legătura de la stația fixă spre stația mobilă se face în felul următor : se ridică microreceptorul de pe furcă și stația de emisie intră în funcțiune ; se face apoi apelul cu ajutorul cheii corespunzătoare stației chemate. În felul acesta se stabilește legătura cu stația mobilă.

Legătura de la stația mobilă spre stația fixă se face în modul următor : se ridică microreceptorul de pe furcă și se ascultă dacă linia este liberă. Dacă linia este liberă, se pune în funcțiune emițătorul stației portabile cu ajutorul unui întrerupător iar cu ajutorul unei chei se face apelul.

Stația fixă

Emițătorul stației fixe a cărui schemă bloc este prezentă în figura 1 iar schema de principiu în fig. 2 este constituit din următoarele blocuri :

Oscilatorul este de tip Clapp și este cuplat inductiv cu separatorul.

Modulatorul de fază este un etaj în punte, reactanța variabilă fiind constituită dintr-un circuit acordat derivație.

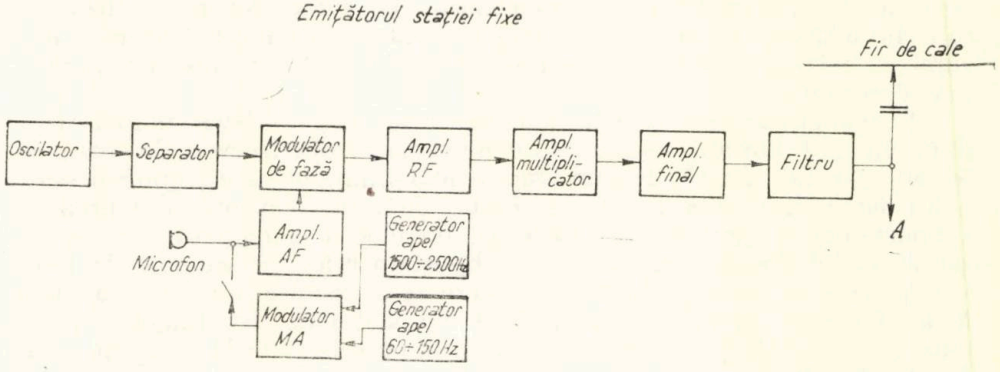


Fig. 1

Tensiunea de *R.F.* se aplică pe 2 rezistențe variabile a căror raport ales convenabil permite eliminarea completă a modulației de amplitudine parazită.

Variația în ritmul semnalului de modulație a reactanței circuitului acordat se realizează prin modificarea permeabilității miezului de ferită pe care este realizată bobina circuitului acordat.

Această variație se obține prin trecerea unui curent proporțional cu semnalul de modulație printr-o bobină de comandă realizată pe același miez.

Deoarece în acest mod se obține o modulație de fază este necesară o integrare prealabilă a semnalului de modulație.

Integrarea este realizată de bobina de comandă atunci cînd la bornele ei se aplică tensiunea de audiofrecvență.

În acest mod se obține o oscilație modulată în frecvență cu o deviație de frecvență Δf=1,5 kHz la f_m=1 kHz și cu o stabilitate a frecvenței centrale egală cu stabilitatea frecvenței oscilatorului.

Urmează un amplificator aperiodic şi un multiplicator cu 3. La ieşirea din multiplicator se obţine deci un semnal *M.F.* cu purtătoarea avînd frecvenţa f=374 kHz şi cu o deviaţie de frecvenţă Δf=4,5 kHz.

Ultimul etaj este un amplificator *RF* cu circuit acordat care furnizează etajului final o tensiune simetrică de *R.F.* de 45 V pe 3 kΩ.

Etajul final al emiţătorului este echipat cu două tuburi EL 34 în contratimp şi dă o putere utilă de circa 20 W.

Acest etaj este astfel proiectat încît puterea disipată să fie inferioară puterii disipate maxime admise de tub, indiferent de valoarea impedanţei de sarcină (care practic poate varia între gol şi scurtcircuit). Acest lucru este determinat de faptul că emiţătorul staţiei fixe este conectat la reţeaua firului de cale, iar impedanţa dintre firul de cale şi masă poate varia practic între 0 şi ∞ în funcţie de poziţia unei locomotive faţă de punctul unde este conectată ieşirea emiţătorului staţiei fixe. În acelaşi timp etajul final are prevăzută şi o negativare în catod pentru a proteja acest etaj, împotriva disipaţiei exagerate în cazul dispariţiei excitaţiei. În plus s-a prevăzut un sistem de circuite cuplate pentru adaptarea antenei la etajul final.

Semnalul de convorbire dat de microfon este aplicat modulatorului de fază prin intermediul unui amplificator de audiofrecvenţă realizat cu tuburile 6AK5 şi EL84. Ultimul etaj alimentează primarul transformatorului cu miez de ferită, al cărui secundar formează bobina din puntea modulatorului.

Semnalele de apel selectiv sînt generate de un subansamblu format din : un multivibrator capabil să genereze una din frecvenţele joase de 60, 80, 100, 130 sau 150 Hz, un amplificator-limitator care amplifică semnalul dat de multivibrator, un generator de audiofrecvenţă care produce subpurtătoarele de 1500 sau 2500 Hz, un etaj de modulaţie care realizează modulaţia în amplitudine a subpurtătoarelor cu semnale de frecvenţă joasă şi un amplificator prin care se transmite oscilaţia modulată în amplitudine, pe grila tubului EL84 din lanţul de *AF*. Etajele arătate mai sus sînt echipate, în ordinea descrierii, cu tuburile : *ECC* 82, *ECC* 82, *EF*80 şi *ECH*21.

Stabilitatea frecvenţei multivibratorului este de circa 10^{-2}.

Receptorul staţiei fixe

Schema bloc a receptorului (fig. 3) este constituită din următoarele subansamble : un filtru de intrare, un amplificator pe frecvenţa fixă de 262 kHz realizat cu trei etaje echipate cu tuburi *EF*80, un discriminator

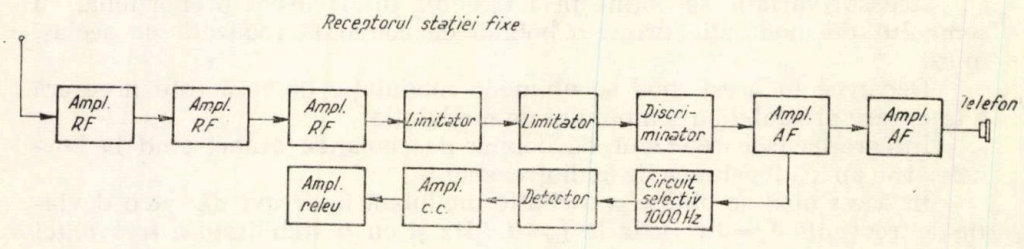


Fig. 3

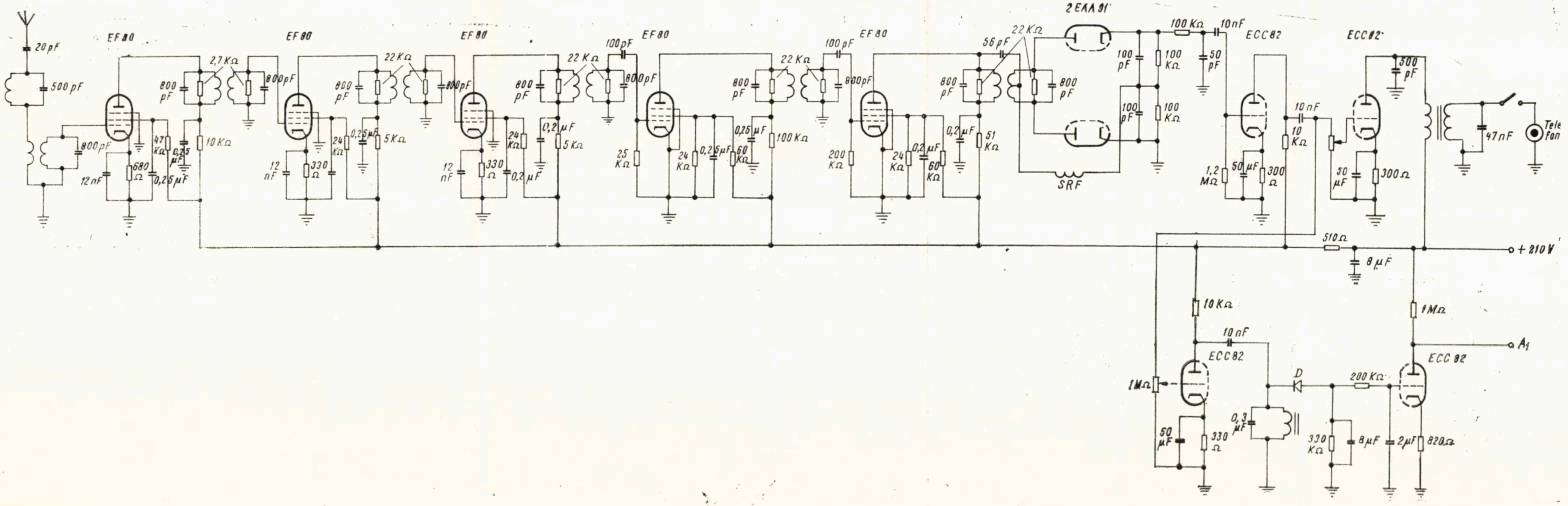
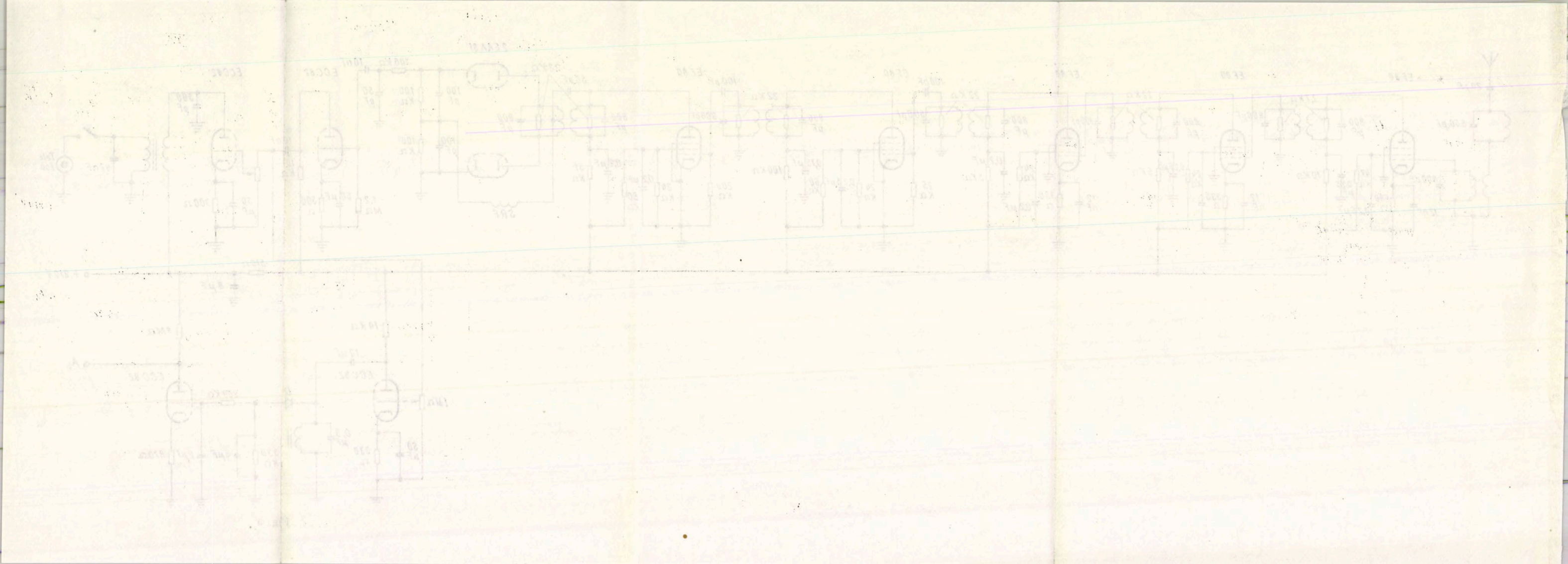

20 pF
500 pF
EF 80
800 pF
2,7 KΩ
800 pF
800 pF
47 KΩ
0,25 μF
10 KΩ
12 nF
680 Ω
0,25 μF
EF 80
800 pF
22 KΩ
800 pF
800 pF
24 KΩ
0,25 μF
5 KΩ
12 nF
330 Ω
EF 80
800 pF
22 KΩ
800 pF
800 pF
24 KΩ
0,2 μF
5 KΩ
12 nF
330 Ω
0,2 μF
EF 80
100 pF
800 pF
22 KΩ
800 pF
25 KΩ
24 KΩ
0,25 μF
60 KΩ
100 KΩ
EF 80
100 pF
800 pF
22 KΩ
800 pF
200 KΩ
24 KΩ
0,2 μF
60 KΩ
2 ΕΑΑ 91
56 pF
22 KΩ
800 pF
51 KΩ
0,2 μF
SRF
100 pF
100 pF
100 KΩ
100 KΩ
10 nF
50 pF
ECC 82
1,2 MΩ
50 μF
300 Ω
10 nF
10 KΩ
ECC 82
500 pF
50 μF
300 Ω
47 nF
Tele fon
510 Ω
8 μF
+ 210 V
10 KΩ
10 nF
ECC 82
1 MΩ
50 μF
330 Ω
D
0,3 μF
1 MΩ
A1
ECC 82
200 KΩ
330 KΩ
8 μF
2 μF
820 Ω

Fig. 5



de fază, un amplificator de audiofrecvență echipat cu *ECC*82 și un sistem pentru recepționarea semnalelor de apel. Receptorul are următoarele performanțe : sensibilitate 30 μV, banda de trecere circa $\pm$ 5 kHz la 3 dB, puterea maximă la ieșire 50 mW.

Pentru a obține aceste performanțe, s-a repartizat amplificarea totală de cca. 125 dB, ca în fig. 4.

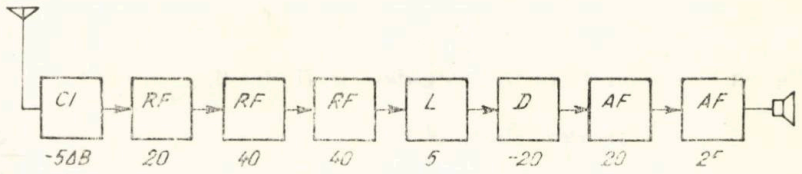


Fig. 4

Etajele **AF** alimentează telefonul cu o putere utilă de cca. 50 mW. Ținînd seama de caracteristicile tubului *ECC*82 și de randamentul transformatorului de ieșire η_i=0,8 puterea utilă în primarul acestui transformator este :

$$Pu = \frac{1}{2} Ua_1 \, Ia_1 = \frac{1}{2} 60 \times 2{,}1 \cdot 10^{-3} = 63 \text{ mW}$$

Raportul de transformare, se deduce, cunoscînd impedanța telefonului, R_s=50 Ω și impedanța de sarcină a ultimului tub, Ra=28.500 Ω :

$$n = \frac{n_s}{n_p} = \sqrt{\frac{R_s}{\eta R_a}} = \frac{1}{21{,}2}$$

Amplificatorul *AF* format din două etaje (fig. 5) cere ca excitație un semnal maxim de *Uef*=0,24 V.

Etajul de detecție este un discriminator de fază, cu o dublă diodă *ZEAA*91, precedat de un limitator cu două etaje (Gh. Cartianu, Modulație de frecvență, 1966, p. 519).

Ieșirea emițătorului și intrarea receptorului stației fixe sînt conectate la rețeaua firului de cale. Etajul final al emițătorului este legat cu antena printr-un filtru care prezintă spre antenă o atenuare relativ mică pe frecvența emițătorului, 374 kHz și o impedanță relativ mare între antenă și șasiu pentru a nu scurtcircuita intrarea receptorului. La rîndul său, receptorul este legat la antenă printr-un filtru care spre receptor are o atenuare mare pe 374 kHz și o atenuare mică pe 262 kHz.

Stația mobilă

Stația mobilă este constituită din trei blocuri : emițătorul, receptorul și sistemul de apel selectiv.

Stația complet tranzistorizată, este alimentată de la o baterie de acumulatoare de 12 V și 16 Ah, care este legată în tampon la un convertor.

Emițătorul stației mobile

Din condițiile concrete de funcționare ale instalației au reieșit parametrii emițătorului stației mobile :

— frecvența purtătoarei 262 kHz ;
— puterea 1W pe o sarcină de aproximativ 200 ohmi ;
— tipul de modulație : *MF* cu deviația de frecvență de 5 kHz la o frecvență de modulație de 1 kHz ;
— stabilirea frecvenței purtătoare de 4×10^{-4}/°C și de 10^{-5} pentru variații de $\pm20\%$ ale bateriei.

Schema bloc a emițătorului este dată în figura 6.

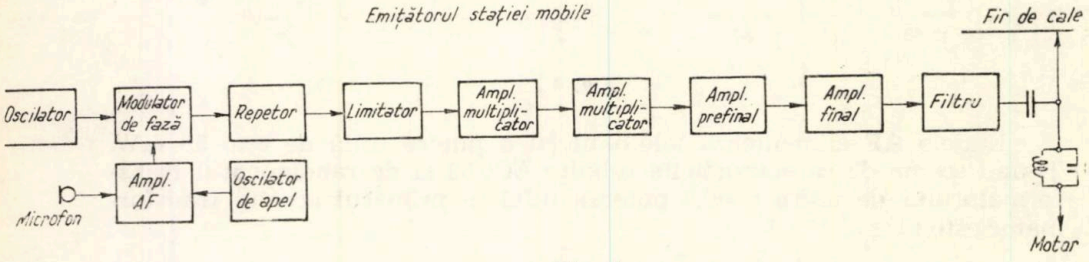


Fig. 6

Schema de principiu este dată în fig. 7.

Modulația de frecvență se obține indirect prin modulația de fază pentru a putea asigura oscilatorului stabilitatea necesară.

Oscilatorul pilot, cu două tranzistoare, (fig. 6) are o schemă foarte puțin sensibilă la variații ale parametrilor tranzistoarelor deoarece primul tranzistor are o reacție negativă de curent foarte puternică iar al doilea este repetor pe emitor. În același timp acest etaj lucrează în clasă *AB* ceea ce face ca orice tendință de scădere a amplitudinii oscilației să fie compensată. În acest fel schema asigură o foarte bună stabilitate a amplitudinii, la variațiile de temperatură eliminînd posibilitatea unei proaste funcționări a schemei la temperatură scăzută.

Din colectorul celui de al doilea tranzistor prin intermediul unui sistem de circuite cuplate cu primarul neacordat se culege tensiunea necesară modulatorului de fază care este un modulator în punte după același principiu ca cel utilizat în stația fixă avînd însă cîteva mici deosebiri. Cele două brațe ale punții deobicei realizate cu rezistențe sînt de data aceasta constituite din doi condensatori care fac parte dintr-un circuit acordat ceea ce asigură o formă sinusoidală tensiunii de atac a modulatorului.

Elementul variabil este format de capacitatea a două diode Zener polarizate la o tensiune mai mică decît tensiunea de stabilizare.

Frecvența de lucru a generatorului este de 43,66 kHz. Oscilația obținută la ieșirea din modulator este preluată de un repetor pe emitor și apoi limitată. Operația de limitare are scopul de a elimina modulația de amplitudine parazită și dispersia de la exemplar la exemplar în ceea ce privește amplitudinea obținută la ieșirea din modulator. În același timp

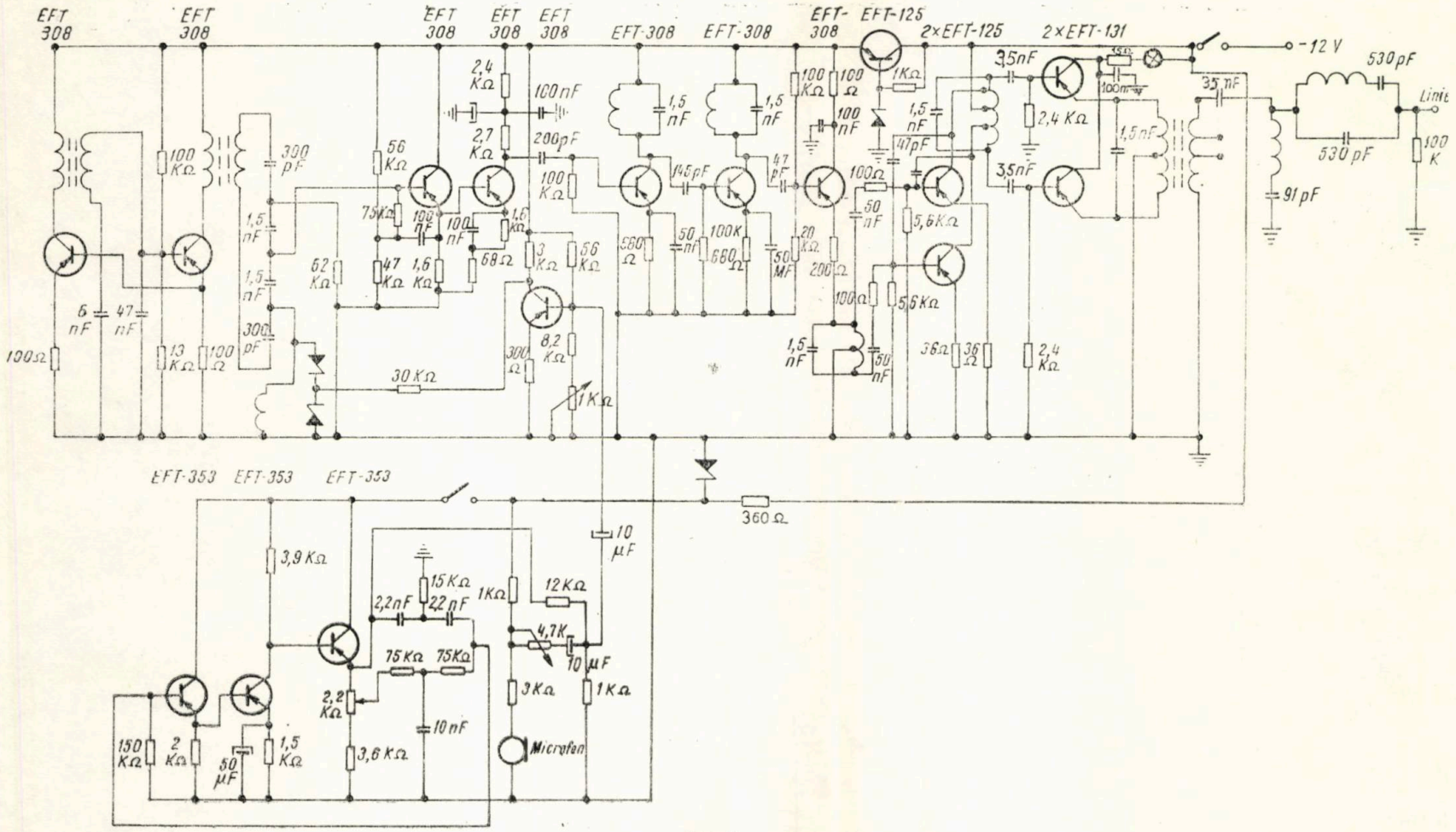
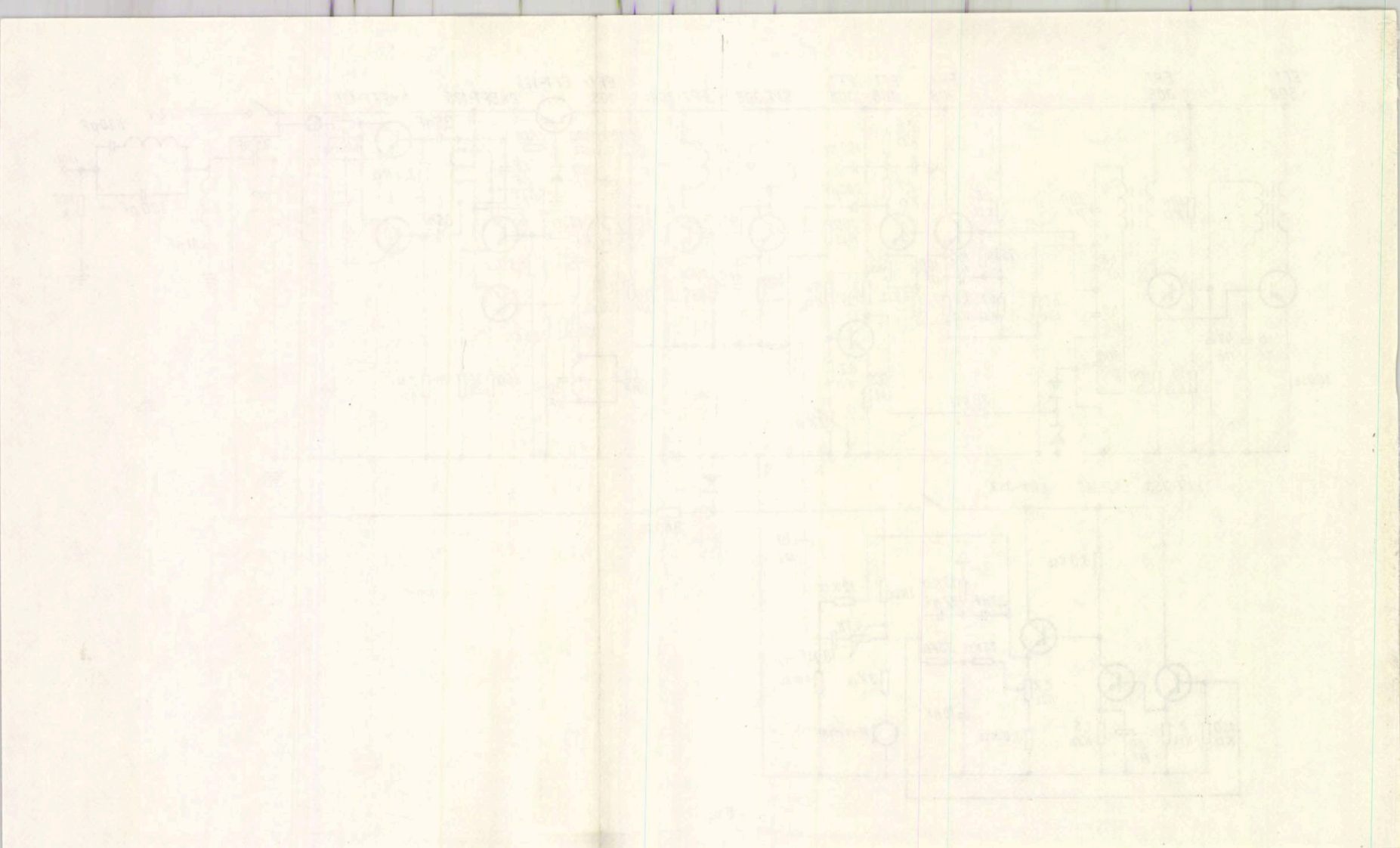

EFT 308
EFT 308
EFT 308
EFT 308
EFT 308
EFT-308
EFT-308
EFT 308
EFT-125
2×EFT-125
2×EFT-131
-12 V
EFT-353
EFT-353
EFT-353
Microfon
Linie

Fig. 7



prin această limitare se elimină și variațiile de amplitudine datorită variației de temperatură.

Oscilația, este după aceea, amplificată și multiplicată cu 2 iar apoi cu 3 și aplicată prin intermediul unui repetor pe emitorul etajului prefinal în contratimp.

Etajul final echipat cu 2 tranzistori EFT-131 este tot un etaj în contratimp cu colectorul la masă care lucrează în clasă C (pozitivarea necesară lucrului în clasă C este asigurată de componenta de cc a curentului de bază al tranzistoarelor etajului final la trecerea prin rezistențele conectate între fiecare bază și masă.

Pentru a se împiedeca distrugerea tranzistoarelor acestui etaj în momentul apariției unei suprasarcini, s-au luat o serie de măsuri de protecție. În serie cu alimentarea etajului final s-a introdus o lampă cu incandescență decuplată printr-un condensator, iar atacul etajului final se face prin condensator de valoare mică (3,5 nF). Astfel în momentul producerii scurtcircuitului apare o creștere a curentului alternativ și continuu limitată însă de condensatorii de cuplaj.

Această creștere duce la o scădere a tensiunii de alimentare astfel încît puterea disipată să nu o depășească pe cea maxim admisibilă.

Pentru a împiedeca distrugerea tranzistoarelor etajului final de către emițătorul stației fixe atunci cînd stația mobilă se află foarte aproape de aceasta între ieșirea emițătorului și firul de cale s-a introdus un filtru. Pentru a împiedica scurtcircuitarea emițătorului de către locomotivă între firul de cale și motorul acesteia s-a introdus un circuit dop format dintr-un circuit derivație acordat pe frecvența de 262 kHz.

Pentru realizarea apelului de la stația mobilă spre cea fixă se utilizează un oscilator pe frecvența de 1 kHz care modulează în frecvență purtătoarea de 262 kHz. Oscilatorul este echipat cu 3 tranzistoare **EFT** 353, și realizează o stabilitate de 10^{-2} la o variație a temperaturii de la —10°C la +40°C.

Alimentarea oscilatorului de apel este stabilizată.

Întreg ansamblul a fost experimentat în exploatarea minieră în Filipeștii de Pădure și s-au obținut rezultate bune.

Receptorul stației mobile

Receptorul stației mobile lucrează pe frecvența fixă de 374 kHz a emițătorului stației dispecerului.

Frecvența de lucru fiind fixă și destul de coborîtă s-a ales schema cu amplificare directă utilizînd un număr suficient de circuite acordate care să asigure selectivitatea necesară. Un alt considerent în favoarea adaptării acestei soluții a fost acela de a se elimina interferențele posibile ce pot apare în cazul alegerii unei scheme cu schimbare de frecvență. Într-adevăr armonicele frecvenței oscilatorului pilot al emițătorului (circa 44 kHz) împreună cu armonicele oscilatorului local al receptorului pot da o serie de componente de intermodulație dintre care unele pot intra la intrarea receptorului sau în canalul de frecvență intermediară. De asemenea nu mai apar probleme ale stabilității de frecvență a oscilatorului local.

Schema bloc a receptorului (fig. 8) comportă trei etaje amplificatoare de radiofrecvență, un limitator, un discriminator și trei etaje amplificatoare de audiofrecvență.

Etajele amplificatoare de radiofrecvență sînt realizate cu tranzistoare drift *EFT* 319 și cuplate prin filtre de bandă realizate cu cîte două perechi de circuite cuplate capacitiv (fig. 9).

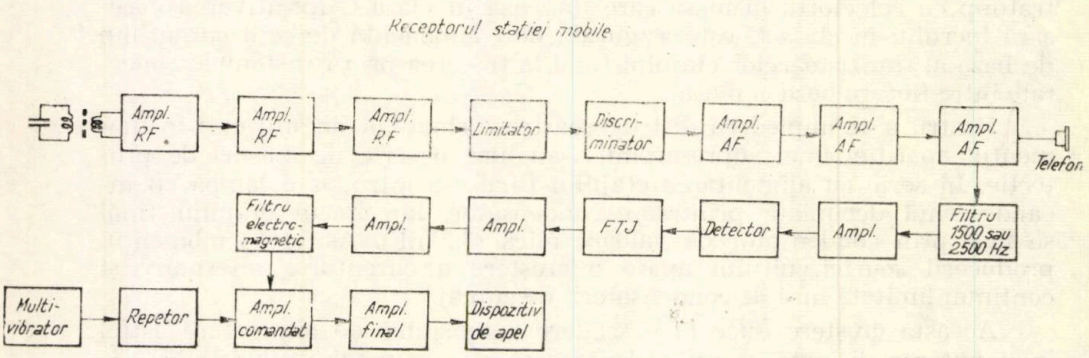


Fig. 8

Banda celor trei etaje este de 10 kHz, care permite transmiterea oscilației modulate în frecvență cu o deviație Δf=4 kHz cu distorsiuni acceptabile, ținînd cont că banda audio este 300÷2700 kHz.

Circuitele sînt cuplate la cuplajul de tranziție, iar cîștigul pe etaj este de cca. 26 dB. Pentru a se asigura o bună stabilitate la oscilații se utilizează capacități mari de acord de 1,5 nF. În acest fel a fost posibil să se renunțe la neutrodinare. Cu tranzistorii neutrodinați și cu circuite cu mare impedanță la rezonanță s-au obținut cîștiguri mari pe etaj dar la nivele mari ale cîmpului recepționat apăreau autooscilații parazite.

Utilizînd capacități mari de acord s-a realizat și o mare independență a acordului circuitelor cu variația capacităților tranzistorilor (datorită variațiilor tensiunii de alimentare și a temperaturii mediului ambiant).

Factorii de calitate ai circuitelor au fost reduși la valoarea cerută de banda impusă cu ajutorul unor rezistențe. Astfel s-a realizat o independență aproape totală a caracteristicii de frecvență cu variația impedanțelor de intrare și de ieșire ale tranzistorilor. Tot în același scop s-a adoptat soluția cuplării parțiale a tranzistorilor cu circuitele acordate, chiar cu prețul reducerii cîștigului.

Cu două perechi de circuite cuplate și cu circuitele discriminatorului se poate realiza în afara benzii de trecere o pantă asimptotică de 40 dB/octavă, ținînd cont și de existența circuitului acordat al antenei cu ferită. În acest mod se realizează o atenuare suficientă pentru armonicele 8 și 9 ale oscilatorului pilot între care este situat canalul recepționat.

Etajul al patrulea realizat cu tranzistorul *EFT* 319 are o tensiune de colector redusă și lucrează ca limitator. O limitare parțială realizează și etajul al treilea care este aperiodic. La valori mari ale cîmpului dioda de amortizare reduce valoarea tensiunii de radiofrecvență, evitînd supralimitarea. În acest mod se asigură constanța nivelului la ieșire pentru

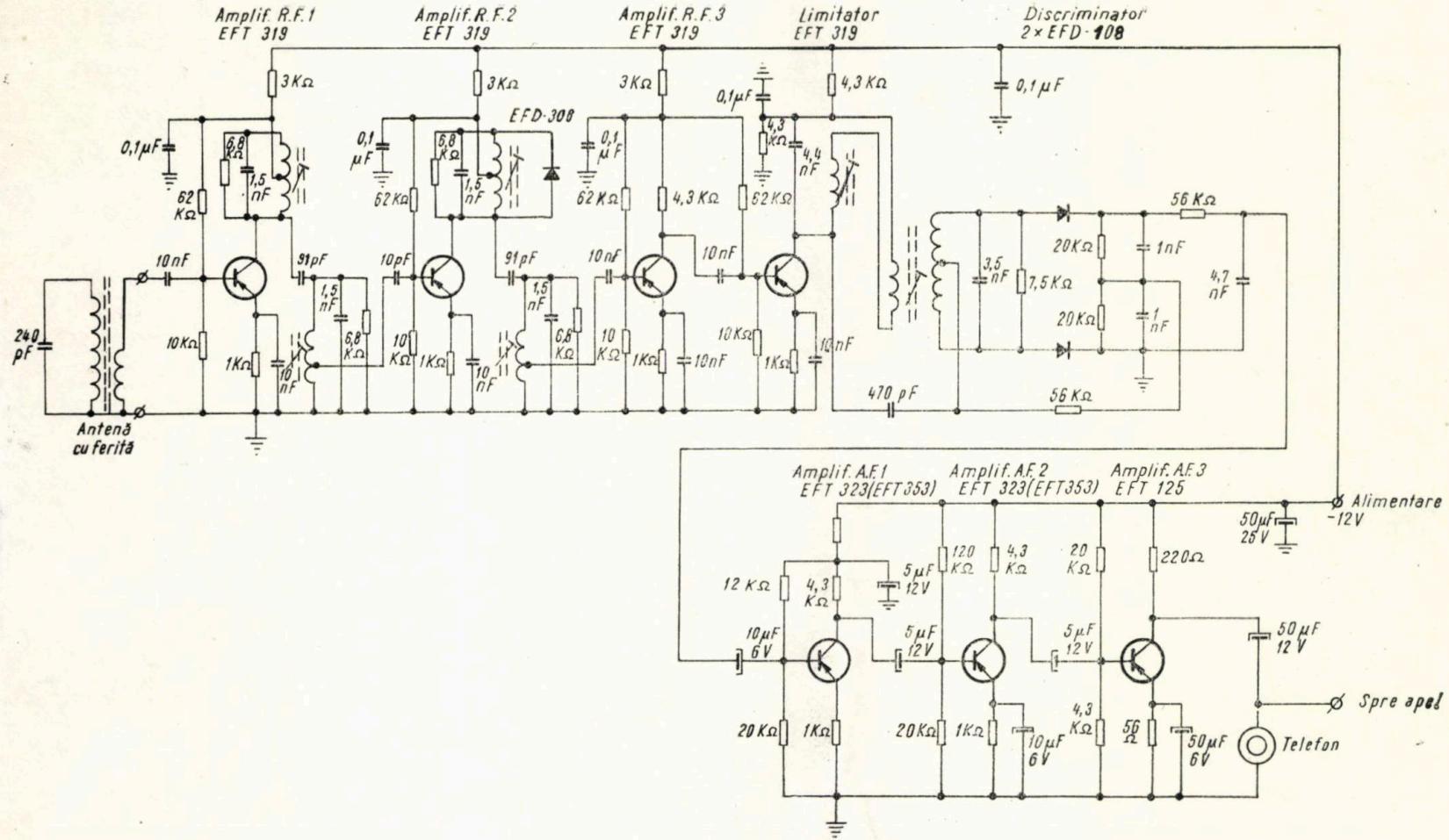
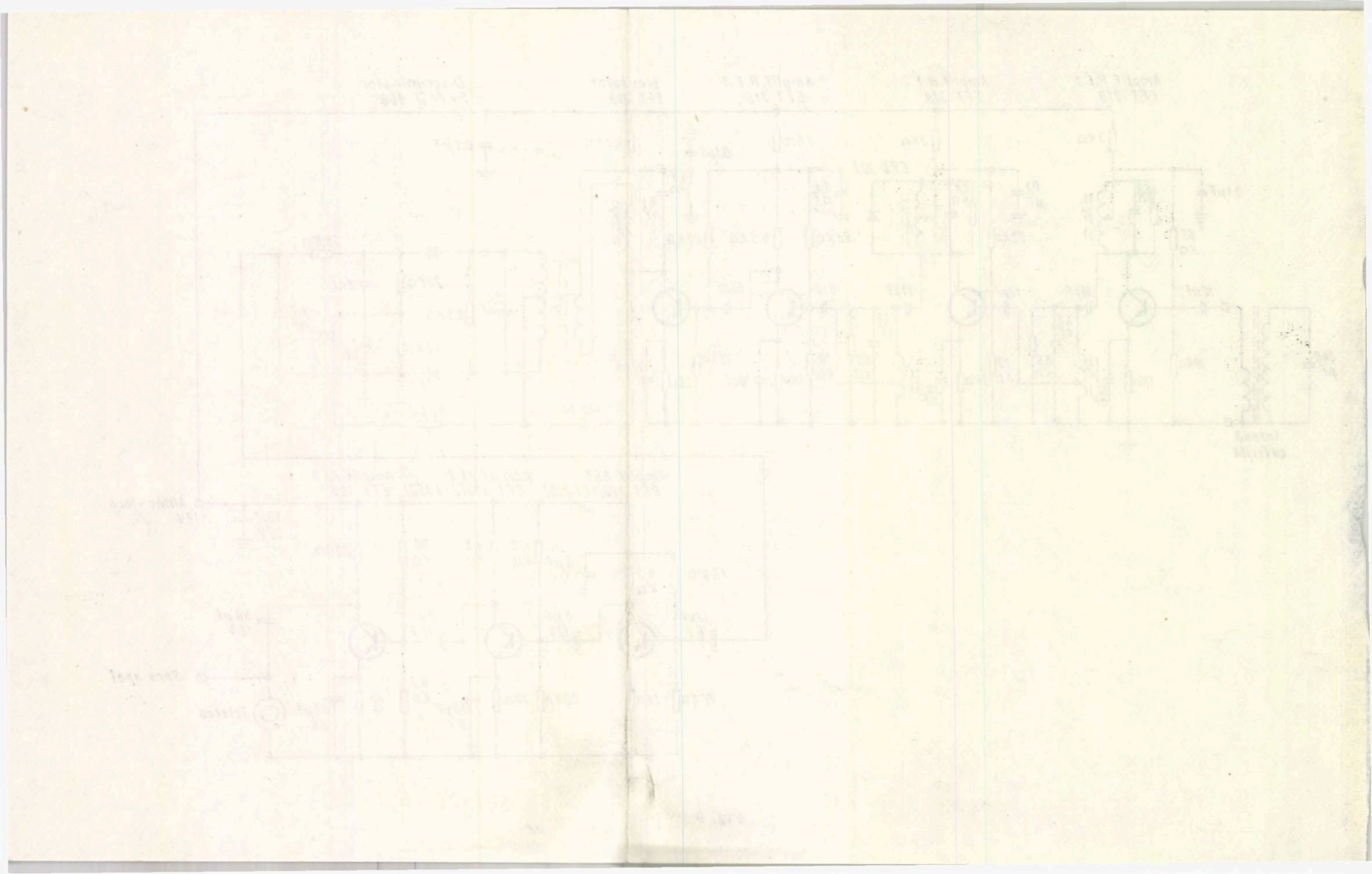

Amplif. R.F.1
EFT 319
Amplif. R.F.2
EFT 319
Amplif. R.F.3
EFT 319
Limitator
EFT 319
Discriminator
2 × EFD 108
EFD 308
Antenă
cu ferită
Amplif. A.F.1
EFT 323(EFT353)
Amplif. A.F.2
EFT 323(EFT353)
Amplif. A.F.3
EFT 125
Alimentare
-12V
Spre apel
Telefon

Fig. 9



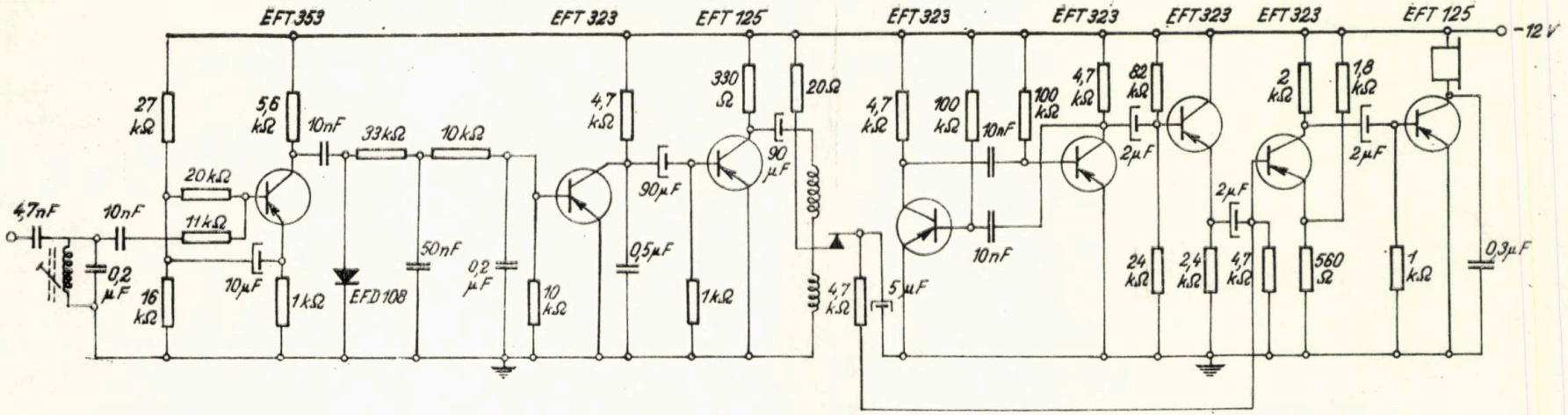

EFT 353
EFT 323
EFT 125
EFT 323
EFT 323
EFT 323
EFT 323
EFT 125
-12 V
27 kΩ
5,6 kΩ
10nF
33kΩ
10kΩ
4,7 kΩ
330 Ω
20Ω
4,7 kΩ
100 kΩ
10nF
100 kΩ
4,7 kΩ
82 kΩ
2 kΩ
1,8 kΩ
20kΩ
90 µF
2µF
2µF
2µF
4,7nF
10nF
11kΩ
50nF
90µF
0,5µF
10nF
0,2 µF
10µF
EFD 108
0,2 µF
10 kΩ
1kΩ
4,7 kΩ
5µF
24 kΩ
2,4 kΩ
4,7 kΩ
560 Ω
1 kΩ
0,3µF
16 kΩ

Fig. 10

valori ale cîmpului între 500 μV/m și circa 1 V/m. În acest din urmă caz limitează și primele etaje.

Cîmpul recepționat are mari variații : lîngă cabina dispecerului este foarte mare, dar în subteran se atenuează rapid.

Receptorul este prevăzut cu o antenă cu ferită dispusă perpendicular pe firul troleului. În acest mod recepția este asigurată la deconectarea pantografului de la firul de troleu.

Discriminatorul este de tipul de fază și partea de audiofrecvență este clasică. Primul etaj nu are rezistența de emitor decuplată pentru a se realiza o impedanță mare de intrare evitîndu-se șuntarea suplimentară a circuitelor discriminatorului.

Se face o dezaccentuare cu o constantă de timp de 400 μ. Tranzistorii utilizați sînt *EFT*353 și *EFT*125 în etajul final, care debitează o putere de ieșire de circa 50 mW și o tensiune de 3 V $\pm$ 10%. Această tensiune se trimite la blocul de recepție al apelului selectiv și la microreceptor. Pentru etajul final s-a ales soluția unui amplificator clasă *A* fără transformator de ieșire.

Consumul receptorului este de 30—35 mA la o tensiune de alimentare de 12 V.

Blocul de recepție al apelului selectiv

Cuplat la ieșirea receptorului, blocul de recepție al apelului selectiv are rolul de a separa semnalele de apel și de a acționa dispozitivul acustic de apel. El conține două părți : partea de selecție a apelului selectiv și partea de acționare a dispozitivului de apel.

Purtătoarea emițătorului stației fixe este modulată în frecvență cu o oscilație subpurtătoare de frecvență 1500 sau 2500 Hz, modulată la rîndul ei în amplitudine cu o succesiune de impulsuri dreptunghiulare avînd frecvența de repetiție egală cu o frecvență joasă de cîteva zeci de Hz și durata pauzelor egală cu durata impulsurilor.

La ieșirea receptorului se obțin „pachete" de oscilații sinusoidale care se succed cu o frecvență joasă iar spectrul semnalului de apel conține în afară de frecvența subpurtătoare și o serie de componente laterale dispuse simetric de frecvența subpurtătoare la un ecart de frecvență egal cu frecvența armonicelor impare ale frecvenței de repetiție a „pachetelor" de oscilații.

Amplitudinea acestor componente scade cu ordinul lor. Dacă frecvența subpurtătoasei este 250 Hz, iar a frecvenței joase 100 Hz, spectrul semnalului de apel va conține și componente pe frecvențele 2600, 2800, 3000 Hz este respectiv 2400, 2200, 2000 Hz etc.

Partea de selecție a apelului selectiv conține un filtru trece bandă acordat pe frecvența subpurtătoarei dorite, un amplificator, un detector, un filtru trece jos și un amplificator cu două etaje a oscilației de joasă frecvență dictate care acționează un filtru electromecanic selectiv cu lamelă vibrantă (fig. 10).

Apelul făcîndu-se cu deviație maximă de frecvență admisă la emisie, la ieșirea receptorului amplitudinea semnalului de apel va fi maximă, egală cu 3 Vef. Filtrul de subpurtătoare este realizat cu un circuit *LC*

derivaţie cuplat slab capacitiv la ieşirea receptorului avînd o bandă de circa 100 Hz.

Filtrul atenuînd componentele laterale, la ieşirea sa se obţine o oscilaţie ce se apropie de o oscilaţie modulată în amplitudine sinusoidal cu frecvenţa joasă cu un grad de modulaţie de 40—70% depinzînd de frecvenţa oscilaţiei joase.

Amplificatorul care urmează realizat cu tranzistorul *EFT* 353 are impedanţa de intrare mărită la 40—50 kΩ cu ajutorul unei reacţii negative pentru a nu amortiza suplimentar circuitul acordat. El asigură tensiunea necesară detectorului realizat cu o diodă *EFD*108 şi evită amortizarea circuitului de către detector.

După detecţie tensiunea de circa 1 V este filtrată cu un filtru dublu *RC*, obţinîndu-se o oscilaţie sinusoidală cu frecvenţa joasă. Această oscilaţie este amplificată şi limitată de amplificatorul realizat cu tranzistoarele *EFT*323 şi *EFT* 123 obţinîndu-se impulsuri dreptunghiulare care acţionează filtrul electromecanic. Primul tranzistor este polarizat în circuitul bazei de componenta continuă rezultată la detecţia semnalului de apel, iar al doilea lucrează în clasă *B* şi asigură o tensiune la vîrf de circa 6 V. În acest mod în lipsa apelului consumului nu depăşeşte 2 mA. Filtrul electromecanic are o bandă de trecere de cîţiva Hz. Sistemul dublei modulaţii asigură o protecţie perfectă la apeluri false în timpul efectuării convorbirii cu o altă staţie mobilă sau apelării altei staţii.

Partea de acţionare a dispozitivului de apel conţine un multivibrator de mică putere cu doi tranzistori *EFT* 323 pe frecvenţa de 850 Hz (apropiată de frecvenţa de rezonanţă a dispozitivului acustic de apel), un repetor pe emitor cu *EFT* 323, care asigură constanţa frecvenţei audio. La pornirea şi oprirea apelului în amplificator comandat cu *EFT* 323 şi un etaj de putere în clasă *B* cu *EFT* 125.

În repaus consumul este de 4—5 mA.

Lamela vibrantă a filtrului electromecanic închide un contact care încarcă în impulsuri un condensator de valoare mare de la sursa de alimentare. Astfel se asigură deblocarea amplificatorului comandat şi acţionarea dispozitivului acustic de apel sau a tensiunii de circa 7 Vef. Cu ajutorul unui condensator s-a realizat rezonanţa bobinei dispozitivului de apel, astfel încît tensiunea este aproape dublă, etajul final lucrînd într-un regim întrucîtva asemănător unui generator de baleiaj.

Consumul întregului bloc de recepţie al apelului selectiv este de 10...12 mA în repaus şi 45—50 mA în regim de acţionare al dispozitivului acustic de apel. Puterea livrată acestuia este de circa 100 mW.

Alimentarea staţiei mobile se realizează cu ajutorul unui convertor prin care se transformă tensiunea de 270 V_{cc} (între firul de cale şi pămînt) în tensiunea de 12 V_{cc} necesară staţiei mobile.

Convertorul realizează această schimbare cu o schemă care ţine seama de normele de protecţie a muncii, prin care se interzice utilizarea unor echipamente mobile sau portabile, alimentate direct din reţele cu tensiunea de utilizare mai mare ca 48 sau 24 V. Convertorul funcţionează pe principiul următor : un amplificator, realizat cu cinci tranzistoare *EFT*250, montate în serie, lucrînd în clasă *B*, este transformat în

oscilator prin ajutorul unui circuit de defazare şi de reacţie între ieşire şi intrare.

Oscilaţia cu frecvenţa de 400 Hz este redresată, filtrată şi apoi stabilizată cu ajutorul unei diode Zener şi al unui tranzistor în schema paralel. Transformatorul prin care se transmite punţii redresoare tensiunea de curent alternativ are bobinele complet separate şi foarte bine izolate.

Stabilizatorul dă posibilitatea să se lucreze în două condiţii : a) cu acumulator de 12 V în tampon şi b) fără acumulator.

În primul caz, cînd staţia mobilă este pe recepţie, acumulatorul se încarcă iar cînd este în convorbire, se descarcă. În al doilea caz există o diferenţă de tensiune între condiţiile de repaus şi de convorbire, de circa 2,0 V (de la 13 la 11 V), ceea ce nu modifică apreciabil regimul de lucru al receptorului şi emiţătorului.

Toate locomotivele din sistemul de transport deservit de sistemul de comunicaţie descris mai sus au motoarele de tracţiune alimentate de la firul de cale în serie cu un circuit de rejecţie pe frecvenţa de emisie a staţiei mobile, de 262 kHz pentru mărirea impedanţei între pantograf şi şină, la frecvenţa respectivă.

Rezultate experimentale

Sistemul de comunicaţie bilaterală a fost încercat la minele „Filipeştii de Pădure". Aceste mine au două galerii principale : una de 2000 m iar alta de 2800 m lungime. S-a putut realiza o legătură bilaterală pînă la capătul ambelor galerii, distanţa maximă pînă la staţia fixă fiind de 3500 m. Atît apelurile la staţiile mobile şi la staţia fixă, cît şi convorbirea, s-au efectuat în foarte bune condiţii.

Merită să fie subliniate următoarele constatări rezultate din experienţele efectuate.

Pe porţiunile în care umiditatea în galerie este foarte mare, din cauza infiltrării de apă în pereţi, recepţia se face în condiţii proaste, dar pe restul traseului, propagarea undelor nu este afectată.

Perturbaţiile electrice produse de contactul imperfect al pantografului cu firul de cale nu sînt supărătoare în circa 80% din cazuri. La primele experienţe s-a observat că locomotivele care trec în apropierea locomotivei echipate cu staţia mobilă realizează o scurtcircuitare a firului de cale la şină, adică la pămînt, fapt care face ca legătura bilaterală să nu se mai facă mulţumitor. Aceasta se explică prin impedanţa relativ mică pe care o prezintă ansamblul motorului locomotivei, între troleu şi şină. Prin introducerea unui circuit antirezonant, de impedanţă ridicată format dintr-o bobină în paralel cu o capacitate, între troleu şi motorul locomotivelor, neajunsul arătat a fost aproape complet eliminat, fapt constatat la experienţele ulterioare.

În ambele galerii s-au făcut legături bilaterale cu locomotiva oprită şi din mers. În ultimul caz, zgomotul făcut de locomotivă şi vagoane este ridicat. De asemenea, perturbaţiile date de troleu şi motorul locomotivei sînt mai mari.

Totuşi şi în acest caz apelurile şi convorbirea au fost perfect inteligibile.

Concluzii

Instalația realizată are performanțe satisfăcătoare chiar pentru condiții grele de exploatare cum sînt cele din subteran, în interiorul minelor de cărbuni.

Încercările făcute la minele „Filipeștii de Pădure" au dat rezultate complet satisfăcătoare. S-au putut face comunicații telefonice și apeluri pînă la punctul cel mai depărtat din galeriile de exploatare, la 3,5 km depărtare de stația centrală.

Față de alte instalații similare, sistemul realizat aduce următoarele perfecționări : se folosește un sistem de radiocomunicație cu *MF*, avînd ca bază un modulator *MP* în punte ; stația mobilă este complet tranzistorizată ; se folosesc în întreaga instalație tranzistoare de mică putere iar prin adoptarea unor circuite adecvate s-a obținut o stabilitate bună fără să se utilizeze cristale de cuarț.

Au fost realizate sisteme originale de apel selectiv.

Afară de aceasta are caracter de originalitate întreaga realizare constructivă. Întreaga instalație este realizată cu material fabricat în țară, așa că ușor se poate trece la o construcție de serie pentru acoperirea nevoilor pentru toate minele din țară.

Subliniem contribuția deosebită pe care au avut-o la realizarea acestei instalații tehnicienii Carol Gross, Paul Buje și Mihai Popescu.

Catedra de radio
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Cartianu, Gh.*, Modulation de fréquence, Paris, Dunod, 1968.
2. *Cartianu, Gh., Belusica, I.*, Bridge Phase Modulator with Great Phase Deviation, Electronics Letters, vol. 1, no. 10. December, 1965.
3. *Cartianu, Gh., Teodorescu, I., Belusica, I.*, Modulator de fază cu rețea de defazare în punte, Telecomunicații, 10, nr. 4, aprilie, 1966, p. 145—150.
4. *Preda, A. D.*, Metode de suprimare a zgomotului în recepția MF, Telecomunicații, 10, nr. 12, dec., 1966, p. 481—486.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

C.Z. : 621.396

DISTRIBUŢIA STAŢIONARĂ DE TEMPERATURĂ PENTRU UN TRANZISTOR MULTIEMITOR, CU GEOMETRIE ÎN BENZI *

A. BELDIMAN, M. C. BODEA

Determinarea distribuţiei de temperatură într-un tranzistor prezintă un interes ridicat deoarece numai astfel se poate calcula (din temperatura maximă pe care o poate atinge joncţiunea) puterea maximă disipată în regim staţionar de tranzistor la o temperatură dată a mediului ambiant.

În lucrarea de faţă se dă o relaţie generală, care permite să se calculeze distribuţia de temperatură într-un tranzistor multiemitor, cu geometrie în benzi. Se consideră atît cazul cu autoaglomerare cît şi cazul fără autoaglomerarea emitorului.

Structura unui tranzistor cu geometrie în benzi este prezentată în fig. 1, pentru cazul particular al unui număr de trei emitori.

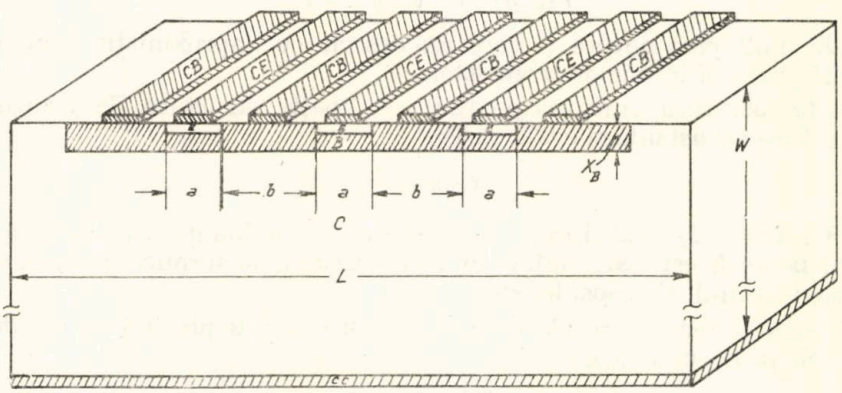


Fig. 1. Structura unui tranzistor cu geometrie în benzi
E — emiter, B — bază, C — colector, CE — contactul emitorului, CB — contactul bazei, CC — contactul colectorului.

Pentru determinarea distribuţiei de temperatură se utilizează ecuaţia căldurii :

$$\Delta T = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

*) Manuscris predat la redacţie la data de 27 octombrie 1969.

pe care o rezolvăm [1], [2] în următoarele condiții (fig. 2) :

1. presupunem problema plană, deci

$$T = T(x,y).$$

2. presupunem cazul staționar

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.$$

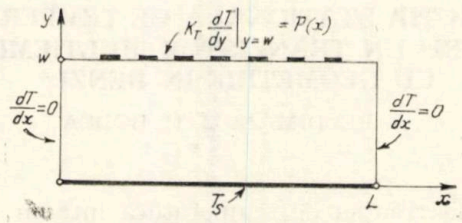


Fig. 2. Condițiile la limită pentru rezolvarea ecuației căldurii.

3. considerăm pierderile de căldură, prin fețele laterale, nule

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = 0.$$

În [2] se consideră condiția la limită (pe care nu o utilizăm)

$$T(0, y) = T(L, y) = T_S$$

condiție mult prea severă și care nu descrie cu aproximație suficient de bună procesul termic din tranzistor.

4. temperatura ambazei pe care se lipește structura de tranzistor din fig. 1 este constantă și egală cu T_S.

$$T(x, 0) = T_S$$

În general T_S este diferit de temperatura ambiantă T_A. Această diferență poate fi estimată ținînd cont de rezistențele termice ale picioarelor tranzistorului, ale capsulei etc.

5. sursele termice se plasează în planul $y=w$, depinzînd numai de x. Se poate scrie deci :

$$k_T \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=w} = P(x)$$

unde $P(x)$ este puterea disipată pe unitatea de suprafață la $y=w$. În realitate condiția 5 este aproximativă deoarece puterea se disipă la joncțiunea colector-bază, deci la $y=w-x$ (vezi figura 1).

Pentru cazul tranzistoarelor dublu-difuzate joncțiunea colector-bază se plasează la o adîncime ce nu depășește 10 μm, iar grosimea w are uzual o valoare de 150—250 μm, aproximația de la punctul 5 fiind pe deplin justificată.

Ceea ce interesează în continuare este aspectul funcției $P(x)$. Se deosebesc două cazuri : fără autoaglomerarea emitorului și cu autoaglomerarea emiterului.

5.I. *Fără autoaglomerarea emitorului.* Pentru acest caz densitatea curentului de emitor în funcție de x este prezentată în fig. 3.

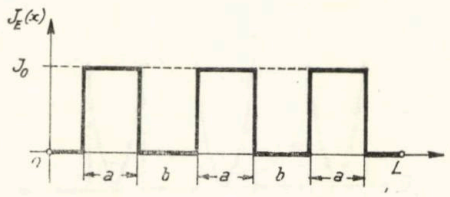


Fig. 3. Densitatea curentului de emitor în funcție de distanța x, fără autoaglomerare

Puterea disipată la colector, pe unitatea de suprafață este

$$P(x) = J_C(x) \cdot U_{CE} \tag{2}$$

și deoarece

$$J_C(x) \cong J_E(x) \tag{3}$$

se obține

$$P(x) \cong J_E(x) \cdot U_{CE} \tag{4}$$

U_{CE} fiind o constantă, rezultă că $P(x)$variază cu x la fel ca și densitatea curentului de emitor.

Notăm P_0 puterea pe unitatea de suprafață corespunzătoare densității J_0.

Rezolvarea ecuației (1) cu condițiile 1, 2, 3, 4, 5.I, conduce la expresia :

$$k_T \frac{T - T_S}{P_0 L} = p \frac{a}{L} \frac{y}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{(n\pi)^2} \sin\left(n\pi \frac{a}{L}\right) \frac{\operatorname{sh} 2n\pi \dfrac{y}{L}}{\operatorname{ch} 2n\pi \dfrac{w}{L}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\sin n\pi \dfrac{a+b}{L} p}{\sin n\pi \dfrac{a+b}{L}} \cos 2n\pi \frac{x}{L}. \tag{5}$$

În relația (5), p este numărul de emitori ai tranzistorului.

5.II. *Cu autoaglomerarea emitorului.* Dacă ţinem cont de autoaglomerarea emitorului, densitatea de curent $J(x)$ nu mai e constantă [3], ci are aspectul din fig. 4.

Expresia pentru $J_E(x)$, [3], este complicată şi greu de utilizat. Folosirea ei ar face imposibilă, din cauza dificultăţilor de ordin matematic, obţinerea unei expresii analitice pentru distribuţia de temperatură în cazul prezenţei autoaglomerării emitorului.

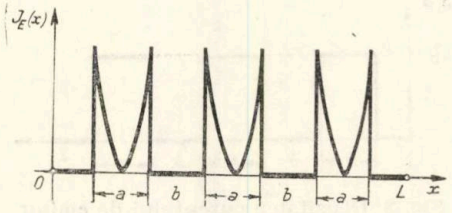


Fig. 4. Densitatea curentului de emiter în funcţie de distanţa x cu autoaglomerare.

Recurgem la o aproximaţie pentru $J_E(x)$ (fig. 5) presupunînd o distribuţie uniformă a densităţii curentului de emitor pe marginile emitorului, pe o lăţime $a_{ef}/2$.

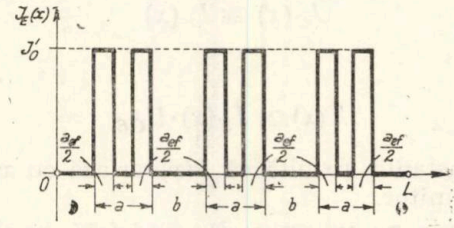


Fig. 5. Modul de aproximare a distribuţiei de curent de emitor, în cazul cu autoaglomerare

Din definiţia indicelui de autoaglomerare, c, rezultă :

$$a_{ef} = ca \tag{6}$$

$$J_0' = c\,J_0 \tag{7}$$

Valorile uzuale ale indicelui de autoaglomerare sînt cuprinse în limitele 1—25 (pentru $c=1$ se obţine cazul fără autoaglomerare).

Aproximarea distribuţiei reale $J_E(x)$ prin distribuţia indicată în figura 5 se consideră satisfăcătoare pentru valori ale indicelui de autoaglomerare

$$c \geq 5 \tag{8}$$

Soluția ecuației (1) pentru această distribuție a surselor termice (ipotezele 1, 2, 3, 4, 5.II) devine

$$k_T \frac{T - T_S}{P_0 L} = p \frac{a}{L} \frac{y}{L} + 2c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{(n\pi)^2} \frac{\operatorname{sh} 2n\pi \frac{y}{L}}{\operatorname{ch} 2n\pi \frac{w}{L}} \sin\left(n\pi \frac{a}{L} \frac{1}{2c}\right) \cdot$$

$$\cdot \cos\left[n\pi \frac{a}{L}\left(1 - \frac{1}{2c}\right)\right] \frac{\sin n\pi \frac{a+b}{L} p}{\sin n\pi \frac{a+b}{L}} \cos 2n\pi \frac{x}{L} \tag{9}$$

a — lățimea emitorului.
b — distanța între doi emitori succesivi.
l — lățimea bucății de siliciu.
w — grosimea bucății de siliciu.
x_B — adîncimea joncțiunii colector-bază.
D — coeficient de difuzie termic [m^2 sec^{-1}].
K_T — coeficient de conductibilitate termic [w. m^{-1} $grad^{-1}$]
p — numărul de emitori ai tranzistorului.
c — indice de autoaglomerare.
J_0 — densitatea de curent de emiter fără autoaglomerare.
J_0' — densitatea de curent de emitor cu autoaglomerare pe o fișie de lățime $ca/2$, la marginile emiterului.
P_0 — densitatea de putere (atît pentru cazul cu autoaglomerare cît și pentru cazul fără autoaglomerare); se calculează înmulțind tensiunea de colector cu curentul de colector și împărțind la aria totală a emitorului.

Întreprinderea de piese radio și semiconductoare Băneasa
Catedra de dispozitive electronice și microelectronică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Navon D., Miller E. A.*, Thermal Instability in Power Transistor Structures, Solid State Electron, **12**, February 1969, pp. 69—78.

2. *Дульнев Г. Н., Семяшкин Э. М.*, Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах, Издательство Энергия, 1968.

3. *Hauser J. R.*, The Effects of Distributed Base Potential on Emitter — Current Injection Density and Effective Base Resistance for Stripe Transistor Geometry — IEEE Trans. on Electron Devices **ED - 11**, mai 1969, 238—242.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

TRANSPORTURI

C.Z. : 629.113

DETERMINAREA PE CALE EXPERIMENTALĂ A ÎNCĂRCĂRILOR DINAMICE MAXIME ALE TRANSMISIEI AUTOMOBILELOR

GH. ANTON, GH. FRĂȚILĂ

1. Generalități

Determinarea pe cale teoretică a încărcărilor dinamice maxime este o problemă complexă la rezolvarea căreia este necesar să se introducă simplificări care fac ca rezultatele obținute să nu corespundă cu cele din realitate decît într-o anumită măsură. Din această cauză determinarea experimentală a încărcărilor dinamice maxime ale transmisiei automobilului capătă o importanță deosebită.

Încărcările dinamice mari apar în cazul pornirii din loc a automobilului cu eliberarea bruscă a pedalei ambreiajului. De asemenea, încărcările dinamice mai pot avea valori mari și la frînare bruscă cu frînă pe transmisie, la demararea forțată cu schimbarea etajelor precum și la schimbarea etajelor pentru frînarea cu motorul la coborîrea unei pante.

În celelalte cazuri încărcările dinamice care apar în organele transmisiei au valorile maxime limitate de momentul static de frecare al ambreiajului.

În anumite condiții rutiere grele pentru pornirea din loc a automobilului, conducătorul, dorind să folosească energia cinetică a volantului motorului, eliberează brusc pedala ambreiajului. Pentru pornirea din loc, această operație trebuie să se repete de cîteva ori. În acest caz ambreiajul poate transmite momente de torsiune cu mult mai mari decît momentul static de frecare al elementelor de fricțiune.

Cînd se eliberează brusc pedala ambreiajului forțele cu care sînt apăsate discurile conducătoare și conduse depind, pe de o parte, de forța dezvoltată de arcurile de presiune, iar pe de altă parte de forțele de inerție ce iau naștere în momentul contactului organelor conducătoare cu cele conduse ale ambreiajului, forțe care măresc mult momentul de frecare al ambreiajului.

Din cauza accelerațiilor unghiulare mari ale organelor transmisiei în cazul pornirii din loc cu eliberarea bruscă a pedalei ambreiajului, momentul dinamic redus la roți nu se limitează la momentul static determinat de aderența roților cu calea.

---

*) Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

La eliberarea bruscă a pedalei ambreiajului se elimină influența dexterității conducătorului asupra încărcărilor dinamice.

În condiții normale de pornire din loc acest procedeu nu se folosește.

Din cele expuse rezultă că regimul cel mai periculos în privința apariției încărcărilor dinamice care pot provoca ruperea organelor transmisiei în urma unei singure acțiuni trebuie considerat regimul demarării cu cuplarea bruscă a ambreiajului. Acest regim se poate considera drept regim de calcul pentru organele transmisiei la încărcare dinamică. Este suficient deci ca determinarea experimentală a încărcărilor dinamice să se efectueze numai pentru acest regim.

În general încărcările dinamice se pot caracteriza prin coeficientul de încărcare dinamică β_d. Acest coeficient este definit ca raportul dintre încărcarea dinamică maximă și încărcarea corespunzătoare momentului motor maxim, adică :

$$\beta_d = \frac{M_{d\,\max}}{M_{t\,\max}},$$

în care :

$M_{d\,\max}$ reprezintă momentul de torsiune corespunzător încărcării dinamice maxime ;

$M_{t\,\max}$ — momentul de torsiune din organul respectiv al transmisiei corespunzător momentului motor maxim.

2. Mărimile necesare a fi măsurate pentru determinarea încărcărilor dinamice maxime ale transmisiei automobilelor

Pentru a reprezenta caracteristica încărcării dinamice în regimul pornirii din loc cu eliberarea bruscă a pedalei ambreiajului este necesar să se determine încărcarea dinamică pentru diferite turații ale arborelui cotit al motorului.

Pentru a scoate în evidență influența diferiților factori constructivi asupra caracteristicii de încărcare dinamică (rigiditatea arborilor planetari, rigiditatea transmisiei longitudinale etc.) trebuie determinate momentele de torsiune atît la arborii planetari cît și la arborele longitudinal.

Încercările s-au efectuat la diferite turații constante ale arborelui cotit stabilite dinainte din gama de turație a motorului respectiv și care, în cazul motoarelor de autocamion, cu electroaprindere, este de circa 800—3000 rot/min.

Din cele de mai sus rezultă că pentru a determina caracteristica încărcării dinamice a transmisiei automobilului în regimul pornirii din loc cu eliberarea bruscă a pedalei abreiajului trebuie determinate următoarele mărimi :

— momentele de torsiune la cei doi arbori planetari ;
— momentul de torsiune la arborele longitudinal ;
— turația arborelui cotit al motorului.

a. *Măsurarea momentelor de torsiune a arborilor planetari*

Din analiza diferitelor metode pentru măsurarea momentului de torsiune [1] rezultă că în cazul organelor transmisiei cu turație relativ redusă (arborii planetari) este indicat să se utilizeze traductori rezistivi cu dispozitive colectoare de curent cu mercur sau cu perii din grafit argintat.

În figura 1 este reprezentat arborele planetar 1 împreună cu butucul roții 2 montat pe arbore.

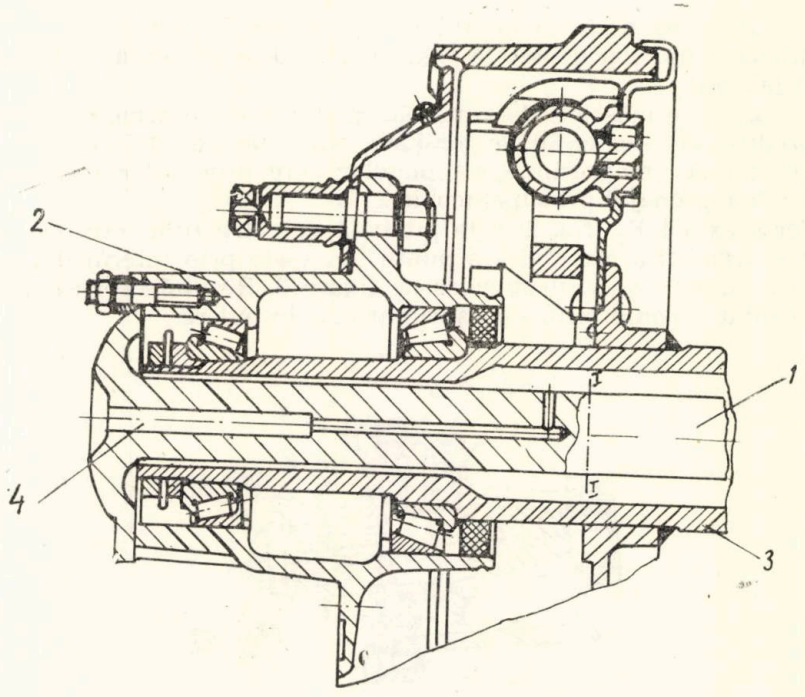


Fig. 1

Traductorii s-au montat în secțiunea I-I în care spațiul disponibil între arborele și trompa 3 a punții este mai mare.

Legătura electrică între traductori și inelele colectorului s-a realizat prin conductori trecuți prin canalul axial 4 practicat special în arborele planetar.

În scopul înlăturării influenței variației rezistenței canalelor colectorului de curent asupra rezultatelor s-a adoptat montajul traductorilor într-o punte completă. Montajul în punte completă realizează și compensarea termică fără a mai fi nevoie de un traductor special în acest scop.

Fixarea colectorului s-a făcut prin intermediul unui manșon centrat pe flanșa arborelui planetar.

Statorul colectorului s-a fixat de partea suspendată a autocamionului prin intermediul unui element elastic. Colectorul utilizat de construcție Dr. Lange este prevăzut cu un număr de șase canale.

Traductorii tensometrici măsoară deformații, nu momente de torsiune. Corelația între deformație și momentul de torsiune s-a stabilit prin tarare. Tararea s-a efectuat prin încărcarea arborilor planetari cu momente de torsiune de mărimi cunoscute.

Cu ajutorul diagramelor obținute s-a făcut trecerea de la deformații la momente de torsiune.

b. *Măsurarea momentului de torsiune a arborelui longitudinal*

Pentru măsurarea momentului de torsiune la arborele longitudinal s-a utilizat o metodă deosebită față de metodele prezentate în literatura de specialitate.

În loc să se măsoare deformațiile unghiulare ale arborelui longitudinal, produse de momentul de torsiune, s-au măsurat deformațiile de întindere sau de compresiune ale pieselor care preiau forța axială ce ia naștere în angrenajul principal (conic).

Forța axială F_a (fig. 2) este preluată de către rulmentul cu role conice 1 și transmisă carcasei 2 a punții din spate prin intermediul manșonului cu flanșă 4 și a șuruburilor de fixare 3. Rezultă deci că manșonul este solicitat la compresiune iar șuruburile la întindere.

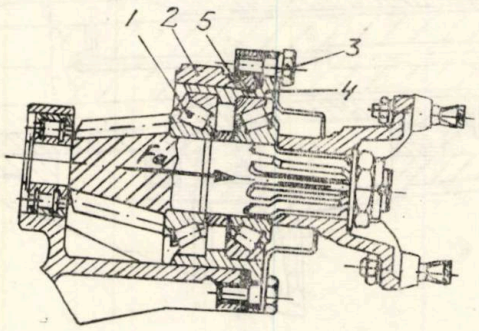


Fig. 2

Corelația dintre deformația axială a manșonului și momentul de torsiune s-a stabilit prin o tarare prealabilă, realizată prin încărcarea arborelui longitudinal cu momente de torsiune cunoscute.

Utilizînd această metodă problema s-a simplificat deoarece traductorii în mișcare de rotație au fost înlocuiți cu traductori ficși la care legarea cu aparatura de măsurat și înregistrat nu necesită un manșon cu inele colectoare.

c. *Schema de principiu a instalației pentru determinarea încărcărilor dinamice ale transmisiei automobilului*

În figura 3 este reprezentată schema de principiu a instalației folosită la determinarea momentelor de torsiune a celor doi arbori planetari și a arborelui longitudinal.

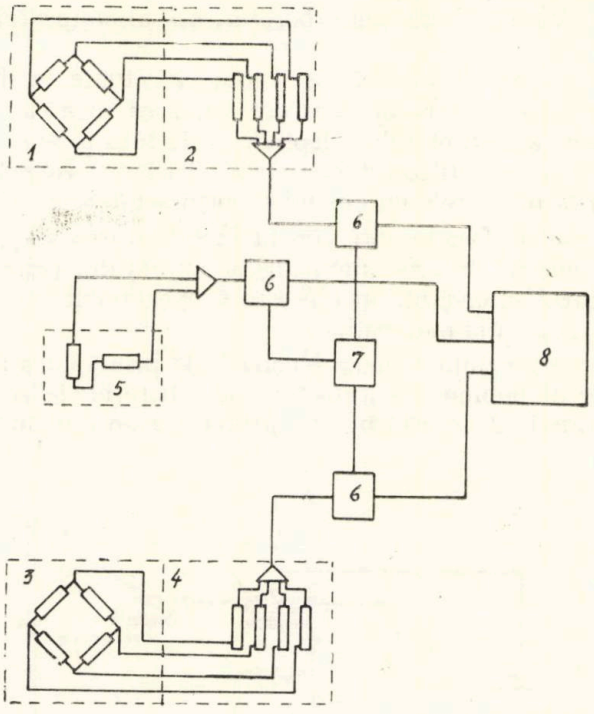


Fig. 3

Pe figură s-au făcut următoarele notații :

1 — punte de traductori pentru arborele planetar dreapta ;
2 — colector de curent pentru arborele planetar dreapta ;
3 — punte de traductori pentru arborele planetar stînga ;
4 — colector de curent pentru arborele planetar stînga ;
5 — traductori pentru măsurarea momentului de torsiune al arborelui longitudinal ;
6 — punți tensometrice (tip Höttinger) ;
7 — sursa de alimentare ;
8 — oscilograf electromagnetic pentru înregistrare.

Pentru înregistrare s-a utilizat oscilograful Visicorder tip 1706 produs de firma Honeywell.

Este un oscilograf cu sporturi luminoase, cu patru canale pentru înregistrări de procese în limite de frecvență 0—13 000 Hz.

Lucrează prin înregistrarea persistentă directă cu lumină ultravioletă obținută de la o lampă cu vapori de mercur sub presiune înaltă. Avansul benzii de hîrtie poate fi modificat și în timpul funcționării putînd varia între 6—800 mm/sec.

d. *Măsurarea turației arborelui cotit al motorului*

După cum s-a arătat încercările trebuie efectuate la diverse turații ale arborelui cotit al motorului deoarece valoarea încărcărilor dinamice, la cuplarea bruscă a ambreiajului, depinde și de turația motorului. Pentru măsurarea acesteia s-a utilizat tahometrul „Tachavi" folosit pentru măsurarea turației la motoarele cu aprindere prin scînteie cu baterie-bobină.

Principiul său de funcționare constă în măsurarea cu galvanometrul 3 a curentului electric datorat impulsurilor curentului primar al bobinei de inducție, a cărui intensitate medie este proporțională cu frecvența impulsurilor, deci cu turația motorului.

În figura 4 se prezintă schema electrică de principiu a aparatului. În circuitul primar al bobinei de inducție, între bateria de acumulatoare 4 și bobina de inducție 2, se află bobina primară a unui element special de măsurare 1.

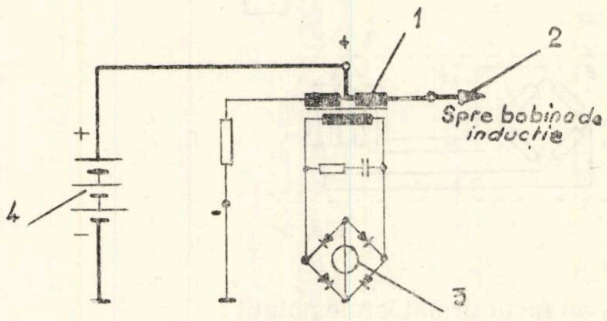


Fig. 4

Aparatul prezintă și avantajul că permite măsurarea turației la o anumită distanță de motor (de exemplu cabina de conducere a automobilului).

3. Rezultatele măsurătorilor

În continuare se prezintă cîteva din oscilogramele obținute la pornirea din loc (etajul I al schimbătorului de viteză) cu eliberarea bruscă a pedalei ambreiajului.

Încercările s-au făcut pe o șosea asfaltată, în palier.

Oscilograma din figura 5 corespunde unei turații de 800 rot/min. a arborelui cotit al motorului.

Canalul 1 al oscilografului indică variația momentului de torsiune a arborelui planetar stînga, canalul 2 — variația momentului de torsiune a arborelui planetar dreapta. Variația momentului de torsiune a arborelui longitudinal este dată de canalul 3 al oscilografului.

În continuare se prezintă următoarele oscilograme :

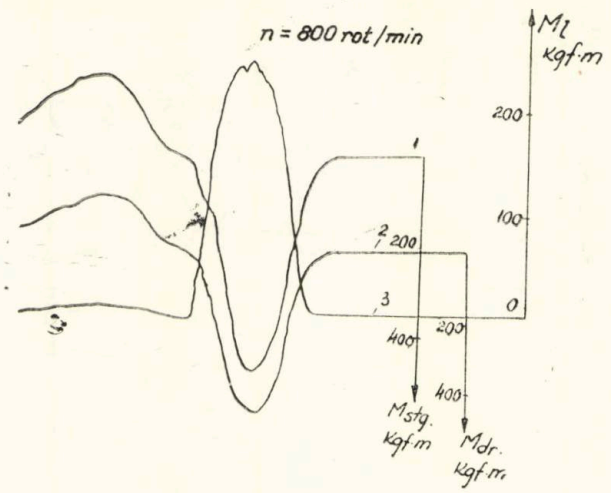


Fig. 5

Figura 6 corespunde unei turații a arborelui cotit al motorului de 1000 rot/min.

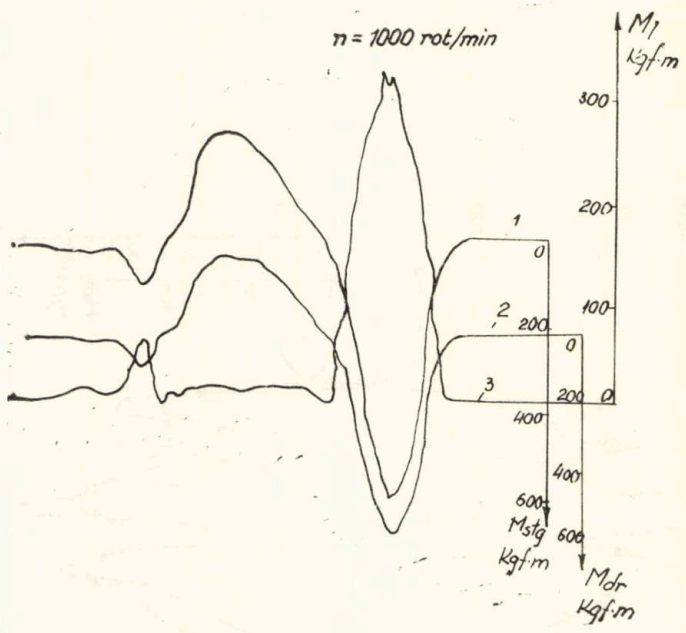


Fig. 6

Figura 7 corespunde unei turații a arborelui cotit al motorului de 2000 rot/min.

Figura 8 corespunde unei turații a arborelui cotit la motorului de 3000 rot/min.

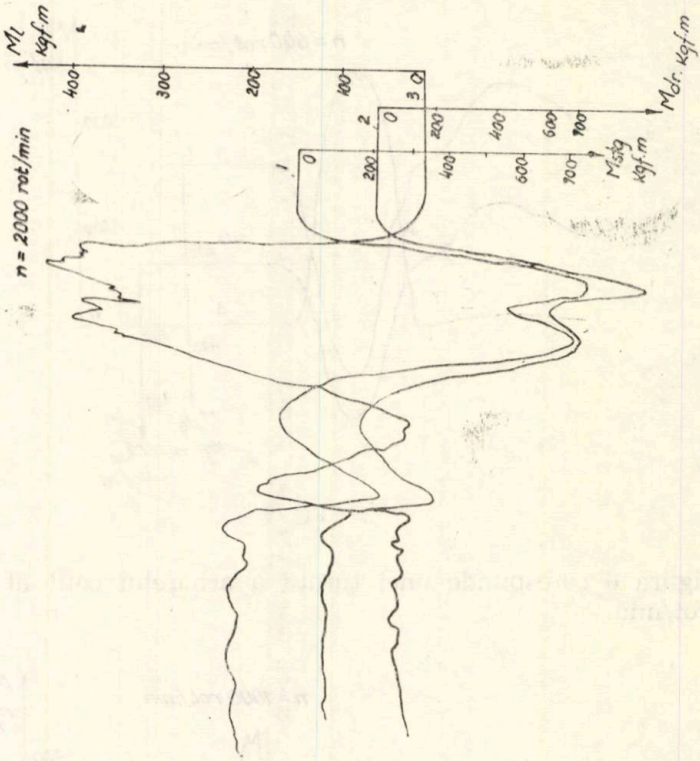

Ml
kgf·m
n = 2000 rot/min
Mdr. kgf·m
Msig
kgf·m

Fig. 7

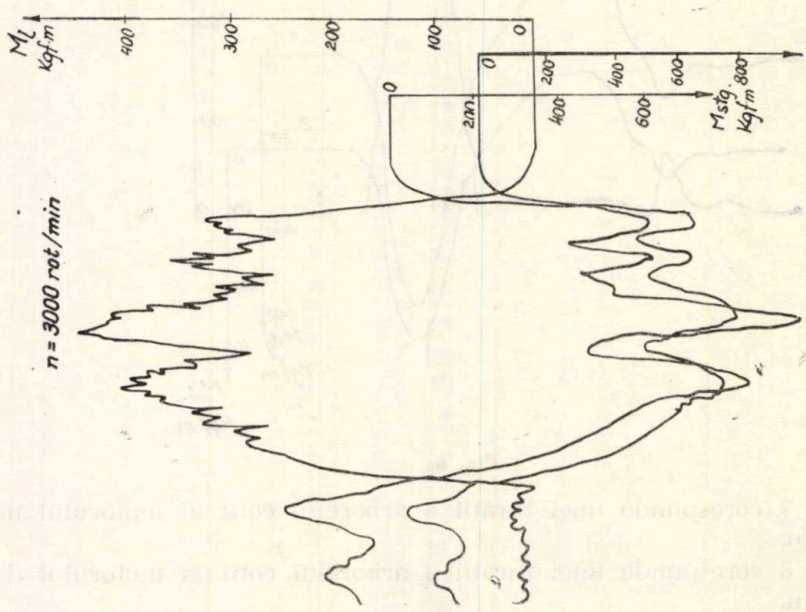

Ml
kgf·m
n = 3000 rot/min
Mdr
kgf·m
Msig
kgf·m

Fig. 8

Pe toate oscilogramele canalul 1 al oscilografului indică variația momentului de torsiune a arborelui planetar stînga, canalul 2 indică variația momentului de torsiune a arborelui planetar dreapta, iar canalul 3 variația momentului de torsiune a arborelui longitudinal.

Din analiza oscilogramelor se constată următoarele :

— o dată cu creșterea turației arborelui cotit al motorului cresc și momentele de torsiune a arborelui longitudinal și a arborilor planetari. Această creștere se datorește energiei cinetice sporite a volantului ;

— de la o anumită turație valoarea maximă a momentelor arborilor planetari și longitudinal începe să nu mai crească. Limitarea aceasta este impusă de momentul de frecare al ambreiajului corespunzător presiunii dinamice dintre suprafețele de frecare ;

— cuplarea ambreiajului are loc sub forma unui proces oscilatoriu. După al doilea sau al treilea ciclu procesul oscilator al cuplării ambreiajului se amortizează datorită coeficientului de elasticitate la ciocnire $K(O<K<1)$ al materialului din care sînt confecționate garniturile de frecare.

Pe baza oscilogramelor obținute s-a reprezentat caracteristica încărcării dinamice a celor doi arbori planetari și a arborelui longitudinal în funcție de turația n a motorului la care are loc cuplarea bruscă a ambreiajului și anume : figura 9 pentru arborele planetar stînga, figura 10 pentru arborele planetar dreapta iar figura 11 pentru arborele longitudinal.

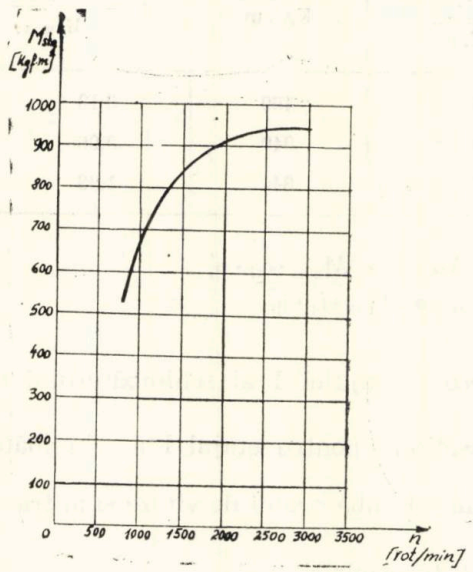


Fig. 9

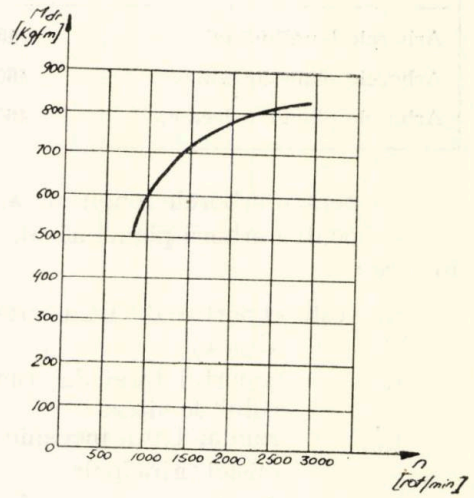


Fig. 10

Pentru determinarea coeficienților de încărcare dinamică se întocmește tabela 1. În această tabelă momentele dinamice maxime sînt luate din caracteristicile încărcării dinamice a arborilor planetari și a arborelui longitudinal, iar momentele de torsiune corespunzătoare momentului motor maxim sînt date de relațiile :

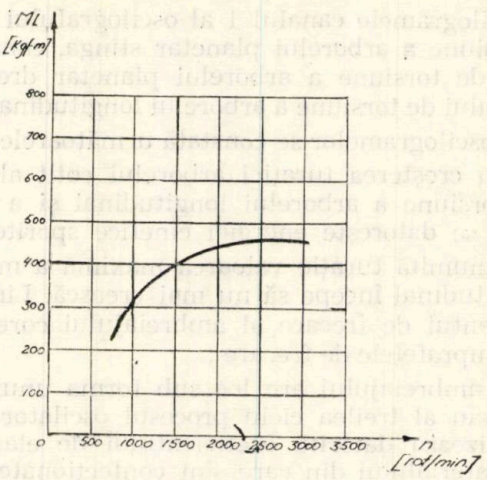


Fig. 11

Tabela 1

Organul transmisiei	Momentul de torsiune corespunzător momentului motor maxim $M_{t\,max}$, Kgf. m	Momentul dinamic maxim $M_{d\,max}$, Kgf. m	Coeficientul de încărcare dinamică $\beta = \frac{M_{d\,max}}{M_{t\,max}}$
Arborele longitudinal	145	460	3,18
Arborele planetar stînga	460	940	2,06
Arborele planetar dreapta	460	840	1,83

— pentru arborele longitudinal $M_{t\,max} = M_{max} \cdot i_{s1} \cdot \eta_t'$

— pentru arborii planetari $M_{t\,max} = M_{max} \cdot i_1 \cdot \eta_t$

în care :

i_{s1} este raportul de transmitere a etajului I al schimbătorului de viteză ;

i_1 — raportul total de transmitere pentru etajul I a schimbătorului de viteze ;

η_t' — randamentul mecanic al schimbătorului de viteze și al transmisiei principale ;

η_t — randamentul mecanic al transmisiei.

Din analiza coeficienților de încărcare dinamică a arborelui longitudinal și a arborilor planetari se constată influența mare pe care o are asupra încărcărilor dinamice rigiditatea organelor transmisiei.

Reducerea coeficienților de încărcare dinamică a arborilor planetari se datorește elasticității transmisiei principale și a arborilor planetari precum și elasticității unghiulare a suspensiei din spate.

4. Concluzii

În această lucrare s-au determinat, pe cale experimentală, încărcările dinamice precum și coeficienții de încărcare dinamică în regimul pornirii din loc cu eliberarea bruscă a pedalei ambreiajului la autocamioane.

Schema utilizată pentru determinarea încărcărilor dinamice maxime poate fi folosită pentru diferite experimentări ale transmisiei automobilelor.

Pentru măsurarea momentului de torsiune al arborelui longitudinal s-a folosit o metodă originală. În loc să se măsoare deformațiile unghiulare ale arborelui longitudinal s-au măsurat deformațiile de întindere sau compresiune ale pieselor ce preiau forța axială asupra pinionului de atac al angrenajului principal conic. Metoda prezintă avantajul simplificării, traductorii în mișcare de rotație fiind înlocuiți cu traductori ficși la care conectarea cu aparatura de măsurat și înregistrat se face direct, cu eliminarea manșonului cu inele colectoare, ceea ce mărește precizia prin eliminarea erorilor ce s-ar fi putut introduce prin variația rezistențelor de contact la periile colectoare.

Coeficienții de încărcare dinamică obținuți dau posibilitatea efectuării calculului organelor transmisiei automobilelor pe baza încărcărilor reale din exploatare.

Catedra de autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Frățilă, Gh.*, Studiul teoretic și experimental al încărcărilor dinamice ale transmisiei automobilelor cu aplicații la automobilele fabricate în R. S. România, Teza de doctorat, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1968.
2. *Litvinov, A.S., Rotenberg, R. V., Frumkin, A. K.*, Sasii avtomobilea, Moskva, Masghiz, 1963.
3. *Voronțova, N. ș.a.*, Tensometrirovanie detalei avtomobilea, Moskva, Masghiz, 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIII - 1971. Numărul 3

METALURGIE

C.Z. : 622.7:669.2/8

TERMODINAMICA REACȚIILOR DE REDUCERE A AMESTECURILOR DE SULFURI CU GAZ METAN *

MOISE IENCIU

Pentru valorificarea complexă a metalelor din minereurile și concentratele sulfuroase, o importanță deosebită o prezintă comportarea acestora în mediu de gaz metan. În această direcție, în ultimul deceniu au apărut multe cercetări, mai ales pentru stabilirea unui proces tehnologic adecvat, în scopul prelucrării complexe a piritelor. Astfel sînt cunoscute cercetările din țara noastră, efectuate de un grup de cercetători de la Institutul de Cercetări și Proiectări pentru metalurgia metalelor neferoase, care au studiat prăjirea piritelor în atmosferă reducătoare (CH_4) la o temperatură de 750—800°C. În timpul procesului de prăjire, o parte din sulf este eliminată, iar rezidiul care rămîne a fost tratat cu un solvent adecvat în scopul extragerii fierului, zincului și a cuprului pe cale hidrometalurgică.

La catedra de Metalurgia metalelor neferoase s-au cercetat condițiile optime de eliminare din concentratele de pirită a arsenului. Rezultatele obținute arată că la temperatura de 1100°C la un exces de gaz metan la 200%, în timp de o oră, gradul de desulfurare este mai mare de 95%, iar arsenul a fost eliminat în întregime.

Calculele termodinamice efectuate [3, 4, 5, 6, 7, 8], asupra reacțiilor de reducere a sulfurilor permit să se analizeze din punct de vedere teoretic comportarea piritelor în prezența acestui gaz.

Pentru o analiză cît mai aprofundată a probabilității de desfășurare a reacțiilor de reducere cu gaz metan a amestecurilor de sulfuri, s-a considerat că este logic să se analizeze în detaliu principalele reacții care au loc în timpul procesului, în scopul emiterii unor concluzii cît mai exacte.

În diagramele din fig. 1 și 2 se prezintă variația cu temperatura a logaritmului constantelor de echilibru și a potențialelor termodinamice izobare a reacției (1) : $(CH_4 + 2MeS = 2Me + C + 2H_2S)$.

Din diagramele prezentate se constată :

— Reacțiile care se desfășoară la temperaturi joase sînt reacțiile de reducere cu gaz metan a sulfurilor complexe. Potențialul termodinamic izobar devine negativ la temperatură sub 800°K, pentru reacția CH_4 +

*) Manuscris predat la redacție la data de 26 ianuarie 1970.

$2CuS=2Cu+C+2H_2S$ şi la temperatură sub 1050°K pentru reacţia $CH_4+FeS_2=Fe+C+2H_2S$.

În ordinea probabilităţilor termodinamice urmează reacţia de reducere a PbS, care la temperaturi medii (1000—1200°K) se desfăşoară în sensul apariţiei în sistem a plumbului metalic.

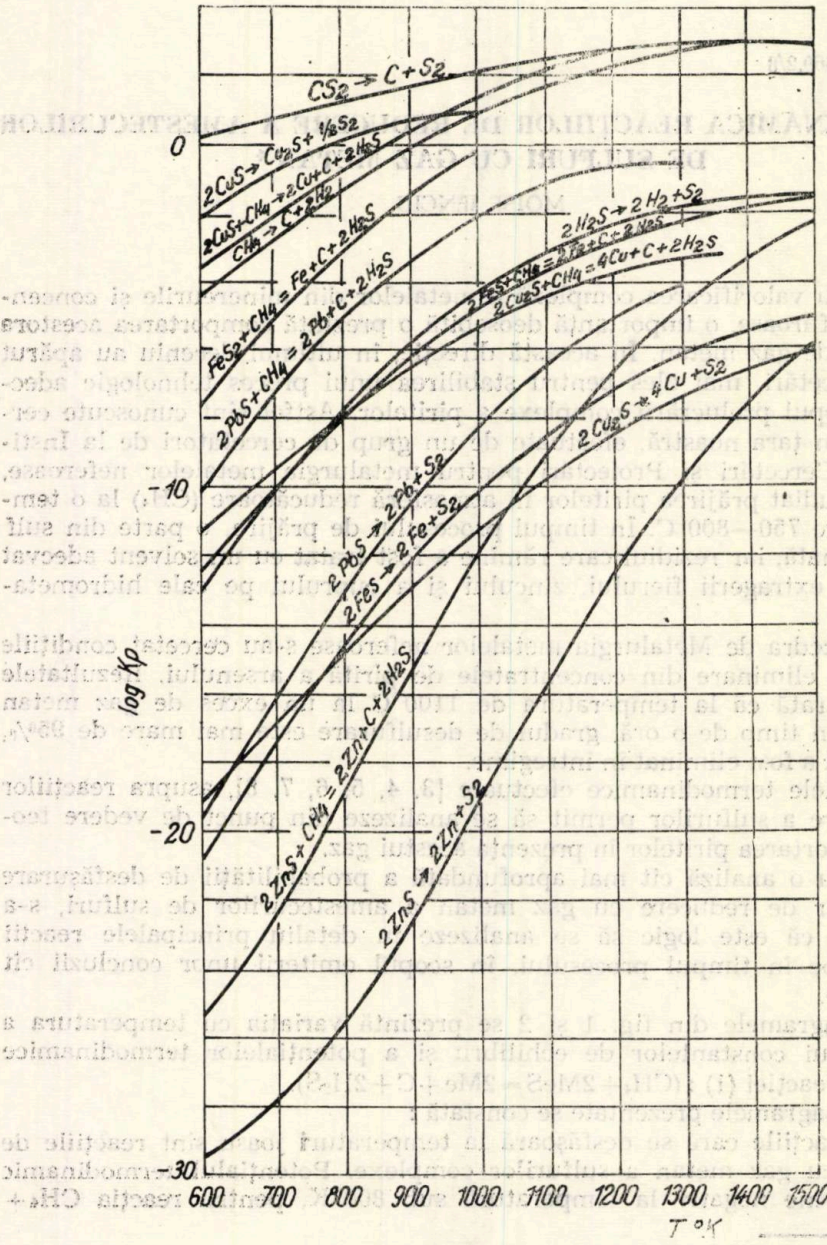


Fig. 1

Reacțiile de reducere a FeS, Cu_2S și ZnS, din punct de vedere termodinamic la temperaturile considerate, au o probabilitate mai mică de desfășurare și deci participarea lor la procesul de reducere cu gaz metan a sulfurilor va fi mai redusă.

În analizarea acestor reacții, important este de sesizat faptul că, în general, valorile termodinamice obținute indică probabilitatea termodinamică de desfășurare în funcție de stabilitatea sulfurilor ; cu cît o sulfură este mai stabilă (adică cu cît afinitatea metalului față de sulf este mai mare), cu atît și probabilitatea termodinamică de desfășurare a reacțiilor de reducere cu gaz metan este mai mică. Se constată de asemenea

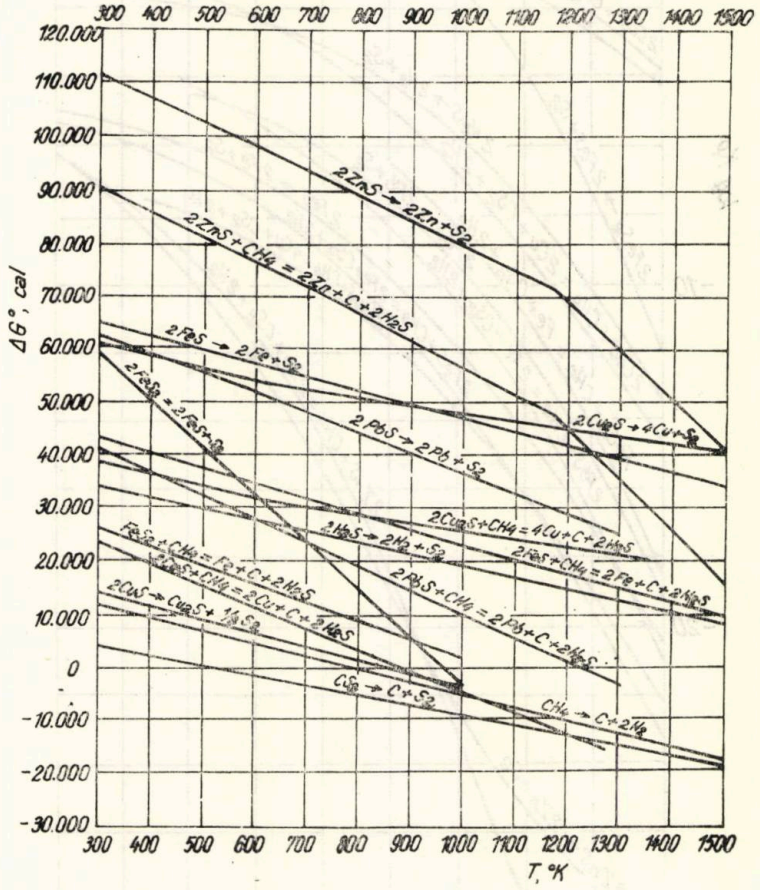


Fig. 2

că propabilitatea de desfășurare a acestor reacții pe tot domeniul de temperaturi considerat este mai mare decît probabilitatea de desfășurare a reacțiilor de disociere a sulfurilor (excepție făcînd disocierea sulfurilor complexe).

În diagramele din fig. 3 și 4 se prezintă variația cu temperatura a logaritmului constantelor de echilibru și a potențialelor termodinamice izobare a reacțiilor tip (2) ($2MeS + CH_4 = 2Me + CS_2 + 2H_2$).

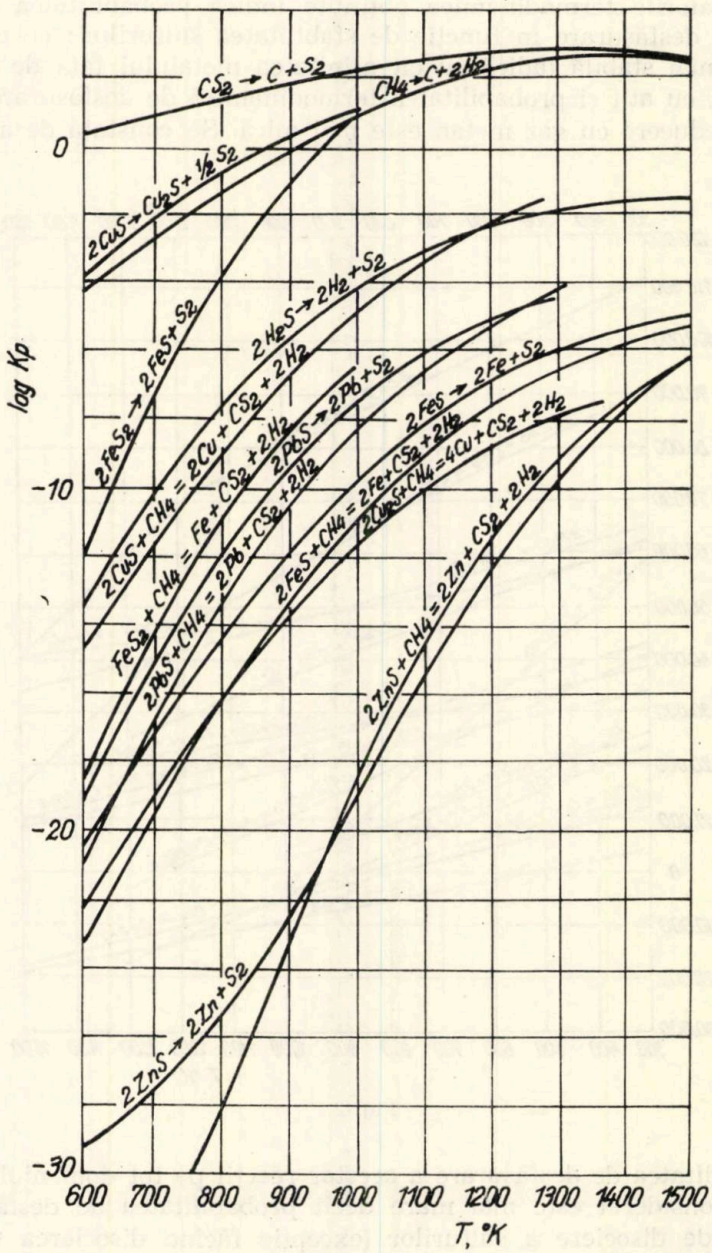


Fig. 3

Din aceste diagrame se observă că : toate reacțiile de reducere cu gaz metan a sulfurilor de acest tip au o probabilitate termodinamică de desfășurare extrem de mică. Pe tot domeniul de temperatură considerat, variațiile potențialelor termodinamice izobare sînt pozitive, iar constantele de echilibru sînt subunitare. Deci, din punct de vedere termodinamic probabilitățile de desfășurare a acestor reacții sînt aproape neglijabile și, în consecință, procentual cantitatea de CS_2 prezent în gazele

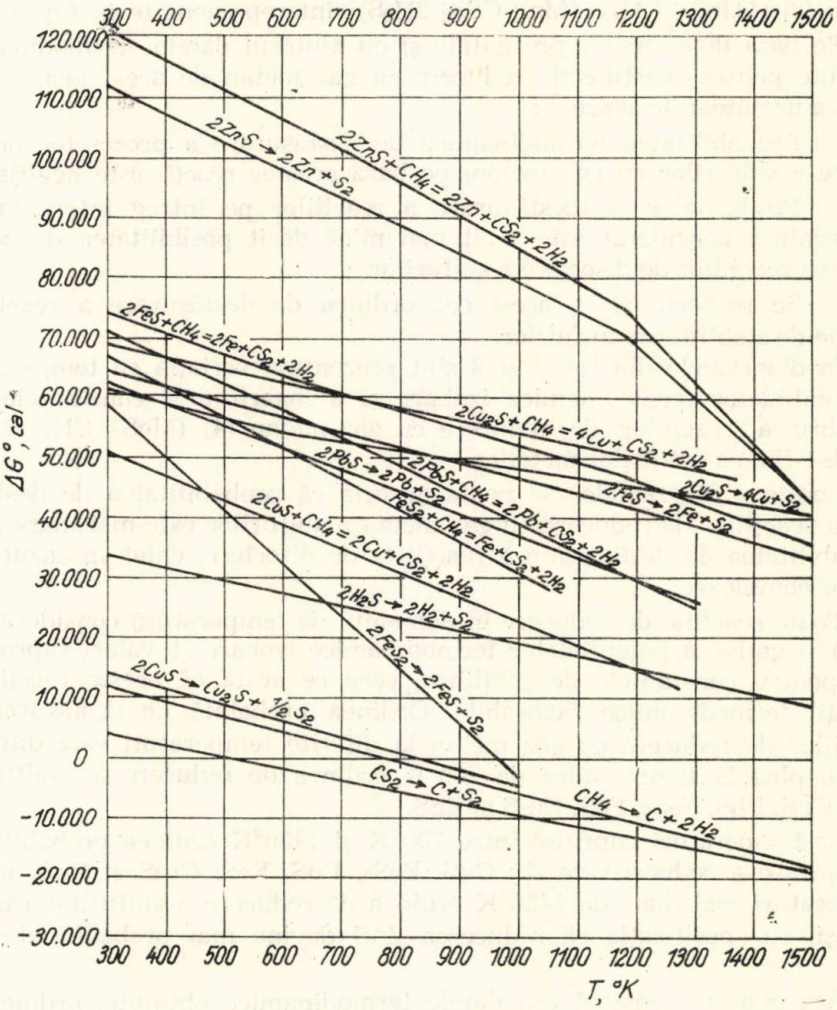


Fig. 4

rezultate în urma reducerii sulfurilor metalelor ar trebui să fie extrem de mică. În timpul desfășurării proceselor de prăjire reducătoare a piritelor la temperaturi medii (sub 850°C) este posibil ca în gazele rezultate, conținutul de CS_2 să fie mult mai mare, datorită reacțiilor secundare de combinare directă a sulfului rezultat din disocierea sulfurilor superioare

cu carbonul apărut în sistem sub formă de negru de fum ca urmare a procesului de disociere a gazului metan.

Se observă că și în acest caz, ordinea de desfășurare a reacțiilor de reducere este funcție de stabilitatea sulfurilor. Cu cît o sulfură este mai stabilă, cu atît și probabilitatea de desfășurare a reacției de reducere este mai mică.

Variația cu temperatura a logaritmului constantelor de echilibru și a potențialelor termodinamice izobare a reacțiilor de reducere cu gaz metan (3) ($4MeS+CH_4=4Me+CS_2+2H_2S$) sînt reprezentate în fig. 5 și 6,

Pe baza diagramelor prezentate și cu ajutorul datelor termodinamice obținute pentru reacțiile de reducere cu gaz metan de acest gen, se pot preciza următoarele aspecte :

— Probabilitatea termodinamică de desfășurare a proceselor de reducere a sulfurilor cu gaz metan, pe baza acestor reacții este neglijabilă.

— Posibilitatea de desfășurare a reacțiilor pe întreg intervalul de temperatură considerat este mult mai mică decît posibilitatea de desfășurare a reacțiilor de disociere a sulfurilor.

— Se respectă și în acest caz ordinea de desfășurare a reacțiilor funcție de stabilitatea sulfurilor.

În diagramele din fig. 7 și 8 sînt prezentate variația cu temperatura a potențialelor termodinamice izobare și a logaritmilor constantelor de echilibru a reacțiilor de reducere cu gaz metan (4) ($MeS+CH_4=Me+C+H_2+H_2S$) a sulfurilor metalice.

Conform diagramelor se poate aprecia că probabilitatea de desfășurare a reacțiilor de reducere cu gaz metan a sulfurilor este mai mare decît probabilitatea de desfășurare a reacțiilor de disociere, chiar în cazul sulfurilor complexe.

Toate reacțiile de reducere în domeniul de temperatură considerat au valori negative a potențialelor termodinamice izobare și valori supraunitare pentru constantele de echilibru, ceea ce arată că aceste reacții au condiții termodinamice favorabile. Ordinea probabilă de desfășurare a reacțiilor de reducere cu gaz metan la diferite temperaturi este diferită. Astfel, pînă la temperatura de 700°K ordinea de reducere a sulfurilor este : CuS, PbS, FeS_2, FeS, Cu_2S și ZnS.

La temperaturi cuprinse între 700°K și 1450°K ordinea probabilă de desfășurare a reducerii va fi : CuS, FeS_2, PbS, FeS, Cu_2S și ZnS, iar la temperaturi mai mari de 1450°K ordinea de reducere a sulfurilor rămîne aceeași, cu specificația că reducerea ZnS devine mai probabilă decît a Cu_2S.

Așa cum se constată din datele termodinamice obținute, ordinea de desfășurare a reacțiilor de reducere funcție de afinitatea metalelor față de sulf este puțin diferită.

Reacțiile de acest tip de reducere cu gaz metan, a sulfurilor conform valorilor termodinamice a potențialelor și a constantelor de echilibru calculate la temperaturi sub 1000°C sînt apropiate de zero(pentru variația potențialelor termodinamice izobare) și de unu (pentru constan-

tele de echilibru), ceea ce arată posibilitatea desfășurării lor cu randamente bune. Deci, rezultă că dacă prăjirea reducătoare a minereurilor sulfuroase este condusă la temperaturi mai mari de 1000°C se obține în final un material în care majoritatea sulfurilor au fost reduse pînă la metal.

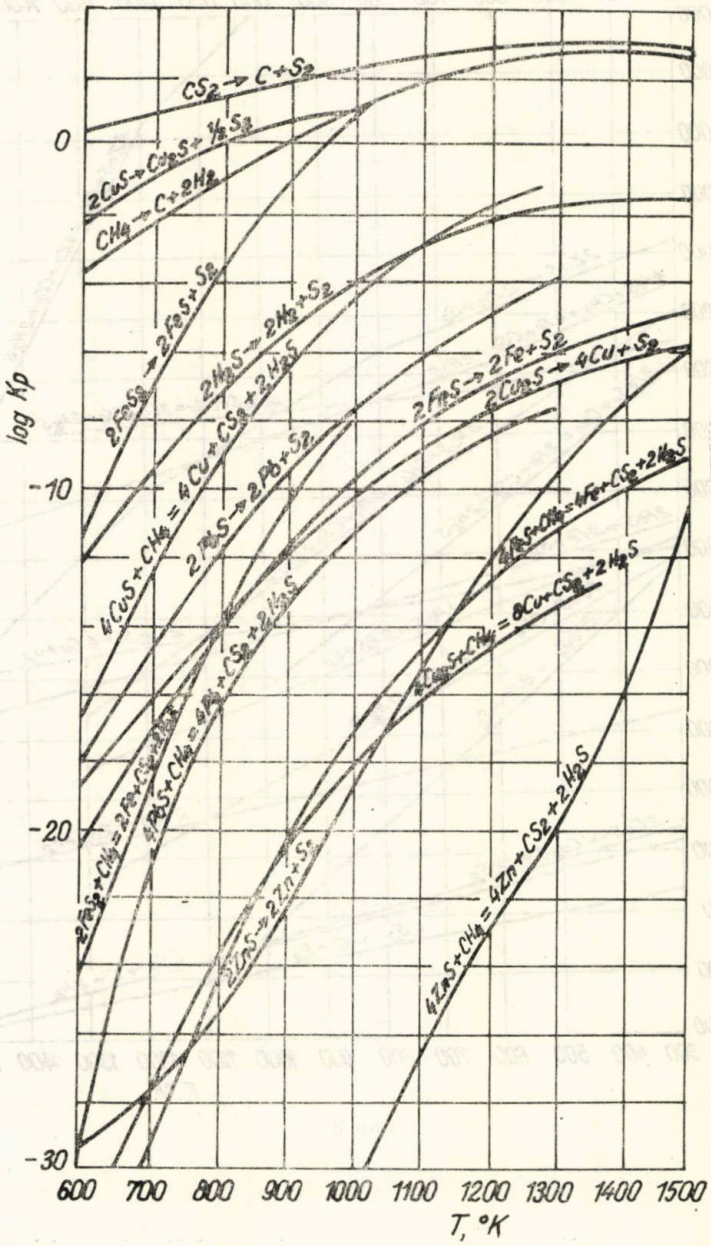


Fig. 5

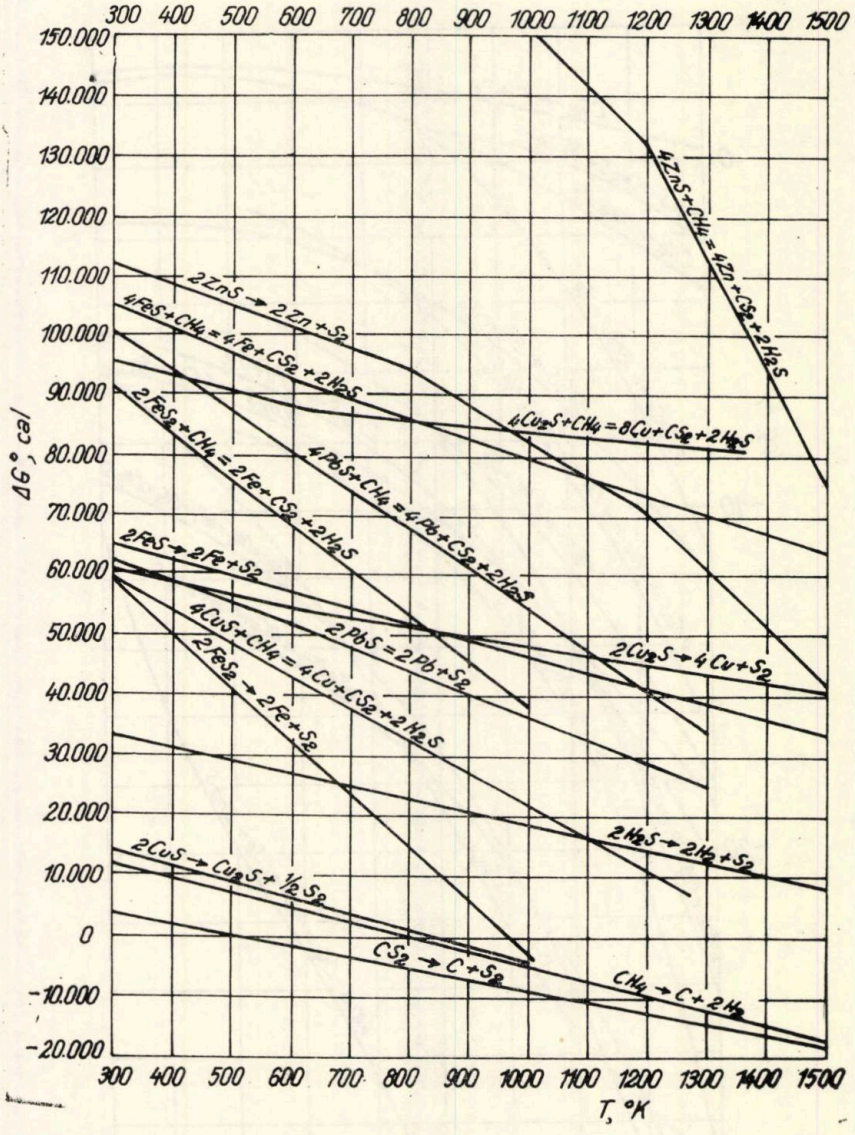

300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
150.000
140.000
130.000
120.000
110.000
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
-10.000
-20.000
ΔG°, cal
T, °K
4ZnS+CH4 = 4Zn+CS2+2H2S
2ZnS → 2Zn+S2
4FeS+CH4 = 4Fe+CS2+2H2S
4Cu2S+CH4 = 8Cu+CS2+2H2S
2FeS2+CH4 = 2Fe+CS2+2H2S
4PbS+CH4 = 4Pb+CS2+2H2S
2FeS → 2Fe+S2
2Cu2S → 4Cu+S2
4CuS+CH4 = 4Cu+CS2+2H2S
2PbS = 2Pb+S2
2FeS2 → 2Fe+S2
2H2S → 2H2+S2
2CuS → Cu2S+½S2
CS2 → C+S2
CH4 → C+2H2

Fig. 6

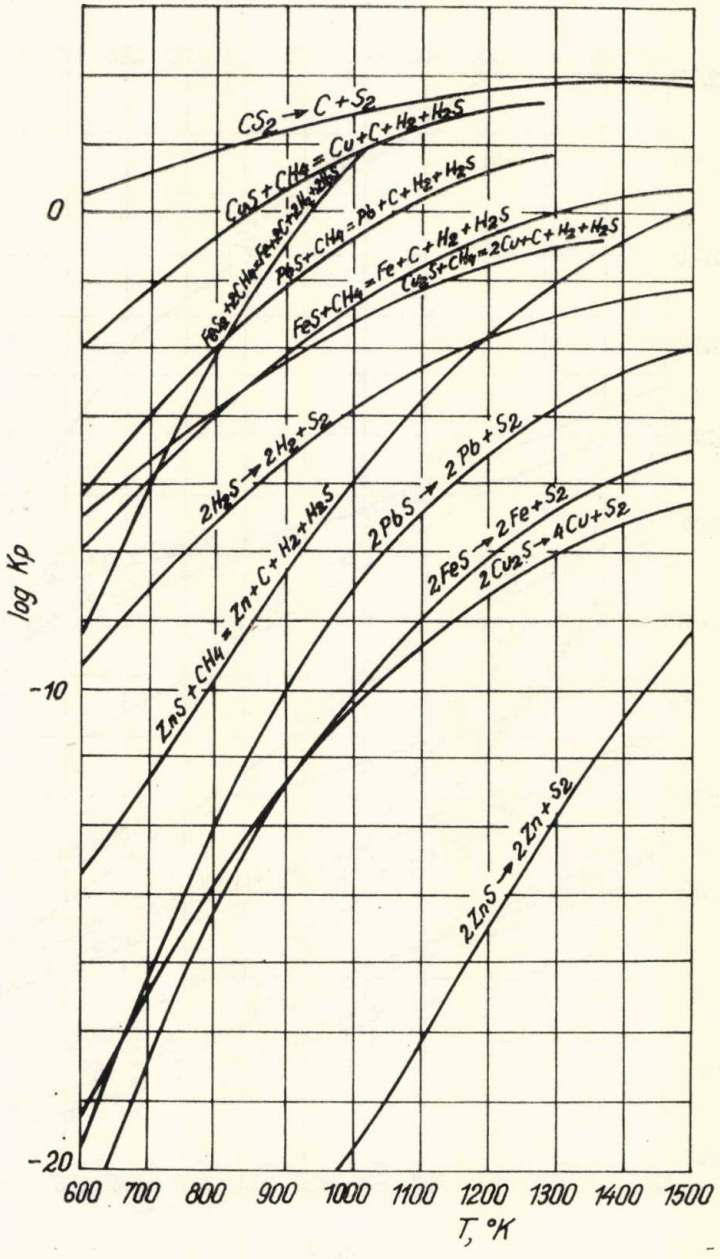

$CS_2 \rightarrow C + S_2$
$Cu_2S + CH_4 = Cu + C + H_2 + H_2S$
$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$
$FeS + CH_4 = Fe + C + H_2 + H_2S$
$Cu_2S + CH_4 = 2Cu + C + H_2 + H_2S$
$2H_2S \rightarrow 2H_2 + S_2$
$2PbS \rightarrow 2Pb + S_2$
$2FeS \rightarrow 2Fe + S_2$
$2Cu_2S \rightarrow 4Cu + S_2$
$ZnS + CH_4 = Zn + C + H_2 + H_2S$
$2ZnS \rightarrow 2Zn + S_2$
0
-10
-20
log Kp
600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
T, °K

Fig. 7

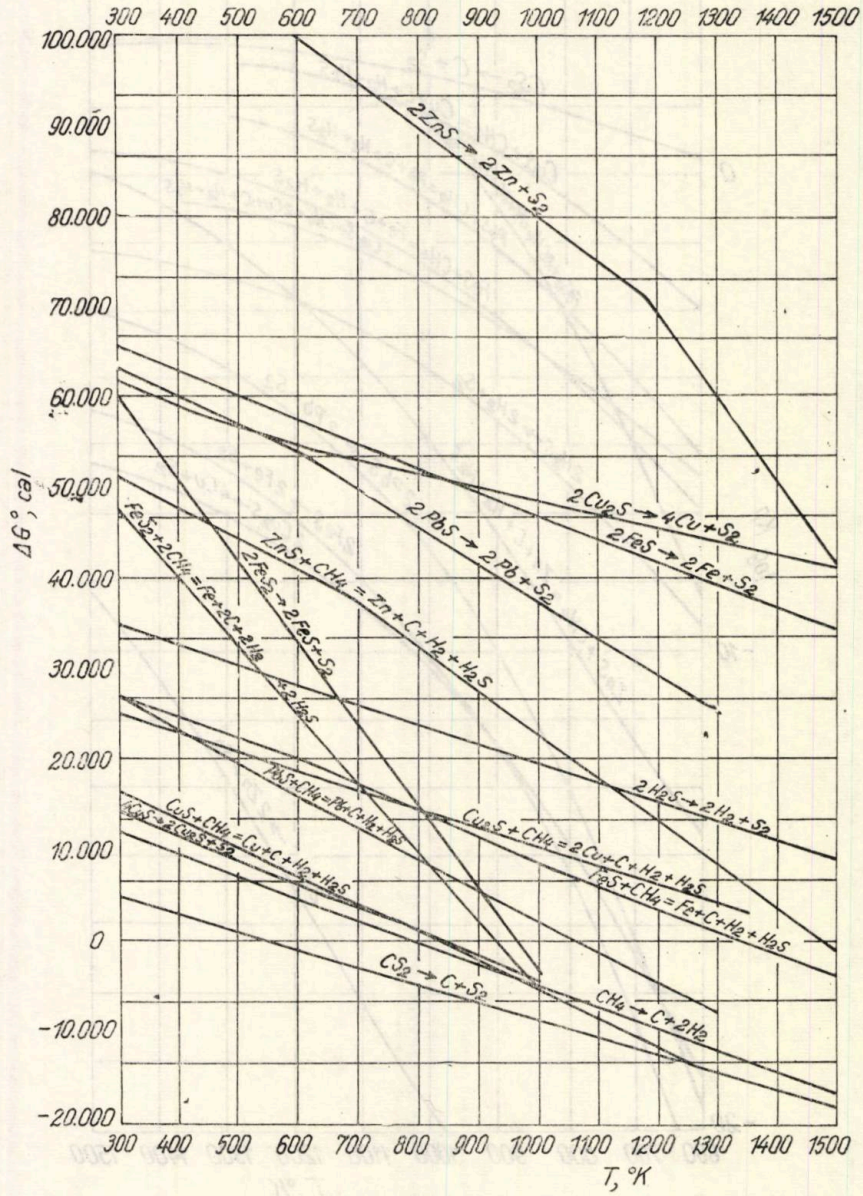

300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
-10.000
-20.000
ΔG°, cal
T, °K
2ZnS → 2Zn + S2
2CuzS → 4Cu + S2
2PbS → 2Pb + S2
2FeS → 2Fe + S2
FeS + 2CH4 = Fe + 3C + 2H2
2FeS → 2FeS + S2
ZnS + CH4 = Zn + C + H2 + H2S
2H2S → 2H2 + S2
CuS + CH4 = Cu + C + H2 + H2S
CuzS + CH4 = 2Cu + C + H2 + H2S
FeS + CH4 = Fe + C + H2 + H2S
CS2 → C + S2
CH4 → C + 2H2

Fig. 8

În diagramele din fig. 9 şi 10 sînt reprezentate variaţia cu temperatura a potenţialelor termodinamice izobare şi a logaritmilor constantelor de echilibru pentru reacţiile de reducere a sulfurilor cu hidrogen.

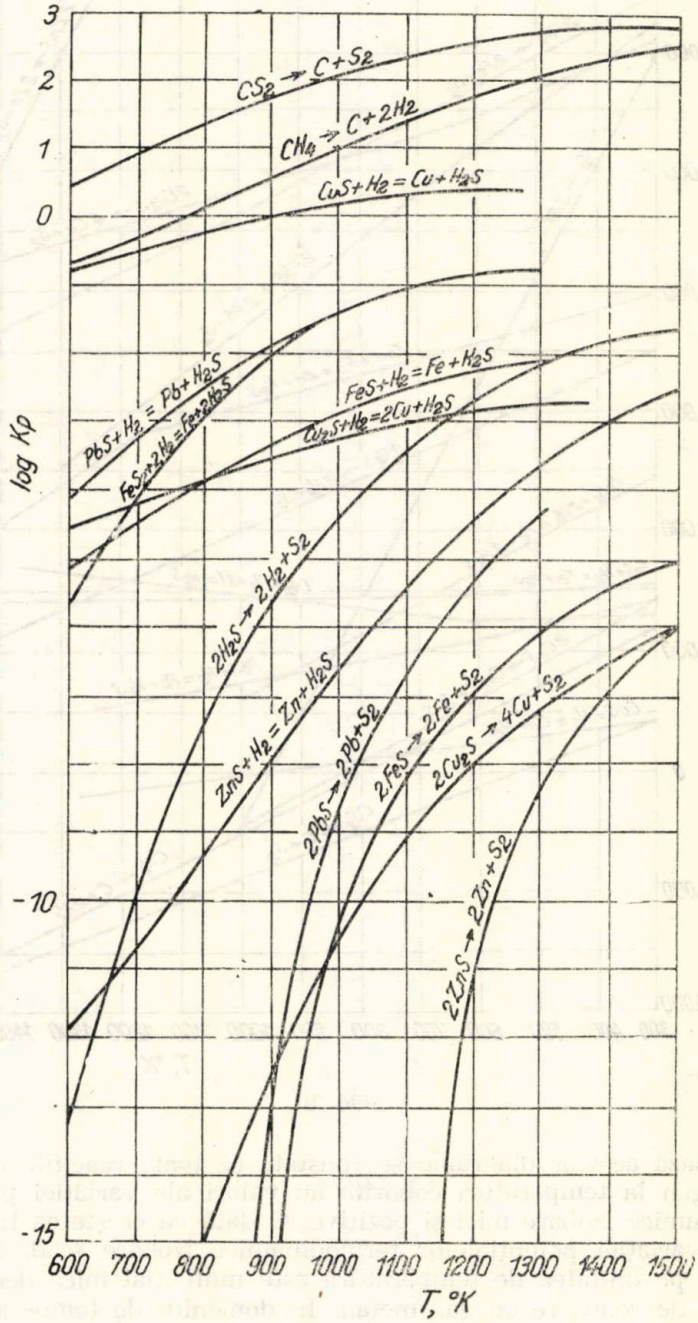


Fig. 9

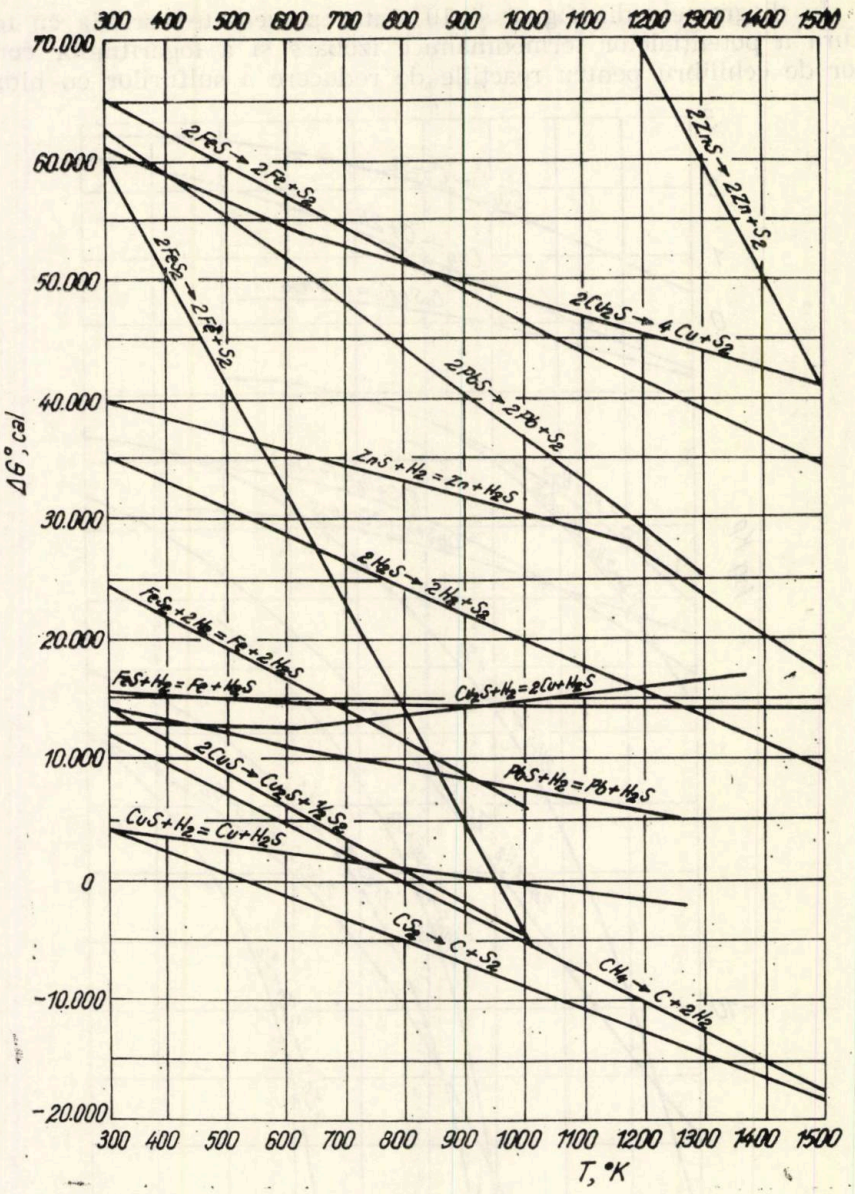


Fig. 10

Pe baza acestor diagrame se constată că toate reacțiile de reducere cu hidrogen la temperaturi coborîte au valori ale variației potențialelor termodinamice izobare mici și pozitive. O dată cu creșterea temperaturii, valorile variației potențialelor termodinamice izobare scad, însă micșorarea lor pe unitatea de temperatură este mult mai mică decît în cazul reacțiilor de reducere cu gaz metan. În domeniul de temperatură considerat la unele reacții de reducere cu hidrogen ($Cu_2S + H_2 = 2Cu + H_2S$;

$FeS + H_2 = Fe + H_2S$), valorile variației potențialelor termodinamice izobare în loc să scadă, cresc. Din această cauză, la temperaturi ridicate probabilitatea de desfășurare a reacțiilor de reducere a sulfurilor cu gaz metan (apărînd în sistem H_2S) este mai mare decît probabilitatea de desfășurare a reacției de reducere cu hidrogen.

Ordinea de desfășurare a reacțiilor de reducere cu hidrogen respectă stabilitatea sulfurilor (probabilitatea de desfășurare a reacțiilor de reducere cu hidrogen este maximă pentru sulfurile complexe și minimă pentru reducerea ZnS).

Din punct de vedere termodinamic, reacțiile de reducere a sulfurilor cu hidrogen sînt probabile, ele contribuind în mare măsură la desfășurarea procesului de reducere.

În diagramele din fig. 11 și 12 se prezintă variația cu temperatura a potențialelor termodinamice izobare și a logaritmilor constantelor de echilibru a reacțiilor de reducere cu carbon a sulfurilor metalelor.

Din diagramele prezentate rezultă că pentru sulfurile considerate, carbonul nu poate fi un reducător adecvat. Sulfurile de zinc, de fier și de cupru în domeniile temperaturilor întîlnite de regulă în metalurgie, nu pot fi reduse de carbon. Acest lucru arată că reducerea sulfurilor cu gaz metan se desfășoară fie numai cu hidrogenul rezultat de la disocierea gazului metan, fie însuși cu gazul metan. Totuși, în literatura de specialitate se afirmă că în domeniul temperaturilor coborîte (500—1000°C) sulful reacționează cu carbonul formînd sulfura de carbon, ceea ce ar permite probabil ca în acest domeniu de temperaturi să se desfășoare și reacțiile de reducere a sulfurilor cu carbon. Dar datele termodinamice obținute confirmă faptul că la temperaturi coborîte reducerea sulfurilor cu carbon este imposibilă. O altă cauză care probabil nu permite desfășurarea acestui proces este și faptul că sulfura de carbon nu este stabilă la temperaturi ridicate. Se poate conchide că majoritatea carbonului rezultat în urma reducerii cu gaz metan a sulfurilor metalelor sau apărut în sistem ca un produs al disocierii gazului metan va fi antrenat ca atare cu gazele rezultate sau se va depune sub formă de negru de fum pe pereții agregatului în care se desfășoară procesul de reducere.

În diagramele din fig. 13 și 14 se prezintă variația cu temperatura a potențialelor termodinamice izobare și a logaritmilor constantelor de echilibru pentru reacțiile de reducere cu gaz metan (5) ($2MeS + CH_4 = 2Me + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$) a sulfurilor.

Reacțiile de reducere cu gaz metan a sulfurilor de acest tip au fost calculate astfel :

$$\begin{array}{r} 2\,MeS + CH_4 = 2\,Me + CS_2 + 2\,H_2 \\ 2\,MeS + CH_4 = 2\,Me + C \quad + 2\,H_2S \\ \hline 4\,MeS + 2\,CH_4 = 4Me + C + CS_2 + 2\,H_2S + 2\,H_2 \end{array}$$

sau :

$$2\,MeS + CH_4 = 2\,Me + \tfrac{1}{2}C + \tfrac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$$

Rezultă deci că probabilitatea termodinamică de desfășurare a sa va fi funcție de probabilitatea termodinamică de desfășurare a reacțiilor cu ajutorul cărora a fost determinată.

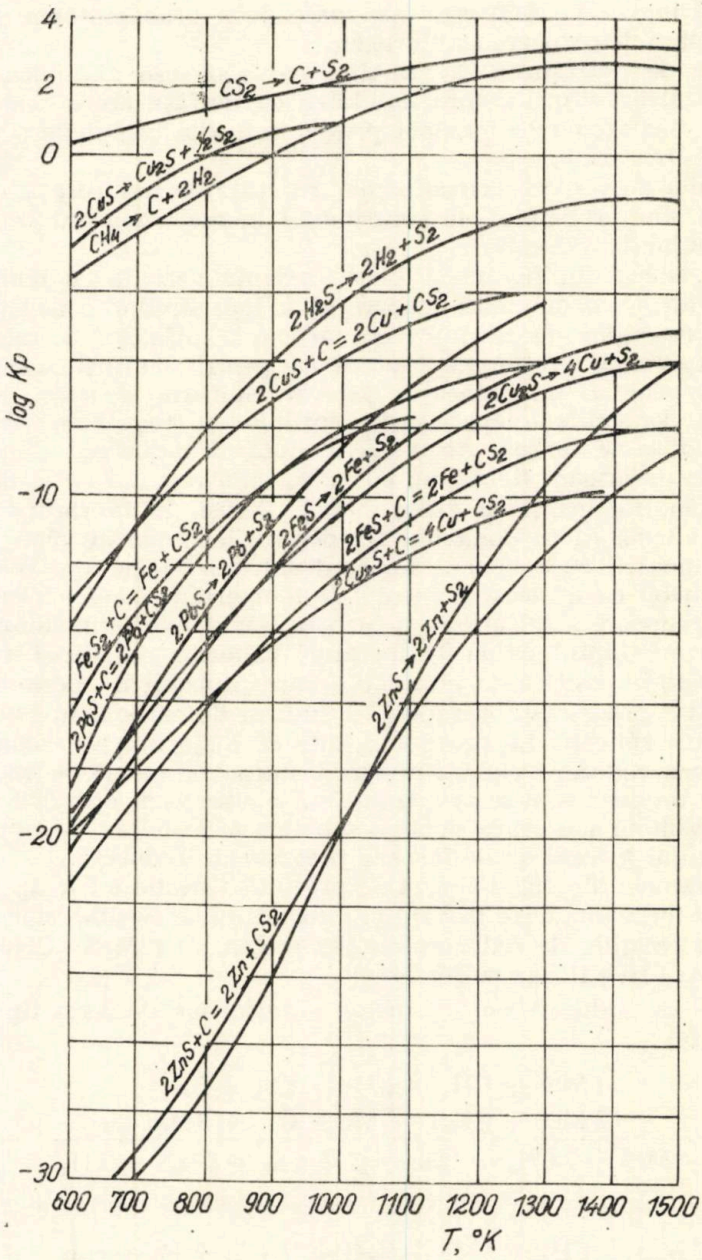

4
2
0
-10
-20
-30
log Kp
600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
T, °K
CS2 → C+S2
2CuS → Cu2S + ½S2
CH4 → C+2H2
2H2S → 2H2+S2
2CuS+C = 2Cu+CS2
2Cu2S → 4Cu+S2
2FeS → 2Fe+S2
Fe S2 +C = Fe+CS2
2PbS → 2Pb+S2
2PbS+C = 2Pb+CS2
2FeS+C = 2Fe+CS2
2Cu2S+C = 4Cu+CS2
2ZnS → 2Zn+S2
2ZnS+C = 2Zn+CS2

Fig. 11

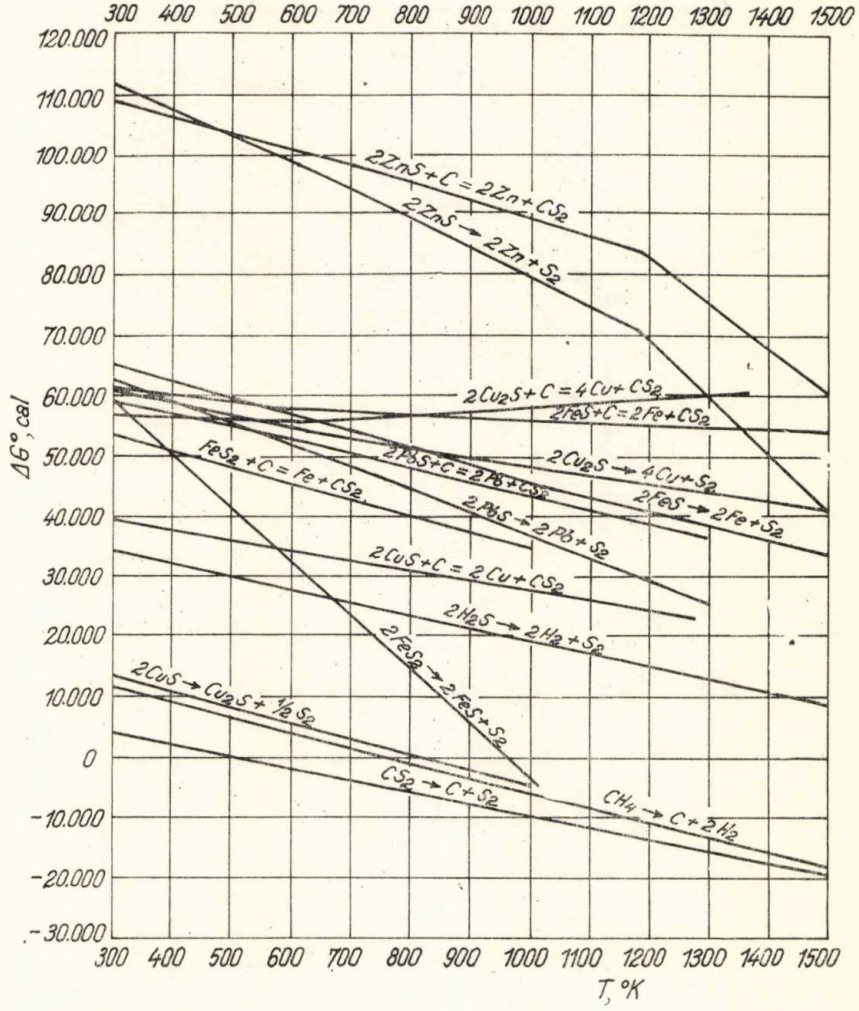

300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
120.000
110.000
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
-10.000
-20.000
-30.000
ΔG°, cal
T, °K
2ZnS + C = 2Zn + CS2
2ZnS → 2Zn + S2
2Cu2S + C = 4Cu + CS2
2FeS + C = 2Fe + CS2
2PbS + C = 2Pb + CS2
2Cu2S → 4Cu + S2
2FeS → 2Fe + S2
2PbS → 2Pb + S2
FeS2 + C = Fe + CS2
2CuS + C = 2Cu + CS2
2H2S → 2H2 + S2
2FeS2 → 2FeS + S2
2CuS → Cu2S + ½ S2
CS2 → C + S2
CH4 → C + 2H2

Fig. 12

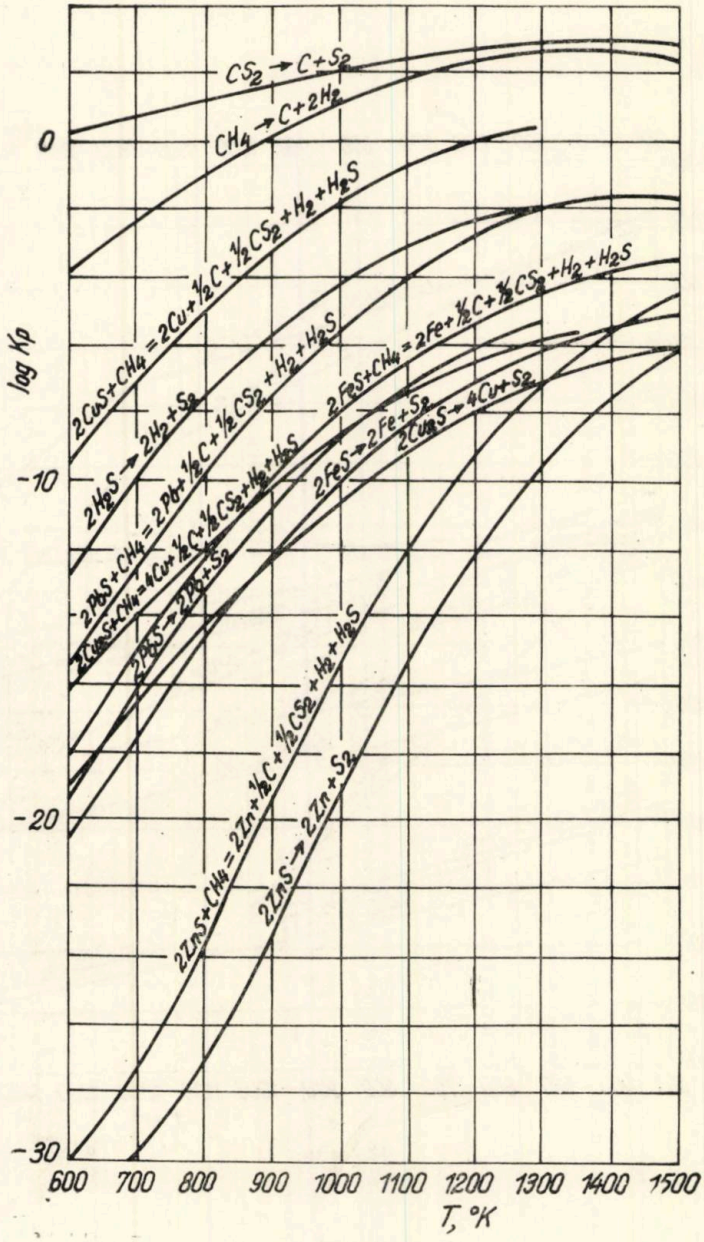

$CS_2 \rightarrow C + S_2$
$CH_4 \rightarrow C + 2H_2$
$2CuS + CH_4 = 2Cu + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$
$2H_2S \rightarrow 2H_2 + S_2$
$2PbS + CH_4 = 2Pb + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$
$2Cu_2S + CH_4 = 4Cu + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$
$2PbS \rightarrow 2Pb + S_2$
$2FeS + CH_4 = 2Fe + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$
$2FeS \rightarrow 2Fe + S_2$
$2Cu_2S \rightarrow 4Cu + S_2$
$2ZnS + CH_4 = 2Zn + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}CS_2 + H_2 + H_2S$
$2ZnS \rightarrow 2Zn + S_2$
log Kp
0
-10
-20
-30
600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
T, °K

Fig. 13

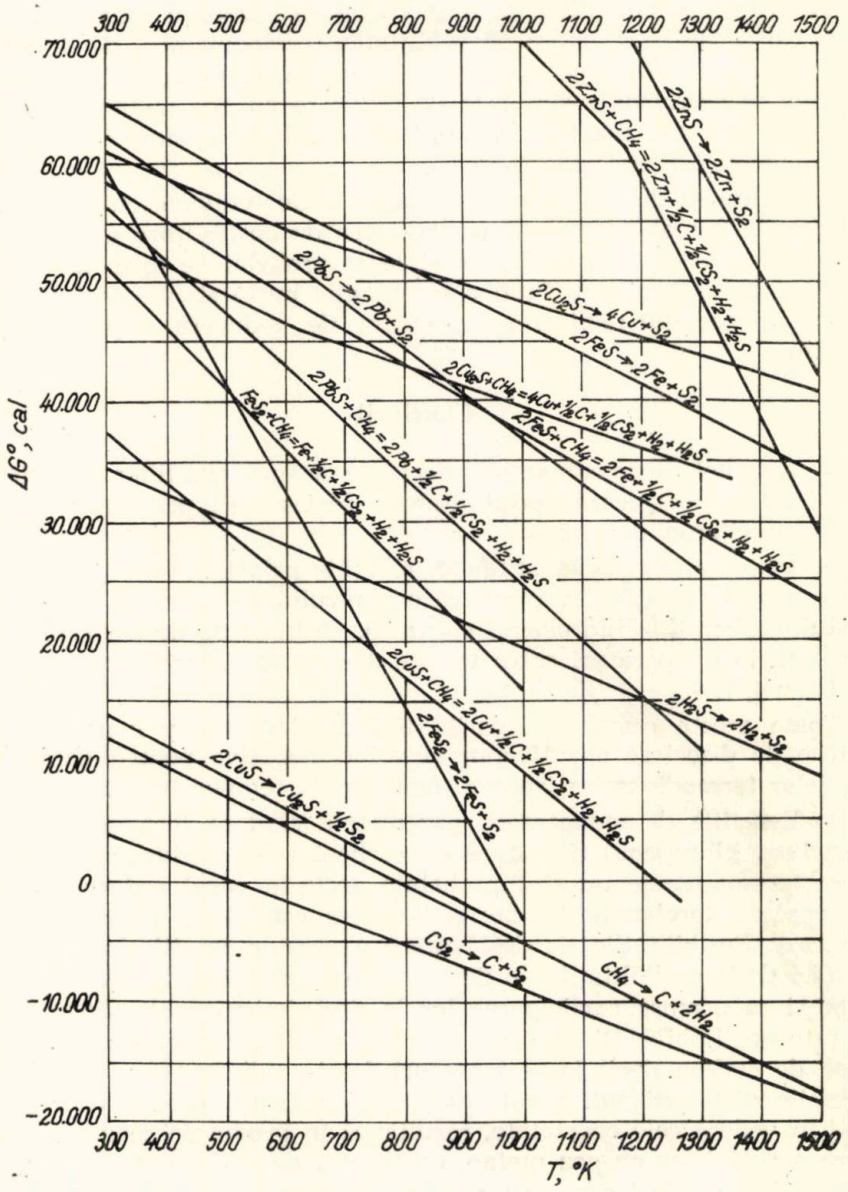

300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
-10.000
-20.000
ΔG°, cal
T, °K
2ZnS + CH4 = 2Zn + ½C + ½CS2 + H2 + H2S
2ZnS → 2Zn + S2
2PbS → 2Pb + S2
2Cu2S → 4Cu + S2
2FeS → 2Fe + S2
2Cu2S + CH4 = 4Cu + ½C + ½CS2 + H2 + H2S
2PbS + CH4 = 2Pb + ½C + ½CS2 + H2 + H2S
2FeS + CH4 = 2Fe + ½C + ½CS2 + H2 + H2S
FeS2 + CH4 = Fe + ½C + ½CS2 + H2 + H2S
2CuS + CH4 = 2Cu + ½C + ½CS2 + H2 + H2S
2H2S → 2H2 + S2
2FeS2 → 2FeS + S2
2CuS → Cu2S + ½S2
CS2 → C + S2
CH4 → C + 2H2

Fig. 14

Apare evident că singurele reacţii care în domeniul de temperatură considerat au valori negative pentru variaţia potenţialului termodinamic izobar şi valori supraunitare pentru constanta de echilibru, sînt reacţiile de reducere a sulfurilor complexe. Celelalte reacţii de reducere au valori ale variaţiei potenţialelor termodinamice izobare mai mari de 10.000 cal., ceea ce arată că probabilitatea termodinamică de desfăşurare a lor, chiar în condiţii speciale este minimă. La temperaturi coborîte reacţiile cele mai probabile sînt cele de reducere cu gaz metan a sulfurilor complexe, urmează reacţiile de reducere a sulfurilor simple în următoarea ordine (PbS, FeS, Cu_2S, ZnS).

Posibilitatea de desfăşurare a reacţiilor de reducere cu gaz metan a sulfurilor este mai mică decît posibilitatea de desfăşurare a reacţiilor de disociere a acestora. Acest fapt este legat probabil de apariţia în sistem a sulfurii de carbon care fiind o combinaţie puţin stabilă la temperaturi ridicate nu permite realizarea procesului de reducere după reacţii de acest tip.

Concluzii

— Calculele termodinamice efectuate asupra reacţiilor din sistemul CH_4—MeS demonstrează posibilitatea desfăşurării proceselor de reducere a sulfurilor cu gaz metan.

— În cazul sistemelor studiate, reacţiile principale ale procesului de reducere sînt reacţiile în urma cărora rezultă ca produse : hidrogenul, metalul, carbonul şi hidrogenul sulfurat). Ordinea de desfăşurare a acestor reacţii la temperaturi coborîte este 6, 4, 1, iar la temperaturi ridicate 4, 6, 1 sau 4, 1, 6.

Toate aceste reacţii, au posibilităţi de desfăşurare mai mari decît reacţiile de disociere a sulfurilor şi valori negative pentru variaţia potenţialelor termodinamice izobare (mai ales la temperaturi peste 1000°C).

— Reacţiile de reducere cu gaz metan (cînd se formează în sistem ca produse, hidrogenul şi sulfura de carbon) şi cu carbon, din punct de vedere termodinamic nu sînt probabile decît în cazul reducerii sulfurilor complexe (probabilitatea termodinamică este destul de redusă şi în acest caz). Posibilităţile de desfăşurare a acestor reacţii sînt în general mai mici decît posibilităţile de desfăşurare a reacţiilor de disociere a sulfurilor şi ca urmare participarea lor la desăvîrşirea procesului de reducere este neglijabilă. Din această cauză, sulfurile inferioare nu pot să fie reduse de carbon decît la temperaturi foarte ridicate, condiţii care sînt favorabile disocierii sulfurii de carbon, principalul produs al reacţiilor. Avînd în vedere cele constatate, rezultă că în produsele reacţiilor de reducere a sulfurilor cu gaz metan, conţinutul de sulfură de carbon va fi foarte redus, scăzînd odată cu creşterea temperaturii. Carbonul rezultat în sistem în urma reacţiilor de reducere a sulfurilor sau ca produs al disocierii gazului metan, va fi antrenat de gazele care părăsesc camera de reacţie sau se va depune pe pereţii interiori ai agregatului în care au loc procesele de reducere.

— Calculele termodinamice confirmă faptul că probabilitatea de desfăşurare a reacţiilor de reducere a sulfurilor cu gaz metan (reacţii de acelaşi tip) este cu atît mai mare cu cît stabilitatea sulfurii este mai mică.

Catedra de metalurgia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Gr. O. Socolescu*, Procedee de prelucrare a minereurilor silicioase de mangan, Revista Chimiei, nr. 1, 1967, pag. 13—16, Bucureşti.
2. *Oprea Fl., Ienciu M., Panait Nic.*, Posibilităţi de îndepărtare a arsenului din pirite şi cenuşi de pirită indigene. Metalurgia 6—7, 1969, pp. 355—366 Bucureşti.
3. *Ienciu M.*, Studiul termodinamic al sistemului PbS-CH_4. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti 1970 nr. 6.
4. *Ienciu M.*, Studiul termodinamic al sistemului FeS-CH_4. Metalurgia 1970, Bucureşti.
5. *Ienciu M.*, Studiul termodinamic şi cercetări experimentale privind reducerea ZnS cu gaz metan. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej' Bucureşti, 1970, nr. 4.
6. *Ienciu M.*, Studiul termodinamic al sistemului FeS-CH_4. Metalurgia 1970, Bucureşti.
7. *Ienciu M.*, Studiul termodinamic al sistemului CuS-CH_4. Revista Chimie 1970, Bucureşti.
8. *Ienciu M.*, Studiul termodinamic al sistemului CuS-CH_4. Revista Chimie 1970, Bucureşti.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 10581

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40830

1972 JUL 19

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII NUMARUL 4 ANUL 1971
IULIE — AUGUST

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

OMSZ ÁLLAMI MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1963

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIII — NUMĂRUL 4

IULIE — AUGUST
1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICĂ

M. St. Botez

Remarque sur une correspondance particulière 21

N. Mirescu

La détermination de l'épure des images à points inaccesibles . . 25

FIZICĂ

G. C. Moisil

Distribuţia potenţialului electrostatic în medii stratificate liniare anizotrope uniaxe 33

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

G. Costeanu, Cornelia Mateescu, Ortansa Landauer

Etude comparative de la cinétique de l'hydrolise acide et alcaline de l'acétate de *n*-butyle dans le solvant mixte eau-acétone . . 39

A. Ianu, A. Dinescu, I. Săveanu, Th. Bădescu, L. Seceleanu, V. Cimpu, V. Pană, A. Mateescu

Cu privire la posibilităţile de ameliorare a unor caracteristici fizico-chimice ale unor caoline indigene 45

MECANICĂ

C. Guţă

Consideraţiuni asupra interceptării aparatelor cosmice . . . 57

TEORIA MECANISMELOR

P. T. Antonescu

Sinteza mecanismelor plane pentru trasarea curbelor de intersecţie a cilindro-conicelor 65

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Vs. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu

Un model de ciclu pentru studiul optimizării performanţelor motoarelor cu aprindere prin comprimare supraalimentate . . . 73

ELECTROTEHNICĂ

N. Galan

Aspecte ale calculului cîmpului magnetic în maşini electrice . . 93

AUTOMATICĂ

S. Florea

Contribuţii la studiul regimului staţionar al amplificatoarelor fluidice cu devierea jetului 105

METALURGIE

M. Protopopescu, Alexandra Dobre, Ionela Vişa

Contribuţii la studiul macro şi microstructurii materialelor semiconductoare fabricate în ţara noastră 117

TRANSPORTURI

I. Zăgănescu, V. Hoancă, N. Neguţ

Utilizarea greutăţii de aderenţă la locomotiva electrică C.F.R. 060 EA 139

Резюме

Д. К. 515

М. Ст. Ботез

Замечание касающееся отдельного соотношения

Считается алгебрическая операция, чтобы установить между точками кривой соотношение (α, β) и найти условие, при котором это соотношение симметрично.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 515

Н. Мирескy

Определение эпюра изображений недоступными точками

Разбираются вопросы где важные точки изображения корпуса представленного эпюрой Монта, находятся в нерамки эпюры.

В представленной работе показано как строится непосредственно направление где в эпюре находится точка недоступного скрещивания двух прямых, построен след плана, когда один из следов с точкой пересечения недоступен.

Затем даётся короткое применение.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. Л. 538

Г. Моисил

Распределение электростатического потенциала в наслоенных средах одноосевых анизотропов

Считается точечный заряд, который создает электростатический потенциал в наслоенной среде, состощий из 3-х подчиненных областей: первая область — полубесконечная, линейная, однородная и изотопная; вторая — это слой жира е. линейная, однородная, но анизотропная, одноосевая находится между двумя параллельными планами $Z = Z_{12}$ и $Z = Z_{23}$: третья область полубесконечная линейная однородная и также анизотропная одноосевая. Ось симметрии первой, второй и третьей среды сливается с осью Oz. Выводятся выражения электростатического потенциала в трех средах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Summary

D.C. 515

M. Șt. Botez

Remark on a Particular Correspondence

An algebraic operation is considered such as to establish a correspondence (α, β) between the points of a curve, and the condition that this correspondence be symmetrical is found.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 515

N. Mirescu

Epure Images Determination by Inaccessible Points

The author considers the problems in which important points of a body image, represented in the Monge epure, are outside the epure frame.

The study shows the manner in which the direction where the inaccessible intersection point of two lines is found in the epure, and the trace of a plane is plotted, when one of the traces with the intersection point on XX is inaccessible.

The paper then shows a short application.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 538

G. Moisil

Distribution of the Electrostatic Potential in Uniaxial Anisotropic Layered Media

A punctiform load which forms an electrostatic potential in a layered medium consisting of 3 subdomains is considered: the first domain is semi-infinite, linear, homogeneous and isotropic; the scond domain is a layer of thickness e linear, homogeneous, but uniaxial anisotropic, between two parallel planes $z=z_{12}$ and $z=z_{13}$; the third medium is semiinfinite, linear, homogeneous and also uniaxial, anisotropic. The symmetry axis for the second and the third mediums is the same as axis Oz. Electrostatic potential expresions are deduced.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 547.284.3

Г. Костяну, Корнелия Матееску,
Ортанса Ландауер

Сравнительное изучение кислотных гидролизов и щелочных эстеров алифатидных в смеси вода-ацетон

Сравниваются экспериментальные результаты полученные при изучении кислотной гидролизы и щелочной оцетаты в бутил — и в одинаковых температурных условиях и в широкой области концентрации смесей воды-ацетон.

Преследуется вариация отношения постоянных скорости в случае двух гидролиз, разница между энергией активирования и отношение до экспоненциальных факторов в зависимости от сравнения растворителя.

Из сравнения значений термодинамических функций активирования в случае гидролизов эстер выводятся заключения в связи с соотношением между влиянием среды реакции и видом гидролизы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 666.321

А. Яну, А. Динеску, И. Сэвеану, Тх. Бэдеску,
Л. Сечеляну, В. Кымпу, В. Панэ, М. Матееску

Относительно возможности улучшения некоторых физико-химических характеристик местных каолин

Каолины употребляются в некоторых отраслях промышленности в особенности в резиновой промышленности, как белые полуактивные ингредиенты, которые снижают цену и придают законченным изделиям более высокие технологические качества.

Исходя из того соображения, что при соответствующей обработке целый ряд минералов относительно низкого качества могут улучшить свою деятельность в примесях на базе натуральной и синтетической резины, а также из соображения, что некоторые местные каолины ещё недостаточно оценены для этой цели, работа показывает эффективность некоторых обработок, примененных на соответствующих каолинах, как например: отмучивание, электрофорез и применение активаторов. Улучшенные таким образом изделия могут быть заменителями некоторых материалов наполнения импортного происхождения.

Сравнительное рассмотрение химических, физических и технологических свойств исследуемых материалов до и после улучшения, указывает на целесообразность изучения, выбора асортиментов каолина; промышленность будет производить резину согласно сложным экономическим критериям, принимая во внимание степень, в которой улучшенные технологические указатели являются специфическими для различных видов вулканизации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 629.13

К. Гуцэ

Рассуждения о перехвате космических аппаратов

В работе устанавливаются уравнения функционалов в случае перехвата, в пределах плотной атмосферы.

Предлагается аналитический метод определения полета преследующего аппарата, так чтобы осуществить перехват в минимальное время.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 547.284.3

G. Costeanu, Cornelia Mateescu,
Ortansa Landauer

Comparative Study of Acid and Basic Hydrolyses of Some Aliphatic Esters in Water-acetone Mixture

A comparison of the experimental results obtained in the study of basic and acid hydrolysis of n-butyl propionate and acetate, by the same temperature conditions, and a large variation of water-acetone mixture concentrations.

The study follows up the variation of the speed constants ratio in the case of the two hydrolyses, and the difference between the activating enegies, depending on the solvent composition.

From the comparison of the activating thermodynamic functions values, conclusions are drawn in connection with the reaction medium influence, and the hydrolysis nature.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 666.321

A. Ianu, A. Dinescu, I. Săveanu, Th. Bădescu,
L. Seceleanu, V. Cimpu, V. Pană, A. Mateescu

On the Possibilities of Improving Some Physical-chemical Characteristics of Indigenous Kaolins

Kaolins are used in certain industrial branches, especially in the rubber industry, as white semi-active ingredients that lower the costs and give the product fine technological qualities.

Starting from the idea that, as a result of adequate treatments, certain low-quality mineral ores may improve their activity in the blends based upon natural and synthetic rubber as well as from the fact that certain indigeneous kaolins are not yet wholly rendered profitable to this aim, the paper demonstrates the efficiency of certain treatments applied to kaolins, such as: levigation, electrophoresis, and activator use. The products that are thus treated may be used instead of imported filling materials.

The comparative examination of the chemical, physical and technological properties of the studied materials, before and after their treatment, justifies the study; the kaolin types are to be chosen by the rubber industry in accordance with various complex economic criteria, taking into account how much the improved technological indexes are specifical for various vulcanization types.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 629.13

C. Guţă

Considerations on Cosmic Apparatus Interception

The work establishes the functional equations in the case of interception, in the limits of dense atmosphere.

An analytic method is proposed to determine the flying regime of the pursuer appratus so that the interption be achieved in a minimal time.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К 621 81

П. Антонеску

Синтез плоских механизмов для построения кривых пересечения цилиндро-конических тел

В случае пересечения цилиндро-конических тел, большое число используемых плоскостей приводит к усложнению эпюры и к более трудному исследованию построения кривой пересечения.

В этом труде представлен метод синтеза плоских механизмов для непрерывного построения кривой пересечения в следующих случаях: цилиндр с цилиндром, цилиндр с конусом и конус с конусом.

Предложенные механизмы позволяют получить все виды возможных пересечений (проникновение, разлом, проникновение или разлом на пределе), облегчая в большой степени понимание графических методов употребляемых в настоящее время.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 621.43.05

Вс. Радченко, Б. Грюнвалд, Ал. Дэнеску

Модель цикла для исследования оптимизации турбопоршневых двигателей с воспламенением от сжатия

В статье развита модель цикла, которая позволяет исследование оптимизации турбопоршневого двигателя в условиях максимальных значений давления в цилиндре и температуры газов перед турбиной. Предложенный метод позволяет нахождение возможных значений степени сжатия и коэффициента избытка воздуха, при которых двигатель может работать в указанных условиях. Таким образом упрощается задача при экспериментальном исследовании выбранного решения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 621.313

Г. Галан

Виды расчёта магнитного поля в электромашинах

В этой работе анализируются идеализированные модели, применяемые в теории электрических машин с однородным воздушным зазором, выявляя элементы, которые привели к общей м дели, которая включает влияние пазов, кривизны и в некоторой степени также и насыщения. Уравновешивания неоднородной зоны с анизотропной зоной является хорошим приближением, только с точки зрения общих результатов, а не с точки зрения точного значения магнитного поля.

Эффект кривизны имеет особенное значение для тех моделей' которые включают зоны небольшой проницаемости и размеры согласно радиусу сопоставляемому с радиусом ротора, в особенности для первых гармоник. Если таких зон не существует. кривизна имеет значение только для гармоник верхнего порядка.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 621.81

P. Antonescu

Synthesis of Plane Mechanisms for Plotting Cylinder-conics Intersection Curves

In the case of cylinder-conics intersection, the great number of useful planes leads to the epure overlapping and to a more difficult tracking of the intersection curve plotting.

The paper presents the synthesis method of plane mechanisms used for the continuous plotting of the intersection curve, in the following cases : cylinder-cylinder, cylinder-cone, and cone-cone.

The designed mechanisms allow the achievement of all kinds of possible intersections (penetration, breaking limit penetration or breaking), making easier to a great extent, the understanding of the graphic methods used at present.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C 621.43.05

V. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu

A Cycle Model to Study the Optimisation of the Supercharged Diesel Engines Performances.

In the paper a cycle model is presented, which enable us to study the optimisation conditions of the performances of a turbosupercharged engine, providing concomitantly both the limitation of the maximum pressure in the cylinder and the maximum temperature at the turbine entry. On using the suggested method, one gets the possible values of the compression ratio and the aer-exces coefficient that cause the engine to work in the initially specified conditions. In this way it is easier to decide on the proper solution to be tested.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 621.313

N. Galan

Aspects of Magnetic Field Calculation in Electric Machines

The paper makes an analysis of the idealized models used in the theory of uniform air-gap electric machines, pointing up the elements that led to the generalized model, which includes influences of slots, curvature, and to a certain extent, of saturation. The equalization of the nonhomogeneous area with an anisotropic are constitutes a good approximation only from the point of view of the global result, and not from that of the magnetic field punctual values.

The curvature's effect is particularly important for those models which include small permeability areas having a radius dimension comparable with the rotor radius, especially for the first harmonics. When there are no such areas, the curvature is important only for higher harmonics.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 621.375

С. Флореа

К вопросу об изучении установившегося процесса в струйных усилителях.

В работе предлагается метод расчёта входных и выходных характеристик усилителей пропорциональных с отклонением струи.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 669.017:621.315.592

М. Протопопеску, А. Аломан, Александра Добре, Ионела Вниа

Исследования в области макро- и микроструктуры полупроводниковых материалов, полученных в СРР

В работе представлены особенности приготовления образцов для изучения макро- и микроструктуры полупроводниковых материалов. Изучены элементарные полупроводники, полупроводниковые соединения и полупроводниковые сплавы в виде поли- и монокристаллов. Уделено внимание исследованию структурных несовершенств в полупроводниковых материалах и определена плотность дислокаций в монокристаллах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 625.2

И. Зэгэнеску, В. Хоанка, Н. Негуц

Применение сцепного веса на электро-локомотивах

Изучется вариация нагрузок на оси при пуске в ход электролокомотивов железных дорог 060-ЕА, при системе привода низкой тяги посредством тяговых брусьев.

Определяется степень применения сцепного веса. Затем указаны факторы, которые влияют ня степень применения сцепного веса.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 621.375

S. Florea

Some Contributions Upon Studying the Steady-state Regime of the Fluidic Beam Amplifier

In the paper a method for determining the input and output characteristics of the proportional beam deflection amplifiers is presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 669.017 : 621.315.592

M. Protopopescu, A. Aloman,
Alexandra Dobre, Ionela Vişa

Contributions to the Study of Macro and Microstructures of Semiconductor Materials Produced in S.R.R.

In the present work are examined the preparation factures of specimens for the study of macro and microstructure of semiconductor materials.

There were investigated semiconductor elements, semiconductor compounds and semiconductor alloys under the form of ingot, polycrystals and monocrystals.

It was given a special attention to the study of structural imperfections in semiconductor materials and it was measured the dislocation density in monocrystals.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 625.2

I. Zăgănescu, V. Hoancă, N. Neguţ

The Use of the Adhesive Weight for Electrical Rrailway Engines CFR 060-EA

A study is made of the variation of axle loade, when starting the electrical railway engines CFR 060-EA, having low-draw driving system by draw bars.

The degree of utilization of the adhesive weight is determined. The factors are shown that influence the degree of utilization of the adhesive weight.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Résumé

C.D. 515

M. Şt. Botez

Remarque sur une correspondance particulière

On considère une opération algébrique de manière à établir une correspondance (α, β) entre les points d'une courbe et on trouve la condition pour que cette correspondance soit symétrique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 515

N. Mirescu

Détermination de l'épure des images par des points inaccessible

On prend en considération les problèmes où les points importants de l'image d'un corps, représenté dans l'épure Monge, sont en dehors du cadre de l'épure.

L'étude présente a démontré comment on peut construire la direction dans laquelle se trouve dans l'épure le point inaccessible de deux droites, on a construit la trace d'un plan, lorsque l'une des traces ayant un point d'intersection XX est inaccessible.

On a fait ensuite une brève explication.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 538

G. Moisil

Distribution du potentiel électrostatique dans des milieux anisotropes uniaxes

On considère une charge ponctuelle qui crée un potentiel électrostatique dans un milieu stratifié formé de 3 sousdomaines : le premier domaine demi-infini est linéaire, homogène et isotrope ; le deuxième domaine est une couhce d'une grosseur e, linéaire, homogène mais anisotrope uniaxe, contenu entre deux planes parallèles $z=z_{23}$ et $z=z_{12}$; le troisième milieu est demi-infini, linéaire, homogène et aussi anisotrope uniaxe. L'axe de symétrie du deuxième milieu et celle du troisième se confondent avec l'axe Oz. On déduit les expression du potentiel électrostatique dans les trois milieux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Zusammenfassung

D.K. 515

M. Şt. Botez

Bemerkung über eine eigenartige Korrespondenz

Eine algebraische Operation wird derart berücksichtigt, dass zwischen den Punkten einer Kurve eine Korrespondenz (α, β) festgestellt wird und man findet die Bedingung, dass diese Korrespondenz symmetrisch ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 515

N. Mirescu

Bestimmung des Bildzeichenrisses durch unzugängliche Punkte

Es werden die Aufgaben in Betracht gezogen, in welchen bedeutende Punkte des Bildes eines mittels des Monge-Zeichenrisses dargestellten Köpers sich ausserhalb des Zeichenrissrahmens befinden

In vorliengendem Studium wurde gezeigt, wie die Richtung, in welcher im Zeichenriss der unzugängliche Schnittpunkt zweier Geraden liegt, konstruiert wird ; es wurde die Spur einer Ebene gezeichnet, wenn eine der Spuren mit dem Schnittpunkt mit XX unzugänglich ist.

Es wird ein kurzes Anwendungsbeispiel gegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 538

G. Moisil

Die Verteilung des elektrostatischen Potentials in einachsigen anisotropischen geschichteten Mitteln

Es wird eine punktfömige Ladung betrachtet, welche ein elektrostatisches Potential in einem aus 3 Unterbereichen gebildeten Mittel hervorruft: der erste halbunendliche Bereich ist linear, homogen und isotrop ; der zweite Bereich ist eine Schicht mit der Dicke e linear, homogen, jedoch anisotrop und einachsig, enthalten zwischen zwei parallelen Ebenen $z=z_{12}$ und $z=z_{23}$; der dritte Bereich ist halbunnendlich, linear, homogen und ebenfalls anisotrop einachsig. Die Symmetrieachse des zweiten und des dritten Bereichs fällt zusammen mit der Achse Oz. Es werden die Ausdrücke des elektrostatischen Potentials in der drei Bereichen abgeleitet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 547.2P4.3

G. Costeanu, Cornelia Mateescu,
Ortansa Landauer

Étude comparative de la cinétique de hydrolyse acide et alcaline de quelques esters aliafatiques dans le mélange eau-acétone

On compare les résultats expérimentaux obtenus dans l'étude de l'hydrolyse acide et alcaline de l'acétate de n-butyle dans les mêmes conditions de température et dans un large domaine de concentrations des mélanges eau-acétone.

On poursuit la variation du rapport des valeurs des constantes de vitesse au cas de 2 hydrolyses, la différence entre les énergies d'activation en fonction de la composition du solvant.

De la comparaison des valeurs des fonctions thermodynamiques d'activation on tire des conclusions sur l'influence du milieu de réactions et la nature de l'hydrolyse.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 666.321

A. Ianu, A. Dinescu, I. Săveanu, Th. Bădescu,
L. Seceleanu, V. Cimpu, V. Pană, A. Mateescu

Sur les possibilitées d'amélioration de quelques caractéristiques physico-chimiques de quelques kaolins indigènes

On utilise les kaolins dans quelques industries, notamment dans l'industrie du caoutchouc, comme ingrédients blancs demi-actifs, qui diminuent le prix de revient et confèrent aux produits finis des qualités technologiques supérieures.

Considérant que, par suite des traitements adéquats, une série de roches de qualité relativement inférieure peuvent améliorer leur activité dans les mélanges à base de caoutchouc naturel et synthétique et jugeant que quelques kaolins indigènes ne sont pas entièrement mis en valeur dans ce but, l'ouvrage démontre l'efficacité des traitements appliqués aux kaolins respectifs, comme: la lévigation, l'électrophorèse et l'utilisation des activateurs. Les produits enrichis par cette méthode peuvent devenir des succédanés des matériaux de remplissage importés.

L'examen comparatif des propriétés chimiques, physiques et technologiques des matériaux étudiés, avant et après l'amélioration. justifie cette étude, la sélection des assortiments de kaolin devant se faire par l'industrie du caoutchouc d'après des critères économiques complexes, en tenant compte de la mesure dans laquelle les indices technologiques améliorés sont spécifiques pour divers types des produits vulcanisés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 629.13

C. Guţă

Considérations sur l'interception des appareils cosmiques

Ue travail établi les équations fonctionnelles, au cas de l'interception, dans les limites de l'atmosphère dense.

On propose une méthode analytique de détermination du régime de vol de l'appareil qui poursuit de manière qu'on réalise en minimum de temps l'intersection.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 547.284.3

G. Costeanu, Cornelia Mateescu,
Ortansa Landauer

Vergleichstudium der sauren und alkalischen Hydrolysen einiger alifatischen Ester in Wasser-Azeton-Mischung

Bei der Untersuchung der sauren und alkalischen Hydrolyse des n-Butyl-Azetates erzielten Versuchsergebnissen werden bei denselben Temperaturbedingungen und in einem weiten Konzentrationsbereich von Wasser-Azeton-Mischungen verglichen.

Es wird die Schwankung des Verhältnisses der Geschwindigkeitskonstanten im Falle der beiden Hydrolysen, und der Unterschied zwischen den Belebungsenergien in Abhängigkeit von der Zusammensetzung des Lösungsmittels vorfolgt.

Aus dem Vergleich der Werte der thermodynamischen Belebungsfunktionen können Schlussfolgerungen im Bezug auf die Korrelation zwischen dem Einfluss des Reaktionsmittels und der Art der Hydrolyse gezogen werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 666.321

A. Ianu, A. Dinescu, I. Săveanu, Th. Bădescu,
L. Seceleanu, V. Cimpu, V. Pană, A. Mateescu

Über die Verbesserungsmöglichkeiten einiger physikalisch-chemischen Eigenschaften von inländischem Kaolin

Das Kaolin wird in einigen Industrien angewendet, besonders in der Gummiindustrie als halbaktives weisses Ingrediens, welches den Kostenpreis verringert und den Fertigerzeugnissen erhöhte technologische Qualitäten erteilt.

Ausgehend von der Tatsache, dass infolge von geeigneten Behandlungen eine Reihe von verhältnismässig geringwertigen Erzen ihre Aktivität in den Grundgemischen von Naturgummi und synthetischen Kautschuk verbessern können und von der Sachlage, dass einige inländische Kaoline für diesen Zweck nicht genügend ausgewertet sind, beweist die Arbeit die Wirksamkeit von einigen bei den entsprechenden Kaolinen angewandten Behandlungen wie z. B. : Bodenauswaschung, Elektrophorese und die Anwendung von Aktivatoren. Die so veredelten Erzeugnisse können als Ersatz einiger Füllstoffe, die durch Einfuhr verschafft werden, dienen.

Die vor und nach der Verbesserung vergleichsweise Untersuchung der chemischen, physikalischen und technologischen Eigenschaften der studierten Werkstoffe rechtfertigt dieses Studium ; die Wahl der Kaolinsorten wird von der Gummiindustrie nach komplexen wirtschaftlichen Kriterien erfolgen, wobei das Mass im welchem die verbesserten technologischen Indizes den verschiedenen Typen der vulkanisierten Werkstoffe spezifisch sind in Betracht gezogen werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 629.13

C. Guţă

Betrachtungen über das Auffangen von kosmischen Geräten

Die Arbeit bestimmt die Funktionalgleichungen beim Auffangen in den Grenzen der dichten Atmosphäre.

Es wird eine analytische Methode für die Bestimmung des Flugzustandes des verfolgenden Gerätes vorgeschlagen, so dass die Kreuzung in kürzester Zeit zustande gebracht werden kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 621.81

P. Antonescu

Synthèse des mécanismes pour le traçage des courbes d'intersection des cylindro-coniques

Dans le cas de l'intersection des cylindro coniques, le grand nombre de plans utiles mène à la coupure de l:épure et à une poursuite plus difficile de la construction de la courbe d'intersection.

Le travail présente la méthode de synthèse des mécanisme plans pour le traçage continu de la courbe d'intersection dans les cas : cylindre-cylindre, cylindre-cône et cône-cône.

Les mécanismes projetés permettent l'obtention de tous les genres d'intersection possibles (pénétration, ruptures, pénétration or rupture à la limite), en facilitant en très grande mesure la compréhension des méthodes graphiqdes rtilisées jusqu'à présent.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 621.43.05

Vs. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu

Un modèle de cycle pour l'étude de l'optimisation des performances des moteurs à allumage par compression suralimentés.

On présente, dans l'article, un modèle de cycle qui permet la recherche des conditions d'optimisation des performances d'un moteur turbosuralimenté dans les conditions de la limitation simultanée de la pression maximale du cylindre et de la température maximale de l'amont de la turbine. La méthode permet de trouver les valeurs possibles du rapport de compression et le coefficient d'excès d'air qui font possible le fonctionnement du moteur dans les conditions initiales specifiées. On peut décider, de cette manière, plus facilement sur la solution qui doit être expérimentée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 621.313

N. Galan

Aspects du calcul du champ magnétique dans les machines électriques

Le travail analyse des modèles absolus utilisée dans la théorie des machines électriques à entrefer uniforme, en mettant en relief des éléments qui ont mené au modèle idéalisé, qui inclut l'influence des rainures de la courbure et, dans une certaine mesure, de la saturation.

L'équivalence de la zone non-homogène à une zone anisothrope constitue, une approximation bonne seulement du point de vue du résultat global, et non pas du point de vue des valeurs jonctuelles du champ magnétique.

L'effet de la courbure présente une importance particulière pour les modèles qui incluent les zones à petite perméabilité et à la dimension selon le rayon comparable au rayon du rotor, spécialement pour les premières harmoniques.

Lorsqu'il n'y a pas de telles zones, la courbure présente une importance seulement pour les harmoniques d'ordre supérieure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 621.81

P. Antonescu

Synthese der flachen Getriebe für die Aufzeichnung der Schnittkurven der kegelig-zylindrischen Körper

Im Falle von kegelig-zylindrischen Schnitten führt die grosse Zahl der Nutzebenen zur Überschreitung des Zeichenrisses und zu einer schwierigeren Verfolgung des Schnittkurvenbaues.

In dieser Arbeit wird das Syntheseverfahren der flachen Getriebe für die stetige Aufzeichnung der Schnittkurve in den Fällen: Zylinder-Zylinder, Zylinder-Kegel und Kegel-Kegel dargestellt.

Die entworfenen Triebe ermöglichen die Erzielung sämtlicher möglichen Schnitte (Durchbrüche, Risse, Grenz-bzw. Rissdurchbrüche), wobei das Verständnis der gegenwärtig verwendeten grafischen Methoden grösstenteils erleichtert wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 621.43.05

Vs. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu

Ein Kreislaufmodell zur Untersuchung der Leistungsoptimierung der überspeisten Diesel-Motoren (Verbrennungsmotoren mit Kompressionszündung)

Es wird ein Kreislaufmodell vorgeführt, das die Untersuchung der Optimierungsbedingungen der Leistungen eines durch Turbolader überspeisten Verbrennungsmotors ermöglicht, unter Berücksichtigung der gleichzeitigen Begrenzung des maximalen Druckes im Zylinder und der maximalen Temperatur vor dem Turbinenlader. Die vorgeschlagene Methode ermöglicht die Ermittlung von Werten für das Kompressionsverhältnis und für das Luftverhältnis, die den vorgegebenen Anfangsbetriebsbedingungen entsprechen. Auf diese Weise kann man die vorteilhafte Variante bestimmen, die erprobt werden soll.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 621.313

N. Galan

Ansichten über die Berechnung des magnetischen Feldes in elektrischen Maschinen

In der Arbeit werden die in der Theorie der elektrischen Maschinen mit gleichförmigem Luftspalt verwendeten idealisierten Modelle analysiert, wobei die Elemente, welche zum verallgemeinerten Modell geführt haben und welches den Einfluss der Nuten, der Krümmung und in irgend einem Masse auch den der Sättigung berücksichtigt, zum Vorschein gehoben werden. Die Gleichstellung der ungleichartigen Zone mit einer anisotropen Zone stellt eine gute Annäherung dar, jedoch nur vom Standpunkt des gesamten Ergebnisses und nicht vom Standpunkt der punktförmigen Werte des magnetischen Feldes.

Der Krümmungseffekt ist bedeutend besonders bei denjenigen Modellen, welche Zonen mit kleiner Durchlässigkeit und mit einem mit dem Halbmesser des Rotors vergleichbaren Halbmessermass aufweisen, speziell bei den ersten Harmonischen. Wenn solche Zonen nicht vorhanden sind, ist die Krümmung nur für die höheren Harmonischen (Oberschwingungen) von Bedeutung.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 621.375

S. Florea

Contributions à l'étude du régime stationnaire des amplificateurs fluidiques à dèviation du jet

Dans ce travail on présente une méthode pour le calcul des caractéristiques d'entrée et de sortie aux amplificateurs proportionnels à la déviation du jet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 669.017:621.315.592

M. Protopopescu, A. Aloman,
Alexandra Dobre, Ionela Vişa

Contribution à l'étude macro et microstructurale des matériaux semiconducteurs produits en Roumanie

L'étude présente les particularités relatives à la préparation des specimens destinés à l'examen macro et microstructural des matériaux sémiconducteurs.

On a examiné des épreuves semiconductrices mono et polycristallines des éléments, composés intermétallique et alliages.

On a étudié spécialement les imperfections structurales dans les matériaux semiconducteurs et on a établie la densité des dislocations dans les monocristaux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

C.D. 625.2

I. Zăgănescu, V. Hoancă, N. Neguţ

Utilisation du poids d'adhérence chez la locomotive électrique CFR 060-EA

On étudie la variation des charges sur les essieux au démarrage de la locomotive électrique CFR 060-EA, qui possède un système d'entraînement de basse traction, par barres de traction.

On détermine le degré d'utilisation du poids d'adhérence. On montre ensuite les facteurs qui influencent le degré d'utilisation du poids d'adhérence.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 621.375

S. Florea

Beiträge zum Studium des Dauerzustandes der Strahlablenk-Fluidiksverstärker

Die Arbeit stellt eine Methode für die Berechnung der Einhangs- und Ausgangskennlinien der Strahlablenk-Fluidiksverstärker dar.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 669.017:621.315.592

M. Protopopescu, A. Aloman,
Alexandra Dobre, Ionela Vişa

Beiträge zum Studium der Mikro- und Makrostruktur der in Rumänien hergestellten Halbleiter

In der vorliegenden Arbeit werden die Merkmale der Probenvorbereitung von Halbleitern für ein makroskopisches und mikroskopisches Studium, im Falle einer fortgeschrittenen Reinheit und vollkommener kristalliner Struktur, untersucht.

Es werden spezifische Aspekte der makro- und mikroskopischen Analysentechnik von Halbleiterelementen, zusammengesetzten Halbleitern und Halbleiterlegierungen dargestellt, die in polykristalliner und monokristalliner Form sein können.

Besondere Aufmerksamkeit wurde dem Studium der in Halbleitern enthaltenen strukturellen Unvollkommenheiten geschenkt.

Es wurde die Dislokationsdichte in Ge- und Si-Monokristallen mit verschiedenen kristallographischen Orientierungen und strukturellen Unvollkommenheitsgraden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.K. 625.2

I. Zăgănescu, V. Hoancă, N. Neguţ

Anwendung des Adhäsionsgewichts bei der elektrischen Lokomotive CFR 060-EA

Es wird die Achslastschwankung beim Anfahren der elektrischen Lokomotive CFR 060-EA, welche ein Niederzug-Antriebssystem mit Zugstangen besitzt, untersucht.

Es wird der Ausbeutungsgrad des Adhäsionsgewichts bestimmt. Dann werden die Faktoren angezeigt, welche den Ausnutzungsgrad des Adhäsionsgewichts beeinflussen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

MATEMATICĂ

C.Z. : 515

REMARQUE SUR UNE CORRESPONDANCE PARTICULIÈRE *

MIHAIL ȘT. BOTEZ

Soit une courbe plane (C) dont l'équation $f=0$ est algébrique et irréductible de genre $p>0$.

On sait que par une operation algébrique τ, à un point a on peut faire correspondre un groupe B contenant β points et par l'operation inverse τ^{-1} on peut faire correspondre à un point b un groupe A contenant α points, [1]. De cette manière on établit entre les points de la courbe (C), la correspondance (α, β), [2].

Les groupes B qui correspondent au point $a \in C$, forment une série dont l'ordre est β et l'indice α, et un point quelconque de (C) appartient aussi à α groupes B qui sont les homologues de A qui lui correspondent par l'operation inverse τ^{-1}.

En général les groupes B ne sont pas équivalentes deux à deux.

S'il existe un nombre $\gamma>0$ de manière que le groupe $\gamma a+B$ appartient à une série linéaire, c'est à dire que si par l'operation τ on peut faire correspondre à un point $a' \in C$ un groupe B' tel que pour tout paire des points (a, a') existe la relation :

$$\gamma a + B = \gamma a' + B' \tag{1}$$

alors le groupe $\gamma a+B$ varie linéairement et γ est la valence de la correspondance τ. Une courbe dont le genre est $p>0$, a une seule valence.

Dans ces conditions le groupe $\gamma a+B$ appartient à une série linéaire déterminée sur (C) par les courbes du système :

$$\lambda_0 \varphi_0(x_1, x_2, x_3) + \lambda_1 \varphi_1(x_1, x_2, x_3) + \ldots + \lambda_r \varphi_r(x_1, x_2, x_3) = 0 \tag{2}$$

dont le déterminant Gram :

$$\Delta_G = \begin{vmatrix} (\varphi_0, \varphi_0) & (\varphi_0, \varphi_1) \ldots & \ldots (\varphi_0, \varphi_r) \\ (\varphi_1, \varphi_0) & (\varphi_1, \varphi_1) \ldots & (\varphi_1, \varphi_r) \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ (\varphi_r, \varphi_0) & (\varphi_r, \varphi_1) \ldots & (\varphi_r, \varphi_r) \end{vmatrix} \neq 0 \tag{3}$$

* Ouvrage reçu à la rédaction le 25 mai 1970.

C'est à dire que les fonctions φ_i sont linéairement indépendantes et la relation (2) n'est pas une identité pour des valeurs non toutes nulles des paramètres λ_i.

La dimension du système est r, et généralement par r points du plan passe une seule courbe appartenant au système (2).

Les coefficients: λ_0, λ_1,...λ_r, sont fonctions rationnelles des coordonnées x_1', x_2', x_3' du point $a \in C$.

La correspondance τ est représentée par l'équation :

$$\Phi(x_1', x_2', x_3' \; ; \; x_1, x_2, x_3) = 0. \tag{4}$$

ou Φ est une fonction rationelle entière et homogène en x et x'.

A un point $x \in C$ correspondent les groupes de points homologues :

$$x_1', x_2', x_3', \ldots\ldots, x_n' \quad \text{et} \quad x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$$

donnés par τ et τ^{-1} et qui constituent deux séries linéaires de même dimension r.

Soient deux séries linéaires g_m^r et g_n^r dont la dimension est r, coupées sur (C) par les systèmes :

$$\begin{aligned} \lambda_0 \varphi_0 + \lambda_1 \varphi_1 + \ldots \quad & \ldots + \lambda_r \varphi_r = 0 \\ \mu_0 \psi_0 + \mu_1 \psi_1 + \ldots \quad & \ldots + \mu_r \psi_r = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

où :

$$\varphi_i = \varphi_i(x_1, x_2, x_3) \quad \text{et} \quad \psi_i = \psi_i(x_1', x_2', x_3').$$

Si les systèmes (5) détérminent sur (C) une même série linéaire, hors un nombre de quelques points fixes, la correspondance est symétrique et les groupes des points homologues sont :

$$\gamma x + x_1' + x_2' + \ldots\ldots + x_n'$$
$$\gamma x + x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n.$$

Les courbes ψ_i, excepté un facteur, sont des combinaisons linéaires des courbes φ_i, c'est à dire :

$$\psi_i = \sum_0^r \alpha_{ik} \varphi_k$$

et l'équation (4) peut être exprimée par :

$$\sum_0^r \alpha_{ik} \varphi_i(x_1, x_2, x_3) \; \psi_i(x_1', x_2', x_3') = 0 \tag{6}$$

Mais comme les fonctions φ_i accomplissent la condition (3), il en résulte :

$$\alpha_{ik} = \alpha_{ki} \quad \text{ou} \quad \alpha_{ik} = -\alpha_{ki} \;, \quad \alpha_{kk} = 0$$

c'est à dire que $|\alpha_{ik}|$ est symétrique ou demi-symétrique.

Donc on peut affirmer :

1. *Pour obtenir une correspondance symétrique d'une dimension quelconque* r, *sur une courbe* f=0, *il faut que les polynômes* φ_i *vérifient la condition* $\Delta_G \neq 0$, *et que* $|\alpha_{ik}|$ *soit symétrique ou demi-symétrique.*

2. *Parceque le déterminant demi-symétrique* $|\alpha_{ik}|$ *dont l'ordre est* $2k+1$ *est nul, on peut dire* [3] *qu'on a une correspondance symétrique sur une courbe si la dimension est d'ordre* $2k$ *et le déterminant des coefficients est demi-symétrique.*

Le chaire de mathématique III
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *L. Godeaux* — Géométrie algébrique. Masson-Paris, 1949.
2. *F. Enriques-O. Chisini* — Teoria geometrica delle equazioni — Zanichelli Bologna, 1929.
3. *E. Pascal* — I Determinanti — Hoepli-Milano, 1923.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

C.Z. : 515

LA DÉTERMINATION DE L'ÉPURE DES IMAGES À POINTS INACCESIBLES *)

NICOLAE MIRESCU

Dans les traités de géométrie descriptive on considere, preque sans exception, que les points qui interviennent dans la solution des problèmes sont contenus dans le cadre de l'épure. Cependant, la pratique n'exclut pas les situations où les éléments desquels nous avons besoin sortent hors de l'épure et deviennent ainsi inaccesibles aux constructions qu'on va exécuter.

Tels problèmes dans lesquelles les points necessaires sont inaccesibles constituent une categorie particulière [1].

Nous nous proposons en ce qui suit de résoudre quelques problèmes fondamenteaux dans lesquelles les éléments déterminants dans la construction des images sont inaccesibles. Tels problémes demandent des constructions qui sont différentes de celles courantes dans la géométrie descriptive [2].

Une conséquence importante c'est que dans les constructions faites dans la géométrie descriptive, la consideration des points inaccesibles introduit une rigueur de plus dans la représentation.

1. *La détermination de la direction dans laquelle si trouve le point inaccesible d'intersection de deux droites concurrentes*

Pour obtenir la projection de la direction dans laquelle se trouve le point inaccesible, d'intersection de deux driotes, on reduit le problème mise en espace à un problème plane, tenant compte que les incidences se consèrvent dans l'épure (fig. 1). Ainsi, d'un point $\alpha' \xi d'$ on mène $a'\gamma' \| d'_1$, et de γ' on construit $\gamma'\beta' \| d'$. Les droites $\alpha'\gamma'$ et $\gamma'\beta'$ avec d' et d'_1 forment un parallélogramme dont le sommet oposé au sommet γ'_1, est la projection verticale inaccesible du point d'intersection. La projection verticale est $\gamma' m'$, ou m' est le milieu du segment $\alpha'\beta'$.

---

* Communication prezentée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Cluj, 22—23 décembre 1969.

Pour obtenir la projection horizontale de cette direction on porte α' et β' en α_1 et β sur d et d_1, et de α on mène une paralléle à d_1 sur laquelle on porte en γ la projection γ'. Ainsi la deuxieme projection de la direction dans laquelle se trouve le point inaccesible est γm.

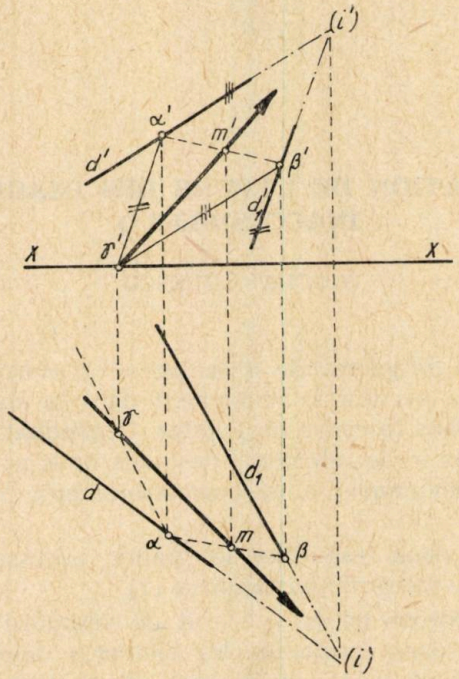


Fig. 1

2. *Etant données : la trace P', d'un plan dont l'intersection avec XX est inaccessible et un point appartenait à la seconde, trace construire l'épure du plan* (fig. 2)

Soit : $P' = [P] \cap [V]$ et $a \in P$, où P est inconnu.

Pour obtenir P on utilise le cas particulier du théorème de Desargues avec l'axe d'homothetie à ∞.

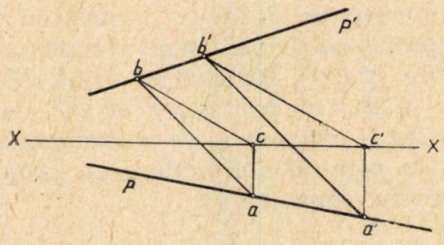


Fig. 2

On construit le triangle abc avec $b \in P'$ et $c \in XX$ et par un point arbitraire $b' \in P'$ (avec $b \neq b'$) on mène : $b'c' \| bc$ et $b'a' \| ba$ et de $c' \in XX$ on mène $c'a' \| ca$.

On obtient ainsi le triangle $\Delta abc \sim \Delta' a'b'c'$ qui correspondent a la condition Desargues pour que les droites :

$$bb' \equiv P' \ , \quad cc' \equiv XX \text{ et } aa'$$

ayent le même point de concurrence.

3. *Etant données les traces P et P', d'un plan [P] dont leur point de concurrence est inaccesible, et un point* $\alpha \in XX$, *construire l'axe XX* (fig. 3)

Le problème est réduit à la construction de la droite qui passe par le point α, et par le point $P_x = P \cap P'$ qui est inaccessible. Pour cela on mène par α, deux droites arbitraires AA' et BB' (avec $A, B \in P$ et $A', B' \in P'$), et par B' on mène $B'C \| AA'$ et par A on mène $AC' \| BB'$. Le point $\beta = B'C \cap AC'$, determine avec α l'axe XX.

Ici on a appliqué le cas particulier du théorème Desargues.

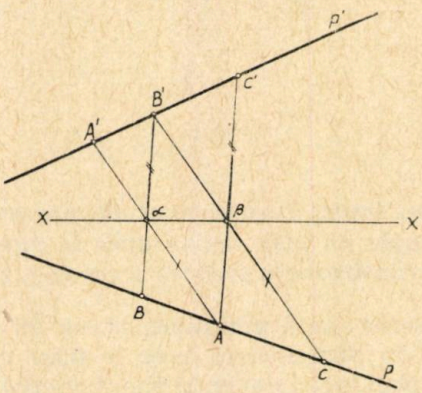


Fig. 3

4. *On connait la trace d'un plan dont le point d'intersection avec XX est inaccessible et un point qui appartient à l'autre trace, construire la trace inconnue* (fig. 4)

Soit P la trace horizontale dont le point d'intersection avec XX est inaccessible et soit $M(m, m')$ le point contenu dans le plan $[V]$ $(m_x \equiv m')$ qui est de même contenu par la trace verticale inconnue. Pour construire la trace inconnue on utilise le théorème général de Desargues. D'où la construction :

Par un point arbitraire appartenant au plan de l'épure on mènent $\omega m'$, ωu, ωr. La trace P est intersectée par $\omega m'$ et $r\omega$ en n et s.

Avec $m'n$, et rs comme côtés on construient les triangles $m'nq$ et rts dont les sommets : $q \in XX$, et $t \in XX$. Conformément avec le théoreme de Desarques, les droits : $ns \equiv P$, $qt \equiv XX$ et $n'r$ ont le même point de concurrence et par conséquence la trace cherchée est $m'r \equiv P'$.

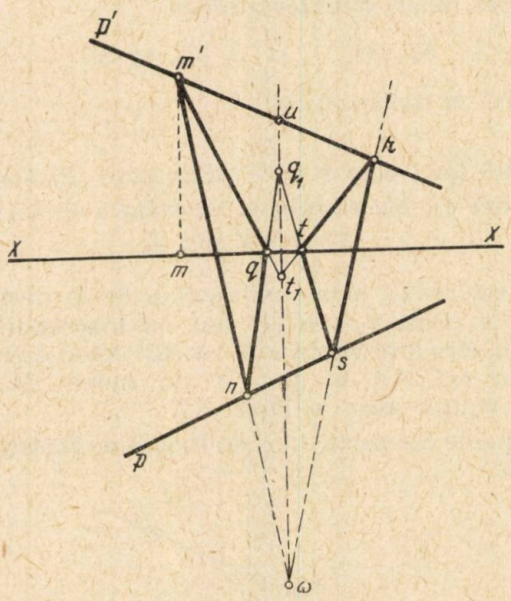


Fig. 4

5. *Etant donné l'une des traces dont le point de concurrence avec l'axe XX est inaccessible, et l'angle du plan donné avec le plan du nom contraire à la trace donnée, construire la seconde trace* (fig. 5)

Ce problème présente deux variantes, après qu'on connaît la trace horizontale et l'angle du plan inconu avec le plan vertical, ou la trace verticale et l'angle du plan inconu avec le plan horizontal.

a) Après le cas dont le problème este formulé, on connaît la trace verticale P' et l'angle $\hat{\alpha} = \sphericalangle [P], [H]$, (fig. 5).

En ce cas il est à considérer les cônes homothétiques dont les sommets sont $S(s, s')$ et $S_1(s_1, s_1')$ avec $(S, S_1) \in [V]$ et dont l'angle des génératrices avec $[H]$ est $\hat{\alpha}$. Les projections s' et s_1' sont situées sur la trace donnée P'. De cette manière le centre d'homothétie est P_x (inaccessible). La seconde trace P est la tangente commune $t_1t_2 \equiv P$ aux cercles dont les rayons sont sa et s_1a_1.

Le problème admet deux solutions :

Considerons connus : l'angle $\hat{\theta} = \sphericalangle [P], [H]$ et la trace horizontale P, et soit ω la projection horizontale d'un point appartenant au plan $[P]$.

On construit la cône circulaire droit dont l'angle des génératrices avec $[H]$ est $\hat{\theta} = \text{const.}$ et considerons que le plan $[P]$ est tangent à ce cône.

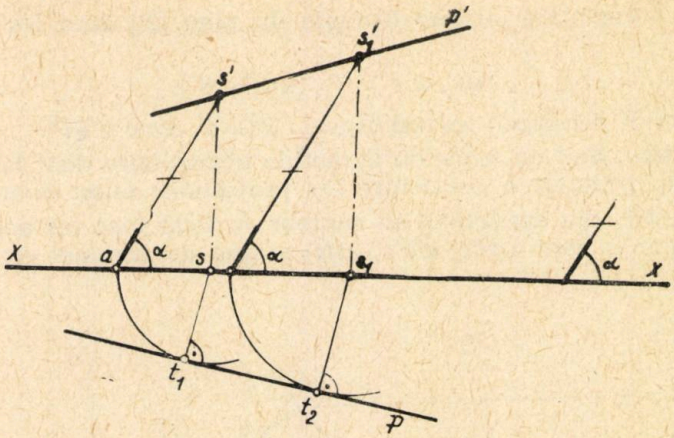


Fig. 5

Pour obtenir l'épure de dites données on mène $\omega\alpha_1 \perp P$ et on donne une rotation au rayon $\omega\alpha$ de manière que :

$$\omega\alpha = \omega\alpha_1 \parallel XX.$$

Puis on construit en $\alpha_1' \in XX$, qui est la projection verticale de α_1, l'angle $\hat{\theta}$ dont l'une de ces côtées est XX.

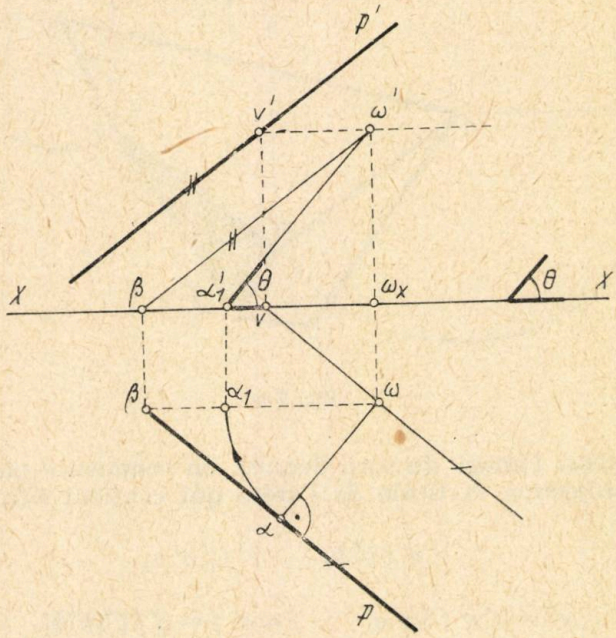


Fig. 6

On obtient la projection ω' — qui est le sommet du cône — en projetant ω sur la seconde côtée de l'angle $\hat{\theta}$, (fig. 6), et pour avoir P' on con-

struit une horizontale ou une frontale du plan [P] dont les projections sont :

$$(\omega v,\ \omega' v') \quad ; \quad (\omega\beta,\ \omega'\beta').$$

La trace P' accomplit les conditions : $P' \| \omega'\beta'$, avec $v' \in P'$.

Aplication. Soit un tronc de pyramide triangulaire dont la section est oblique. On demande à construire ses projections étant donnée que les arêtes $a'a'_1$, $b'b'_1$ qui appartient au contour vertical font les angles $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ avec [H], que sa base $\Lambda(abc,\ a'b'c') \in [H]$ et que son sommet est inaccesible (fig. 7).

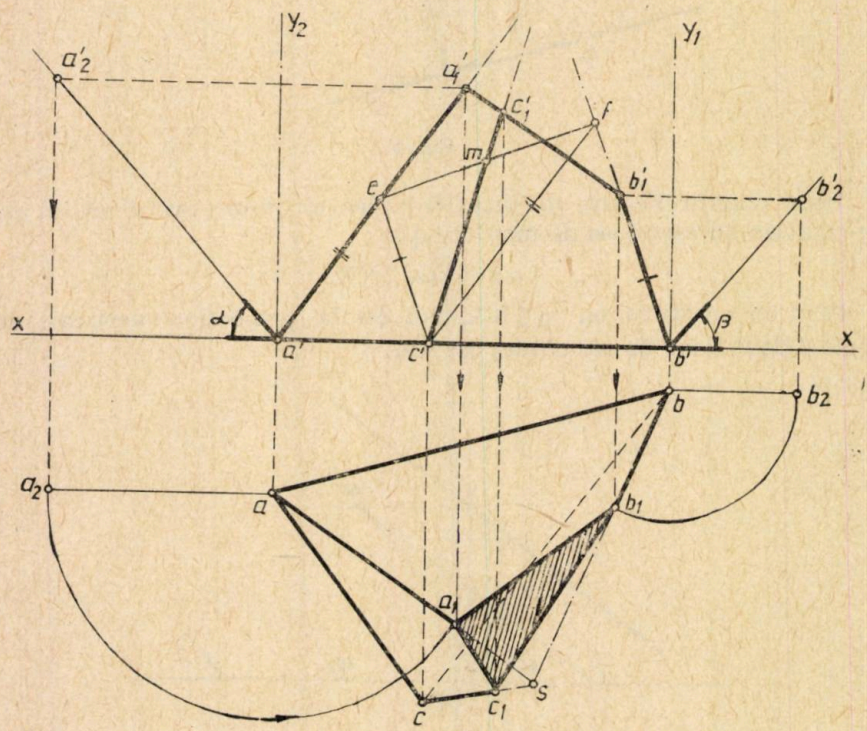


Fig. 7 a

Pour obtenir l'image du corp donnée, on commence par la construction de la projection verticale de l'arête qui contient $C(c,c')$. Pour cela on mène :

$$c'\,e' \| b'\,b'_1 \quad ; \quad c'\,f \| a'\,a'_1$$

où

$$e' = c'\,e' \cap a'\,a'_1 \quad ; \quad f = c'\,f = c'\,f \cap b'\,b'_1.$$

La projection verticale de l'arête $c'c'_1$ est $c'm$, avec $me = mf$ et $c'_1 = a'_1 b'_1 \cap c'\,m$.

L'arêt ainsi déteriminée accomplit la condition à avoir le même point de concurence que les arêtes : $(a'\,a'_1;\ aa_1)$; $(bb_1,\ b'\,b'_1)$.

Pour obtenir les projections aa_1, et bb_1 qui appartient au contour horizontal on applique une rotation autour les axes Y_1 et Y_2 qui passent par $B(bb')$, et $A(aa')$; $(B \in Y_1, A \in Y_2)$, jusqu'elles devienent frontales.

Alors on obtient que :

$$\sphericalangle (a'a'_2, XX) = \hat{\alpha} \quad , \quad \sphericalangle (b'_1 b'_2, XX) = \hat{\beta}.$$

Enfin on obtient a_1 et b_1 comme intersections entre les lignes d'ordre respectives et les arcs de cercles ayant comme centres a_1 et b_1 et comme rayons aa_2 et bb_2.

Les angles $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ n'étant pas independentes il en résulte que la projection c_1 est l'intersection de l'arête cs avec la ligne d'ordre menée par c'_1;

La chaire de géometrie descriptive et dessin (1)
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *M. Șt. Botez* — Geometrie descriptivă — Editura Didactică și Pedagogică, 1965, pag. 145.
2. *E. Lietzmann* — Experimentelle Geometrie, pag. 37 — Editura Teubner — Stuttgart 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

FIZICĂ

C.Z. : 538

DISTRIBUŢIA POTENŢIALULUI ELECTROSTATIC ÎN MEDII STRATIFICATE LINIARE ANIZOTROPE UNIAXE *

GEORGE C. MOISIL

Se consideră un mediu stratificat format din trei domenii (fig. 1). Domeniul (I), semiinfinit este omogen liniar şi izotrop, tensorul permitivităţii relative $\overset{=I}{\varepsilon_r}$ a acestui domeniu fiind reprezentat prin matricea

$$[\varepsilon_r^I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Domeniul (II) este un strat de grosime e, cuprins între planele $z=z_{12}$ şi $z=z_{23}$, liniar omogen dar anizotrop uniax, axa de simetrie fiind situată

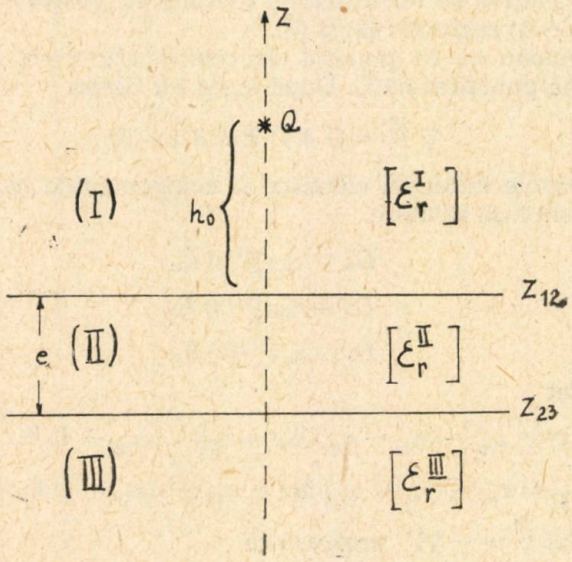


Fig. 1

* Manuscris predat la redacţie la data de 8 august 1969.

pe direcţia axei z. Tensorul permitivităţii relative $\overline{\overline{\varepsilon}}_r^{II}$ a acestui domeniu este reprezentat prin matricea

$$[\varepsilon_r^{II}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{2\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{2\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{2z} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Domeniul (III) este semiinfinit, liniar, omogen şi de asemenea anizotrop uniax, cu axa de simetrie situată pe direcţia z. Tensorul permitivităţii relative $\overline{\overline{\varepsilon}}_r^{III}$ a acestui domeniu este reprezentat prin matricea

$$[\varepsilon_r^{III}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{3\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{3\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{3z} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Cu ajutorul funcţiei generalizate a lui Heaviside

$$\theta(z) = \begin{cases} 1 & z > 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \tag{4}$$

se poate scrie tensorul $\overline{\overline{\varepsilon}}_r(z)$ al permitivităţii mediului eterogen format din cele 3 domenii, reprezentat prin următoarea matrice

$$[\varepsilon_r(z)] = [\varepsilon_r^{III}] - \theta(z - z_{23})\,([\varepsilon_r^{III}] - [\varepsilon_r^{II}]) - \theta(z - z_{12})\,([\varepsilon_r^{II}] - [\varepsilon_r^{I}]) \tag{5}$$

Din această relaţie se vede uşor că în domeniile (I), (II) şi (III), tensorul permitivităţii relative se identifică cu tensorii $\overline{\overline{\varepsilon}}_r^{I}$, respectiv $\overline{\overline{\varepsilon}}_r^{II}$ şi $\overline{\overline{\varepsilon}}_r^{III}$ definiţi prin relaţiile (1) respectiv (2) şi (3).

Să presupunem că în punctul de coordonate $x=0$, $y=0$, $z=h$ este situată o sarcină punctiformă Q. După legea lui Gauss

$$\nabla \vec{D} = Q\,\delta(x)\,\delta(y)\,\delta(z-h) \tag{6}$$

Între componentele inducţiei electrice şi componentele intensităţii cîmpului electric există însă relaţiile

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(\rho)}(z)\,E_x \\ D_y &= \varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(\rho)}(z)\,E_y \\ D_z &= \varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(z)}(z)\,E_z \end{aligned} \tag{7}$$

în care s-a notat

$$\varepsilon_r^{(\rho)}(z) = \varepsilon_{3\rho} - (\varepsilon_{3\rho} - \varepsilon_{2\rho})\,\theta(z - z_{23}) - (\varepsilon_{2\rho} - 1)\,\theta(z - z_{12}) \tag{8}$$

$$\varepsilon_r^{(z)}(z) = \varepsilon_{3z} - (\varepsilon_{3z} - \varepsilon_{2z})\,\theta(z - z_{23}) - (\varepsilon_{2z} - 1)\,\theta(z - z_{12}) \tag{9}$$

Ţinînd seama că $\vec{E} = -\nabla V$ urmează că

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = -\varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(\rho)}(z)\,\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \tag{10}$$

$$\frac{\partial D_y}{\partial y} = -\varepsilon_0\, \varepsilon_r^{(\rho)}(z)\, \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \tag{11}$$

$$\frac{\partial D_z}{\partial z} = -\varepsilon_0 \left\{ \varepsilon_r^{(z)}(z)\, \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \right.$$

$$\left. - (\varepsilon_{3z} - \varepsilon_{2z})\, E_y\, \delta(z - z_{23}) - (\varepsilon_{2z} - 1)\, E_z\, \delta(z - z_{12}) \right\} \tag{12}$$

Introducînd aceste expresii în (6) și folosind coordonatele cilindrice, recomandate de simetria problemei se obține următoarea ecuație cu derivate parțiale, analogă ecuației lui Poisson :

$$\left\{ \varepsilon_r^{(\rho)}(z) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \varepsilon_r^{(z)}(z)\, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} V =$$

$$= -\frac{Q}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{\delta(r)}{2\pi r}\, \delta(h - z) + \varphi(r)\, \delta(z - z_{23}) + \psi(r)\, \delta(z - z_{12}) \right\} \tag{13}$$

în care $\varphi(r)$ și $\psi(r)$ sînt funcții necunoscute.

Punînd V_1 potențialul diferit de zero în domeniul (I) și nul în domeniile (II) și (III), V_2 potențialul diferit de zero în domeniul (II), dar nul în domeniile (I) și (III) și V_3 potențialul diferit de zero în domeniul (III) dar nul în domeniile (I) și (II), ecuația (13) se particularizează în modul următor :

În domeniul (I) :

$$\hat{\mathfrak{L}}_1 V_1 = -\frac{Q}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{\delta(r)}{2\pi r}\, \delta(h - z) + \psi_1(r)\, \delta(z - z_{12}) \right\} \tag{14}$$

În domeniul (II) :

$$\hat{\mathfrak{L}}_2 V_2 = -\frac{Q}{\varepsilon_0} \left\{ \psi_2(r)\, \delta(z - z_{12}) + \varphi_2(r)\, \delta(z - z_{23}) \right\} \tag{15}$$

În domeniul (III) :

$$\hat{\mathfrak{L}}_3 V_3 = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\, \varphi_3(r)\, \delta(z - z_{23}) \tag{16}$$

ψ_1, ψ_2, φ_2 și φ_3 se determină, așa cum se va arăta mai jos prin condițiile de continuitate pe planele $z = z_{12}$ și $z = z_{23}$. Expresiile operatorilor $\hat{\mathfrak{L}}$ sînt :

$$\hat{\mathfrak{L}}_1 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{17}$$

$$\hat{\mathfrak{L}}_2 = \varepsilon_{2\rho} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \varepsilon_{2z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{18}$$

$$\hat{\mathfrak{L}}_3 = \varepsilon_{3\rho} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \varepsilon_{3z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{19}$$

Din (14), (15) și (16) urmează că potențialele V_1, V_2, V_3 vor fi date de expresiile :

$$V_1 = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\hat{\mathfrak{L}}_1^{-1}\left\{\frac{\delta(r)}{2\pi r}\delta(h-z) + \psi_1(r)\,\delta(z-z_{12})\right\} \tag{20}$$

$$V_2 = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\hat{\mathfrak{L}}_2^{-1}\left\{\psi_2(r)\,\delta(z-z_{12}) + \varphi_2(r)\,\delta(z-z_{23})\right\} \tag{21}$$

$$V_3 = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\hat{\mathfrak{L}}_3^{-1}\,\varphi_3(r)\,\delta(z-z_{23}) \tag{22}$$

Pentru a putea aplica operatorii $\hat{\mathfrak{L}}_1^{-1}$, $\hat{\mathfrak{L}}_2^{-1}$, $\hat{\mathfrak{L}}_3^{-1}$ este comod să dezvoltăm termenii din membrul drept al ecuațiilor (20), (21) și (22) în integrale Fourier sau Bessel-Fourier [1], în modul următor :

$$\frac{\delta(r)}{2\pi r}\delta(h-z) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^\infty\int_{-\infty}^{\infty} k\,J_0(kr)\,e^{iq(h-z)}\,dk\,dq \tag{23}$$

$$\delta(z-z') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{iq(z-z')}\,dq \tag{24}$$

$$\chi(r)\,\delta(z-z') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dq\int_0^\infty k\,dk\int_0^\infty \lambda\,\chi(\lambda)\,e^{iq(z-z')}\,J_0(k\lambda)\,J_0(kr)\,d\lambda \tag{25}$$

Introducînd dezvoltările de mai sus în (20), (21) și (22) aplicînd operatorii $\hat{\mathfrak{L}}^{-1}$ ($s=1, 2, 3$) și efectuînd integrarea în raport cu variabila q conform regulii date în lucrarea [3], se obține :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty \left[e^{-k|h-z|} + F_1\,e^{-k|z-z_{12}|}\right] J_0(kr)\,dk \tag{26}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\,\overset{\circ}{\varepsilon}_2}\int_0^\infty \left[F_2\,e^{-k|\mu_2(z-z_{12})|} + G_2\,e^{-k|\mu_2(z-z_{23})|}\right] J_0(kr)\,dk \tag{27}$$

$$V_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\,\overset{\circ}{\varepsilon}_3}\int_0^\infty G_3\,e^{-k|-\mu_3(z-z_{23})|}\,J_0(kr)\,dk \tag{28}$$

În relațiile de mai sus s-au introdus notațiile :

$$F_{1,2} = 2\pi\int_0^\infty \lambda\,\psi_{1,2}(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda \tag{29}$$

$$G_{2,3} = 2\pi\int_0^\infty \lambda\,\varphi_{2,3}(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda \tag{30}$$

$$\overset{\circ}{\varepsilon}_2 = \sqrt{\varepsilon_{2\rho}\,\varepsilon_{2z}} \quad ; \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_3 = \sqrt{\varepsilon_{3\rho}\,\varepsilon_{3z}} \tag{31}$$

$$\mu_2 = \sqrt{\varepsilon_{2\rho}/\varepsilon_{2z}} \quad ; \quad \mu_3 = \sqrt{\varepsilon_{3\rho}/\varepsilon_{3z}} \tag{32}$$

Pentru determinarea funcțiilor necunoscute F_1, F_2, G_2 și G_3 sînt necesare 4 relații între aceste funcții. Ele se obțin aplicînd condițiile de

continuitate de mai jos pe planul $z=z_{12}$ respectiv $z=z_{23}$:

$$V_1\big|_{z=z_{12}} = V_2\big|_{z=z_{12}} \tag{33}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial z}\bigg|_{z=z_{12}} = \varepsilon_{2z}\frac{\partial V_2}{\partial z}\bigg|_{z=z_{12}} \tag{34}$$

$$V_2\big|_{z=z_{23}} = V_3\big|_{z=z_{23}} \tag{35}$$

$$\varepsilon_{2z}\frac{\partial V_2}{\partial z}\bigg|_{z=z_{23}} = \varepsilon_{3z}\frac{\partial V_3}{\partial z}\bigg|_{z=z_{23}} \tag{36}$$

Se obține următorul sistem algebric de 4 ecuații :

$$e^{-k|h_0|} + F_1 = \frac{1}{\overset{\circ}{\varepsilon}_2}\left(F_2 + G_2\, e^{-k|\mu_2 e|}\right) \tag{37}$$

$$e^{-k|h_0|} - F_1 = F_2 - G_2\, e^{-k|\mu_2 e|} \tag{38}$$

$$F_2\, e^{-k|\mu_2 e|} = \frac{\overset{\circ}{\varepsilon}_2}{\overset{\circ}{\varepsilon}_3} G_3 \tag{39}$$

$$F_2\, e^{-k|2\mu_2 e|} - G_2 = G_3 \tag{40}$$

în care $h_0 = h - z_{12}$ și $e = z_{23} - z_{12}$.

Pentru rezolvarea sistemului se elimină mai întîi F_1 între (37) și (38) și G_3 între (39) și (40), obținîndu-se un sistem de două ecuații în F_2 și G_2. Rezolvînd acest sistem și introducînd soluțiile obținute în (37)—(40) se obțin expresiile explicite și ale funcțiile F_1 și G_3. Aceste funcții sînt date de următoarele relații :

$$F_1 = \frac{\overset{\circ}{R}_{12} + \overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}}\, e^{-k|h_0|} \tag{41}$$

$$F_2 = \frac{\overset{\circ}{S}_{12}}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}}\, e^{-k|h_0|} \tag{42}$$

$$G_2 = \frac{\overset{\circ}{R}_{23}\overset{\circ}{S}_{12}\, e^{-k|\mu_2 e|}}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k2\mu_2 e|}}\, e^{-k|h_0|} \tag{43}$$

$$G_3 = \frac{\overset{\circ}{S}_{12}\overset{\circ}{S}_{23}\, e^{-k|\mu_2 e|}}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}}\, e^{-k|h_0|} \tag{44}$$

în care :

$$\overset{\circ}{R}_{12} = \frac{1-\overset{\circ}{\varepsilon}_2}{1+\overset{\circ}{\varepsilon}_2}\ , \quad \overset{\circ}{R}_{23} = \frac{\overset{\circ}{\varepsilon}_2 - \overset{\circ}{\varepsilon}_3}{\overset{\circ}{\varepsilon}_2 + \overset{\circ}{\varepsilon}_3}$$

$$\overset{\circ}{S}_{12} = \frac{2\,\overset{\circ}{\varepsilon}_2}{1+\overset{\circ}{\varepsilon}_2}\ , \quad \overset{\circ}{S}_{23} = \frac{2\,\overset{\circ}{\varepsilon}_3}{\overset{\circ}{\varepsilon}_2 + \overset{\circ}{\varepsilon}_3}$$

În definitiv expresiile potențialului în cele 3 domenii sînt :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty \left[e^{-k|h_0-(z-z_{12})|} + \frac{\overset{\circ}{R}_{12} + \overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\,\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}} e^{-k|h_0+(z-z_{12})}\right] J_0(kr)\, dk \tag{45}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\overset{\circ}{\varepsilon}_2}\int_0^\infty \frac{\overset{\circ}{S}_{12}\left[e^{-k|h_0-\mu_2(z-z_{12})|} + \overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|h_0+\mu_2(z-z_{23}+e)|}\right]}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\,\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}} J_0(kr)\, dk \tag{46}$$

$$V_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_9\overset{\circ}{\varepsilon}_3}\int_0^\infty \frac{S_{12}\,\overset{\circ}{S}_{23}\, e^{-k|h_0-\mu_3(z-z_{23})+\mu_2 e|}}{1 + \overset{\circ}{R}_{12}\,\overset{\circ}{R}_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}} J_0(kr)\, dk \tag{47}$$

În cazul particular în care $\overset{\circ}{R}_{12}\,\overset{\circ}{R}_{23} \ll 1$, cel de al doilea termen $R_{12}\,R_{23}\, e^{-k|2\mu_2 e|}$ de la numitorul fracțiilor care intervin în expresiile de mai sus poate fi neglijat, aproximația fiind cu atît mai bună cu cît grosimea e a stratului intermediar este mai mare. În acest caz particular, integralele se efectuează ușor [2], obținîndu-se expresiile

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{\sqrt{[h_0-(z-z_{12})]^2+r^2}} + \frac{\overset{\circ}{R}_{12}}{\sqrt{[h_0+(z-z_{12})]^2+r^2}} + \frac{\overset{\circ}{R}_{23}}{\sqrt{[h_0+(z-z_{12})+2\mu_2\, e]^2+r^2}}\right\}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\overset{\circ}{\varepsilon}_2}\left\{\frac{\overset{\circ}{S}_{12}}{\sqrt{[h_0-\mu_2(z-z_{12})]^2+r^2}} + \frac{\overset{\circ}{S}_{12}\,\overset{\circ}{R}_{23}}{\sqrt{[h_0+\mu_2(z-z_{12})+2\mu_2 e]^2+r^2}}\right\}$$

$$V_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\overset{\circ}{\varepsilon}_3}\,\frac{\overset{\circ}{S}_{12}\,\overset{\circ}{S}_{13}}{\sqrt{[h_0-\mu_3(z-z_{23})+\mu_2 e]^2+r^2}}$$

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ivanenko, D. și Sokolov, A.*, Teoria clasică a cîmpului. Editura tehnică, București, 1955.
2. *Gray, A. și Mathews, G. B.*, Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică. Editura Tehnică, București, 1958.
3. *Moisil, Gh.*, Contribuții la studiul cîmpurilor staționare în medii izotrope și omogene, Buletinul Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", XXIX 5 (1967), p. 57—63.
4. *Moisil, Gh.*, Teorema imaginilor pe medii anizotrope. Buletinul Institutului „Gh. Gheorghiu-Dej", XXXII 4 (1970), p. 39—43
5. *Ștefănescu-Sabba, S. și Schlumberger, C. și M.*, Repartiția potențialului în jurul unei prize punctiforme într-un sol cu straturi orizontale. Journ. Phys. et Radium, seria VII **1** Nr. 4 (1930) p. 132—140.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 547.284.3

ÉTUDE COMPARATIVE DE LA CINÉTIQUE DE L'HYDROLYSE ACIDE ET ALCALINE DE L'ACÉTATE DE *n*-BUTYLE DANS LE SOLVANT MIXTE EAU-ACÉTONE *

G. COSTEANU, CORNELIA MATEESCU, ORTANSA LANDAUER

Poursuivant nos recherches sur la cinétique de l'hydrolyse acide et alcaline des esters dans les solvants mixtes (1) nous avons essayé de tirer certaines conclusions sur la nature du solvant mixte eau-acétone. Pour cela nous avons comparé les résultats de la cinétique de l'hydrolyse acide et alcaline de l'acétate de *n*-butyle obtenus dans le système eau-acétone (2, 3).

Nous avons utilisé les constantes de vitesse de l'hydrolyse acide et alcaline de l'acétate de n-butyle déjà publiées. Mais il a fallu d'abord exprimer ces constantes de vitesse en unités 1 $mol^{-1}s^{-1}$ en divisant les valeurs déjà publiées par $60 \times C_{H^+}$ $\left(C_{H^+}\right.$ étant la concentration des ions hydrogène $= 0{,}05 \frac{\text{mol}}{1}\left.\right)$.

Le premier tableau réunit les constantes de vitesse de l'hydrolyse acide à 30° parcequ'elles manquent dans le travail antérieur (2).

Tableau 1

Les constantes de vitesse de l'hydrolyse acide de l'acétate de *n*-butyle dans le solvant eau-acétone : 1 $mol^{-1}\ s^{-1}$

% g acétone	12,00	16,09	24,37	32,90	41,72	50,97	60,86	65,88
$10^3.k_H 30°C$	0,215	0,191	0,167	0,132	0,100	0,077	0,060	0,047

Les rapports $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ aux températures de 30,40 et 50°C et aux différentes concentrations du mélange eau-acétone, sont réunis dans le deuxième tableau.

* Ouvrage reçu à la rédaction le 10 ian. 1970.

Tableau 2

Les rapports $\frac{k_{OH^-}}{k_{H+}}$ aux différentes concentrations et températures

% g acétone	12,00	16,09	24,37	32,90	41,72	50,97	60,86	65,88
$\frac{k_{OH}^{30°C}}{k_H^{30°C}}$	461,4	457,1	421,5	418,2	440,0	461,0	486,6	500,0
$\frac{k_{OH}^{40°C}}{k_H^{40°C}}$	410,7	359,9	320,7	325,8	330,5	333,4	361,3	388,5
$\frac{k_{OH}^{50°C}}{k_H^{50°C}}$	397,2	312,2	279,0	275,0	291,6	305,8	341,2	360,2

Nous avons représenté aussi graphiquement la variation du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H+}}$ en fonction de la composition du solvant mixte en constituant organique (Fig. 1).

Variation de $\frac{k_{OH^-}}{k_{H+}}$ en fonction de la concentration du solvant mixte

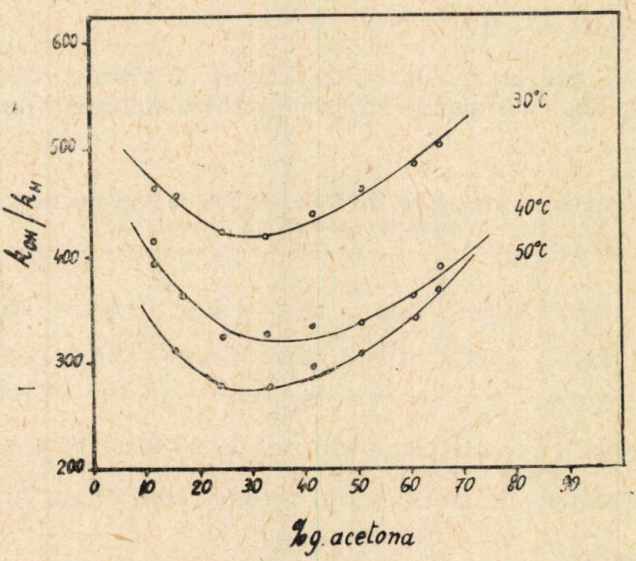


Fig. 1

Le troisième tableau réunit les différences des enérgies d'activation (ΔE) et les différences des entropies d'activation $\Delta(\Delta S^*)$ aux différentes concentrations du solvant mixte.

Tableau 3

%g acétone	12,00	16,09	24,37	32,90	41,72	50,97	60,86	65,88
$\Delta E = E_H - E_{OH}$ cal/mol	916	2052	2492	1328	653	1874	2922	2377
$\Delta(\Delta S^*) = \Delta S^*_{OH} - \Delta S^*_H$ u. e.	1,52	4,98	6,90	3,59	2.59	4,66	12,17	5,97

La variation de ΔE et de $\Delta(\Delta S^*)$ en fonction de la concentration du solvant mixte est représentée aussi graphiquement Fig. 2.

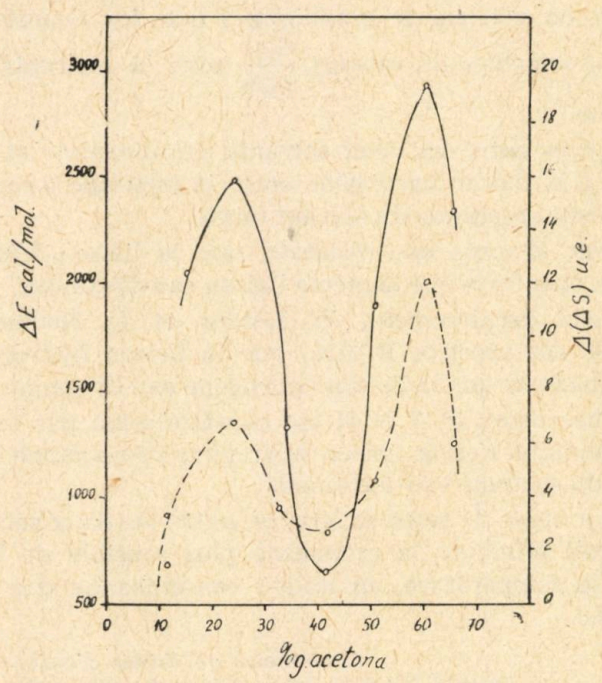


Fig. 2

Variation de ΔE et $\Delta(\Delta S^*)$ en fonction de la concentration en acétone du solvant mixte.

On voit sur la figure 1 que la courbe $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ en fonction de la concentration du solvant mixte présente un minimum aux environs de 30—40% acétone.

Dans le même intervalle de concentrations les courbes ΔE — conc. et $\Delta(\Delta S^*)$ — conc. passent également par un minimum (fig. 2). De chaque côté de ce minimum les courbes présentent aussi un maximum.

Il est intéressant de remarquer qu'à la concentration mentionnée plus haut les chaleurs de mélange du système eau-acétone passent également par un minimum (4).

Les valeurs extrêmes que présentent les courbes de la fig. 2 pourraient être attribuée à une certaine structure du solvant mixte et aussi à un changement du mécanisme de la réaction dans les deux milieux.

Dans un travail antérieur (1) nous avons constaté que le rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ ne subit pas des fluctuations sensibles avec la concentration du solvant eau-dioxanne, et ces fluctuations s'estompent avec la température.

Nous avons attribué l'atténuation des fluctuations du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ avec la température, à la diminution du phénomène de solvatation.

Par contre, on voit sur le graphique 1 que les courbes présentent des fluctuations sensibles du rapport $\frac{k_{OH^-}}{k_{H^+}}$ avec la concentration du solvant eau-acétone.

Les différences entre les deux solvants eau-dioxanne et eau-acétone, sont attribuées à la liaison hydrogène entre la molécule d'eau et la molécule du constituant organique du solvant mixte.

Il semblerait, d'après nos résultats, que la liaison hydrogène eau-acétone est bien plus forte que la même liaison eau-dioxanne.

En effet, tout dernièrement, W. Köhler et L. Neuheiser (5) ont montré, à l'aide des spectres R.M.N., que la liaison hydrogène eau-acétone est bien plus forte que la liaison hydrogène eau-dioxanne.

D'autres chercheurs (6, 7 et 8) ont constaté aussi par des recherches de cinétique chimique que la liaison hydrogène eau-acétone est bien plus forte que celle du système eau-dioxanne.

C'est aussi à cause de cette différence, entre les deux solvants mixtes, que l'on pourrait attribuer la croissance plus sensible de la vitesse de réaction, avec la température, en milieu eau-dioxanne que dans le solvant eau-acétone.

Laboratoire de chimie physique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *G. Costeanu, O. Landauer, C. Mateescu,* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti (sub tipar).

2. *G. Costeanu, O. Landauer, C. Mateescu,* Revue Roumaine de Chimie *14* 845 (1969).

3. *G. Costeanu, O. Landauer, C. Mateescu,* Revue Roumaine de Chimie *15* 27 (1970).

4. *W. Drinkard, D. Kivelson,* J. Phys. Chem. *62* (1464) 1958.

5. *W. Köhler, L. Neuheiser,* Z. Chem. B (2) 425 (1968).

6. *E. Tommila ş.a.,* Ann. Acad. Sci. Fennicae Helsinki A 47 1 (1922).

7. *K. Schwabe,* Chimia *13* 385 (1959).

8. *H. S. Harned, H. B. Owen,* The Physical Chemistrv of Electrolytic Solutions ed. III, p. 713 (1958).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

C.Z. : 666.321

CU PRIVIRE LA POSIBILITĂȚILE DE AMELIORARE A UNOR CARACTERISTICI FIZICO-CHIMICE ALE UNOR CAOLINE INDIGENE *

A. IANU, A. DINESCU, I. SĂVEANU, TH. BĂDESCU,
L. SECELEANU, V. CIMPU, V. PANĂ, A. MATEESCU

I. Introducere

În unele industrii, în special în industria cauciucului, se utilizează o serie de ingrediente albe, care, în afara micșorării prețului de cost, conferă produselor finite calități tehnologice sporite, în special rezistență față de diverse solicitări mecanice. Aceste ingrediente, de natură minerală, se pot clasifica după activitatea lor [1. 2] în trei categorii : a) ingrediente inactive (materiale de umplutură), cum sînt creta, barita, litoponul etc. și care practic nu afectează rezistențele mecanice ale cauciucului vulcanizat ; b) ingrediente semi-active : caoline, silicați de calciu și altele, cu influență modestă asupra rezistenței ; c) ingrediente active, cum ar fi silicea coloidală, care conferă o creștere importantă a rezistențelor mecanice ale vulcanizatelor.

Este necesar să se menționeze că, pînă la apariția cauciucurilor sintetice, ingredientele albe active și semiactive nu erau nici cunoscute și nici necesare pentru obținerea unor vulcanizate valoroase. De exemplu creta, ingredient inactiv, se introduce în proporții ridicate în cauciuc (40% în volume) și totuși ea nu influențează aproape deloc rezistența cauciucului natural, care în stare nesarjată are o rezistență la rupere de peste 200 kgf/cm^2, datorită catenelor filiforme neramificate și puternicei coeziuni moleculare a cauciucului natural [3, 4]. La cauciucurile sintetice însă, care au proprietăți fizico-mecanice slabe (rezistență la rupere aproximativ 40 kgf/cm^2), odată cu ridicarea procentului de masă de umplutură inactivă, în scopul ieftinirii lor, rezistențele mecanice scad și mai mult, astfel încît este necesar să se introducă de foarte multe ori ingrediente semi-active (de exemplu caolinuri de bună calitate) și chiar umpluturi active, care, în mod analog negrului de fum, să amelioreze proprietățile fizico-mecanice ale acestor cauciucuri, neutilizabile în stare nesarjată.

* Manuscris predat la redacție la data de 9 iulie 1970.

Clasificarea dată mai sus nu trebuie considerată rigidă, deoarece numeroase ingrediente ocupă o poziţie intermediară, de exemplu, caoline de calitate inferioară care se comportă ca materiale de umplutură. Pe de altă parte, în industria cauciucului şi-au făcut apariţia destul de recent o serie de argile înobilate cu activatori, şarje albe cu activitate ridicată, ce conferă foarte bune rezistenţe vulcanizatelor.

Plecînd de la considerentul că în urma unor tratamente adecvate o serie de minerale de calitate relativ inferioară pot fi trecute într-o categorie superioară, cercetările noastre (din care în lucrarea de faţă sînt prezentate cîteva rezultate mai semnificative) s-au axat pe încercări de activare sau înobilare a unor caoline indigene, în scopul apropierii lor de caracteristicile tehnologice cerute de industria cauciucului pentru masele albe de umplutură, multe folosite încă din zăcăminte neindigene.

Fenomenele de interacţiune dintre moleculele cauciucului şi a şarjelor respective pot avea un caracter larg, de la slabă adsorbţie pînă la chimisorpţie. Un ingredient este considerat cu atît mai activ, cu cît forţele superficiale şi de aderenţă dintre macromolecule şi suprafaţa ingredientelor sînt mai puternice, ceea ce conduce la o întărire a produsului finit şi deci la îmbunătăţirea indicilor tehnologici principali : rezistenţele la rupere, sfîşiere şi abraziune, alungirea la rupere, duritatea, modulul de elasticitate ş.a. Aceste forţe depind de structura chimică a ingredientelor, dimensiunile, forma şi suprafaţa specifică a particulelor şi numărul punctelor de aderenţă [5].

Factorii de mai sus intervin într-o măsură mai mare sau mai mică. Unii dintre ei, cum ar fi structura chimică, dimensiunile şi forma particulelor se pot determina cu o mai mare precizie, iar alţii, ca de exemplu, raportul dintre energia de aderenţă şi unitatea de suprafaţă cu o precizie mai mică, deoarece natura forţelor de legătură (legături de tip dipol, forţe electrostatice, zone defecte în reţea, forţe superficiale la muchii şi colţuri sau legături de valenţă principală prin intermediul unor grupe chimice speciale) este diferită de la un ingredient la altul. Unii dintre factorii amintiţi se pot determina în mod direct, iar alţii, se pot deduce din comportarea tehnologică a şarjelor valorificate sau ameliorate.

Astfel încît, studiul de faţă a necesitat, în ordine :

a) lucrări preliminare, cuprinzînd examinarea compoziţiei şi a proprietăţilor fizice şi tehnologice, comparativ cu sortimentele considerate superioare ;

b) aplicarea procedeelor de ameliorare sau înobilare propuse ;

c) cercetarea proprietăţilor chimice, fizice şi tehnologice ale caolinelor ameliorate.

II. Metodele de lucru

S-au studiat comparativ, în vederea ameliorării materialelor indigene, următoarele caolinuri :

— caolinuri indigene de Harghita, Aghireş şi Parva (din diverse galerii) şi caolinuri de provenienţă cehoslovacă, bulgară şi germană ;

a) *Lucrările preliminare* au urmărit examinarea proprietăţilor chimice, fizice şi tehnologice, astfel :

1. *Compoziția chimică brută,*

S-a determinat conform STAS 166-49.

2. *Conținutul de oxizi aflat în mici cantități.*

Manganul s-a determinat colorimetric după metoda cu persulfat amoniu [6], cuprul s-a determinat deasemenea colorimetric, folosind ca reactiv ditizona [7].

3. *Granulozitatea.*

S-a determinat după metoda Bouyoucos-Casagrande. S-au utilizat cilindri de sticlă cu diametrul de 6 cm și înălțimea de 45 cm, avînd un reper la 1000 cmc, precum și densimetre pentru 20°C temperatură proprie și temperatura apei, cu o toleranță de ± 0,0002, cu scara între 0,9950—1,0300.

Pentru realizarea suspensiei s-a lucrat cu apă distilată, iar ca electrolit s-a folosit hidroxidul de sodiu. Dispersia s-a realizat cu un conținut de caolin între 40—47 g/l, agitînd timp de 20 de ore cu ajutorul unui agitator cu 3000 ture/min. Calculele s-au făcut cu ajutorul diagramei Casagrande.

4. *Încercări tehnologice.*

Probele tehnologice au fost efectuate comparativ, atît pentru cele pe bază de cauciuc natural (Smoked Sheet) cît și pentru cele pe bază cauciuc sintetic Carom 1502. În ambele cazuri s-a folosit următoarea rețetă standard, pentru toate materialele studiate ;

	părți în greutate
Cauciuc	100,0
ZnO	5,0
Stearină	2,0
Ulei mineral 111	3,0
Glicerină	2,0
Caolină	50,0
Accelerator D	0,5
DM	1,5
Sulf	3,0
	167,0

Amestecurile s-au executat pe un valț de laborator cu următoarele caracteristici : diametru — 200 mm, lungimea cilindrică — 400 mm, raport de fricțiune — 1:1,17. Înglobarea ingredientelor s-a realizat ușor în amestecurile pe bază de cauciuc natural și mult mai greu la cele de cauciuc sintetic.

Amestecurile executate pe valț au fost apoi vulcanizate într-o presă de laborator, avînd următoarele caracteristici : dimensiunea plăcilor — 400×400 mm, presiunea specifică — 15 kgf/cm², numărul etajelor — 2. Vulcanizarea s-a făcut cu abur la 143°C, gama de vulcanizare fiind de 5, 8, 10, 15 și 20 minute.

Vulcanizatele obținute au fost supuse următoarelor încercări fizico-mecanice, alegîndu-se epruvetele corespunzătoare optimului de vulcanizare :

— rezistența la rupere, kgf/cm²	— STAS 3888-61
— rezistența la sfîșiere kgf/mm	—STAS 4030-68
— alungire la rupere, %	— STAS 3888-61
— duritate, unități Sh	— STAS 5441-65
— rezistență la abraziune (uzura) mm³/cm²	— STAS 6699-68
— masa specifică, g/cm³	— STAS 5787-68

b) *Metodele de ameliorare* au urmărit îmbunătățirea compoziției chimice (în special prin scăderea procentului de SiO_2 cristalin și creșterea procentului de Al_2O_3), granulozității și nuanței, folosindu-se procedeele de mai jos :

1. *Levigarea*

S-au preparat din probele de caolinuri, suspensii de concentrație 20% în apă, la un pH=8—9 (electrolit-hidroxid de sodiu). S-au agitat o oră și s-au lăsat pentru macerare timp de 3—12 ore. După agitare, pentru o bună omogenizare a barbotinei se lasă să se sedimenteze, astfel încît să se asigure depunerea impurităților și sifonarea cît mai completă a părții fine de caolin. Materialul rezultat se usucă în cuva de ipsos și apoi în etuvă.

2. *Electroforeza*

S-a lucrat cu barbotine de caolinuri avînd concentrația o parte caolin la trei părți apă, la un pH=7,3—7,5 (electrolit-silicat de sodiu). S-a menținut constantă intensitatea curentului sub 0,5 A, pentru a evita fenomenul de electroliză.

3. *Activarea*

A avut drept scop îmbunătățirea dispersării în polimer a caolinului de Harghita (folosit curent în industria cauciucului, dar avînd o compoziție granulometrică nesatisfăcătoare) în scopul unei interacțiuni cît mai eficiente între polimer și acest ingredient, apt de a trece astfel într-o clasă superioară. S-au făcut încercări de activare cu dispergatori din categoria unor substanțe tensioactive, care conferă ingredientelor un maxim de activitate la dozare redusă și amestecurilor o bună rezistență la tracțiune și uzură. Prin adaos de cantități reduse de substanțe tensioactive cationice în dispersiile de alumosilicați (care au proprietăți de coloizi anionici în dispersie apoasă), aceste substanțe sînt adsorbite aproape cantitativ de către particule iar materialele astfel tratate se dispersează ușor în rășini cu polaritate redusă. În acest mod, o șarjă cu structură ionică cristalină, și cîmpuri reziduale puternice, greu dispersabilă în medii lichide cu polaritate redusă, poate deveni organofilă.

Activatorii luați în studiu au fost următorii : glicocol, acid stearic, acid benzoic, dimetil-amină, glicol și tretanolamină. Acești activatori au

fost studiați în adaos de 1—5 mmol/100 g caolin, pentru a se stabili procentul optim. După adăugare în barbotina de caolin, s-a efectuat sifonarea în cuve de ipsos și uscarea.

S-a urmărit ameliorarea caolinului și prin dublă levigare (în vederea îmbogățirii acestuia în particule fine), urmată de o calcinare la 500°—700°C, în vederea afinării particulei, prin distrugerea structurii cristaline, stabilă la joasă temperatură.

III. Rezultate obținute — concluzii

Datorită numărului mare de determinări și materiale luate în studiu, se vor reproduce numai valorile mai caracteristice, care pot conduce la aplicabilitate în practică a metodelor de ameliorare propuse.

1. În tabelul 1 este redată compoziția chimică a principalelor minerale și conținutul de microelemente.

Din tabel se observă că procentul de SiO_2 cristalin este mai mic la caolinele superioare, deasemenea și conținutul de Mn și Cu, iar cel de Al_2O_3 este mai mare. Caolinul de Parva prezintă cele mai inferioare caracteristici.

Tabel 1

Compoziția chimică a caolinelor studiate

Nr. crt.	Caolinul	SiO_2 %	Al_2O_3 %	Fe_2O_3 %	CaO %	MgO %	Alcalii expr. în Na_2O, %	P.C. %	Microelemente	
									Mn %	Cu %
1.	Cehoslovac	47,02	36,50	0,63	0,85	0,34	2,36	13,30	0,008	—
2.	Bulgar	52,67	34,17	1,17	0,40	0,64	1,50	12,62	0,004	—
3.	German	53,65	33,16	1,03	—	—	—	10,91	0,001	—
4.	Harghita	51,48	34,37	0,87	0,80	0,63	2,43	9,10	0,004	—
5.	Aghireș	53,74	30,64	1,25	0,54	0,32	1,69	11,68	0,005	0,017
6.	Aghireș levigat	53,43	34,70	1,84	—	—	—	—	0,005	0,015
7.	Aghireș electroforat	50,60	35,45	1,83	—	—	—	—	0,003	—
8.	Parva gal. V.	71,96	15,69	1,53	1,99	0,17	2,60	5,31	0,033	—
9.	Parva gal. V. electroforat	53,77	33,25	1,34	—	—	—	—	0,022	—

Prin tratamentele de înobilare, în special prin electroforeză, procentul de silice scade, crescînd cel de alumină. Acest rezultat se constată în mod evident la caolinul de Parva (galeria V, comparativ mai bun ca cel din alte galerii), la care SiO_2 scade de la 71,96% la 53,77%, iar Al_2O_3 crește de la 15,69% la 33,25%. La caolinele superioare efectul electroforezei este mai modest, după cum se poate constata la sortimentul Aghireș. Totuși, acest procedeu rămîne mai eficient decît levigarea.

2. Prin levigare și în special prin electroforeză compoziția granulometrică se îmbunătățește (tabelul 2 și figura 1). Se constată că minera-

Tabel 2

Granulozitatea caolinelor studiate

Nr. crt.	Caolinul	Ø<1 μ	Ø<2 μ	Ø<5 μ	Ø<15 μ	Ø<40 μ	Ø<60 μ
1.	Cehoslovac	75	77	85	88	91	93
2.	Bulgar	25	38	62	80	83	85
3.	German	1	4	65	80	86	90
4.	Harghita	29	34	43	53	54	55
5.	Aghireș	32	43	64	79	83	85
8.	Aghireș levigat	45	58	70	83	93	96
9.	Aghireș electroforat	60	69	72	92	97	99
7.	Parva gal. V.	0	0	13	50	67	77
6.	Parva gal. V. electroforat	5	21	47	75	85	85

lele considerate superioare prezintă un procent ridicat al fracțiunii fine (sub 1 μ diametru), că levigarea mărește acest procent, iar prin electroforeză, caolinul inferior de Parva, la care lipseau fracțiunile sub 1 și 2 microni, ajunge să posede și aceste fracțiuni.

3. Figurile 2—6 reprezintă valorile comparative ale proprietăților tehnologice ale vulcanizatelor pe bază de cauciuc natural (*a*) și sintetic (*b*) ca ingredient de luat în studiu.

Din reprezentările de mai sus se pot trage cîteva concluzii și anume:

— La amestecurile pe bază de cauciuc natural calitatea ingredientelor introduse are o influență mai mică asupra proprietăților fizico-mecanice ale vulcanizatelor decît la cele pe bază de cauciuc sintetic. Mai afectate de calitatea ingredientelor este rezistența la sfîșiere; prin ameliorare, caolinul Aghireș și cel de Parva, dau vulcanizate cu o rezistență la rupere mai ridicată, rezistență la sfîșiere bună și uzură redusă, comparabile cu cele obținute la caolinul ceh, considerat drept etalon. Caolinul Harghita se dovedește a fi mai puțin corespunzător.

— În cazul amestecurilor pe bază de cauciuc butadien-stirenic, rezultatele obținute sînt relativ slabe față de etalon; și aici însă electro-

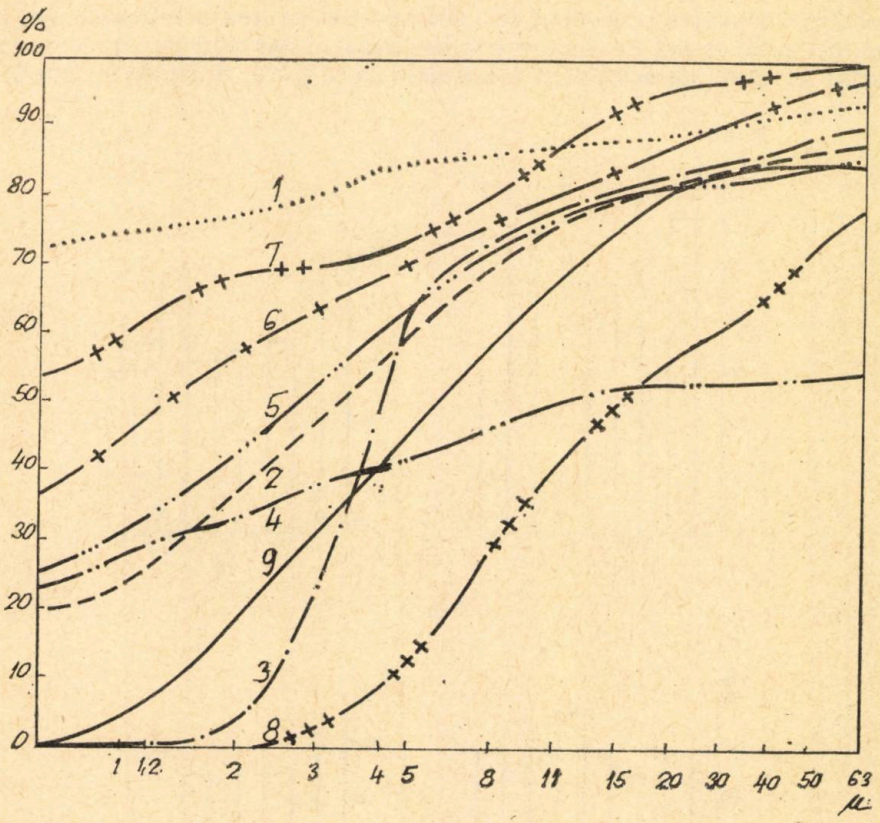

%
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1
7
6
5
2
4
9
3
8
1 1,2 2 3 4 5 8 11 15 20 30 40 50 63
μ

Fig. 1

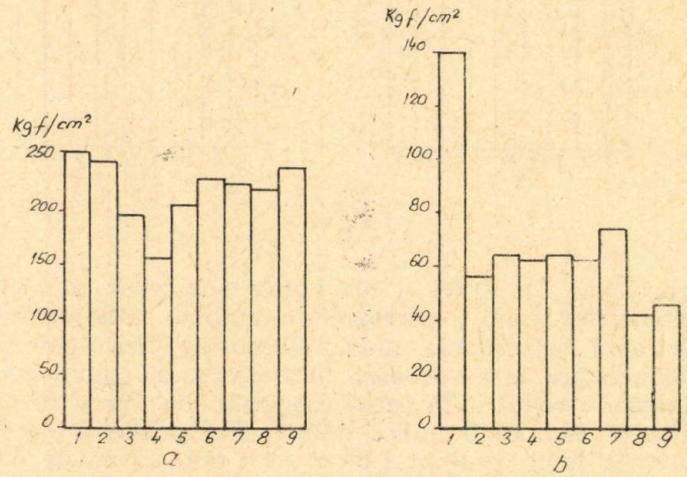

kgf/cm²
250
200
150
100
50
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9
a
kgf/cm²
140
120
100
80
60
40
20
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9
b

Fig. 2

foreza se dovedește procedeul cel mai adecvat pentru ameliorare, cel mai bine din acest punct de vedere comportîndu-se caolinul de Aghireș, comparabil la unele caracteristici (rezistență la sfîșiere, duritate și uzură) cu

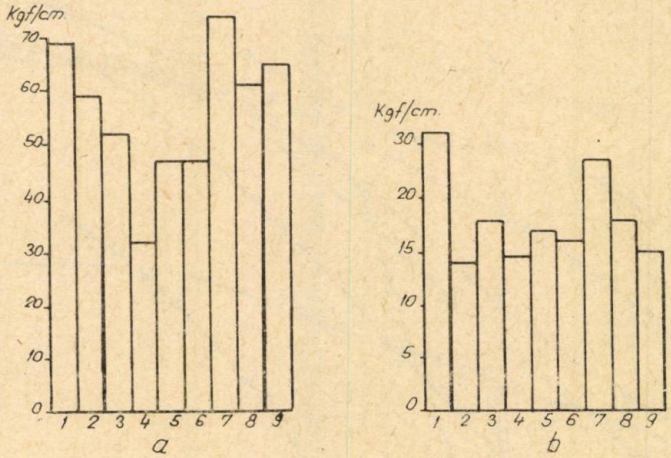


Fig. 3

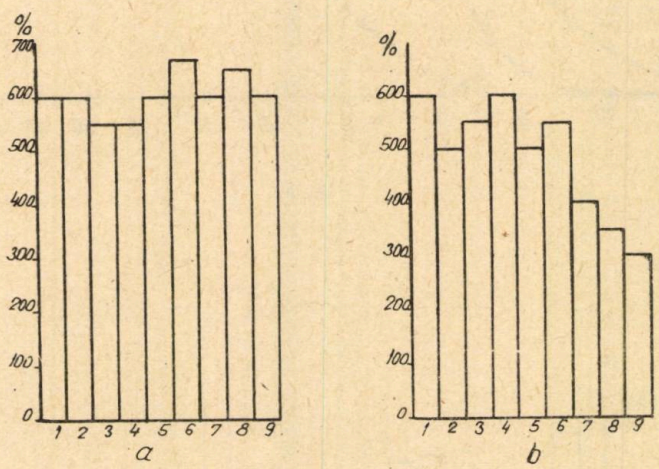


Fig. 4

caolinul cehoslovac. De altfel și rezultatele analizelor chimice și repartiția granulometrică arată o oarecare similitudine între aceste caolinuri, ceea ce ilustrează concordanța dintre structurile fizico-chimice și proprietățile tehnologice, și cu aceasta, utilitatea unui studiu pentru îmbunătățirea acestor structuri. În cazul caolinului de Parva rezultatele sînt nesatisfăcătoare, ceea ce îl indică numai ca ingredient inactiv de umplutură, datorită unui conținut ridicat SiO_2 sub formă de nisip de cuarț și nu amorf, care ar fi contribuit la apariția unui anumit grad de activitate.

4. O parte din rezultatele obținute (cele mai semnificative) cu caolinul de Harghita ameliorat sînt prezentate în tabelul 3.

Din acest tabel, în care sînt date valori comparative între tratamentele care s-au dovedit mai eficace, adică dubla spălare, tratamentul cu

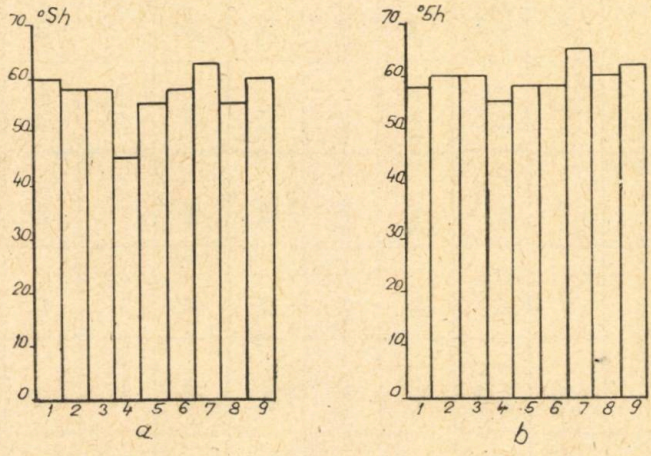


Fig. 5

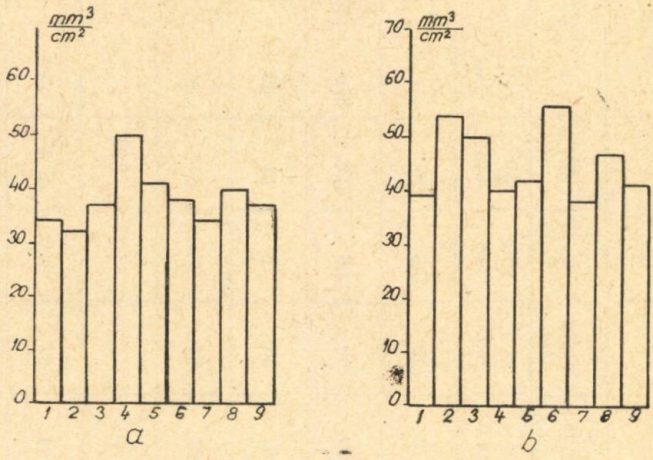


Fig. 6

acid stearic și cel cu glicocol (în concentrațiile indicate) se observă că pentru amestecurile pe bază de cauciuc natural (*a*) dubla spălare este suficientă, iar pentru cele pe bază de cauciuc sintetic (*b*), o activare corespunzătoare dă rezultate mai bune în ceea ce privește caracteristicile tehnologice ale vulcanizatelor.

*

* *

Din cele cîteva rezultate mai semnificative obținute se desprinde concluzia că, studiile referitoare la corelația structură-proprietăți sînt justificate chiar la produșii naturali folosiți în industrie.

Tabel 3

Determinări tehnologice

Determinări	Caolin Cehoslovac		Caolin Aghireș		Caolin Harghita netratat		Caolin Harghita dublu spălat		Caolin Harghita tratat cu acid stearic 1 mmol/ 100 g		Caolin Harghita tratat cu glicocol 3 mmol/ 100 g	
	a (natural)	b (sintetic	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
Optim de vulc.	8′× 143°	8′× 143°	8′× 143°	20′× 143°	2′× 143°	20′× 143°	20′× 143°	20′× 143°	10′× 143°	15′× 143°	8′× 143°	15′× 143°
Rezist. rupere kg/cm²	270	122	248	120	176	60	190	80	198	102	194	92
Alung. la rupere %	650	700	550	725	600	650	625	675	600	675	650	650
Alungire remanentă %	65	55	75	45	35	30	50	35	45	35	50	35
Duritate Sh°	60	60	65	60	50	60	55	63	53	63	50	62
Masa specif. g/cm³	1,2	1,24	1,22	1,23	1,21	1,22	1,21	1,25	1,21	1,23	1,21	1,22
Uzură mm³/cm²	34	37	34,8	38,9	47,6	49	42	45	40,2	40,2	40,9	41
Rezist. sfișiere kg/cm	47	29	47	24	28	17	36	18	36	19	35	18
Modul 300% kg/cm²	100	26	90	27	45	17	52	20	55	21	54	21

Pentru acești produși, echivalentul îmbunătățirii condițiilor de sinteză (deziderat pentru îmbunătățirea proprietăților produselor industriale) îl constitue eventualele posibilități de ameliorare, tinzînd să se ajungă la caracteristicile unor etaloane unanim acceptate. În cazul cînd aceste etaloane sînt produse de import justificarea economică a unui asemenea studiu va fi dată de posibilitățile de înlocuire a acestor produse cu materiale ameliorate, în cazul în care avantajele economice obținute sînt mai mari decît scăderea unor caracteristici tehnologice (acolo unde această scădere nu prezintă prea mari dezavantaje), alte caracteristici rămînînd constante sau chiar îmbunătățindu-se prin tratamentele de ameliorare.

Catedra de chimie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Springer, A.*, Materiile prime și introducere în tehnologia cauciucului (trad. din l. germ.). IDT, Buc., 1956, p. 158—159.
2. *Koşelev, F. F., Klimov, N. S.*, Obsciaia tehnologhiia rezinî. Goshimizdat, Moskva, 1958, p. 84, 186, 196.
3. *Fredenhagen, H.*, Kautschuk und Gummi, 11, 179 (1952).
4. *Ecker, R.*, Kautschuk und Gummi, 12, 351 (1959).
5. *Dannenberg, E. M.*, Rubber Age, 3, 431 (1959).
6. *Sandell, E. B.*, Colorimetric Determination of Traces of Metals. Interscience Publishers, Inc., New York-London, 1959, p. 611—612.
7. *Lange, B.*, Kolorimetrische Analyse. Verlag Chemie, Weinheim/Bergstr., 1964, p. 182—184.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

MECANICĂ

C.Z. : 629.13

CONSIDERAȚIUNI ASUPRA INTERCEPȚIEI APARATELOR COSMICE *

C. GUȚĂ

Intercepția aparatelor cosmice și manevrele ce o preced constituie probleme de mare actualitate în tehnica spațială, probleme care presupun existența unei aparaturi de comandă și control de mare finețe, a unei tehnici de dirijare riguros stabilită.

Unul dintre aparatele cosmice care urmează să se intercepteze va fi considerat țintă iar celălalt, urmăritor. În cele ce urmează vom presupune că atît aparatul-urmăritor cît și aparatul-țintă evoluează pe traiectorii cuprinse în planul vertical. Atît legea de mișcare a țintei pe traiectorie cît și viteza sa pot fi date, ultima putînd fi constantă sau variabilă în timp. Problema pe care ne propunem s-o rezolvăm constă în determinarea unor asemenea condiții de mișcare pentru aparatul urmăritor încît la un moment dat să se producă intercepția dintre aparatele (rachetele) considerate.

Problema intercepției poate prezenta două aspecte și anume :

1. Determinarea înălțimii maxime a țintei, la care este posibilă intercepția, în limitele unui consum de combustibil sau durată indicate, indiferent de distanța inițială între aparatul urmăritor și țintă, măsurată în plan orizontal.

2. Determinarea condițiilor de zbor ale aparatului urmăritor astfel încît pentru un consum de combustibil indicat să se realizeze intercepția la o înălțime dată și la o distanță maximă pe orizontală.

Rezolvarea acestor aspecte ale problemei este analogă cu aceea care privește atingerea unei înălțimi maxime sau unui consum minim de combustibil pentru ca racheta să ajungă la o înălțime dată sau să parcurgă o distanță maximă. Aceste probleme se pot rezolva fie pe cale analitică, fie pe cale numerică, folosind calculatoarele electronice.

Dacă legea de variație a greutății aparatului urmăritor se consideră cunoscută, se poate alege un astfel de regim de funcționare al motoarelor încît ele să consume într-un interval de timp dat o cantitate de combustibil constantă.

În afară de aceasta, dacă intercepția are loc în limitele atmosferei dense (pînă la 70 km înălțime), se poate neglija variația accelerației gravitației cu înălțimea [1, 2].

* Manuscris predat la redacție la data de 10 august 1970.

Ecuațiile lui Euler-Lagrange pentru cazul dat, au forma

$$\frac{\partial E}{\partial V} - \frac{d}{dt}\frac{\partial E}{\partial\left(\frac{dV}{dt}\right)} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} - \frac{d}{dt}\frac{\partial E}{\partial\left(\frac{d\theta}{dt}\right)} = 0$$

$$\frac{\partial E}{dx} - \frac{d}{dt}\frac{\partial E}{\partial\left(\frac{dx}{dt}\right)} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} - \frac{d}{dt}\frac{\partial E}{\partial\left(\frac{dz}{dt}\right)} = 0$$

unde funcția E, pentru aparatul urmăritor are expresia :

$$E = \lambda_1\left[\frac{dV}{dt} - \frac{g}{G}(F - R) + g \sin\theta\right] + \lambda_2\left(\frac{dx}{dt} - V \cos\theta\right) +$$

$$+ \lambda_3\left(\frac{dz}{dt} - V \sin\theta\right) \qquad (2)$$

Funcțiile necunoscute în relațiile de mai sus, sînt $V=V(t)$, $\theta=\theta(t)$, $x=x(t)$ și $z=z(t)$, care urmează a fi determinate. Forța portantă a rachetei (presupunînd că racheta este prevăzută cu suprafețe portante), este dată de expresia :

$$P = G(A\dot{\theta} + B \cos\theta) \qquad (3)$$

$$A = \frac{1}{q}\frac{V}{1+\frac{D}{2q}}\,;\quad B = \frac{1}{1+\frac{D}{2q}}\,;\quad D = \frac{2F}{\frac{d\,Cz}{d\alpha}S} \qquad (4)$$

unde : F, fiind forța de tracțiune, S suprafața portantă, iar $q = \frac{\varrho}{2}V^2$, presiunea dinamică.

Rezistența unitară la intrare se poate pune sub forma cunoscută din aerodinamică :

$$Cx = Cx_0 + \frac{C_z^2}{\pi\lambda} \qquad \text{sau :} \quad R = R_0 + K_1\frac{P^2}{q} \qquad (5)$$

unde Cx_0 este coeficientul de rezistență la înaintare la portanță nulă, C_z — coeficientul de portanță iar λ este alungirea suprafețelor portante ($\lambda = \frac{b^2}{S}$, b fiind anvergura acestora).

Notînd $K_1 = \frac{1}{\pi \lambda S}$, aplicînd funcției (2) ecuațiile lui Euler-Lagrange și ținînd totodată seama de relațiile (3), (5) se obțin ecuațiile diferențiale ale extremelor :

$$\frac{d\lambda_1}{dt} - 2K_1 \frac{g}{q} G(A\dot{\theta} + B\cos\theta)\left(\frac{\partial A}{\partial V}\dot{\theta} + \frac{\partial B}{\partial V}\cos\theta\right)\lambda_1 = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\lambda_1 A \frac{\partial R}{\partial P}\right) - \lambda_1(\cos\theta - B\frac{\partial R}{\partial P}\sin\theta) - \frac{V}{g}(\lambda_2 \sin\theta - \lambda_3\cos\theta) = 0$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt} + \lambda_1 \frac{g}{G}\left[\frac{\partial F}{\partial Z} - \frac{\partial R}{\partial P} G\left(\frac{\partial A}{\partial Z}\dot{\theta} + \frac{\partial ?}{\partial Z}\cos\theta\right)\right] = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = 0$$

Ecuațiile (6) reprezintă un sistem de ecuații diferențiale în λ_1, λ_2, λ_3 care determină variația în timp a multiplicatorilor lui Lagrange, cu condiția ca funcțiile corespunzătoare din (6) să fie cunoscute. Din ultima relație (6) rezultă λ_2=constant.

Rezolvarea sistemului (6) conduce la calcule destul de laborioase, deoarece el este neomogen și nelinear în raport cu λ_1, λ_3 și θ [4].

Datorită acestor considerente rezolvarea sistemului poate fi ușurată dacă ecuațiile diferențiale se transformă în ecuații cu diferențe finite.

Procedînd astfel ecuațiile de mișcare, devin :

$$\left.\begin{aligned} \Delta V &= g\left(\frac{F-R}{G} - \sin\theta\right)\Delta t \\ \Delta\theta &= \frac{g}{V}\left(\frac{P}{G} - \cos\theta\right)\Delta t \\ \Delta x &= V\cos\theta\cdot\Delta t \\ \Delta z &= V\sin\theta\cdot\Delta t \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$$\Delta\lambda_1 = -\left[\lambda_1 \frac{g}{G}\left(\frac{\partial F}{\partial V} - \frac{\partial R}{\partial V}\right) + \lambda_2\cos\theta + \lambda_3\sin\theta\right]\Delta t +$$

$$+ \lambda_1 \frac{\partial R}{\partial P}\Delta\theta \; ; \; \lambda_2 = \lambda_{20} = \text{const} \; ;$$

$$\Delta\lambda_3 = -\lambda_1 \frac{g}{G}\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial z}\right)\Delta t \; ;$$

$$\Delta C_z = \frac{1}{2K1}\left\{\left[\frac{q}{V}(\cos\theta - \frac{\partial R}{\partial P}\sin\theta) + \frac{\lambda_2\sin\theta - \lambda_3\cos\theta}{\lambda_1}\right] + \right. \qquad (8)$$

$$\left. + \frac{\partial R}{\partial P}\left[\frac{g}{G}\left(\frac{\partial F}{\partial V} - \frac{\partial R}{\partial V}\right) + \frac{\lambda_2\cos\theta + \lambda_3\sin\theta}{\lambda_1}\right]\Delta t - \frac{\partial R}{\partial P}\left(\frac{\partial R}{\partial P}\Delta\theta - \frac{\Delta V}{V}\right)\right\}$$

În cazul rachetei $F \neq F(t)$ deci $\frac{\partial F}{\partial V} = 0$

$$\frac{\partial R}{\partial V} = \varrho S V \left(C_{x_0} + \frac{C_z^2}{\pi \lambda} \right); \quad \frac{\partial R}{\partial P} = \frac{2 K_1 G}{q} (A \dot{\theta} + B \cos \theta)$$

$$\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial z} = - a_1 C_x q S \tag{9}$$

$$\varrho = \varrho_0 e^{- a_1 z}$$

iar : $\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{p Q_c}{\sqrt{w_0^2 + 2 pz}}$, unde s-a luat pentru variația vitezei cu înălțimea, funcția $w^2 = w_0^2 + 2 pz$, p fiind parametrul parabolei, iar Qc, debitul de combustibil consumat în unitatea de timp de către motorul (motoarele) treptei respective.

Un caz particular este acela cînd intercepția aparatelor cosmice se produce într-un timp foarte scurt, caz în care se poate considera greutatea aparatului urmăritor ca fiind invariabilă.

Rezultatele obținute pot fi considerate ca o primă aproximație. De asemenea, considerînd unghiul de poziție al traiectoriei θ și variația sa în timp ea fiind mică se poate lua : $\cos \dot{\theta} \simeq 1$ și $\theta \simeq \theta$.

În aceste condiții, relația (3) devine :

$$P = BG \tag{10}$$

Valoarea lui B fiind dată de relația (4) și reprezentînd în acest caz, factorul de sarcină al evoluției respective.

Rezistența la înaintare are pentru cazul considerat expresia :

$$R = qS C_{x_0} + K_1 \frac{B^2}{q} G^2 \tag{11}$$

Din (11) se vede că R depinde de q, care este la rîndul său o funcție de înălțime și viteză $\left(q = \varrho^{(z)} \frac{V^2}{2} \right)$

Ecuația de mișcare pe tangenta la traiectorie a aparatului urmăritor este :

$$\frac{G}{g} V = F - R - G \sin \theta \tag{12}$$

iar relațiile cinematice :

$$V = \frac{dx}{dt} ; \frac{dz}{dt} = V \sin \theta \tag{13}$$

Eliminînd timpul între relațiile (12) și (13) rezultă variația vitezei sau abscisei ca funcție de z

$$V \frac{dV}{dz} = \frac{g}{G} \frac{F - R}{\sin \theta} - g \tag{14}$$

și

$$\frac{dx}{dz} = \frac{1}{\sin \theta} \tag{15}$$

Din relația (14) se poate obține expresia analitică a unghiului de poziție al traiectoriei :

$$\sin \theta = \frac{F-R}{G} \frac{1}{1+\frac{V}{g}\frac{dV}{dz}} \tag{16}$$

care înlocuită în cea de a doua relație (13) conduce la :

$$\frac{dt}{dz} = \frac{G}{V(F-R)}\left(1+\frac{V}{g}\frac{dV}{dz}\right) \tag{17}$$

Prin integrarea relației (17) se poate afla durata evoluției între două înălțimi date :

$$t = G\int_{z_1}^{z_2}\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right)dz \tag{18}$$

unde :

$$\Omega_1 = \frac{1}{V(F-R)} \quad \text{și} \quad \Omega_2 = \frac{1}{g(F-R)} \tag{19}$$

Problema propusă poate fi enunțată astfel : se cere să se găsească condițiile care să asigure un timp minim de zbor în cazul ridicării rachetei la o înălțime dată, fiind cunoscută distanța de zbor pe orizontală. Ca atare expresia al cărei minim trebuie căutat este :

$$I = \int_{z_1}^{z_2}\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right)dz \tag{20}$$

cu condiția :

$$x \simeq \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sin \theta} \tag{21}$$

sau înlocuind $\sin\theta$ din (16) se obține :

$$x = G\int_{z_1}^{z_2} V\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right)dz \tag{22}$$

Relația (22) reprezintă condiția izoperimetrică pentru funcția (20), al cărei minim trebuie aflat. Funcția ajutătoare ia forma :

$$I = \int_{z_1}^{z_2}\left[\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz} + GV\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right)\right]dz \tag{23}$$

sau :

$$I = \int_{z_1}^{z_2}\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right)(1+GV)\,dz$$

După cum s-a remarcat mai înainte, rezistența la înaintare nu mai depinde de portanță ci numai de viteză și de înălțimea de zbor, ceea ce implică aceeași dependență și pentru funcțiile Ω_1 și Ω_2.

Ecuația lui Euler-Lagrange, considerînd funcția ajutătoare (23) este :

$$E = \left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right)(1 + GV) \tag{24}$$

unde, conform relațiilor (19) :

$$\Omega_1 = \Omega_1 (V_1 Z) \; ; \; \Omega_2 = \Omega_2 (V_1 Z) \tag{25}$$

este :

$$\frac{\partial E}{\partial V} - \frac{d}{dz} \frac{\partial E}{\partial \left(\frac{dV}{dz}\right)} = 0 \tag{26}$$

Ținînd seama de relația (24) se obține :

$$\frac{\partial E}{\partial V} = G\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right) + (1 + GV)\left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial V} + \frac{\partial \Omega_2}{\partial V}\frac{dV}{dz}\right);$$

$$\frac{\partial E}{\partial \left(\frac{dV}{dz}\right)} = \Omega_2 (1 + GV) \tag{27}$$

În final ecuația (26) devine :

$$\frac{d}{dz}\left[\Omega_2 (1 + GV)\right] = G\left(\Omega_1 + \Omega_2 \frac{dV}{dz}\right) +$$

$$+ (1 + GV)\left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial V} + \frac{\partial \Omega_2}{\partial V}\frac{dV}{dz}\right) \tag{28}$$

Efectuînd operațiile corespunzătoare în (28) se deduce :

$$\frac{\partial \Omega_2}{\partial z} - \frac{\partial \Omega_1}{\partial V} = \frac{G}{1 + GV}\Omega_1 \tag{29}$$

Pentru înălțimea de zbor dată (z_0) ecuațiile extremelor (29) capătă forma :

$$\left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial V}\right)_{z_0 = ct} = -\frac{G}{1 + GV}\Omega_1 \tag{30}$$

Din relațiile (29) și (30) rezultă funcțiile (25) care conduc la obținerea minimului expresiei (23), respectiv (18).

Problema se poate rezolva, în continuare, alegînd anumite legi de variație ale forței de tracțiune, respectiv ale vitezei de zbor ca funcție de altitudinea (z). Acestea presupun o serie de particularizări ale relațiilor de mai sus pentru diferite cazuri de intercepție.

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Guță*, Regimul optim de urcare al rachetelor multietajate. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 4, Tom XXXI 1969
2. *K. B. Alexeev, G. G. Bebenin*, Upravenie Kosmiceschim letatelnîm apparatom, Moscova, Mașinostroenie, 1964.
3. *B. Etkin*, Dynamics of Flight, New-York, London, Champan & Hall, Ltd. 1959 (traducere în L. rusă, 1964).
4. *I. V. Ostoslavschi, I. V. Strajeva*, Dinamica poleota, Oboronghiz, Moscova, 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

TEORIA MECANISMELOR

C.Z. 621.81

SINTEZA MECANISMELOR PLANE PENTRU TRASAREA CURBELOR DE INTERSECȚIE A CILINDRO-CONICELOR *)

PĂUN T. ANTONESCU

1°. *Introducere*

Metoda curentă de trasare a curbelor de intersecție a cilindro-conicelor folosește noțiunea de plane utile care determină în cele două corpuri secțiuni conjugate și care la rîndul lor se intersectează în punctele căutate [2, 3].

Fiecărui punct de pe curba de intersecție îi corespund două puncte conjugate aflate pe cele două contururi ale bazelor corpurilor.

Curba de intersecție se determină prin puncte, urmărind circulația simultană a punctelor conjugate pe conturul bazelor, metodă care este cunoscută sub denumirea de „metoda mobilului".

Dacă în cazul intersecției poliedrelor numărul planelor utile necesare este limitat de numărul muchiilor acestora în cazul intersecției cilindro-conicelor numărul planelor utile este nelimitat ; teoretic infinit.

Este evident că în acest ultim caz numărul mare de plane utile duce la încărcarea epurei și la o urmărire mai dificilă a construcției curbei de intersecție (fig. 1), care se obține prin proiecțiile ei pe două plane de proiecție.

2°. *Proiectarea mecanismelor pentru trasarea curbei de intersecție a doi cilindri*

În cazul intersecției a doi cilindri (fig. 1), cu bazele conținute în planul orizontal de proiecție se observă că urmele planelor utile sînt paralele între ele, astfel că pozițiile succesive ale acestora pot fi materializate printr-o bară rigidă AB în mișcare de translație rectilinie sau translație circulară realizată cu ajutorul unui mecanism paralelogram A_0ABB_0 în care bara AB este bielă (fig. 2).

Punctele conjugate M_1, M_2 care se deplasează simultan de-a lungul contururilor bazelor trebuie să fie în permanență pe această bară AB, distanța dintre ele fiind deci variabilă.

*) Lucrare comunicată la conferința de mecanică tehnică a CNIT București, 26—27 octombrie 1967.

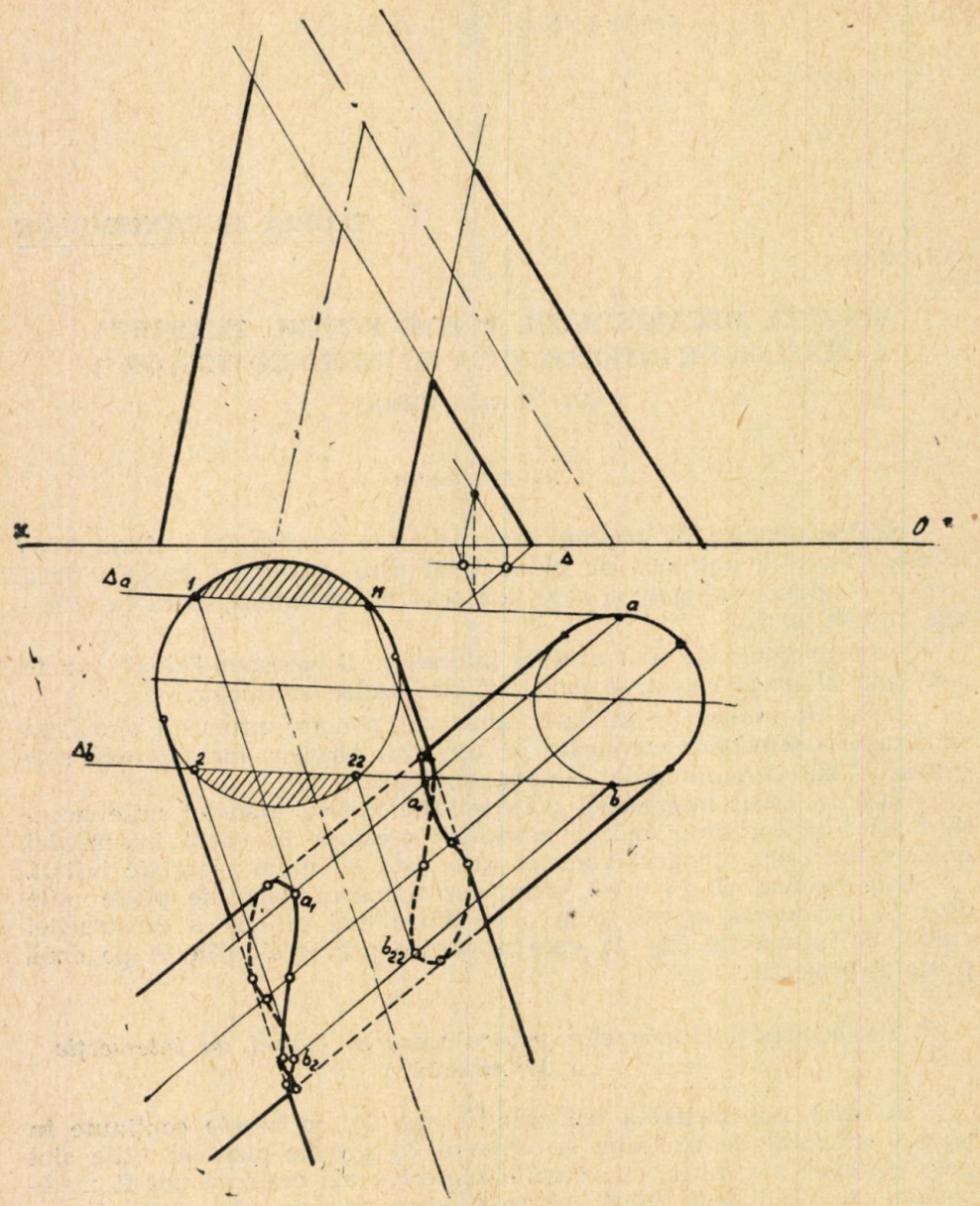


Fig. 1

Materializarea acestor condiţii geometrice s-a făcut cu ajutorul a două pietre de culisă care alunecă în lungul tijei *AB* în funcţie de poziţia relativă a bazelor celor 2 cilindri, baze realizate ca discuri cu canale circulare (fig. 2). Unul din discuri permite rotirea în jurul unui punct C_0 astfel că se pot obţine toate cazurile posibile (pătrundere, rupere, pătrundere la limită sau rupere la limită) [3, 4].

Cum generatoarele unui cilindru sînt paralele, acestea au fost materializate prin cîte o bară (tije) fixată rigid de cei doi culisori (1, 2) și înclinate față de tija AB cu unghiurile α_1, α_2 constante.

Aceste tije (M_1N_1 ; M_2N_2) se intersectează în punctul M de pe curba de intersecție căutată, punct care este materializat cu ajutorul a două pietre de culisă (4, 5), articulate, care formează o diadă de aspectul 4 [1].

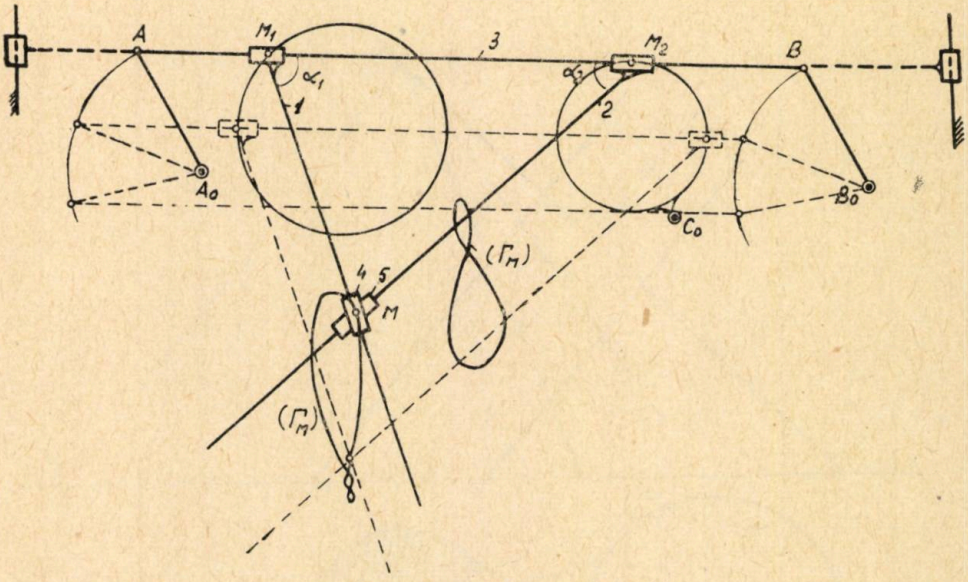


Fig. 2

Fixarea pe una din cele două pietre de culisă 4 sau 5 în dreptul punctului M a unui creion permite să se obțină pe o hîrtie așezată sub mecanism proiecția pe planul bazelor a curbei sau curbelor de intersecție.

Mecanismul plan astfel realizat poate fi acționat în general din orice punct, mișcările realizate de celelalte elemente fiind de fiecare dată univoc determinate deoarece gradul de mobilitate este :

$$M_3 = 3n - 2c_5 - c_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 - 2 = 1$$

unde

$n = 5$ — elemente mobile ;
$c_5 = 6$ — cuple cinematice de clasa a V-a (5 de translație și 1 de rotație) ;
$c_4 = 2$ — cuple cinematice de clasa a IV-a, punctele M_1 și M_2 de pe pietrele de culisă 1, 2 fiind obligate să se deplaseze pe o anumită traiectorie (conturul bazelor).

În cazul unei acționări manuale ca element conducător (antrenor) se consideră unul din cei doi culisori (1, 2).

3°. *Proiectarea mecanismelor pentru trasarea curbei de intersecție dintre cilindru și con*

Considerînd intersecția dintre un cilindru și un con (fig. 3) urmele planelor utile vor fi concurente într-un punct K, urma orizontală a dreptei dusă prin vîrful S al conului și paralelă cu generatoarele cilindrului.

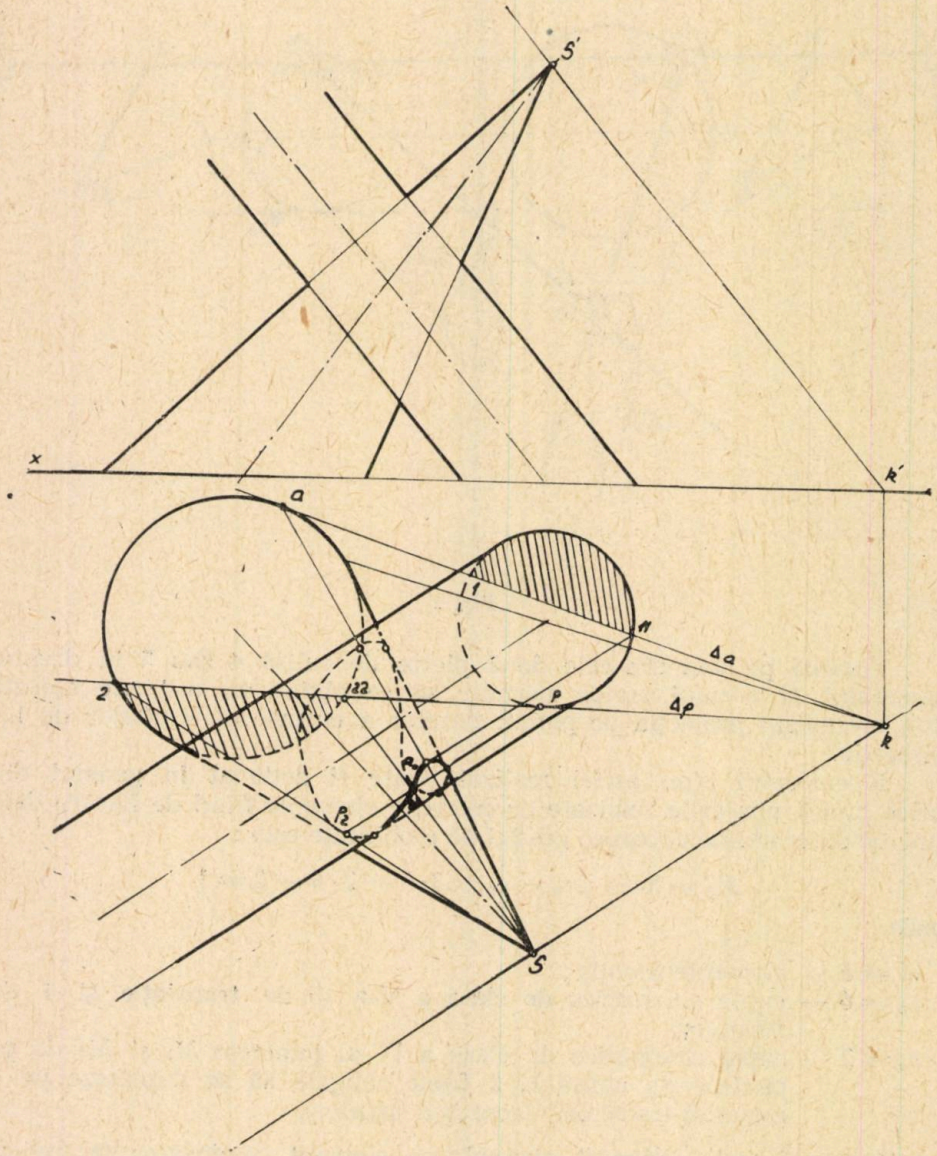


Fig. 3

Generatoarele cilindrului sînt materializate prin tija M_2N_2 înclinată sub un unghi constant α_2 față de direcția K_0K, iar generatoarele conului sînt materializate prin tija M_1S_0 articulată la piatra de culisă 1 și trecînd printr-un punct fix S_0 (vîrful conului) (fig. 4).

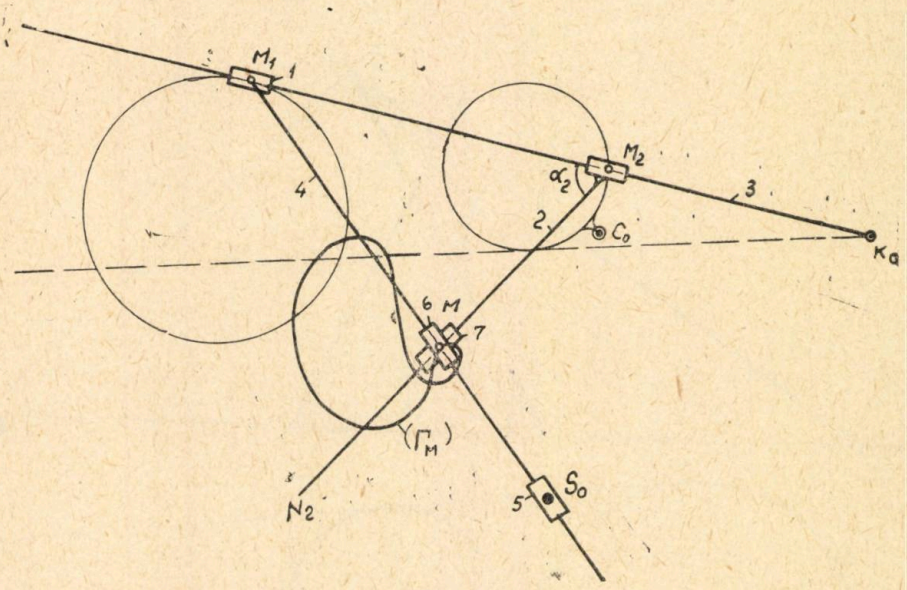


Fig. 4

Din punct de vedere structural materializarea punctului M s-a făcut prin adăugarea la mecanismul format din elementele 1, 2, 3 a diadelor : (4, 5) de aspectul 3 și (6, 7) de aspectul 4.

Se menține și aici posibilitatea rotirii uneia din baze în scopul realizării tuturor genurilor de intersecție. De observat că, în cazul pătrunderii, unul din puncte (M_2) descrie o circumferință completă, iar în cazul ruperii ambele puncte (M_1, M_2) se deplasează pe arce de cerc delimitate de planele utile limită.

4°. *Proiectarea mecanismului pentru trasarea curbei de intersecție a două conuri*

În cazul intersecției dintre două conuri (fig. 5) urmele planelor utile sînt concurente în punctul K, urma orizontală a dreptei dusă prin vîrfurile S_1, S_2 ale celor două conuri.

Materializînd această urmă printr-o tijă K_0K cu punct fix K_0 se plasează la intersecția acesteia cu cercurile de bază cele două pietre de culisă 1, 2 reprezentînd cele două mobile M_1, M_2.

Adăugînd la mecanismul astfel obținut două diade de aspectul 3 (formate din elementele 4, 5 și 6, 7) și o diadă de aspectul 4 (formată din elementele 8,9) se realizează mecanismul plan cu 9 elemente mo-

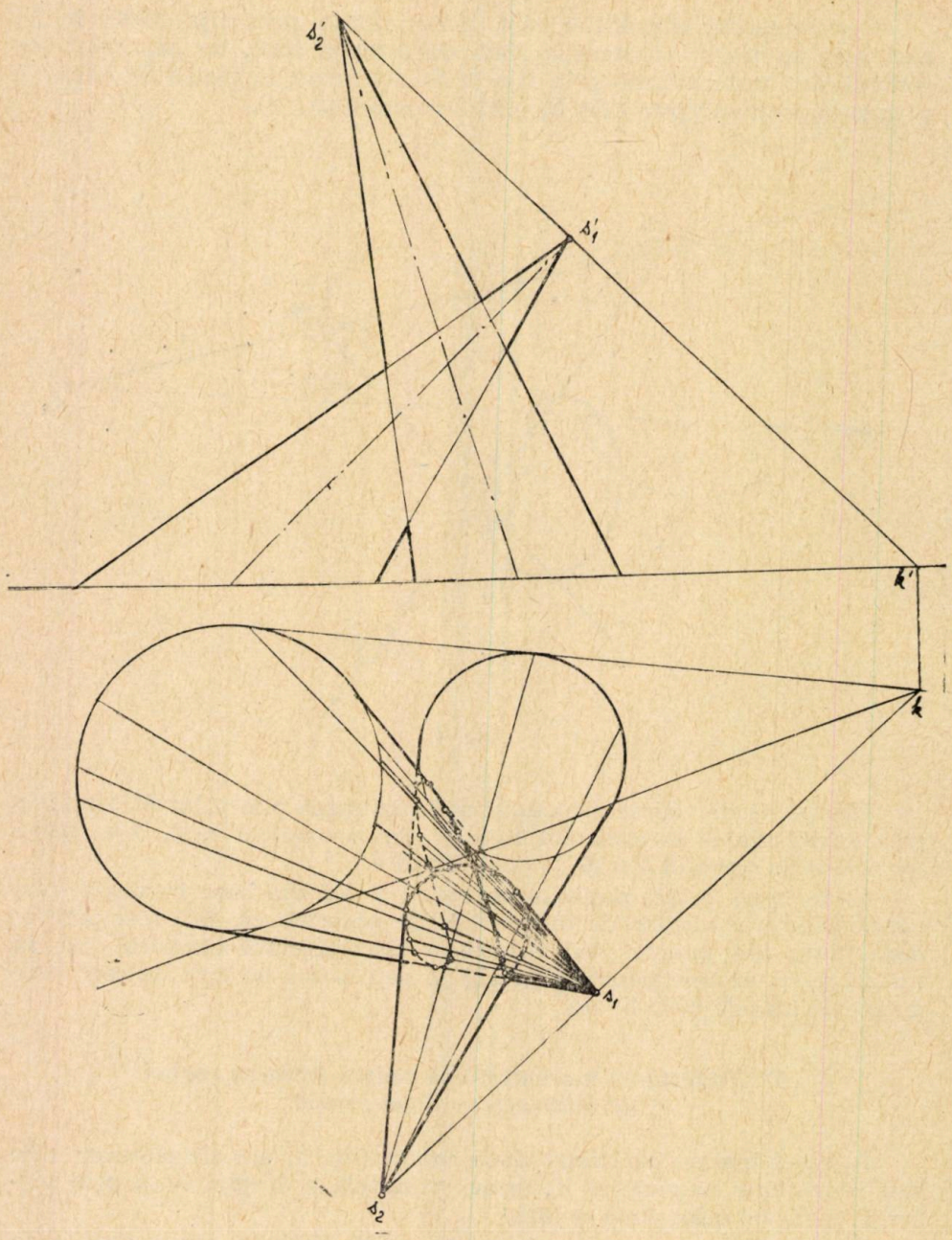


Fig. 5

bile (fig. 6) la care punctul M descrie o anumită curbă în funcţie de poziţia relativă a celor două baze ale conurilor, materializate în acelaşi mod ca în cazurile precedente.

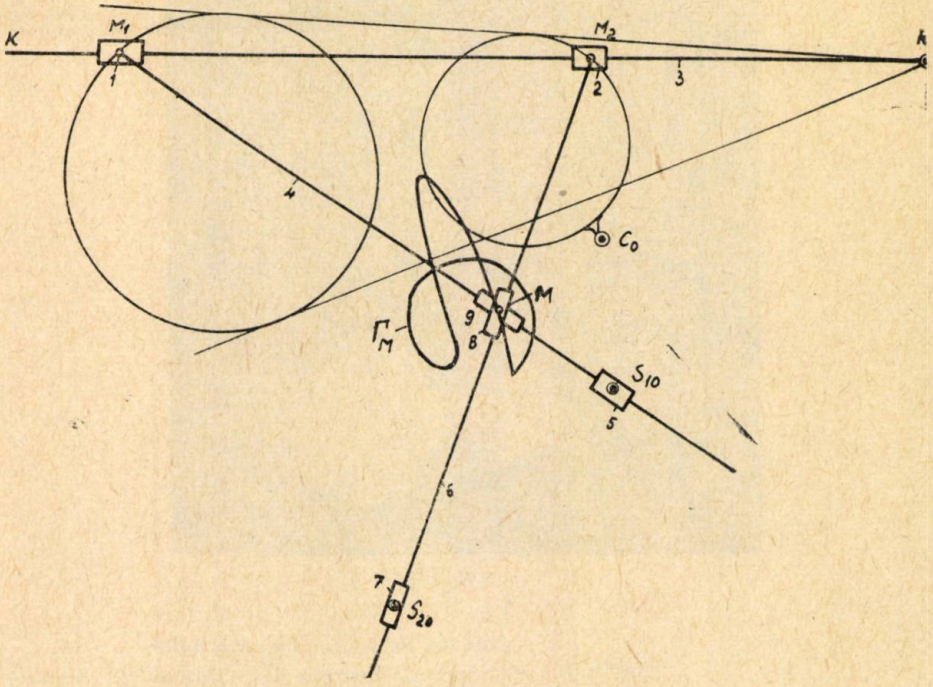


Fig. 6

5°. *Concluzii*

Se poate aprecia că realizarea unor astfel de mecanisme plane pentru trasarea curbelor de intersecţie a cilindro-conicelor permite studiul intersecţiei corpurilor rotunde, uşurînd în mare măsură înţelegerea metodei mobilului utilizată în mod curent.

De asemenea mecanismele plane proiectate în acest scop pot fi folosite cu succes, sub formă de machete, ca material didactic demonstrativ (fig. 7).

Folosirea practică a mecanismelor prezentate devine cu atît mai utilă în cazul intersecţiei de corpuri rotunde unde numărul planelor utile necesare trebuie să fie cît mai mare pentru ca proiecţia curbei de intersecţie să fie cît mai fidel reprezentată în epură.

Se pot proiecta şi mecanisme plane care să rezolve problema în cazul cînd bazele sînt cuprinse în plane diferite de proiecţie, astfel că, utilizarea mecanismelor în studiul geometriei descriptive [5, 6] poate fi neralizată.

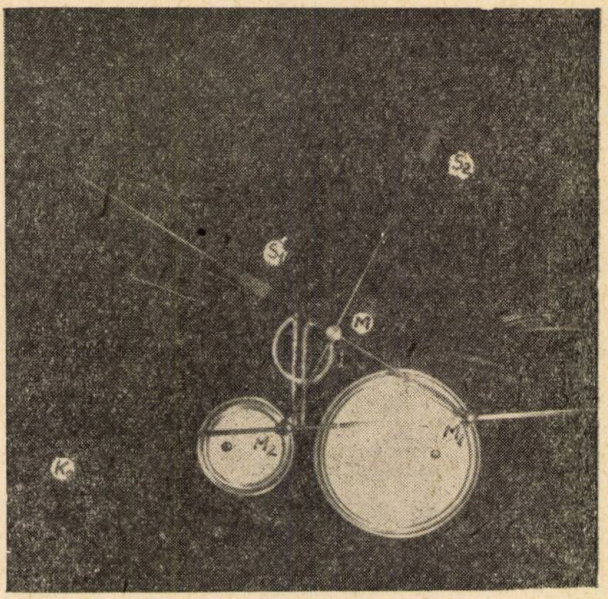


Fig. 7

Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Manolescu, N. I., Erceanu, I., Pielmuș, M., Antonescu, P.*, Culegere de probleme de Teoria mecanismelor și a mașinilor. Vol. I, E.D.P. București, 1963.
2. *Botez, M. St.*, Geometrie descriptivă. E.D.P. București, 1965.
3. *Tănăsescu, A.*, Geometria descriptivă. E.D.P. București, 1965.
4. *Gruia, Leo*, Geometrie descriptivă, curs lito, 1962.
5. *Botez, St. Mihail*, Sur une simplification de l'épure Monge. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București nr. 4, 1959.
6. *Tănăsescu, A.*, Eine Rekonstruktion aus der Newton'schen Perspektive abgeleitete perspektivische auswertung. Buletinul Instituului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București nr. 5—6, 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. : 621.43.05

UN MODEL DE CICLU PENTRU STUDIUL OPTIMIZĂRII PERFORMANȚELOR MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE SUPRAALIMENTATE

VS. RADCENCO, B. GRÜNWALD, AL. DĂNESCU

Tendința de creștere a puterii motoarelor cu aprindere prin comprimare folosind procedeul de supraalimentare înregistrează în ultimii ani dimensiuni neobișnuite. Au fost realizate deja presiuni medii efective de 18 kgf/cm², se estimează pentru viitorul apropiat un nivel de 20...24 kgf/cm² și se pregătesc monocilindri care vor dezvolta 25...35 kgf/cm².

Doi factori fundamentali limitează creșterea gradului de supraalimentare a motoarelor : presiunea maximă din cilindrul motorului și temperatura gazelor de evacuare în amontele turbinei. Acești factori hotărăsc nivelul solicitărilor termomecanice ale organelor mecanismului motor și paletelor turbinei avînd implicații evidente pentru principalii indici de performanță ai motorului : consumul de combustibil, lucrul mecanic specific (presiunea medie), greutatea pe cal-putere, dimensiunile de gabarit, fiabilitatea etc.

Cercetarea teoretică nu a abordat pînă în prezent ciclul unui motor supraalimentat limitat simultan de presiunea maximă din cilindru și temperatura maximă a gazelor de evacuare. O asemenea cercetare a fost inițiată recent de autori [1], [2]. După părerea lor numai o asemenea investigație poate fi eficientă deoarece ea are în vedere încărcarea simultană, la limită, a ambelor agregate — motorul și turbina — și presupune deci utilizarea rațională a întregii instalații în regimuri de vîrf.

Satisfacerea simultană a condițiilor restrictive menționate constituie o problemă complexă întrucît factorii care hotărăsc realizarea lor sînt foarte numeroși.

Din ciclul termic al unui motor cu turbo-supraalimentare arătat în figura 1 rezultă cel puțin următoarele dependențe generale pentru cei doi factori fundamentali *) :

$$p_{max} = p(p_0, \pi_s, \varepsilon, \pi_v, \psi, q_w) \tag{1}$$

$$T_t = T(T_0, \pi_s, \varepsilon, \pi_v, \rho, \delta, \pi_t, \lambda, b, \psi, q_w) \tag{2}$$

*) Parametrii din relațiile (1) și (2) sînt definiți în anexa 1, în concordanță cu figura 1.

Nu este uşor să se optimizeze parametrii independenţi care definesc presiunea p_{max} şi temperatura T_t, întrucît funcţiunile (1) şi (2) nu pot fi studiate „în sine". Dacă interesează indicii de performanţă ai ciclului — randamentul şi lucrul mecanic specific — atunci trebuie să se ţină seama

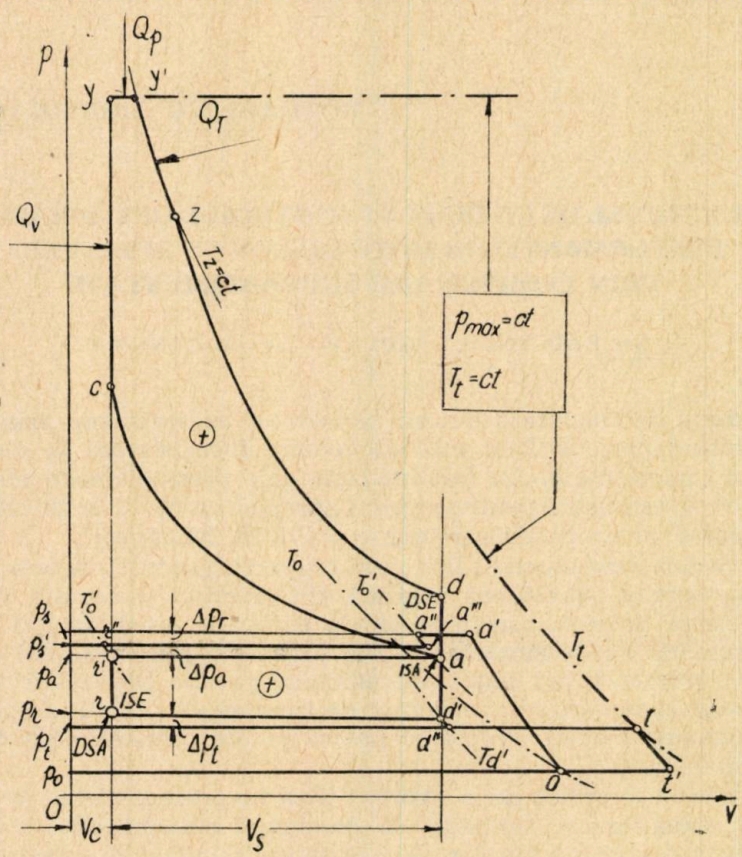


Fig. 1

că aceştia, la rîndul lor, depind explicit nu numai de parametrii independenţi notaţi mai sus dar şi de p_{max} şi T_t.

Investigaţia experimentală nu poate fi edificatoare asupra combinaţiei optime dintre parametrii independenţi amintiţi, deoarece pentru a atinge acest obiectiv este necesar un volum de muncă practic nerealizabil. De aceea, soluţiile actuale nici nu pretind să reprezinte varianta optimă pentru utilizarea cu eficienţă maximă atît a motorului cît şi a gradului de supraalimentare.

Cercetarea teoretică a ciclului cu condiţiile restrictive menţionate cîştigă în interes numai dacă este în măsură să aducă clarificări în optimizarea parametrilor şi să restrîngă domeniul investigaţiei experimentale.

Aceste considerente i-au îndemnat pe autori să caute un model de ciclu care să permită, în primul rînd, cercetarea pe cale analitică a posibilităţilor de optimizare în condiţiile limitării simultane a presiunii maxime din cilindru şi temperaturii din amontele turbinei. Pentru a uşura

investigaţia experimentală care este inevitabilă autorii au urmărit, în al doilea rînd, să găsească un asemenea model de ciclu care să atenueze diferenţele dintre valorile calculate şi cele măsurate. Un pas interesant în această direcţie a fost făcut atunci cînd modelarea propusă a luat în considerare diferitele categorii de pierderi.

Autorii au fost încurajaţi în abordarea cercetării de posibilităţile pe care le oferă în zilele noastre calculatorul numeric. Fără un asemenea instrument atît soluţionarea ecuaţiilor cît şi precizia calculelor rămîneau în fază de deziderat.

1. Modelarea proceselor de schimbare a gazelor

1.1. *Determinarea temperaturii la finele procesului de admisiune*

Schimbarea gazelor în procesul de admisiune este modelată în figura 2. Înainte de deschiderea supapei de admisiune, în punctul mort interior (p.m.i.) în cilindru se află o cantitate de gaze reziduale m_r care ocupă volumul V_c la temperatura T_r şi presiunea de evacuare p_r (fig. 2, α). Cantitatea de aer m_a-m_r care urmează să pătrundă în cilindru ocupă în conducta de admisie un volum V_0' la temperatura T_0' şi presiunea p_s'. Dacă p_s şi T_s sînt mărimile de stare ale aerului refulat de suflantă atunci $p_s'=p_s-\Delta p_r$ iar $T_0'=T_s-\Delta T_r$, unde Δp_r şi ΔT_r reprezintă scăderile de presiune şi temperatură în răcitor.

Procesul de admisiune se desfăşoară în două etape. În prima etapă (fig. 2, β) pistonul rămîne la punctul mort interior, supapa de ad-

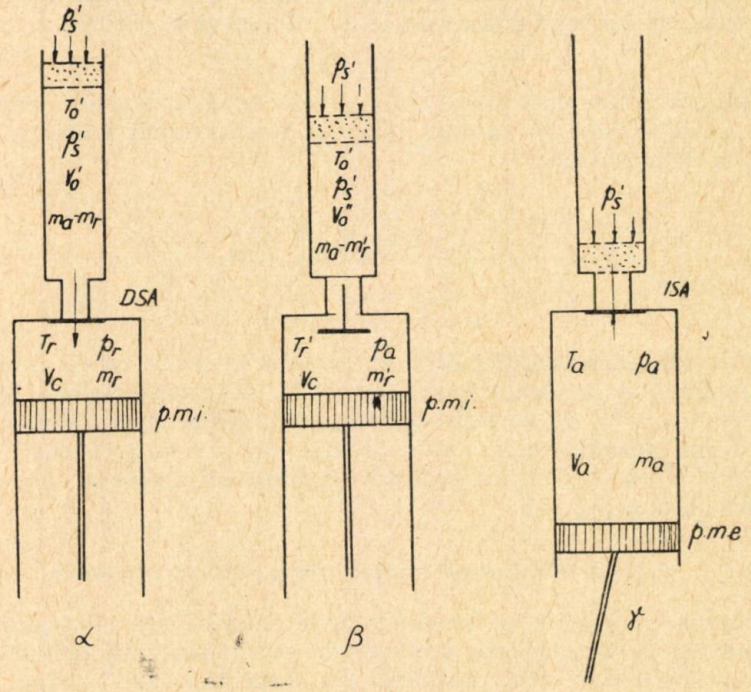


Fig. 2

misiune se deschide instantaneu și sub acțiunea diferenței de presiune $p_s' - p_r$ o parte din aerul aflat în conducta de admisie pătrunde în cilindru (evoluția r—r', în diagrama p—V, fig. 1). La finele acestei etape cantitatea de gaze din cilindru devine m_r', ocupă același volum V_c, în condițiile de stare T_r' și p_a. În cea de a doua etapă a procesului de admisie pistonul se deplasează spre punctul mort exterior (p.m.e.), presiunea rămîne constantă (evoluția r'—a, fig. 1) iar în cilindru pătrunde cantitatea de are m_a—m_r'. La finele acestei etape (fig. 2, γ) pistonul se află la p.m.e., supapa de admisie se închide iar cantitatea de fluid motor m_a ocupă volumul V_a, în condițiile de stare T_a, p_a.

Ecuația bilanțului energetic al procesului de admisie este

$$\delta Q = dU + \delta L \tag{3}$$

unde dU reprezintă variația infinit mică a energiei interne a aerului și gazelor din sistemul conductă de admisie-cilindru ca urmare a schimburilor elementare de căldură δQ și de lucru mecanic δL cu exteriorul.

Ecuația (3) se transcrie sub forma

$$\left(1 - \frac{\delta Q}{dU}\right) dU + \delta L = 0 \tag{3, a}$$

sau

$$\xi_a\, dU + \delta L = 0 \tag{4}$$

unde ξ_a ia în considerare influența schimbului de căldură al aerului și gazelor în timpul admisiunii. Considerînd că ξ_a reprezintă pierderile medii de căldură, se integrează ecuația (4) între starea inițială α și cea finală γ a sistemului conductă de admisie-cilindru și se obține :

$$\xi_a(U_\gamma - U_\alpha) + L_{\alpha-\gamma} = 0 \tag{5}$$

Explicitînd termenii din ecuația (5) pe baza ipotezelor admise, după efectuarea calculelor se obține expresia temperaturii relative la finele procesului de admisiune :

$$\frac{T_a}{T_0} = \theta_0 \frac{1 - \dfrac{1}{\varepsilon - 1}\left[\dfrac{1}{\xi}\left(\dfrac{\pi_t/\pi_s}{\psi \cdot \pi_v \cdot \rho^{n_d}\, \delta^{n_d - 1}\, \varepsilon^{\Delta n_{cd}}}\right)^{\frac{1}{\varkappa_g}} - 1\right]}{1 - \dfrac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \dfrac{1}{n_a}\left(\dfrac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \dfrac{1}{\psi} \cdot \dfrac{\pi_t}{\pi_s} - 1\right)} \tag{6}$$

Particularitatea ecuației obținute constă în aceea că ea pune în evidență, explicit, dependența temperaturii T_a de caracteristicile procesului de ardere (π_v, ρ, δ), de variațiile presiunii în suflantă și turbină (π_t, π_s), de pierderile gazodinamice totale [$\psi = (1 - \psi_r)\ (1 - \psi_a)\ (1 - \psi_t')$], de pierderile de căldură pe diferite evoluții ale fluidului motor (n_a, n_c, n_d, ξ) și de natura gazelor ($\varkappa_a$, $\varkappa_g$).

1.2. *Determinarea temperaturii gazelor evacuate*

Schimbarea gazelor în procesul de evacuare este modelată în figura 3. Înainte de deschiderea supapei de evacuare, cînd pistonul este la p.m.e., în cilindru se află cantitatea de gaze m_d care ocupă volumul $V_d = V_a$, în condițiile de stare T_d și p_d (fig. 3, a).

Procesul de evacuare se desfășoară în două etape. În prima etapă (fig. 3, β) are loc evacuarea liberă ; pistonul rămîne la p.m.i., iar supapa de evacuare se deschide instantaneu. Gazele din cilindru se destind adiabat reversibil pînă la presiunea $p_{d'}$ și temperatura $T_{d'}$ (evoluția izocoră $d—d'$, fig. 1) iar cantitatea de gaze din cilindru se reduce la $m_{d'}$. Cantitatea de gaze evacuate $m_d—m_{d'}$ ocupă în conducta de evacuare un volum

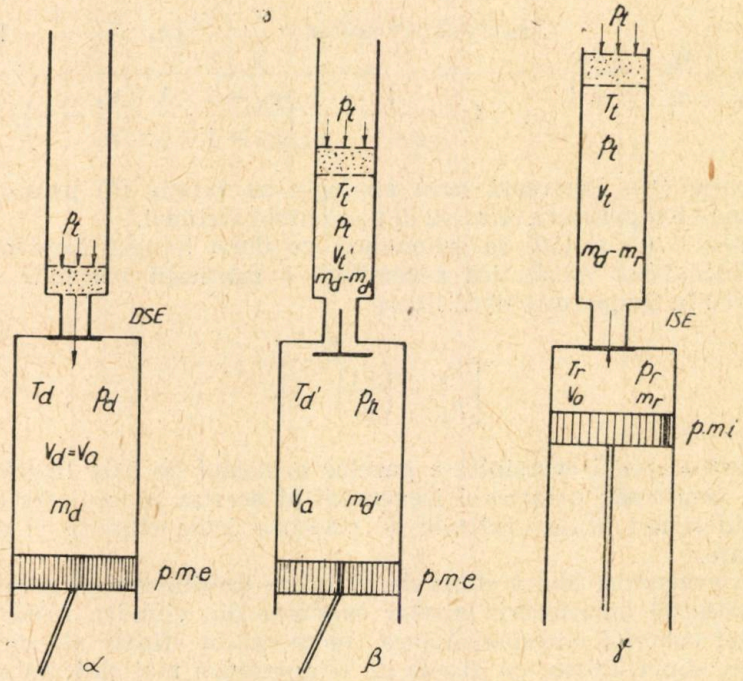


Fig. 3

$V_{t'}$ la temperatura $T_{t'} > T_{d'}$, fiind separată de restul gazelor printr-un piston imaginar aflat sub acțiunea presiunii $p_t = p_r — \Delta p_t$. În a doua etapă, are loc evacuarea forțată ; pistonul se deplasează spre p.m.i., iar presiunea în cilindru rămîne constantă (evoluția $d'—r$, fig. 1). La finele acestei etape (fig. 3, γ), în cilindru rămîne cantitatea de gaze reziduale m_r care ocupă volumul V_c în condițiile de stare p_r, T_r iar în conducta de evacuare se găsește o cantitate de gaze $m_d—m_r$, care ocupă volumul V_t în condițiile în stare p_r și T_r, caracteristice pentru amontele turbinei.

Ecuația bilanțului energetic al procesului de evacuare este

$$\xi_e \cdot dU + \delta L = 0 \tag{7}$$

unde

$$\xi_e = 1 - \frac{\delta Q}{dU} \tag{8}$$

ţine seama de schimbul mediu de căldură cu pereţii. Integrînd ecuaţia (7) între stările iniţială a şi finală γ ale sistemului cilindru-conductă de evacuare se obţine :

$$\xi_e(U_\gamma - U_a) + L_{a-\gamma} = 0 \tag{9}$$

Explicitînd termenii din relaţia (9), după efectuarea calculelor, se obţine expresia temperaturii relative a gazelor evacuate :

$$\frac{T_s}{T_0} = \frac{\theta_0}{n_e} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{\pi_v \rho^{n_d} \cdot \delta^{n_d - 1} \cdot \varepsilon^{\Delta n_{cd}} + \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} \left(n_e \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} - 1 \right)}{1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_a} \left(\frac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1 \right)} \tag{10}$$

Expresia (10) ilustrează prin analogie cu relaţia (6) parametrii de care depinde temperatura relativă din amontele turbinei.

Expresiile (6) şi (10) se întemeiază pe două ipoteze fundamentale :

a) destinderea adiabatică reversibilă a cantităţii variabile de gaze din cilindru în timpul evacuării libere

$$\left[\frac{T_d}{T_{d'}} = \left(\frac{p_d}{p_r} \right)^{\frac{\varkappa_g - 1}{\varkappa_g}} \right];$$

b) destinderea ireversibilă a gazelor evacuate pe cale liberă din cilindru în conductă ; caracterul ireversibil al acestui proces este o consecinţă a diferenţei finite variabile de presiune între cilindru şi conducta de evacuare.

Ca şi evacuarea liberă etapa de evacuare forţată are un caracter ireversibil datorită amestecării gazelor evacuate din cilindru avînd temperatură mai coborîtă corespunzătoare momentului final al destinderii izentropice din cilindru, cu gazele de temperatură mai ridicată evacuate pe cale liberă. Ireversibilitatea acestei etape este determinată deci de diferenţa finită de temperatură între gazele rămase în cilindru şi cele evacuate în conductă la finele evacuării libere.

Un asemenea tratament al procesului de evacuare a fost iniţiat pentru prima dată în lucrarea [3], fiind dezvoltat în lucrarea [4] şi aplicat ciclurilor teoretice ale motoarelor cu ardere internă în lucrarea [6].

1.3. *Masa fluidului motor care evoluează pe ciclu*

Cantitatea de aer admisă în cilindru într-un proces fără pierderi este

$$m_0 = \frac{p_{s'} V_s}{R T_0'} \tag{11}$$

sau, ţinînd seama de relaţiile anterioare

$$m_0 = (1 - \psi_r) \frac{\pi_.}{\theta_0} \cdot \frac{p_0 V_s}{R T_0} \tag{11, a}$$

Cantitatea reală de aer admisă în cilindru va fi

$$m_{ad} = \eta_v \cdot m_0 \tag{12}$$

unde η_v este coeficientul de umplere.

Dacă m_{cb} este cantitatea de combustibil injectată pe ciclu, atunci cantitatea de gaze evacuate este

$$m_{ev} = m_{ad} + m_{cb} = m_{ad}\left(1 + \frac{m_{cb}}{m_{ad}}\right)$$

Prin definiţie

$$\frac{m_{ad}}{m_{cb}} = \lambda L_0 \tag{13}$$

L_0 fiind cantitatea minimă de aer necesară arderii complete. Ca urmare

$$m_{ev} = \eta_v \cdot m_0 \frac{1 + \lambda L_0}{\lambda L_0} \tag{14}$$

Dacă se ia în considerare baleiajul cilindrului, cantitatea de aer refulată de suflantă m_s este

$$m_s = m_{ad} + m_b$$

unde m_b este cantitatea de aer pentru baleiaj. Ultima relaţie se transcrie astfel

$$m_s = m_{ad}\left(1 + \frac{m_b}{m_{ad}}\right) = m_{ad}(1 + b)$$

unde b este coeficientul de baleiaj.

În acest caz, cantitatea de gaze care se destinde în turbină va fi

$$m_t = m_{ev} + m_b = m_{ad}\left(\frac{1 + \lambda L_0}{\lambda L_0} + b\right)$$

În lucrarea de faţă este abordat cazul $b = 1$.

Pentru exprimarea lui m_{ev} se observă că :

$$m_{ev} = m_d - m_r = \frac{1}{R}\left(\frac{p_d V_a}{T_d} - \frac{p_r V_c}{T_r}\right) \tag{15}$$

Efectuînd calculele necesare se obţine

$$m_{ev} = \psi \frac{\pi_s}{\theta_0}\left[1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_a}\left(\frac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1\right)\right]\frac{p_0 V_s}{R T_0} \tag{16}$$

Comparînd relaţiile (14) şi (16) se obţine expresia coeficientului de umplere :

$$\eta_v = (1 - \psi_a)\left[1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_a}\left(\frac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1\right)\right]\frac{\lambda L_0}{1 + \lambda L_0} \tag{17}$$

2. Modelarea procesului de ardere

Arderea este reprezentată prin evoluţii termodinamice simple ; în comparaţie cu modelele clasice (ardere izocor-izobară), ciclul adoptat cuprinde o evoluţie suplimentară : arderea izotermă (fig. 1). O asemenea evoluţie a fost dezvoltată în lucrarea [7] ţinînd seama de datele experimentale. Prin adoptarea evoluţiei izoterme se obţin unele cîştiguri interesante. Modelul termodinamic al arderii devine mai realist ceea ce măreşte precizia investigaţiei. Se pot exprima deziderate mai sigure privind organizarea arderii. Durata arderii teoretice se apropie de valorile reale şi de aceea se propune ca un criteriu de apreciere a arderii, durata relativă :

$$\tau = \frac{V_z - V_c}{V_s} 100 = \frac{\rho\delta - 1}{\varepsilon - 1} 100\ \% \tag{18}$$

Interpretînd arderea izocoră ca o schematizare a arderii violente, de viteză medie de creştere a presiunii p'_m, se obţine, de pildă, pentru următorul grup de valori : $\tau = 30\ \%$, $\pi_v = 1{,}33$, $p'_m = 5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2\ ^\circ\text{RAC}}$, $\rho = 1{,}35$ $\delta = 2{,}71$, $\varepsilon = 9$ că durata totală a arderii este de 74°RAC din care 12°RAC — adică 16 % reprezintă durata arderii violente, 20°RAC — adică 28 % — durata arderii izobare şi 42°RAC — adică 56 % durata arderii izoterme.

Raportul de creştere a presiunii în faza arderii violente (arderea izocoră) se stabileşte astfel :

$$\pi_v = \frac{p_{max}}{p_c} = \frac{p_{max}/p_0}{p_c/p_0} = \frac{\pi}{\varepsilon^{n_c} \frac{p_a}{p_0}}$$

unde

$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{p_a}{p_{s'}} \cdot \frac{p_{s'}}{p_s} \cdot \frac{p_s}{p_0} = \frac{p_{s'} - \Delta p_a}{p_{s'}} \cdot \frac{p_s - \Delta p_r}{p_s} \pi_s$$

adică

$$\frac{p_a}{p_0} = (1 - \psi_a)(1 - \psi_r)\pi_s = \psi' \cdot \pi_s$$

astfel încît

$$\pi_v = \frac{\pi}{\psi' \cdot \pi_s \cdot \varepsilon^{n_c}} \tag{19}$$

Relaţia (19) trebuie interpretată totodată ca o relaţie fundamentală care precizează factorii care hotărăsc nivelul presiunii maxime relative (π).

În prezenţa evoluţiei izoterme procesul de destindere înglobează o fracţiune mult mai redusă din ardere, astfel încît exponentul politropic al destinderii va exprima mai fidel fenomenele caracteristice, în special schimbul de căldură.

Ecuaţia bilanţului energetic al arderii are forma (fig. 1)

$$Q_{cz} = \Delta U_{cz} + L_{cz} + Q_w \tag{20}$$

Se introduce un randament energetic al arderii definit sub forma

$$\sigma = \frac{Q_{cz}}{Q_{cb}} \tag{21}$$

unde Q_{cb} reprezintă căldura dezvoltată prin arderea combustibilului.

Ţinînd seama de particularităţile celor trei evoluţii ale arderii (izocora c—y, izobara y—y' şi izoterma y'—z) se poate scrie :

$$Q_{cz} = \sigma \cdot Q_{cb} = (U_y - U_c) + (I_{y'} - I_y) + L_{y'-z} \tag{22}$$

unde

$$U_y - U_c = m_c \int_c^y c_{v_g}\, dT \tag{23}$$

$$I_{y'} - I_y = m_c \int_y^{y'} c_{p_g} \cdot dT \tag{24}$$

$$L_{y'-z} = \int_{y'}^{z} p \cdot dV \tag{25}$$

în care

$$m_c = \frac{p_c V_c}{RT_c} = \frac{p_a \cdot \varepsilon^{n_c}}{T_a \cdot \varepsilon^{n_c - 1}} \cdot \frac{V_s}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{R} = \frac{\psi' \cdot \pi_s}{T_a / T_s} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{p_0 V_s}{RT_0} \tag{26}$$

Efectuarea primelor două integrale ridică problema bine cunoscută a variaţiei căldurilor specifice cu temperatura. Soluţia propusă de autori în lucrarea de faţă porneşte de la următoarele observaţii :

Divizarea arderii pe faze restrînge limitele de aplicabilitate ale integralelor (23) şi (24). Astfel, ambele intervale($T_c \ldots T_y, T_y \ldots T_{y'}$) sînt de ordinul a 400...700°K. În aceste condiţii, adoptarea unei dependente lineare a căldurii specifice cu temperatura — de forma $a + bT$ nu afectează practic precizia de calcul. Ca urmare integralele (23) şi (24) devin :

$$U_y - U_c = m_c c_{v_g}\Big|_{T_c}^{T_y} (T_y - T_c) \tag{27}$$

$$I_{y'} - I_y = m_c c_{p_g}\Big|_{T_y}^{T_{y'}} (T_{y'} - T_y) \tag{28}$$

unde $c_{v_g}\Big|_{T_c}^{T_y}$, $c_{p_g}\Big|_{T_y}^{T_{y'}}$ reprezintă căldurile specifice medii pe intervalele de temperaturi corespunzătoare.

Căldurile specifice medii se pot exprima în funcţie de exponenţii adiabatici :

$$c_{v_g}\Big|_{T_c}^{T_y} = \frac{R}{\varkappa_v - 1}, \quad c_{p_g}\Big|_{T_y}^{T_{y'}} = \frac{\varkappa_p}{\varkappa_p - 1} R. \tag{29}$$

indicii v şi p atribuiţi exponenţilor adiabatici precizînd intervalele diferite de temperatură pentru care se aplică relaţiile de calcul.

Dacă se reprezintă variația exponentului adiabatic al produselor de ardere în funcție de $1/T$, așa cum se arată în figura 4, pentru diverse valori ale coeficientului de exces de aer λ se obține o dependență lineară surprinzătoare. Astfel, cu o eroare de $\pm 0{,}05\%$, în intervalul de tempe-

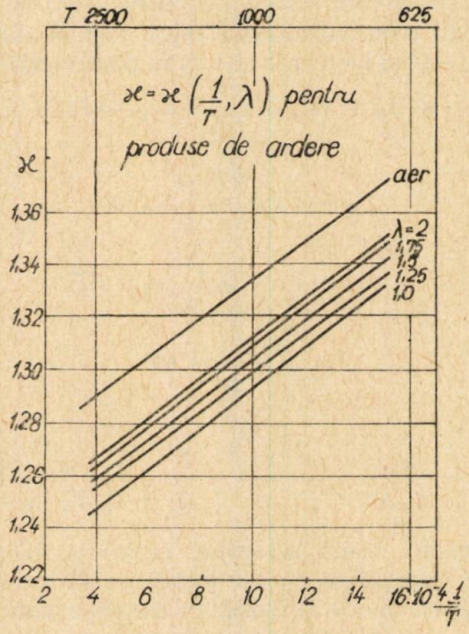


Fig. 4

ratură 800...2500°K se poate exprima următoarea dependență pentru gazele de ardere [8] :

$$\varkappa = 1{,}254 - \frac{0{,}0372}{\lambda} + \frac{76{,}7}{T} \tag{30}$$

sau, pentru intervalele precizate de relațiile (27), (28),

$$\varkappa_v = 1{,}254 - \frac{0{,}0372}{\lambda} + \frac{153{,}4}{T_c + T_y} \tag{30, a}$$

$$\varkappa_p = 1{,}254 - \frac{0{,}0372}{\lambda} + \frac{153{,}4}{T_y + T_{y'}} \tag{30, b}$$

După prelucrarea relațiilor (23), (24) și (25) rezultă următoarele expresii :

$$U_y - U_c = m_c R T_c \frac{\pi_v - 1}{\varkappa_v - 1} \tag{31}$$

$$I_{y'} - I_y = m_c R T_c \frac{\varkappa_p}{\varkappa_p - 1} \pi_v (\rho - 1) \tag{32}$$

$$L_{y'-z} = m_c R T_c \pi_v \rho \ln \delta \tag{33}$$

care se substituie în ecuaţia bilanţului energetic (22) o dată cu relaţia (26) şi se obţine :

$$\sigma Q_{cb} = \psi' \pi_s \frac{\varepsilon^{n_c}}{\varepsilon - 1} \left[\frac{\pi_v - 1}{\varkappa_v - 1} + \frac{\varkappa_p}{\varkappa_p - 1} \pi_v (\rho - 1) + \pi_v \rho \ln \delta \right] p_0 V_s \tag{34}$$

Pe de altă parte, se observă că :

$$Q_{cb} = m_{cb} H_i = \frac{m_{ad}}{\lambda L_0} H_i = m_{ev} \frac{H_i}{1 + \lambda L_0} \tag{35}$$

unde H_i este puterea calorică inferioară a combustibilului.

Substituind pe m_{ev} precizat de expresia (16) în relaţia (35) se obţine :

$$Q_{cb} = \psi \frac{\pi_s}{\theta_0} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_e} \left(\frac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_\rho - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1 \right) \right] \frac{H_i}{R T_0 (1 + \lambda L_0)} p_0 V_s \tag{36}$$

Pe baza relaţiilor (34) şi (36) se obţine ecuaţia fundamentală a arderii :

$$\sigma \frac{H_i}{R T_0 (1 + \lambda L_0)} = \theta_0 \frac{\varepsilon^{n_c}}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{\dfrac{\pi_v - 1}{\varkappa_v - 1} + \dfrac{\varkappa_p}{\varkappa_p - 1} \pi_v (\rho - 1) + \pi_v \rho \ln \delta}{1 - \dfrac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \dfrac{1}{n_e} \left(\dfrac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \dfrac{1}{\psi} \cdot \dfrac{\pi_t}{\pi_s} - 1 \right)} \tag{37}$$

3. Evoluţiile de comprimare şi destindere

Evoluţiile de comprimare şi destindere se consideră transformări politrope care se efectuează cu schimb de căldură. Exponentul politropic al transformării se determină apreciind schimbul de căldură în raport cu variaţia energiei interne în transformarea respectivă, sau în final, în raport cu căldura degajată prin ardere.

Ecuaţia bilanţului energetic al unei transformări politrope este $\delta Q = dU + \delta L$; notînd cu

$$\xi = 1 - \frac{\delta Q}{dU} \tag{38}$$

coeficientul care ia în considerare influenţa schimbului de căldură asupra variaţiei energiei interne ecuaţia bilanţului energetic devine :

$$\xi \cdot dU + \delta L = 0 \tag{39}$$

Ţinînd seama că

$$dU = m c_v dT = \frac{mR}{\varkappa - 1} dT$$

şi

$$\delta L = - \frac{mR}{n - 1} dT$$

ecuaţia (39) devine :

$$\xi \frac{mR}{\varkappa - 1} dT - \frac{mR}{n - 1} dT = 0 \tag{40}$$

de unde rezultă exponenţii politropici ai evoluţiilor de comprimare şi destindere :

$$n_c = 1 + \frac{\varkappa_c - 1}{\xi_c}, \quad n_d = 1 + \frac{\varkappa_d - 1}{\xi_d} \tag{41}$$

unde $\varkappa_c$ şi $\varkappa_d$ sînt exponenţii adiabatici medii pentru intervalele de temperatură corespunzătoare celor două evoluţii iar ξ_c , ξ_d coeficienţii care ţin seama de pierderile de căldură.

În cele două evoluţii fluidul motor pierde căldură prin pereţii cilindrului (Q^-) ; în ceea ce priveşte energia internă aceasta creşte în comprimare ($\Delta U > 0$) astfel că $\xi_c > 1$ şi scade în destindere ($\Delta U < 0$) adică $\xi_d < 1$. Rezultă deci că $n_c < \varkappa_c$ iar $n_d > \varkappa_d$.

În cursa de comprimare, pe intervalul de temperatură 350...1000°K s-a obţinut [8]

$$\varkappa = 1{,}438 - 1{,}05 \cdot 10^{-4} T \tag{42}$$

cu o eroare mai mică decît 0,2 %.

Notînd cu

$$f = \frac{Q_w}{Q_{cb}} \tag{43}$$

coeficientul care precizează fracţiunea căldurii Q_w pierdute prin pereţi într-o evoluţie oarecare în căldura Q_{cb} dezvoltată prin arderea combustibilului se obţine :

$$\xi = 1 - \frac{Q_w}{U_2 - U_1} = 1 - \frac{|Q_w|}{U_1 - U_2} = 1 - f \frac{Q_{cb}}{U_1 - U_2}$$

sau

$$\xi = 1 - f \frac{m_{cb} H_i}{m_c \cdot c_v \Big|_{T_1}^{T_2} (T_1 - T_2)} = 1 - f \frac{\frac{m_{ad}}{\lambda L_0} H_i}{m_c \frac{R}{\varkappa - 1} (T_1 - T_2)}$$

Notînd cu

$$\gamma_r = \frac{m_r}{m_{ad}} \tag{44}$$

coeficientul gazelor arse reziduale expresia lui ξ devine :

$$\xi = 1 - f \frac{H_i}{R T_0 \lambda L_0} \cdot \frac{\varkappa - 1}{1 + \gamma_r} \cdot \frac{1}{T_1/T_0 - T_2/T_0} \tag{45}$$

T_1 şi T_2 fiind temperaturile iniţială şi finală a evoluţiei considerate.

În continuare se aplică relaţia (45) evoluţiei de destindere pentru

$f=0{,}03$ ceea ce reprezintă 20...30% din căldura pierdută prin pereți în timpul arderii; pentru grupul de valori $\frac{T_z}{T_0}=5{,}555$, $\frac{T_d}{T_0}=3{,}665$, $\lambda=2$, $\frac{H_i}{RT_0\lambda L_0}=17{,}2$, $\gamma_r=0{,}04$ și $\varkappa_d=1{,}292$ rezultă $\xi_d=0{,}923$ și $n_d=1{,}316$ astfel că $\frac{n_d-\varkappa_d}{\varkappa_d}100\approx 2\%$.

Aceeași metodică a fost aplicată și în studiul proceselor de admisie și evacuare. În acest caz termenul δL din ecuația bilanțului energetic $\delta Q=dU+\delta L$ reprezintă lucrul mecanic schimbat de fluidul motor atît cu pistonul cît și cu mediul ambiant (aerul din avalul răcitorului suflantei sau gazele din amontele turbinei). Ca urmare și în procesele de schimbare a gazelor este necesară utilizarea coeficienților:

$$n_a=1+\frac{\varkappa_a-1}{\xi_a},\quad n_e=1+\frac{\varkappa_e-1}{\xi_e} \tag{46}$$

Acești coeficienți au același rol ca și exponenții politropici ai comprimării și destinderii. Într-adevăr din relațiile $Q_w=\Delta U+L$ și $\xi=1-\frac{Q_w}{\Delta U}$ rezultă, după eliminarea lui ΔU, expresia

$$Q_w=\left(1-\frac{1}{\xi}\right)L \tag{47}$$

Observînd că $\xi=\frac{\varkappa-1}{n-1}$ se obține $Q_w=\frac{\varkappa-n}{\varkappa-1}L$ adică tocmai relația de legătură între căldura și lucrul mecanic al unui proces politropic.

În concluzie deci, relația de legătură între Q_w și L pentru politrope de tipul comprimării și destinderii este aplicabilă și proceselor de admisie și evacuare cu condiția ca L să reprezinte schimbul de lucru mecanic nu numai cu pistonul ci și cu mediul ambiant. În acest din urmă caz coeficienții n_a și n_e au fost denumiți coeficienți de adiabaticitate ai proceselor de admisie și evacuare. Introducerea în studiul teoretic al proceselor de schimbare a gazelor a coeficientului de adiabaticitate a fost făcută pentru prima dată în lucrarea [5].

4. Lucrul mecanic al ciclului

Lucrul mecanic al ciclului unui motor turbosupraalimentat este:

$$L_{cl}=L_m+L_t-|L_s| \tag{48}$$

unde L_m reprezintă lucrul mecanic al ciclului motor;

L_t — lucrul mecanic produs de turbină;
L_s — lucrul mecanic consumat de suflantă.

Lucrul mecanic specific al ciclului motor reprezintă raportul

$L_m/V_s = p_m$, iar presiunea medie relativă $p_m/p_0 = \bar{p}_m$ este precizată de expresia :

$$\bar{p}_m = \frac{\psi \pi_s \dfrac{\varepsilon^{n_c}}{\varepsilon - 1}\left\{\pi_v(\rho - 1) + \pi_v \rho \ln \delta + \dfrac{\pi_v \rho}{n_d - 1}\left[1 - \left(\dfrac{\rho\delta}{\varepsilon}\right)^{n_d - 1}\right] - \dfrac{1 - \varepsilon^{1-n_c}}{n_c - 1}\right\} + \psi\pi_s - \pi_t}{\psi''} \tag{49}$$

Lucrul mecanic al turbinei este :

$$L_t = m_t R T_0 \frac{\varkappa_g}{\varkappa_g - 1}\left(1 - \pi_t^{\frac{1-\varkappa_g}{\varkappa_g}} \eta_T\right) \tag{50}$$

iar lucrul mecanic al suflantei :

$$L_s = m_s R T_0 \frac{n_s}{n_s - 1} z\left(1 - \pi_s^{\frac{n_s - 1}{z n_s}}\right)\frac{1}{\eta_s} \tag{51}$$

Raportul dintre L_t şi L_s este precizat de expresia :

$$\varphi = \frac{L_t}{|L_s|} = \eta_T \eta_s \frac{\varkappa_g}{n_s} \cdot \frac{n_s - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1 - \pi_t^{\frac{1-\varkappa_g}{\varkappa_g}}}{z\left(\pi_s^{\frac{n_s - 1}{z n_s}} - 1\right)}\left(1 + \frac{1}{\lambda L_0}\right)\theta_t \tag{52}$$

În consecinţă, lucrul mecanic al ciclului va fi :

$$L_{cl} = p_m V_s + (\varphi - 1)|L_s| \tag{53}$$

Se disting două cazuri limită : a) agregatul turbosuflantă funcţionează independent deci $\varphi = 1$; b) agregatul turbosuflantă este cuplat la arborele cotit al motorului ceea ce presupune $\varphi > 1$ iar la limită $\pi_t = \pi_s$.

5. Randamentul termic al ciclului

Se defineşte randamentul termic al ciclului prin raportul

$$\eta_t = \frac{L_{cl}}{Q_{cb}}$$

sau

$$\eta_t = \frac{L_m + L_t - |L_s|}{Q_{cb}} = \frac{L_m}{Q_{cb}}\left(1 + \frac{L_t}{L_m} - \frac{|L_s|}{L_m}\right)$$

Notînd cu

$$\eta_{t_m} = \frac{L_m}{Q_{cb}} \text{ şi } \varphi_s = \frac{|L_s|}{L_m} \tag{54}$$

se obţine

$$\eta_t = \eta_{t_m}[1 + \varphi_s(\varphi - 1)] \tag{55}$$

care, pentru cazul particular al agregatului turbosuflantă independent ($\varphi = 1$) devine $\eta_t = \eta_{tm}$.

Se obţine o expresie convenabilă a randamentului termic dacă se raportează lucrul mecanic dezvoltat prin arderea a 1 kg de combustibil la puterea calorică a combustibilului, adică

$$\eta_t = \frac{L_{cl}/m_{cb}}{H_i} \tag{56}$$

sau

$$\eta_t = \frac{p_m V_s/m_{cb}}{H_i} \tag{56,a}$$

Se defineşte raportul

$$m_L = \frac{m_{cb}}{V_s} \tag{57}$$

care reprezintă cantitatea litrică de combustibil astfel încît

$$\eta_t = \frac{p_m}{H_i m_L} \tag{56,b}$$

Pe baza relaţiilor (11, a), (12), (13) şi (49) se obţine

$$\eta_t = \frac{\bar{p}_m}{H_i \cdot \eta_v (1 - \psi_r) \dfrac{\pi_s}{\theta_0} \cdot \dfrac{1}{\lambda L_0 R T_0}} \tag{58}$$

Ultima relaţie arată că randamentul se poate modifica după o lege diferită de aceea care determină presiunea medie.

6. Aplicaţie

Pentru determinarea indicilor de performanţă ai ciclului p_m şi η_t, este necesar să se rezolve ecuaţiile (49) şi (57). Dacă sînt limitate temperatura T_t şi presiunea p_{max}, trebuie satisfăcute simultan relaţiile (10) şi (19). Din condiţia de bilanţ energetic al arderii rezultă că este necesară şi satisfacerea relaţiei (37) iar condiţia de cuplare a agregatului de turbosupraalimentare cu motorul pretinde satisfacerea relaţiei (52). Aşadar se ajunge la rezolvarea unui sistem de şase ecuaţii. Fiind precizată mărimea pierderilor — ceea ce este raţional, deoarece pentru orice tip de motor, aceasta se determină independent de natura ciclului, cu excepţia lui Q_w — condiţiile limită p_{max}, T_t şi procedeul de cuplare — coeficientul φ — rezultă că pot fi determinaţi şase parametri.

Rezolvarea sistemului de ecuaţii ridică unele probleme particulare şi reprezintă o operaţie laborioasă care pretinde o mare precizie de calcul. În lucrarea [9] care va apare în numărul următor al revistei este cercetată rezolvarea sistemului de ecuaţii, se prezintă programul de calcul şi sînt analizate influenţele unor factori asupra ciclului.

Pentru a ilustra posibilităţile metodei elaborate, în lucrarea de faţă se prezintă rezultatele obţinute la calculul unui grup de cicluri în următoarele condiţiuni : $\pi_s = 9$, $\pi = 250$,

$\varepsilon = 9$, $\theta_0 = 1{,}3$, $\eta_T = 0{,}8$, $\eta_t = 0{,}85$, $\psi_a = 3\%$, $\psi_r = 6\%$, $\psi_t = 4\%$, $\xi = 0{,}95$

$\xi_a = 1{,}05$, $\xi_e = 0{,}9$, $\xi_c = 1{,}03$, $\xi_d = 0{,}96$, $\sigma = 0{,}9$, $Z = 3$, pentru $\theta_t = 3{,}25$; 3,5 ; 3,75.

În figura 5 se reprezintă variaţia presiunii medii relative $\bar{p}_m$, a randamentului η_t şi a coeficientului excesului de aer în funcţie de tempe-

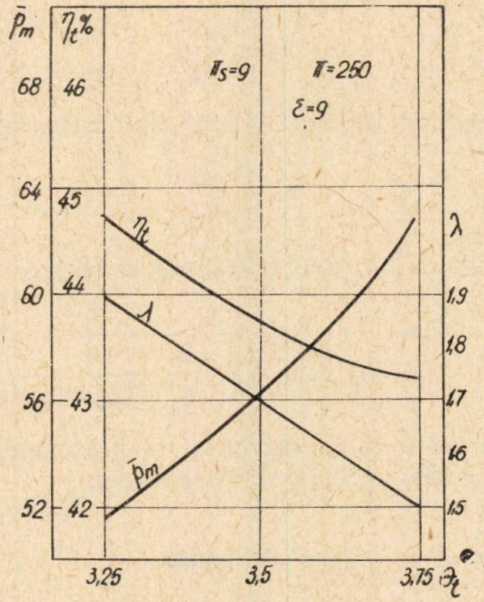


Fig. 5

ratura relativă $\theta_t = T_t/T_0$ a gazelor arse din amontele turbinei. Valorile absolute ale parametrilor vor fi analizate cu alt prilej. Se observă numai că, mărirea temperaturii gazelor de evacuare permite o creştere interesantă a presiunii medii cu 22% şi deci o reducere proporţională a cilindreei ; soluţia implică totodată o reducere a excesului de aer cu 20%. Ambele rezultate sînt avantajoase pentru puterea litrică a motorului. În ceea ce priveşte randamentul termic se observă că legea de variaţie este opusă legii care caracterizează presiunea medie, ceea ce atrage atenţia asupra problemelor de optimizare.

În figurile următoare sînt prezentate variaţiile celorlalţi parametri ai ciclului : în figura 6 — presiunea p_a, presiunea p_c, presiunea p_d, presiunea p_e, raportul π_t ; în figura 7 — temperatura T_a, temperatura T_c, temperatura T_y, temperatura T_z, temperatura T_d ; în figura 8 — rapoar-

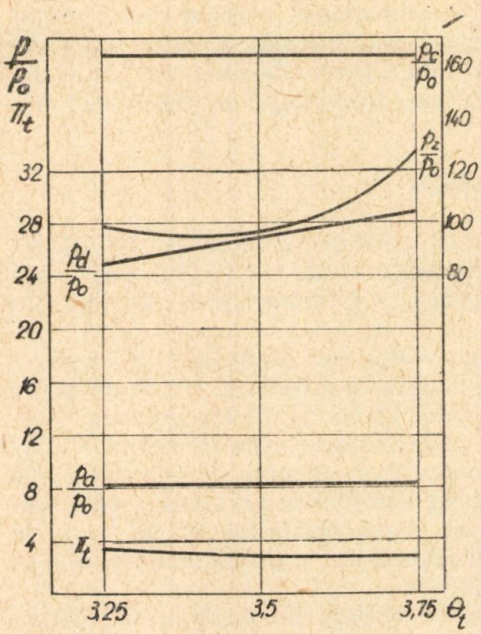


Fig. 6

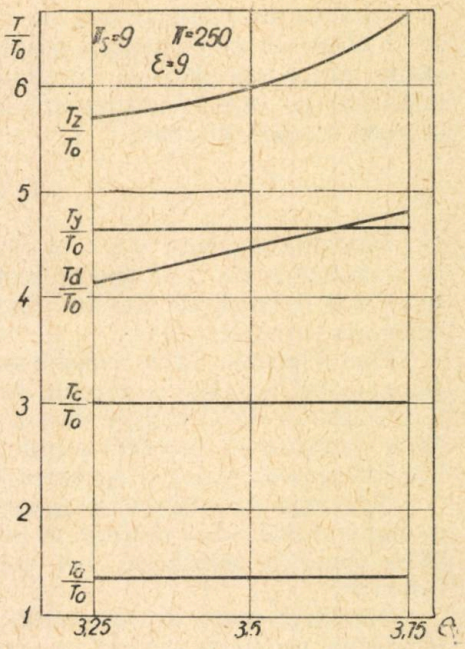


Fig. 7

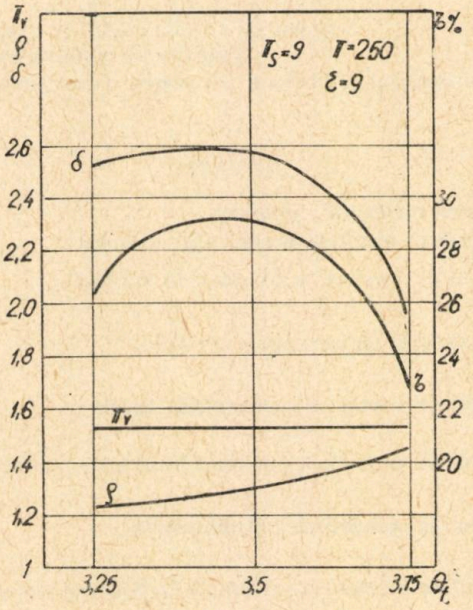


Fig. 8

tele π_v, ρ, δ, τ. Informaţiile obţinute din figurile 6 şi 7 permit analiza încărcării termice a organelor motorului iar cele furnizate de figura 8 — adoptarea unor legi adecvate de injecţie şi ardere.

În fața unui număr atît de mare de informații privind ciclul motor se înțelege că proiectantul poate decide mai eficient asupra căilor de optimizare a agregatului, corelînd evident datele obținute cu celelalte implicații pe care le antrenează (materiale, tehnologie de fabricație, fiabilitate) soluțiile studiate.

7. Concluzii

Modelul de ciclu elaborat de autori permite cercetarea condițiilor de optimizare ale unui motor turbosupraalimentat, în condițiile limitării simultane a presiunii maxime din cilindru și a temperaturii maxime din amontele turbinei.

Ciclul propus ia în considerare procesele de schimbare a gazelor, dar exprimă totodată egalitatea dintre condițiile inițiale și finale de stare, ținînd seama de evoluțiile ce-l alcătuiesc. Ciclul ia în considerare diferitele categorii de pierderi termice și gazodinamice ceea ce permite analiza influenței lor dar și apropierea rezultatelor obținute de valorile reale.

Aplicația prezentată în lucrare, prin rezolvarea sistemului de ecuații cu ajutorul unui calculator numeric, arată posibilitățile pe care le oferă ciclul la stabilirea unor soluții optime de supraalimentare a motoarelor.

Numărul mare de informații care se obține, dă posibilitatea cercetării unor probleme conexe ca : transferul de căldură în cilindru, în condiții de presiune și temperatură cunoscute, legea de ardere și durata optimă.

Catedra de termotehnică și mașini termice
Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

ANEXA 1

NOTAȚII

p_0 — presiunea mediului ambiant ;

T_0 — temperatura absolută a mediului ambiant ;

$\pi_s = \frac{p_s}{p_0}$ — raportul de creștere a presiunii în suflantă ;

$\pi = \frac{p_{max}}{p_0}$ — raportul total de creștere a presiunii ;

$\pi_t = \frac{p_t}{p_0}$ — raportul de scădere a presiunii în turbină ;

$\pi_{vz} = \frac{p_{max}}{p_c}$ — raportul de creștere a presiunii în arderea izocoră ;

$\varepsilon = \frac{V_a}{V_c}$ — raportul de comprimare al motorului ;

$\rho = \frac{V_{y'}}{V_y}$ — raportul de creștere a volumului în arderea izobară ;

$\delta = \frac{V_z}{V_{y'}}$ — raportul de creștere a volumului în arderea izotermă ;

$\theta_0 = \frac{T_0'}{T_0}$ — temperatura relativă în avalul răcitorului ;

$\theta_t = \frac{T_t}{T_0}$ — temperatura relativă în amontele turbinei ;

$\psi_r = \frac{\Delta p_r}{p_s}$ — coeficientul relativ de scădere a presiunii în răcitor ;

$\psi_a = \frac{\Delta p_a}{p_s'}$ — coeficientul relativ de scădere a presiunii în admisie ;

$\psi_t = \frac{\Delta p_t}{p_r}$ — coeficientul relativ de scădere a presiunii în evacuare ;

ψ — coeficientul pierderilor globale de presiune în procesele de schimbare a gazelor ;

ξ_a — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în admisie ;

ξ_c — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în comprimare ;

ξ_d — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în destindere ;

ξ_e — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în evacuare ;

ξ — raportul între temperatura finală și cea inițială a gazelor în evacuarea forțată ;

σ — randamentul energetic al arderii ;

τ — durata relativă a arderii ;

n_s — exponentul politropic al comprimării aerului în suflantă ;

n_a — coeficientul de adiabaticitate a admisiei ;

n_e — coeficientul de adiabaticitate a evacuării ;

n_c — exponentul politropic al comprimării ;

n_d — exponentul politropic al destinderii ;

q_w — pierderile relative de căldură prin pereți ;

$\varkappa_a$ — exponentul adiabatic mediu al admisiei ;

$\varkappa_c$ — exponentul adiabatic mediu al comprimării ;

$\varkappa_d$ — exponentul adiabatic mediu al destinderii ;

$\varkappa_v$ — exponentul adiabatic mediu al arderii izocore ;

$\varkappa_p$ — exponentul adiabatic mediu al arderii izobare ;

$\varkappa_g$ — exponentul adiabatic mediu al destinderii gazelor în evacuarea liberă și în turbină ;

η_v — coeficientul de umplere ;

η_s — randamentul intern al suflantei ;

η_T — randamentul intern al turbinei ;

λ — coeficientul de exces de aer ;

b — coeficientul de baleaj ;

L_0 — aerul minim necesar arderii teoretice complete a unui kg de combustibil ;

H_i — puterea calorică inferioară a combustibilului ;

R — constanta fluidului motor ;

z — numărul de trepte al suflantei.

BIBLIOGRAFIE

1. *Vs. Radcenco, Al. Dănescu, B. Grünwald* — Analiza termodinamică a ciclurilor motoarelor cu aprindere prin comprimare supraalimentate. Comunicare prezentată la a XIII-a sesiune științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București — mai 1970.

2. *Vs. Radcenco, B. Grünwald, Al Dănescu, Gh. Rusu* — Contribuții la studiul optimizării ciclurilor motoarelor supraalimentate. Comunicare prezentată la a XIV-a sesiune științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București — aprilie 1971.

3. *Vs. Radcenco* — Contribuţii la studiul proceselor gazo-termodinamice din detentoarele cu piston. Rezumatul tezei de doctorat — Bucureşti 1967.
4. *Vs. Radcenco* — Cercetări privind efectul frigorific al evacuării libere, St. cerc. energ. electr. 18, 3, p. 611—624, 1968.
5. *Vs. Radcenco* — Teoreticeskoe issledovanie gazo-termodinamiceskih protessov porşnevîh detanderov, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ., 14, 1, p. 111—128, 1969 Bucarest.
6. *Tr. Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco* — Analiza termodinamică a proceselor de schimb de gaze din cilindrul motorului cu ardere internă, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, XXXI, 3, p. 99—118, 1969.
7. *B. Grünwald* — Teoria — construcţia şi calculul motoarelor pentru autovehicule rutiere, Ed. did. şi pedag., Bucureşti 1969.
8. *I. I. Vibe* — Novoe o rabocem ţikle dvigatelei-Maşghiz, Moskva, 1962.
9. *Vs. Radcenco, Al. Dănescu, Gh. Rusu, B. Grünwald* — Analiza ciclurilor motoarelor cu aprindere prin comprimare supraalimentate cu ajutorul maşinilor numerice de calcul. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, XXXIII, 5/1971.
10. *C. Aramă ş.a.* — Unele consideraţii asupra dezvoltării motoarelor diesel de mare putere, Internal Combustion Engines Conference, Paper P'_{4a} — Romania 1970.
11. *C. A. Vasilescu, V. Pimsner* — Studiul termodinamic al funcţionării motorului diesel supraalimentat la valori mari ale gradului de supraalimentare, St. cerc. energ. electr., 15, 2, 1965.
12. *I. N. Nigmatulin* — Rabocie protessî v turboporşnevîh dvigateliah, Maşghiz, ghiz, Moskva, 1962.
13. *D. A. Portnov* — Bîstrohodnîe turboporşnevie dvigateli s vosplameneniem ot sjatia, Maşghiz, Moskva, 1963.
14. *A. W. Hussmann* — Verbrennungsmotoren 2 Auflage, München 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. : 621.313

ASPECTE ALE CALCULULUI CÎMPULUI MAGNETIC ÎN MAȘINILE ELECTRICE *

N. GALAN

1. *Introducere*

Calculul cîmpului magnetic în mașinile electrice prezintă dificultăți serioase datorită geometriei lor complicate, astfel că soluționarea ecuațiilor lui Maxwell devine dificilă chiar atunci cînd se neglijează nealinearitatea circuitului magnetic, fenomenul de histerezis și curenții turbionari. De aceea la mașinile electrice s-au adoptat modele idealizate a căror geometrie este mai simplă și care permit determinarea de soluții analitice pentru ecuațiile lui Maxwell, ecuații care pot fi aplicate fie sub formă integrală fie sub formă diferențială.

Deși aceste soluții sînt deduse pe modele idealizate, totuși dau informații utile și de interes tehnic pentru mașinile electrice reale. Aceasta se explică prin faptul că dimensiunile principale ale circuitului magnetic al mașinii reale se păstrează și la modelul idealizat și poziția conductoarelor parcurse de curent rămîne aproximativ aceeași atît la mașina reală cît și la modelul idealizat. Deși teoria modernă a mașinilor electrice se bazează pe teoria circuitelor, totuși calculul exact al repartiției spațiale a cîmpului magnetic pentru un model dat nu a pierdut din importanță deoarece parametrii introduși în teoria modernă pot fi calculați numai în cadrul teoriei cîmpului electromagnetic.

De fapt într-un anume sens ecuațiile circuitelor electrice sînt o soluție aproximativă a ecuațiilor lui Maxwell. Altfel spus teoria modernă a mașinilor electrice are ca fundament teoria cîmpului electromagnetic.

Aceleași ecuații pot fi privite fie din punctul de vedere al circuitelor electrice ca o soluție aproximativă a unei probleme reale, fie din punctul de vedere al cîmpului electromagnetic ca o soluție exactă a unei probleme idealizate.

O dată cu dezvoltarea teoriei moderne a mașinilor electrice devin necesare precizări în calculul cîmpului electromagnetic corespunzător modelului idealizat, astfel în literatura de specialitate sînt preocupări în ce privește un model idealizat care să includă atît efectul zonelor crestate cît și efectul curburii.

* Manuscris predat la redacție la data de 25 iunie 1970.

Dacă influenţa zonelor crestate asupra valorii şi repartiţiei cîmpului magnetic în întrefier a fost studiat în multe lucrări, nu acelaşi lucru se poate spune despre efectul curburii.

În această lucrare se va analiza modele idealizate pentru maşinile electrice cu întrefier uniform şi se va studia efectul curburii.

2. *Modele idealizate în teoria maşinilor electrice cu întrefier uniform*

Pentru calcularea parametrilor oricărei maşini electrice este necesară cunoaşterea repartiţiei spaţiale a cîmpului electromagnetic.

Aplicarea ecuaţiilor lui Maxwell la calculul cîmpului din maşinile electrice, întîmpină o serie de dificultăţi, deoarece în maşinile electrice există un ansamblu complex de cîmpuri electrice şi magnetice tridimensionale într-un mediu cuprinzînd zone strîns legate între ele şi cu diferite constante electrice şi magnetice. Din aceste motive se fac o serie de ipoteze simplificatoare care permit obţinerea unor soluţii utile în calculele practice. Una dintre primele reprezentări idealizate a maşinilor electrice reale este cea din figura 1 în care permeabilitatea circuitului magnetic este infinită, întrefierul este constant, iar prezenţa crestăturilor se neglijează ; altfel spus, întreaga energie magnetică a cîmpului este înmagazinată în întrefierul maşinii.

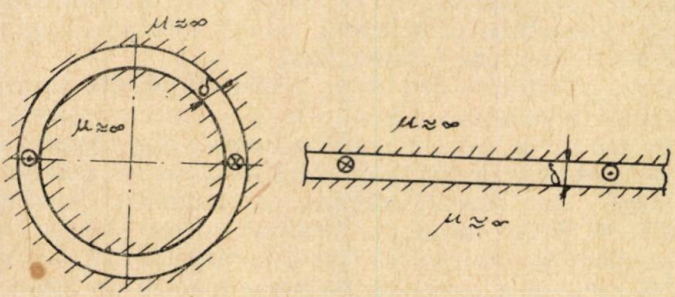


Fig. 1. Maşina idealizată.

Acest model este cunoscut sub denumirea de maşină electrică idealizată. Datorită faptului că întrefierul este mic în raport cu celelalte dimensiuni ale maşinii şi permeabilitatea circuitului magnetic este infinită calculul cîmpului magnetic se face relativ simplu. Se poate considera că în întrefier cîmpul nu variază după rază şi se poate neglija componenta tangenţială.

Faptul că întreaga energie este înmagazinată în întrefier conduce la concluzia că este necesar să se cunoască repartiţia cîmpului magnetic numai în întrefier pentru a determina forţele care se exercită asupra rotorului. Ulterior această reprezentare a fost completată de lucrările lui F. W. Carter, care pentru a ţine seama de prezenţa crestăturilor a introdus la maşina idealizată întrefierul echivalent $\delta' = k_c \delta (k_c > 1)$ rezultat din

transformarea conformă a domeniului D_1 în domeniul D_2 (fig. 2), calculul fiind valabil pentru crestături complet deschise.

Acest calcul este făcut doar în cazul în care una dintre zonele adiacente întrefierului este crestată. În cazul în care ambele zone sînt crestate calculul direct pentru determinarea întrefierului echivalent este foarte dificil și se admite fără demonstrație $\delta' = K_{c1} K_{c2} \delta$. Factorii K_{c1} și K_{c2} sînt deduși aproximativ și nu se ține seama de permeabilitatea magnetică a dinților care este relativ mică. Adică modelul din figura 1 se păstrează

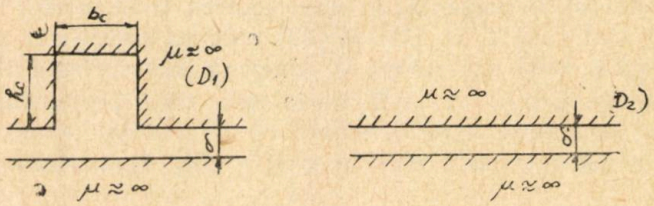


Fig. 2. D_1 și D_2 domeniile transformării conforme.

doar că întrefierul δ este înlocuit cu un întrefier echivalent δ'. Modelul idealizat din figura 1 corespunzător mașinii electrice reale cu întrefier uniform permite calculul cîmpului magnetic produs de o spiră parcursă de curent, fie aplicînd ecuațiile lui Maxwell sub formă intergrală caz în care se obține o soluție aproximativă, fie sub formă diferențială cînd se obține soluția exactă pentru modelul considerat [14], [21], [32].

Modelul din figura 1 se poate prezenta în două variante, fie că în întrefier este dispusă o spiră parcursă de curent, fie că este dispus un singur conductor parcurs de curent. În acest din urmă caz, componenta radială a cîmpului magnetic are o variație lineară în raport cu x, fapt care a fost dedus pe cale grafică și verificat experimental de R. Brü-

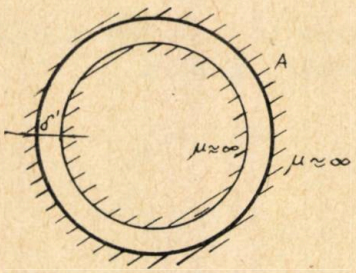


Fig. 3. Model idealizat în care informațiile sînt echivalate cu pînza de curent.

derlin [28] ; acest model este reluat în alte lucrări [29], [32] fără să se dea o demonstrație riguroasă în ceea ce privește variația lineară a componentei radiale a cîmpului magnetic, însă sînt precizate tensiunile magnetice în stator și în rotor. În alte lucrări [20], [23] modelul considerat nu conține conductoare singulare parcurse de curent, înfășurările de pe cele două armături sînt echivalate cu pînze de curent (fig. 3).

Pe un astfel de model ecuațiile lui Maxwell se aplică numai sub formă diferențială. Pentru o dispunere dată a înfășurărilor pe cele două armături, înfășurări ale căror caracteristici sînt cunoscute, cele două modele sînt echivalente (fig. 1 și fig. 3) din punctul de vedere al soluției finale.

Soluțiile obținute pe aceste modele se pot aplica la un număr relativ mic de mașini electrice reale, în plus saturația circuitului magnetic s-a neglijat complet.

O contribuție importantă în completarea modelului considerat au adus-o A. L. Cullen și T. H. Barton [22], care au considerat zona crestată a rotorului ca o zonă anizotropă și omogenă caracterizată de două permeabilități magnetice μ_x și μ_y. Expresia celor două permeabilități rezultă din egalarea reluctanței zonei crestate cu reluctanța zonei anizotrope echivalente după cele două direcții x și y (fig. 4), curbura armăturilor s-a neglijat.

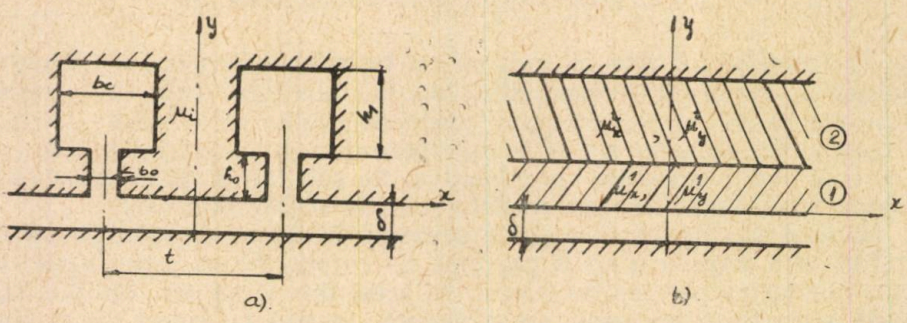


Fig. 4. Echivalarea domeniului neomogen (a) cu domeniul anisotrop (b).

Cu notațiile din figura 4a și 4b permeabilitățile echivalente după direcțiile x și y se calculează cu relațiile :

$$\begin{aligned} \mu_x^1 &= \mu_0 \frac{t}{b_0} \\ \mu_y^1 &= \frac{t - b_0}{t} \mu_i \\ \mu_x^2 &= \mu_0 \frac{t}{b_c} \\ \mu_y^2 &= \mu_i \frac{t - b_c}{t} \end{aligned} \tag{1}$$

După cum se constată, această echivalare ține seama de permeabilitatea dintelui μ_i care trebuie să corespundă unei inducții egală cu inducția reală din dinte, prin urmare într-o anumită măsură se ține seama și de saturația zonei dentare.

Această problemă a mediilor anizotrope a fost reluată de H. Wen [26] și tratată sub formă generală. Astfel avîndu-se în vedere relațiile :

$$\begin{aligned} \bar{J} &= \bar{\bar{\sigma}}\,\bar{E} \\ \bar{B} &= \bar{\bar{\mu}}\,\bar{H} \end{aligned} \tag{2}$$

unde tensorii $\bar{\bar{\sigma}}$ și $\bar{\bar{\mu}}$ au matricile :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{vmatrix} \sigma_x & & \\ & \sigma_y & \\ & & \sigma_z \end{vmatrix} \quad ; \quad \bar{\bar{\mu}} = \begin{vmatrix} \mu_x & & \\ & \mu_y & \\ & & \mu_z \end{vmatrix} \tag{3}$$

Se calculează componentele acestor tensori pentru două zone adiacente de dimensiuni, permeabilități și conductivități diferite (fig. 5) și se obține:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\tau\,\sigma_1\,\sigma_2}{b_1\sigma_1 + b_2\sigma_2} & \mu_x &= + \frac{\tau\,\mu_1\,\mu_2}{\mu_1 b_1 + \mu_2 b_2} \\ \sigma_y &= \frac{b_1\sigma_1 + b_2\sigma_2}{\tau} & \mu_y &= + \frac{\mu_1 b_1 + \mu_2 b_2}{\tau} \\ \sigma_z &= \frac{b_1\sigma_1 + b_2\sigma_2}{\tau} & \mu_z &= + \frac{\mu_1 b_1 + \mu_2 b_2}{\tau} \end{aligned} \tag{4}$$

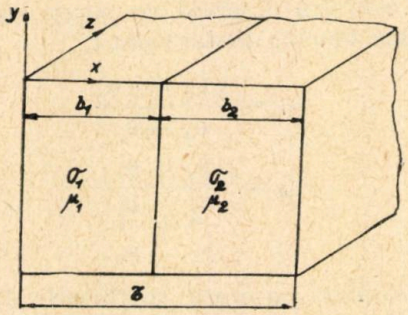


Fig. 5. Domenii adiacente cu constante electrice și magnetice diferite.

Dezvoltînd această concepție, potrivit căruia un mediu neomogen poate fi echivalat cu un mediu anizotrop și omogen, C. V. Jones și R. C. Gibbson [23] concep un model pentru mașina electrică mult mai general și stabilesc o corelație între curentul de magnetizare și componenta axială a potențialului vector.

Conform acestui model (fig. 6) zonele dentare ale celor două armături sînt echivalente cu două zone anizotrope, adică o zonă dentară este echivalată cu o singură zonă anizotropă (zonele 2 și 4 din fig. 6).

Miezul rotoric şi statoric sînt divizate în mai multe zone, x permeabilitatea fiecărei zone ţine seama de gradul de saturaţie şi se multiplică cu un factor corespunzător izolaţiei dintre tole.

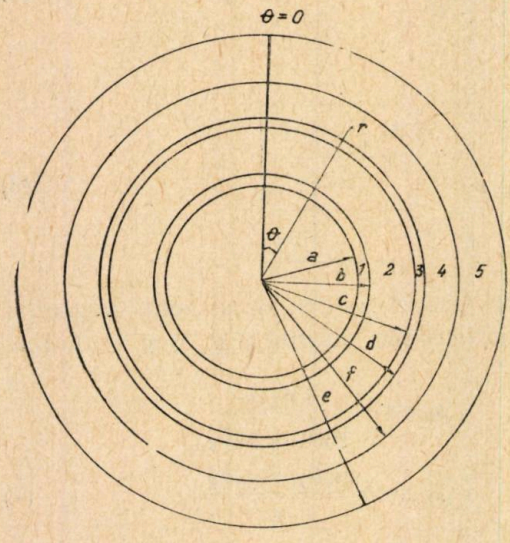


Fig. 6. Modelul idealizat cu două

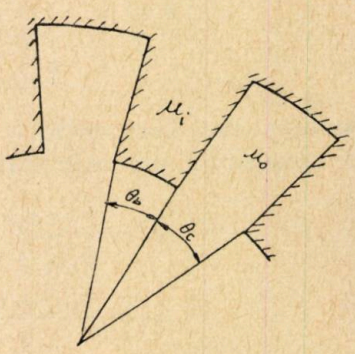


Fig. 7. Crestături cu pereţi radiali.

Considerînd o crestătură deschisă cu pereţi radiali (fig. 7) permeabilităţile echivalente ale zonelor dentare sînt :

$$\mu_r = \frac{\mu\theta_d + \mu\theta_c}{\theta_d + \theta_c}$$
$$\mu_\theta = \frac{\theta_d + \theta_c}{\frac{\theta_d}{\mu_i} + \frac{\theta_c}{\mu_0}} \qquad (5)$$

În cazul unei crestături oarecare, unghiurile θ_d şi θ_c se determină din condiţia ca suprafaţa crestăturii S_c să fie egală cu suprafaţa unei crestături de forma celei din figura 7, păstrînd doar dimensiunea după rază. Echivalarea unei zone neomogene cu o zonă anizotropă dă o informaţie globală asupra repartiţiei cîmpului magnetic în zonele adiacente omogene ; soluţia pentru zonele neomogene nu reprezintă de fapt variaţia punctuală a cîmpului magnetic în aceste zone, deoarece permeabilitatea magnetică a acestor zone prezintă discontinuităţi la trecerea de la dinte la crestătură. În zonele omogene soluţia obţinută poate fi considerată cu o bună aproximaţie ca o soluţie care descrie repartiţia spaţială a cîmpului magnetic în zona respectivă.

Toate aceste modele analizate mai sus prezintă dezavantajul că includ un număr relativ mic de maşini electrice, astfel aceste modele nu

includ motorul cu histerezis, motorul cu rotor masiv. Pentru aceste din urmă tipuri de mașini electrice este necesar să se conceapă alte modele, aceasta conduce la dificultăți atît în ce privește calculul cîmpului electromagnetic cît și în prezentarea unitară a teoriei mașinilor electrice pe baza teoriei cîmpului electromagnetic. La modelele analizate calculul cîmpului magnetic se face fie în coordonate cilindrice, adică nu se neglijează curbura armăturilor, fie în coordonate rectangulare cînd curbura este neglijată. Nu se precizează deobicei ce erori se fac cînd se neglijează curbura, afirmațiile generale din unele lucrări nu permit o evaluare a erorilor. În paragraful următor se va analiza această problemă.

3. *Efectul curburii*

Pentru a analiza influența curburii asupra amplitudinei cîmpului magnetic din întrefier se va considera un model relativ simplu compus din patru zone, a căror conductivitate electrică este zero, iar dimensiunile și permeabilitățile magnetice sînt indicate în figura 8.

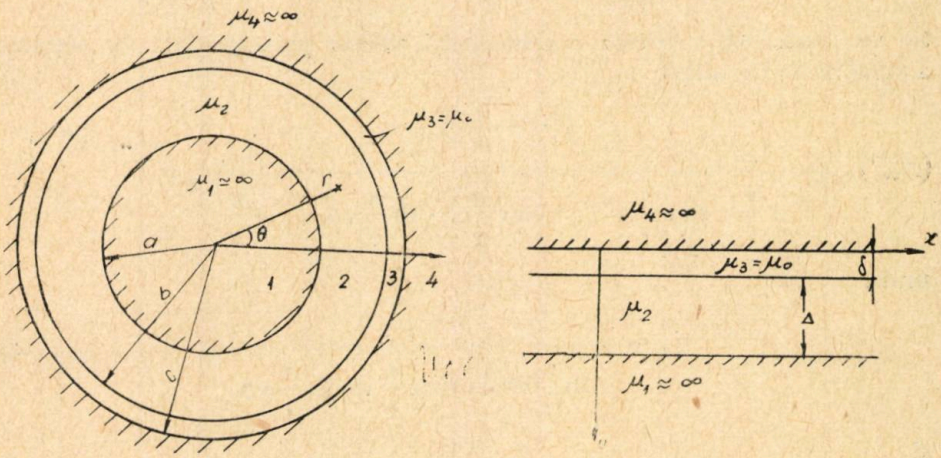


Fig. 8. Model idealizat pentru calculul efectului curburii.

Se va calcula potențialul vector atît în coordonate cilindrice cît și în coordonate rectangulare. Presupunînd că pe suprafața de separație a zonelor 3 și 4 pînza de curent în coordonate rectangulare este de forma :

$$A_\nu = A_{m\nu}\, l^{\,j\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau}\nu x\right)} \tag{6}$$

iar în coordonate cilindrice de forma :

$$A_\nu = A_{m\nu}\, l^{\,j(\omega t - p\nu\theta)} \tag{7}$$

atunci potențialul vector pentru zona 2 în coordonate rectangulare cu notațiile din figura 8a va fi :

$$A_{zv}^{(R)} = \frac{A_{mv}}{v\frac{\pi}{\tau}} \cdot \frac{\operatorname{ch} v\frac{\pi}{\tau}(\delta + \Delta = y)\, e^{j\left(\omega t - v\frac{\pi}{\tau}x\right)}}{\operatorname{ch} v\frac{\pi}{\tau}\Delta \cdot \operatorname{sh} v\frac{\pi}{\tau}\delta + m\operatorname{ch} v\frac{\pi}{\tau}\delta \cdot \operatorname{sh}\frac{\pi}{\tau}v\Delta} \tag{8}$$

iar în coordonate cilindrice cu notațiile din figura 8.b va fi :

$$A_{zv}^{(C)} = 2\frac{A_{mv}}{v\frac{\pi}{\tau}} \cdot \frac{c}{b} \frac{\left[\left(\frac{r}{a}\right)^{vp} + \left(\frac{a}{r}\right)^{vp}\right] e^{j(\omega t - vp\theta)}}{(\varepsilon_1^{vp} + \varepsilon_1^{-vp})(\varepsilon_2^{vp} - \varepsilon_2^{-vp}) + m(\varepsilon_1^{vp} - \varepsilon_1^{-vp})(\varepsilon_2^{vp} + \varepsilon_2^{-vp})} \tag{9}$$

În expresiile de mai sus s-au făcut următoarele notații :

$$m = \frac{\mu_0}{\mu_2}\ ;\quad \varepsilon_1 = \frac{b}{a}\ ;\quad \varepsilon_2 = \frac{c}{b}\ ;\quad \tau = \frac{\pi b}{p} \tag{10}$$

Se va considera expresia potențialului vector pe suprafața de separație a zonelor 2 și 3, adică

$$(A_{zv}^{(R)})_{y=\delta} = \frac{A_{mv}}{v\frac{\pi}{\tau}} \frac{e^{j\left(\omega t - v\frac{\pi}{\tau}x\right)}}{\operatorname{sh} v\frac{\pi}{\tau}\delta + m\operatorname{ch} v\frac{\pi}{\tau}\delta \cdot \operatorname{th}\frac{\pi}{\tau}v\Delta} = \frac{A_{mv}}{v\frac{\pi}{\tau}} f_R\, e^{j\left(\omega t - v\frac{\pi}{\tau}x\right)} \tag{11}$$

unde

$$f_R = \frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{\tau}v\delta + m\operatorname{ch}\frac{\pi}{\tau}v\delta \cdot \operatorname{th}\frac{\pi}{\tau}v\Delta} \tag{12}$$

și

$$(A_{zv}^{(C)})_{r=b} = 2 \cdot \frac{A_{mv}}{v\frac{\pi}{\tau}} \cdot \frac{c}{b} \frac{(\varepsilon_1^{vp} + \varepsilon_1^{-pv})\, e^{j(\omega t - v_r\theta)}}{(\varepsilon_1^{vp} + \varepsilon_1^{-v\nu})(\varepsilon_2^{vp} - \varepsilon_2^{-vp}) + m(\varepsilon_1^{vp} - \varepsilon_1^{-vp})(\varepsilon_2^{vp} + \varepsilon_p^{-v2})} =$$

$$= \frac{A_{mv}}{v\frac{\pi}{\tau}} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{e^{j(\omega t - vp\theta)}}{\operatorname{sh}(vp \ln \varepsilon_2) + m\operatorname{ch}(vp \ln \varepsilon_2)\operatorname{th}(vp \ln \varepsilon_1)} \tag{13}$$

unde

$$f_C = \frac{c}{b} \frac{1}{\operatorname{sh}(vp \ln \varepsilon_2) + m\operatorname{ch}(vp \ln \varepsilon_2)\operatorname{th}(vp \ln \varepsilon_1)} \tag{14}$$

Se constată că componenta axială a potențialului vector în coordonate rectangulare (11) și în coordonate cilindrice (13) diferă doar prin funcțiile f_R (12) și f_C (14).

Pentru aceleași valori ale parametrilor care intervin în formulele (12) și (14) se va studia raportul $\frac{f_R}{f_C}$. Între parametrii din formulele (12) și (14) există relațiile :

$$\nu\frac{\pi}{\tau}\delta = \nu p\frac{\delta}{b} = \nu p\,(\varepsilon_2 - 1)$$
$$\nu\frac{\pi}{\tau}\Delta = \nu p\frac{\Delta}{b} = \nu p\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) \qquad (15)$$

Prin urmare raportul $\frac{f_R}{f_C}$ se poate reprezenta în funcție de ε_1, pe această bază s-au trasat curbele din figura 9, a și b.

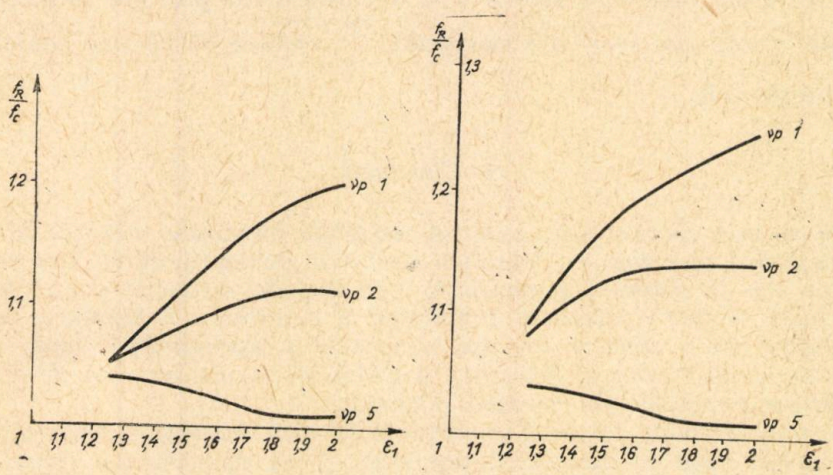


Fig. 9 — Curbele $f_R/f_C = f(\varepsilon_1)$:
a) $\frac{\delta}{b} = 0{,}005$; $m = 0{,}1$ b) $\frac{\delta}{b} = 0{,}02$; $m = 0{,}1$

Rezultă că pentru valori mari ale raportului ε_1 erorile pot fi importante, aproximativ 25%, aceste erori scad odată cu ordinul armonicii la un întrefier δ constant și aceste erori sînt puțin influențate de valoarea întrefierului. Important de remarcat este faptul că dacă există o zonă de permeabilitate mică (m=0,1) adiacentă întrefierului, care să aibă dimensiunea după rază comparabilă cu diametrul 2b al rotorului, atunci [illegible]ri mari dacă problema este rezolvată în coordonate rectangulare, [illegible] se neglijează curbura.

[illegible] asemenea situație problema trebuie rezolvată numai în coordonate cilindrice, în special cînd numărul de poli p este mic deoarece erorile sînt mari așa cum rezultă din figura 9. Dar chiar în

cazul cînd $m=0$, adică permeabilitatea zonei 2 este infinită, rezolvarea problemei în coordonate rectangulare poate conduce la erori.

Dacă $m=0$ atunci $f_R = f_C$ dacă se pot face aproximațiile :

$$\operatorname{sh}\frac{\pi}{\tau}\nu\delta \approx \frac{\nu}{\tau}\pi\delta = \nu p\frac{\delta}{b};\quad \frac{\varepsilon_2^{\nu p} - \varepsilon_2^{-\nu p}}{2} \cong \nu p\frac{\delta}{b} \tag{16}$$

Pentru ca eroarea să fie mai mică de 5% este necesar să existe inegalitatea :

$$\frac{\pi}{\tau}\nu\delta = \nu p\frac{\delta}{b} \leqslant 0{,}5 \tag{17}$$

dacă $\frac{\delta}{b} = 0{,}01$ atunci inegalitatea (17) devine $\nu p \leqslant 50$ adică la o mașină cu $p=5$ armonicile de ordin mai mare ca 10 nu mai pot fi studiate în sisteme de referință rectangulare. Cum însă la mașinile electrice se iau în considerație doar primele armonici rezultă că la $m=0$, adică la modele de forma celor din figura 1 și 3 curbura nu prezintă importanță. La alte valori mai mari ale raportului $\frac{\delta}{b}$ trebuie să se țină seama de inegalitatea (17).

4. *Concluzii*

În această lucrare s-au analizat modelele idealizate utilizate în teoria mașinilor electrice cu întrefier uniform, evidențiindu-se elementele care au dus la modelul generalizat, care include influența crestăturilor, a curburii și într-o oarecare măsură și a saturației. Echivalarea zonei neomogene cu o zonă anizotropă constituie o aproximație bună, doar din punctul de vedere al rezultatului global și nu din punctul de vedere al valorilor punctuale ale cîmpului magnetic.

Efectul curburii prezintă importanță în mod deosebit la acele modele care includ zone cu permeabilitate mică și cu dimensiunea după rază comparabilă cu raza rotorului, în special pentru primele armonici. Cînd nu există asemenea zone, curbura prezintă importanță doar pentru armonicile de ordin superior.

Catedra de mașini electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *White D. C., Woodson H. H.*, Electromechanical Energy Conversion. New John Wiley, 1961.
2. *Richter R.*, Mașini electrice vol. I, Editura Tehnică București, 1958.
3. *O'Kelly D., Simmons S.*, Generalized Electrical Introductiv to Mach McGraw-Hill London, New York, Toronto, Sydney, 1968.
4. *Enrico Levi, Marvin Panzer*, Electromechanical Power Conversion New York, St. Louis, San Francisco, Toronto, London, Syd

5. *Erik Morath*, Die magnetische Kraft zwischen einer ebenen und genuteten Eisenfläche. Elektrotechnik und Maschinenbau, Heft 12, 1969, p. 539—548.

6. *P. Hammond*, The Calculation of the Magnetic Field at Rotating Machines Proceedings. IEE, vol. 109 C, 1962, p. 508—515.

8. *Lynn W.*, Tensor Analysis of Electrical Machine Hunting. Proceedings IEE, vol. 105 C, 1958, p. 420—431.

9. *C. V. oJnes*, An Analysis Commutation for the Unified-machine Theory. Proceedings IEE vol. 105 C, 1958, p. 477—488.

10. *Kesavamurthy, R. E. Bedford*, The Circuit Theory and Calculations of Polyphase. Induction Machines. Proceedings IEE, vol. 105 C, 1958, p. 498—508.

11. *J. F. H. Douglas*, Magnetic Fields in Machinery Wendings. Electrical Engineering Journal of the AIEE, vol. 54, 1935, p. 959—966.

12. *S. A. Nasar*, Electromagnetic Theory of Electrical Machines. Proceedings IEE vol. 111, 1964, p 1123—1131.

13. *B. Danilevici, V. V. Dombrovski, E. Kazovski*, Parametrii maşinilor de curent alternativ. Ed. Tehnică Bucureşti, 1968.

14. *Г. Бухгольд*, Расчет электрических и магнитных полей И. И. Л. Москва 1961.

15. *K. Fkshima, S. A. Nasar, R. M. Saunders*, Electromechanical Energy Conversion in Salient-pole Structures. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems October 1963, 68, p. 760—766.

16. *R. M. Saunders*, Electromechanical Energy Conversion in Double Cylindrical Structures. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems oct. 1963, 68, p. 631—638.

17. *G. Kron*, Steady-State Equivalent Circuits of Synchronous and Induction Machines AIEE Transactions, vol. 67, pt. I, 1948, p. 175—181.

18. *Atkins W. J. J.*, An Improved Electromagnetic Analoge Proceedings IEE vol. 105C, 1958, p. 151—154.

19. *V. G. Welsby*, Electromagnetic Fields in a Ferromagnetic Medium, with Particular Reference to Harmonic Distortion due to Hysteresis. Proceedings IEE, vol. 105 C, 1958, p. 218—229.

20. *L. S. Piggot*, A Theory of the Operation of Cylindrical Induction Motors with Squirrel-cage Rotors. Proceedings IEE vol. 109 C, 1962, p. 270—282.

21. *R. F. Burbidge*, A Rapid Method of Analysing the m.m.f. Wave of a Single or Polyphase Winding. Proceedings IEE vol. 105 C, 1958, p. 307—311.

22. *A. L. Cullen, T. H. Barton*, A Simplified Electromagnetic Theory of the Induction Motor Using the Concept of Wave Impedance. Proceedings IEE, vol. 105 C, 1958, p. 331—336.

23. *C. V. Jones, R. C. Gibson*, Correlation of the Air-gap Vector Potential of on Induction Motor with the Magnetising Current. Proceedings IEE, vol. 116, 1969, p. 385—390.

24. *G. Kron*, Tensor Analysis of Networks. MacDonald London, 1965.

25. *E. W. Lee*, Eddy-current Losses in thin Electromagnetic Sheets. Proceedings IEE, vol. 105 C, 1958, p. 337—342.

26. *H. Wen*, Induktionsvorgänge in anisotropen Medien, Archiv für Elektrotechnik, 52 Band, Heft 2, 1968, p. 80—92.

27. *V. Klima, B. Heller*, Das Gorgessche Durchflutungspolygon. Archiv für Elektrotechnik, 52 Band, Heft 2, 1968, p. 114—125.

28. *R. Brüderlin*, Uber eine graphische Zerlegnung der Feld-Erregerkurve einer unregelmässigen Mehrphasenwicklung in ihre Einzelwellen. Elektrotechnische Zeitschrift, 1921, Heft 39, p. 1093—1096.

29. *A. M. Odok.* Stray-load Losses and Stray-torque in Induction Machines. Trans. AIEE, part. III, 1958, 77, p. 43—53.

30. *Ph. L. Alger*, The Nature of Induction Machines. Gordon and Breach, New York-London, 1965.

31. *F. Taegen, J. T. V. D. Graaf*, Der einfluss der Krümung des Luftspaltes auf die Zusatzverluste im massiven Rotoreisen von Synchronmaschinen. Archiv für Elektrotechnik, 53 Band, Heft 1, 1969, p. 45—52.

32. *Б. Геллер, В. Гамата*, Дополнительные поля, моменты и потери мощности в асинкронных машинах. Издательство «Энергия» Москва-Ленинград 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

AUTOMATICĂ

C.Z. : 621.375

CONTRIBUŢII LA STUDIUL REGIMULUI STAŢIONAR AL AMPLIFICATOARELOR FLUIDICE CU DEVIEREA JETULUI *

SIMION FLOREA

1. Generalităţi

Complexitatea fenomenelor ce caracterizează funcţionarea amplificatoarelor fluidice, dat fiind numărul mare de parametri constructivi şi funcţionali ce intervin, face ca regimul staţionar să fie determinat de familii de curbe, care exprimă relaţiile funcţionale între debite şi presiuni la diferite sarcini de încărcare.

Pentru proiectarea optimă a amplificatoarelor fluidice cît şi pentru aprecierea performanţelor regimului staţionar este necesară cunoaşterea acestor familii de caracteristici statice, care pot fi determinate experimental sau analitic.

Familiile de caracteristici care descriu complet funcţionarea amplificatoarelor în regim staţionar sînt : caracteristicile de alimentare, de intrare, de ieşire şi de transfer. În proiectarea şi analiza performanţelor amplificatoarelor fluidice cel mai mare interes îl prezintă caracteristicile de intrare şi de ieşire.

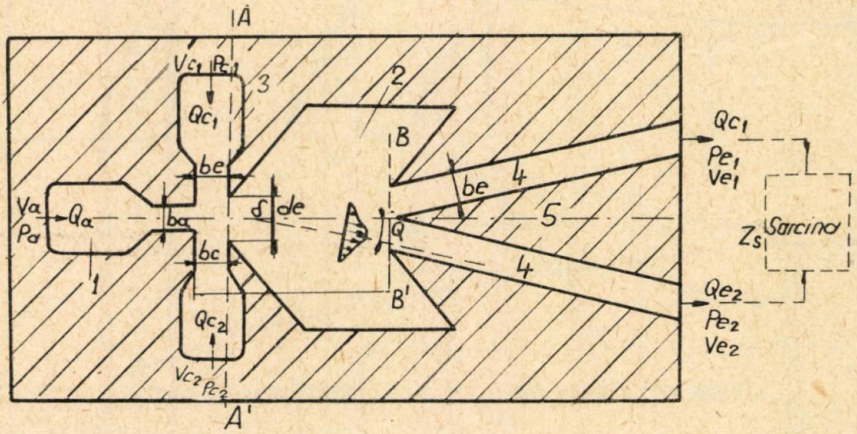


Fig. 1

* Manuscris predat la redacţie la data de 25 iulie 1969.

Unul dintre amplificatoarele fluidice, cel mai frecvent folosit în construcția dispozitivelor de automatizare și de calcul analogic, este amplificatorul cu devierea jetului (fig. 1). Plecînd de la un studiu amplu asupra amplificării elementelor cu devierea jetului prezentat în [1] au fost stabilite expresiile analitice ce definesc caracteristicile statice de intrare și de ieșire ale acestor elemente [3, 4].

Caracteristicile de intrare sînt definite de relațiile :

$$Q_{c_1} = f\,(p_{c_1}, p_{cd})$$

$$Q_{c_1} = f\,(p_{c_1}, p_{cd})$$

iar cele de ieșire au relațiile :

$$Q_{e_1} = f\,(p_{e_1}, p_{cd})$$

$$Q_{e_1} = f\,(p_{e_1}, p_{cd})$$

unde :

$Q_{c1}, Q_{c2}, Q_{e1}, Q_{e2}$	sînt debitele de comandă și debitele de ieșire.
$p_{c1}, p_{c2}, p_{e1}, p_{e2}$	presiunile de comandă și presiunile de ieșire.
$p_{cd} = p_{c1} - p_{c2}$	presiunea de comandă diferențială.

Determinarea expresiilor explicite pentru familiile de caracteristici s-a făcut considerînd jetul de putere ca un jet subsonic, submergent, bidimensional avînd geometria dată în fig. 2.

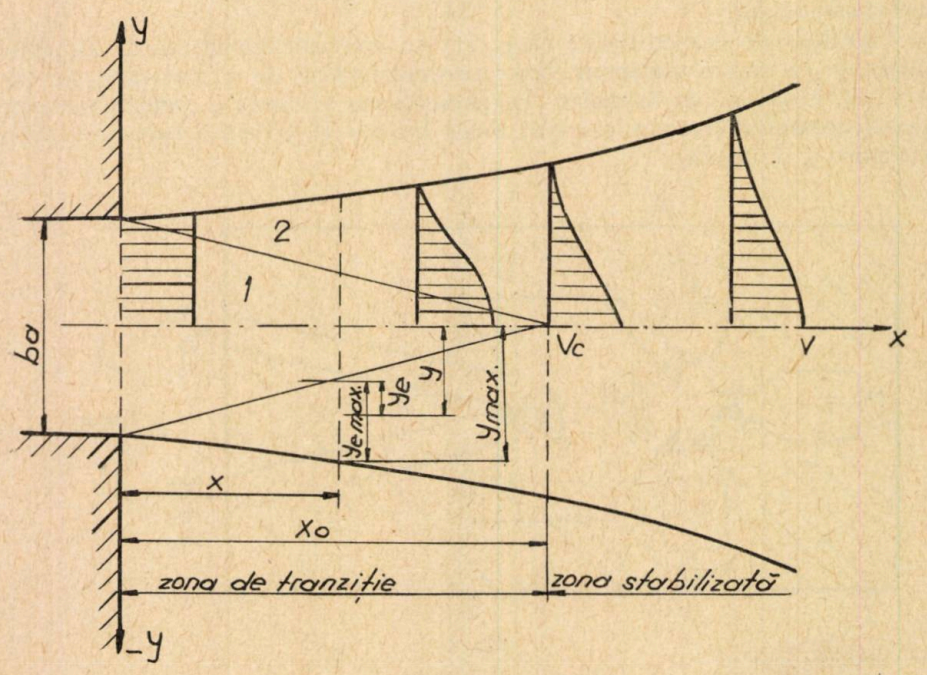


Fig. 2

Modelul matematic al distribuției vitezei a jetului de putere cu notațiile din fig. 2, după [1] și verificat experimental în [2], într-o secțiune oarecare a jetului este :

$$\frac{v}{v_c} = \left[1 - \left(\frac{y}{y_{max}}\right)^{7/4}\right]^2 \tag{1}$$

iar în lungul axului jetului :

$$\frac{v_c}{v_0} = 1 \text{ pentru } x \leqslant x_0 \text{ și } \frac{v_c}{v_0} = \sqrt{\frac{x_0}{x}} \text{ pentru } x > x_0 \tag{2}$$

Pentru calculul debitelor se vor folosi relațiile [1] :

$$\frac{Q}{Q_a} = 1 + K_1 x \text{ pentru } x \leqslant x_0 \text{ și } \frac{Q}{Q_a} = K_2 \sqrt{\frac{x}{x_0}} \text{ pentru } x > x_0 \tag{3}$$

$$K_1 = 0{,}364 \frac{1}{x_0} \quad \text{și} \quad K_2 = 1{,}364$$

unde :

Q_c este viteza fluidului în axul jetului.

v_0 este viteza fluidului în axul jetului în zona de tranziție.

În baza acestor considerații se prezintă în continuare modul în care au fost stabilite relațiile ce definesc caracteristicile de intrare și de ieșire pentru amplificatoarele jet-jet.

2. Calculul caracteristicilor de intrare

O funcționare liniară a amplificatorului, pentru un domeniu dat, se obține dacă se asigură următoarele condiții :

— debitele de comandă să fie întotdeauna pozitive ;

— presiunea diferențială de comandă maximă să nu depășească $0{,}1\ p_a$,

— deviația maximă θ a jetului de putere trebuie să fie mai mică de $10°$;

— extremitățile ajutajelor de comandă să fie situate în zona de stabilizare a jetului de putere ;

— muchiile ajutajelor de comandă trebuiesc plasate în afara jetului [illegible]e ($d_c = (2—3)b_b$) pentru $p_{cd} = 0$;

— presiunea de comandă să varieze în jurul unei valori medii p_{cm}.

In aceste condiţii profilul de viteză al jetului de putere nu este afectat sensibil nici în urma interacţiunii cu jeturile de comandă, nici de prezenţa muchiilor ajutajelor de comandă, nici de fenomenul de antrenare care are loc în camera de interacţiune.

Pentru o funcţionare diferenţială a amplificatorului, considerăm că persiunile de comandă p_{c1} şi p_{c2} vor varia în jurul unei valori medii a presiunii de comandă care este :

$$p_{c1,2} = p_{cm} \pm \frac{p_{cd}}{2} \quad \text{unde :} \tag{4}$$

$$p_{cm} = \frac{p_{c1} + p_{c2}}{2}$$

La apariţia unui semnal de comandă $p_{cd} \neq 0$ jetul de putere va suferi o deviaţie a cărui rază de curbură [1] este :

$$r = \frac{2b_a}{p_{c1} - p_{c2}} \left(p_a - \frac{p_{c1} + p_{c2}}{2} \right) = 2 \frac{b_a}{p_c^*} \tag{5}$$

În urma interacţiunii jetului de comandă axul jetului de putere va suferi o deviere, δ care este :

$$\delta = \frac{b_c}{2} \text{ tg. } \theta = b_c \frac{b_a}{2r} \tag{6}$$

Din relaţiile (5) şi (6) se obţine :

$$\delta = \frac{b_c^2}{4b_a} p_c^* \tag{7}$$

unde :

$p_c^* = \dfrac{p_{cd}}{p_a - p_{cm}}$ este presiunea de comandă a unităţii relative ;

b_a, b_c lăţimea ajutajelor de putere şi de comandă.

Pentru stabilirea expresiilor analitice ale caracteristicilor de intrare este necesar să se determine debitele de comandă, Q_{c1} şi Q_{c2}, în cele două canale de comandă care acţionează asupra jetului de putere.

Dat fiind principiul funcţional al acestui amplificator şi avînd în vedere configuraţia sa geometrică la devierea jetului de putere sub acţiunea semnalului de comandă vor apare circulaţii de fluid (fig. ?

încît debitul de comandă va fi dat de suma algebrică a acestor debite de circulație.

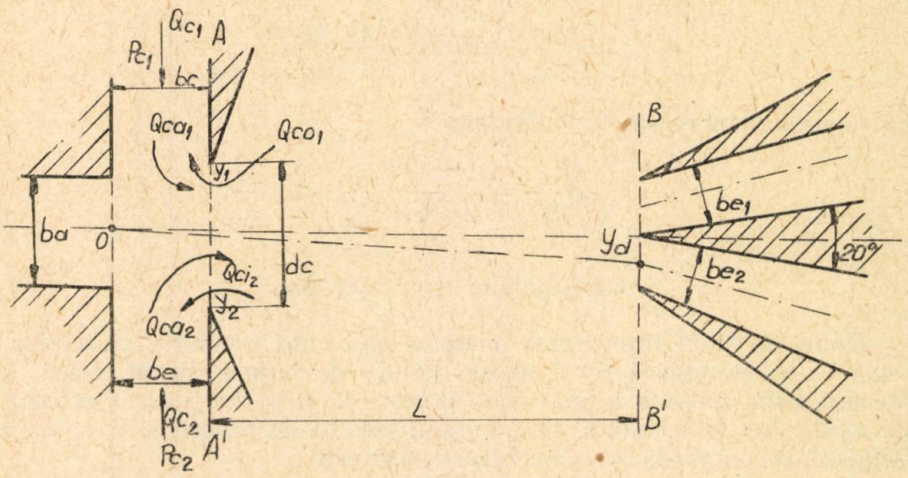


Fig. 3

Prin urmare debitele de comandă în cele două canale în funcție de semnul semnalului de comandă diferențial p_{cd} va fi :

— pentru $p_{cd} = p_{c1} - p_{c2} > 0$

$$Q_{c1} = Q_{ca1} + Q_{co1} \qquad Q_{ci1} = 0$$

$$Q_{c2} = Q_{c2} - Q_{ci2}$$

— pentru $p_{cd} = p_{c1} - p_{c2} < 0$

$$Q_{c2} - Q_{ca2} + Q_{co2} \qquad Q_{ci2} = 0$$

$$Q_{c1} = Q_{ca1} - Q_{ci1}$$

Q_{ca} — este debitul de comandă antrenat de jetul de putere ;

Q_{ci} — este debitul de comandă interceptat ;

Q_{co} — debitul de circulație între jetul de comandă și mediul ambiant.

În continuare se calculează aceste componente pentru $p_{cd} > 0$.

2.1. *Calculul debitului* Q_{ca1}

Debitul de fluid antrenat este $Q_{AA'} - Q_a$ iar pentru un canal dat fiind simetria amplificatorului va fi :

$$Q_{ca1} = \frac{1}{2}(Q_{AA'} - Q_a) \quad \text{sau}$$

$$\frac{Q_{ca1}}{Q_a} = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_{AA'}}{Q_a} - 1\right)$$

Calculul debitului de fluid ($Q_{AA'}$) în secţiunea AA' se face plecînd de la relaţia (3) pentru $x \leqslant x_0$ şi avînd în vedere [1] că $x_0=5{,}2\ b_a$;

$$\frac{Q_{AA'}}{Q_a} = 1 + \frac{0{,}364}{5{,}2}\frac{b_c}{b_a}$$

Înlocuind această relaţie în 8 obţinem :

$$\frac{Q_{ca1}}{Q_a} = \frac{1}{2}\frac{0{,}364}{5{,}2}\frac{b_c}{b_a} = K_1\frac{b_c}{b_a} \tag{9}$$

2.2. *Calculul debitului* Q_{ci2}

Debit de fluid interceptat apare atunci cînd muchiile ajutajelor de comandă interceptează porţiuni ale jetului de putere deviat. Dacă y_{max} este ordonata maximă a jetului de putere, y_1 şi y_2 ordonatele extremităţile ajutajelor de comandă faţă de axa jetului de putere şi h adîncimea ajutajelor de comandă atunci debitul invers este :

$$Q_{ci2} = \int_{y_2}^{y_{max}} v.dA.$$

Avînd în vedere distribuţia de viteză în zona $x \quad x_0$ dată de relaţia (1) avem

$$Q_{ci2} = v_0\int_{y_2}^{y_{max}}\left[1-\left(\frac{y}{y_{max}}\right)^{7/4}\right]^2 d(hy) \tag{10}$$

Dacă notăm în unităţi relative :

$$y^* = \frac{y}{y_{max}} \qquad \text{şi} \qquad y_2^* \frac{y_8}{y_{max}}$$

relaţia (10) devine :

$$Q_{ci2} = v_0 h\, y_{max}\int_{y_2}^{1}(1-y^*)^{7/4}\,dy^* \tag{11}$$

Debitul invers poate fi exprimat şi în raport cu $Q_{ca}=v_0\ b_a\ h$. Dacă avem în vedere că ordonata maximă a jetului de putere pentru $x=b_a$ este [1], $y_{max}=k_2\ b_c$ atunci relaţia (11) devine :

$$\frac{Q_{ci2}}{Q_a} = K_2\frac{b_c}{b_a}\int_{y_2}^{1}(1-y^{*7/4})^2\,dy^* \tag{12}$$

unde $K_2=0{,}364$.

2.3. *Calculul debitului* Q_{co}

Debitul de circulaţie este determinat de secţiunea existentă între muchia aval a ajutajului de comandă şi jetul de putere. Expresia va fi :

$$Q_{cp1} = \varphi_c(y_1 - y_{max})h\sqrt{p_{cm}} \tag{13}$$

Raportînd relația (13) la debitul maxim al jetului de putere și exprimînd pe y în unități relative obținem :

$$\frac{Q_{co1}}{Q_a} = K_3 \frac{b_c}{b_a} (y_1^* - 1) \sqrt{\frac{p_{cm}}{p_a - p_{cm}}} \tag{14}$$

unde :

$$Q_a = \varphi_a b_a h \sqrt{p_a - p_{cm}}$$

φ_a, φ_c sînt coeficienții de debit ai ajutajelor de putere și respectiv de comandă ;

$$K_3 = \frac{\varphi_c}{\varphi_a} \cdot K_2$$

Prin însumarea debitelor calculate obținem pentru $p_{cd} > 0$

$$Q_{c1} = \frac{b_c}{b_a}\left[K_1 + K_3(y_1^* - 1) \sqrt{\frac{p_{cm}}{p_a - p_{cm}}}\right] \tag{15}$$

$$Q_{c2} = \frac{b_c}{b_a}\left[K_1 - K_2 \int_{y_2^*}^{1} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy^*\right] \tag{16}$$

Procedînd similar și pentru $p_{cd} < 0$ obținem :

$$Q_{c1} = \frac{b_c}{b_a}\left[K_1 - K_2 \int_{y_1^*}^{1} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy^*\right] \tag{17}$$

$$Q_{c2} = \frac{b_c}{b_a}\left[K_1 + K_3 (y_2^* - 1) \sqrt{\frac{p_{cm}}{p_a - p_{cm}}}\right] \tag{18}$$

Relațiile obținute permit să se calculeze analitic familia caracteristicilor de intrare.

În același timp ele se pot folosi în cadrul proiectării optime a geometriei amplificatorului în raport cu un set de performanțe impuse.

3. Calculul caracteristicilor de ieșire

Expresiile analitice pentru caracteristicile de ieșire determinate de debitele și presiunile în cele două canale de recepție (fig. 3) se obține prin integrarea profilului de viteză a jetului de putere deviat în secțiunea EB'. Canalele de recepție fiind situate în zona, $x > x_0$, distribuția de viteză în lungul axului jetului de forță este dată de relația (2) pentru $x > x_0$ iar în secțiunea BB' de relația (1). În aceste condiții debitele de fluid captat în canalele de ieșire în secțiunea BB' [4] pentru o deviere y_d a jetului de putere este :

$$Q_{e1} = \int_{-y_d}^{b_e - y_d} v \cdot d(hy)$$

sau folosind relațiile (1) și (2)

$$Q_{d1} = h v_0 \sqrt{\frac{x_0}{l}} \int_{-y_d}^{b_e - y_d} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy$$

În final se obține debitul recepționat în canalul 1, ca fiind :

$$Q_{e1} = K_2 h \sqrt{x_0 l \cdot v_0} \int_{-y_d^*}^{\frac{b_e - y_d}{y_{max}}} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy^* \tag{19}$$

Procedînd similar și pentru canalul 2 obținem :

$$Q_{e2} = K_2 h v_0 \sqrt{x_0 l} \int_{y_d^*}^{\frac{b_e + y_d}{y_{max}}} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy^* \tag{20}$$

Deviația jetului de putere y_d^* în funcție de presiunea de comandă diferențială [4] este :

$$y_d^* = \frac{b_c}{b_a} \cdot p_c^* \tag{21}$$

Raportînd la Q_a relațiile (19) și (20) devin :

$$Q_{e1,2}^* = K_2 \sqrt{5{,}2} \cdot \sqrt{\frac{l}{b_a}} \cdot \int_{\pm y_d^*}^{\frac{b_e \pm y_d}{y_{max}}} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy^* \tag{22}$$

Dacă se ia în considerație și sarcina Z_h a amplificatorului evident structura relațiilor 19 se modifică, deoarece în aceste condiții întotdeauna există un debit de întoarcere Q_{in}, spre camera de interacțiune, și care este cu atît mai mare cu cît sarcina este mai mare. Pentru $Z_s = \infty$, Q_{in}

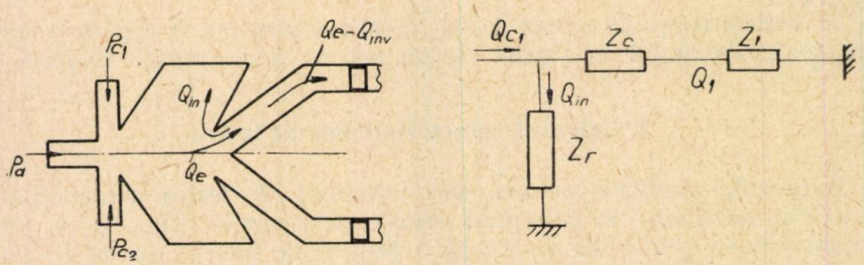


Fig. 4

este egal cu debitul interceptat de canalele de ieșire. Prin urmare debitul invers, dacă Z_s este impedanța canalelor de ieșire, este :

$$Q_{in}^* = \frac{Z_s}{Z_e + Z_e} Q_e^* \tag{23}$$

Dacă considerăm impedanța canalelor de ieșire și a orificiilor de eșapare $Z_e = R_e$ și $Z_v = R_o$ și impedanța orificiilor de recepție ca fiind $Z_e = R_e$

atunci din fig. 4 rezultă :

$$(Q_e - Q_{in})(R_e + Z_s) - R_v Q_{in} = 0 \tag{24}$$

sau

$$Q^*_{in} = \frac{R_e + Z_s}{R_v + R_e + Z_s} Q^*_e \tag{25}$$

Prin urmare la ieșirea amplificatorului se va obține debitul

$$Q^*_{i1,2} - Q^*_{in1,2} = Q^*_{e1,2}\left[1 - \frac{R_e + Z_s}{R_v + R_e + Z_s}\right] \tag{26}$$

sau dacă ținem seama de (22) avem :

$$Q^*_{1,2} = \frac{R_v}{R_v + R_e + Z_s} K_2 \sqrt{5{,}2 \frac{l}{b_a}} \int_{\mp y^*_d}^{\frac{b_e \mp y_d}{y_{max}}} (1 - y^{*7/4})^2 \, dy^* \tag{27}$$

Cunoscînd debitele $Q_{e1,2}$ și $Q^*_{1,2}$ se poate defini un factor de recuperare în debit ca fiind

$$R_d = \frac{Q^*_{1,2}}{Q^*_{e1,2}}\bigg|_{z=0} = \frac{R_v}{R_v + R_e} \tag{28}$$

R_d poate fi determinat experimental. Astfel se poate calcula R_v cunoscînd rezistența R_e a canalului receptiv. O altă mărime care trebuie determinată este presiunea în canalele receptoare și aceasta se compune din presiunea statică și dinamică. Întrucît presiunea dinamică este dată numai de energia cinetică a fluidului în mișcare atunci plecînd de la relația $p_{ed} = \rho/2.v^2$ și considerînd că $dp_{ed} = b_{ed} h = \frac{\rho}{2} v^2 \, d(h\,y)$ atunci

$$dp_{ed} = \frac{\rho}{2b_a} v^2 \cdot dy$$

sau avînd în vedere expresia vitezei $v(y)$ pentru $x > x_0$ obținem

$$bp_{ed} = \frac{\rho}{2b_a} \cdot v_0 \frac{x_0}{l}\left[1 - \left(\frac{y}{y_{max}}\right)^{7/4}\right]^4 dy \tag{29}$$

Dacă y_d este deviația axului jetului de putere și b_e lățimea canalului de recepție, atunci pentru obținerea presiunii dinamice în canalele de recepție integrînd profilul de viteză în raport cu axa jetului avem :

$$p_{e1d} = \frac{\rho x_0}{2l\, b_e} v_0^2 y_{max} \int_{-y^*_d}^{\frac{b_e - y_d}{y_{max}}} (1 - y^{*7/4})^4 \, dy^*$$

$$p_{e2d} = \frac{x_0}{2b_e} v_0^2 y_{max} \int_{+y_d}^{\frac{b_e + y_d}{y_{max}}} (1 = y^{*7/4})^4 \, dy^* \tag{30}$$

Raportînd ecuațiile (29) și (30) la presiunea jetului de putere la ieșirea din ajutaj

$$p_a = \frac{1}{k_a}\,\frac{1}{2}\,\frac{v_0^2}{b_a h}$$

și cunoscînd că $y^{\max} = k_2 x|_{x=l} = Kl$ și $x_0 = 5{,}2\ b_a$
atunci relațiile (29) și (30) devin :

$$p^*_{ed1,2} = K_d h\,\rho\,\frac{b_a^2}{b_e}\int_{\mp y_d^*}^{\frac{b_e \mp y_d}{y_{\max}}} (1 - y^{*7/4})^2\,dy^* \tag{31}$$

unde $K_a = 5{,}2\ K_2 K_a$

K_a coeficientul de pierderi la descărcarea prin ajutajul de putere.

Presiunea dinamică după cum se constată este independentă de sarcină și pentru o geometrie dată depinde numai de caracteristicile dinamice ale jetului de putere și de semnalul de comandă.

Componenta statică a presiunii în canalele receptoare se consideră ca o parte a presiunii statice de perete și este legată direct de valoarea impedanței de sarcină. Pentru calculul acestei presiuni se definește un factor de recuperare a presiunii R_p și prin definiție este :

$$R_p = \frac{p_{e1,2s}}{p_a}\bigg|_{Z_s = 0}$$

Astfel presiunea statică în canalele de recepție va fi :

$$p_{e1,2s} = R_p\,p_a\left(\frac{Z_s}{Z_s + Z_e}\right)^2 \tag{32}$$

Luînd în considerație și influența presiunii de comandă asupra factorului de recuperare R_p atunci relația (32) devine :

$$p^*_{e1,2s} = R_p(1 \mp R_p\,p_c^*)\left(\frac{Z_s}{Z_s + R_e}\right)^2 \tag{33}$$

În final presiunea fluidului în canalele de recepție este :

$$p^*_{1,2} = p^*_{e1,2b} + p^*_{e1,2s} \tag{34}$$

sau, ținînd seama de (31) și (33)

$$p^*_{1,2} = K_a h\delta\,\frac{b_a^2}{b_e}\int_{\mp y_d^*}^{\frac{b_e \mp y_d}{y_{\max}}} (1 - y^{*7/4})^4\,dy^* + R_p(\mp K_p\,p_c^*)\left(\frac{Z_s}{Z_s + R_e}\right)^2 \tag{35}$$

Relațiile (26) și (35) definesc familia de caracteristici de ieșire ca funcție de parametri funcționali la o geometrie dată.

Cu ajutorul relațiilor stabilite au fost determinate familii de caracteristici statice de intrare și de ieșire avînd ca parametri fie p_{cm}, fie

$\frac{b_e}{b_a}$, $\frac{b_e}{y_{max}}$ la o geometrie dată pentru anumite valori ale lui p_{cm}.

Din caracteristicile obținute se alege raportul optim pentru $\frac{b_e}{b_a}$ respectiv $\frac{b_e}{y_{max}}$ și domeniul de variație al lui p_{cm} respectiv domeniul de liniaritate a funcționării amplificatorului.

Cunoașterea expresiilor analitice ale caracteristicilor de intrare și ieșire permite de asemenea determinarea impedanțelor de intrare (Z_e) și de ieșire (Z_e) a amplificatoarelor în faza de proiectare.

Catedra de automatică I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. K. Simson* — Gain Characteristics of Subsonic Pressure-Controlled, Proportional Fluid — Jet Amplifiers. Transactions of the ASME seria D, June 1966.
2. *K. Reid* — An Experimental Etudy of Static Interaction of an Axisimetrical Fluid Jet and a Receiver, Symposium HDL, October, 1965.
3. *S. Florea* — Relații pentru calculul caracteristicilor statice ale amplificatoarelor cu devierea jetului. Comunicare la sesiunea științifică a cadrelor didactice din I.P.B., 1969.
4. *S. Florea* — Contribuții la studiul elementelor fluidice de tipul jet-jet pentru dispozitive de automatizare și tehnica calculului. Teză de doctorat, 1969, I.P.B.
5. *I. M. Kirshner* — Fluid amplifiers. McGraw-Hill New York, 1966.
6. *S. Florea* — Unele probleme privind dinamica interconexiunii amplificatoarelor fluidice. Buletinul I.P.B. nr. 5—6, 1968.
7. *S. Florea, I. Dumitrache* — Amplificatoare fluidice interconectate. Automatica și Electronica nr. 1, 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

METALURGIE

C.Z. : 669.017 : 621.315.592

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MACRO ŞI MICROSTRUCTURII MATERIALELOR SEMICONDUCTOARE FABRICATE ÎN ŢARA NOASTRĂ *

M. PROTOPOPESCU, A. ALOMAN, ALEXANDRA DOBRE, IONELA VIŞA

I. Introducere

Lucrarea prezentă, iniţiază un studiu mai amplu, privind macro şi micrografia materialelor şi dispozitivelor semiconductoare, care îşi propune drept scop, alcătuirea unui atlas al structurilor caracteristice şi punerea la punct a metodelor de control tehnic de calitate în procesele de producţie în industria de semiconductori din ţara noastră.

Punerea în evidenţă a imperfecţiunilor structurale şi a influenţei lor asupra caracteristicilor electronice ale materialelor şi dispozitivelor semiconductoare, constituie cercetări de mare interes ştiinţific şi aplicativ, după cum arată numeroase monografii publicate pe plan mondial [1, 2, 3, 4].

Observarea probelor special pregătite la microscopul metalografic şi aprofundarea cercetărilor cu ajutorul microscopului electronic sau roentgenografic, permite stabilirea naturii, formei şi distribuţiei imperfecţiunilor structurale. Informaţiile structurale dobîndite pot fi corelate cu datele măsurătorilor de proprietăţi electrofizice şi performanţele dispozitivelor.

Îmbunătăţirea calităţii semiconductorilor produşi în prezent în ţara noastră, precum şi introducerea în producţie a procedeelor moderne de obţinerea monocristalelor profilate, a structurilor peliculare şi stratificate destinate pentru fabricarea circuitelor integrate, depind în mare măsură de perfecţiunea structurii materialelor [5].

La catedra de Studiul metalelor şi semiconductorilor, s-au început [6] şi se continuă aceste cercetări pe materiale semiconductoare policristaline, monocristaline şi complexe, utilizînd probe colectate direct din diferite faze ale proceselor tehnologice din industrie sau de noi materiale aflate în cercetare.

Lucrarea prezentă se limitează la studiul probelor de germaniu şi siliciu, poli şi monocristaline, pure şi aliate, sub formă de joncţiuni *p-n*, obţinute de la IPRS-Băneasa, şi ICECHIM-Dudeşti.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, 22—24 mai 1970.

II. Imperfecţiuni structurale în metale şi semiconductori

Cristalele reale ale materialelor metalice şi semiconductoare, prezintă numeroase abateri de la periodicitatea perfectă a reţelei cristaline. Aceste abateri sînt denumite *imperfecţiuni.*

Se disting imperfecţiuni de ordin structural — *defecte structurale* şi imperfecţiuni de ordin chimic — *impurităţi.*

Impurităţile pot genera defecte structurale sau se pot acumula în vecinătatea acestora, formînd aşa numitele *atmosfere Cottrel.* În funcţie de condiţiile termodinamice, imperfecţiunile pot fi *stabile* sau *labile* şi posedă mobilitate, asigurînd o serie de procese în corpurile solide : difuzia, deformarea plastică, ecruisarea şi altele.

După dimensiunile geometrice şi gradul lor de fineţe, se pot distinge :

— *imperfecţiuni în volum* (tridimensionale) : macro şi microdefecte, decelabile în piesele metalice prin metodele defectoscopice.

— *imperfecţiuni în suprafaţă* (bidimensionale) cum sînt : limitele de separare dintre grăunţi şi subgrăunţi, limitele de blocuri în mozaic, interfeţele de separare dintre faze, macle şi domeniile magnetice, defectele de împachetare şi altele.

— *imperfecţiunile liniare* (monodimensionale) denumite dislocaţii şi care pot fi simple sau complexe. La rîndul lor, dislocaţiile simple pot fi marginale (de tip Taylor) sau elicoidale (de tip Bürgers).

— *imperfecţiunile punctiforme* la scară atomică, cum sînt : locurile vacante, atomii interstiţiali sau substituţionali, defecte conjugate (de tip Frenkel) şi altele.

În timp ce în materialele metalice obişnuite, numărul imperfecţiunilor structurale este enorm de mare, spre exemplu densitatea de dislocaţii ajunge la $10^8...10^{14}$ dislocaţii pe cm^2, în materiale semiconductoare, urmărindu-se să fie cît mai pure şi mai perfecte, imperfecţiunile sînt mult mai puţine, spre exemplu $10^2...10^5$ dislocaţii pe cm^2, deci punerea lor în evidenţă devine mai pregnantă.

În mod similar cu tehnica metalografică, micrografia semiconductorilor necesită pregătirea unor probe reprezentative, lustruire fină a suprafeţelor de examinat şi atacul chimic sau electrochimic. Efectele vor depinde de natura şi starea suprafeţelor corpului cristalin care conţine imperfecţiuni, precum şi de condiţiile de atac : concentraţia reactivilor, durată, temperatură etc.

Reactivii de atac pentru germaniu şi siliciu sînt în general amestecuri de acizi puternici, mai ales acid azotic şi acid fluorhidric. Pentru un atac mai profund, se foloseşte compoziţia :

$$HNO_3 : HF : CH_3COOH = 5 : 3 : 3$$

cu sau fără adause de brom sau iod, denumită reactiv CP-4. Fiecare substanţă are o acţiune determinată :

HNO_3 = oxidant ; HF = dizolvant ; CH_3COOH = moderator

Br_2 = accelerator

Reacţiile principale sînt următoarele :

$$Ge + 2HNO_3 = GeO + 2NO_2 + 2H_2O$$

$$GeO + 2HNO_3 = GeO_2 + 2NO_2 + H_2O$$

$$GeO_2 + 4HF = GeF_4 \uparrow + 2H_2O$$

$$3HF + 2Br_2 = BrF_3 + 3HBr$$

$$BrF_3 + H_2O = O + BrOH + HF$$

degajarea de oxigen atomic, accelerează procesele de oxidare și dizolvare superficială.

În cazul siliciului atacat cu amestec de acid azotic și acid fluorhidric, se produc următoarele reacții :

$$3Si + 4HNO_3 = 3SiO + 3NO_2 + NO + 2H_2O$$

$$3SiO + 4HNO_3 = 3SiO_2 + 3NO_2 + NO + 3H_2O$$

$$SiO_2 + 4HF = SiF_4 \uparrow + 2H_2O$$

Se pot folosi și reactivii acizi azotic+fluorhidric cu adause de azotat de argint ($AgNO_3$) sau azotat de cupru $Cu(NO_3)_2$ pentru decorarea imperfecțiunilor sau pe baza altor agenți oxidanți ca : perhidrol (H_2O_2 30%) și hipoclorit de sodiu (NaOCl).

De asemenea în unele cazuri, mai ales la siliciu, soluțiile de hidroxizi alcalini la cald (50...80°C) acționează cu bune rezultate. În tabela 1 sînt arătați principalii reactivi de atac folosiți, condițiile de atac și observații cu privire la acțiunea lor [7].

Tabela 1

Reactivi de atac pentru germaniu și siliciu

Nr.	Reactiv	Compoziție	Cond. de atac	Destinație
1	CP4	25p HNO_3 15p HF 15p CH_3COOH 0,3p Br_2	1,5 min atac 2 min polizare chimică	Polizare chimică și atac pe fețele (111 și (100) la Ge. Pune în evidență limitele dintre grăunți și macle. Figuri de atac pt. dislocații. Structura joncțiunilor p-n.
2	CP4A	5p HNO_3 3p HF 3 p) CH_3COOH	2...3 min la rece sau la cald, 70°	Polizare chimică și atac mai lent decît CP4 pentru Ge și Si. Pune în evidență maclele, limitele de blocuri și uneori dislocațiile. Structura joncțiunilor p-n.
3	Reactiv Dash	4p HNO_3 2p HF 15p CH_3COOH	20 sec...1 min	Pune în evidență dislocațiile. Figuri de atac, adînci care se produc de-a lungul liniilor de dislocații, mai ales în monocristale de Si. Micșorarea concentrației în ac. acetic mărește viteza de atac.

Tabela 1 (continuare)

Nr.	Reactiv	Compoziţie	Cond. de atac	Destinaţie
4	SE1	18 ml HNO_3 25 ml HF 5 ml CH_3COOH 0,1 ml Br_2 10 ml H_2O 1 g $Cu(NO_3)$	2...4 min	Reactiv pentru aprecierea densităţii de dislocaţii după figurile de atac, mai ales la Si. Pune în evidenţă dislocaţiile marginale şi complexe.
5	Perhidrol	H_2O_2 30%	La rece sau la cald	Pune în evidenţă limitele dintre grăunţi, macle, blocuri. Structura joncţiunilor p-n la Ge.
6	Superoxol	1p H_2O_2 1p HF 4p H_2O	1...3 min	Atacă planele (100) şi (111) la Ge. Orientarea cristalină.
7	Hipoclorit	1p NaOCl 10% 10p H_2O	40 min la 40°C	Atacă planele (100) şi (111) la Ge. Reactiv monocomponent, utilizabil şi pentru microscopie electronică.
8	alcalin	NaOH sau KOH sol 1...30%	1...5 min la 50°...100°C	Evidenţiază repede structura Si, în special maclele şi limitele de blocuri.

Obs. Substanţele chimice utilizate pentru prepararea reactivilor de atac, au fost de mare puritate şi de următoarele concentraţii: HF conc. 48...49%: HNO_3 70%; H_2O_2 30%; HCl 36%; CH_3COOH glacial; NaOH sol 15%; $Cu(NO_3)_2$ sol 10%; NaOCl sol 10%.

III. Microstructura lingourilor de germaniu, rafinat prin topire zonară

Lingourile de germaniu, rafinat prin topire zonară, în greutate de 800...1200 g sînt policristaline şi calitatea lor se apreciază pe baza măsurării rezistivităţii electrice prin metoda celor patru sonde.

Se pot debita trei porţiuni distincte după cum se arată în figura 1:

Circa 75% din lungimea lingoului prezintă rezistivitate electrică mai mare decît 50 Ω cm şi constituie partea utilă, avînd puritate mai mare de 99,9999%. Porţiunea a II-a reprezentînd 15—20% are rezistivitate 50...5 Ω cm şi trebuie repurificată zonar. Ultima parte de la extremitatea lingoului, reprezentînd 5...10%, este cea mai impură, deoarece s-au colectat elementele străine cu coeficient de segregaţie subunitar. Prezintă rezistivitate sub 1 Ω cm şi se recuperează ca deşeu în ciclul de purificare chimică.

În literatura de specialitate se menţionează foarte puţine date despre structura acestor lingouri, probabil datorită faptului că materialul rafinat zonar urmează a fi retopit pentru tragerea monocristalelor.

Studiind micrografia mai multor secţiuni perpendiculare, în partea utilă a unui lingou de germaniu, în urma atacului cu reactiv CP4-A se remarcă grăunţi mari cu macle de deformare care devin mai numeroase

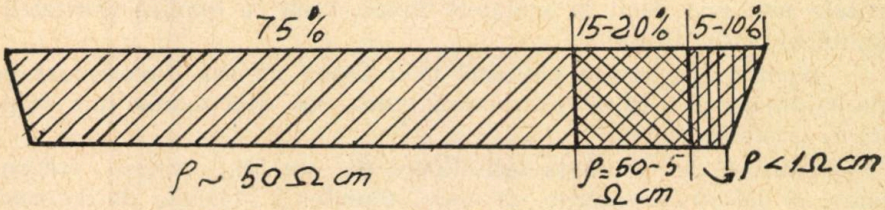


Fig. 1 — Schema debitării unui lingou de germaniu, purificat prin topire zonară.

spre marginea lingoului, după cum se arată în micrografiile din figurile 2 şi 3. În micrografia nr. 4 s-au depistat şi alte tipuri de imperfecţiuni ca limite de subgrăunţi şi blocuri, precum şi bucle de dislocaţii.

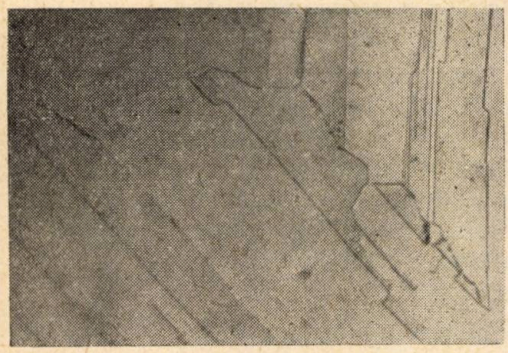


Fig. 2—Germaniu policristalin, purificat zonar. Limite de grăunţi şi macle.
Atac : H_2O_2 30%, durata 1 oră
Mărire : 150 : 1

Fig. 3—Germaniu policristalin, purificat prin topire zonară, porţiune marginală. Limite de grăunţi, subgrăunţi şi macle
Atac : H_2O_2 30%, durata 1 oră
Mărire : 150 : 1

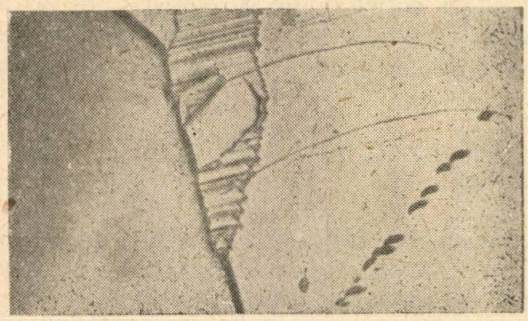


Fig. 4 — Germaniu policristalin, purificat prin topire zonară. Macle lamelare, subgrăunţi şi bucle de dislocaţii.
Atac : H_2O_2 30%, durata 1 oră
Mărire : 450 : 1

Interpretarea acestor structuri se poate face ţinînd seama de particularităţile specifice germaniului şi altor materiale semiconductoare :

— cristalizează în sistemul cubic de tip diamant cu un grad de compactitate mai mic decît la metalele tipice, ceea ce explică duritatea şi fragilitatea materialului.

— puritatea avansată obţinută prin topire zonară, favorizează germinarea omogenă, faţă de germinarea eterogenă, deci număr mic de germeni de cristalizare.

— mărirea de volum la solidificare de cca 5%, creiază puternice tensiuni şi deformări interne, de unde, abundenţa maclelor de deformare (mecanice).

— conductivitatea termică mică (λ=0.14 cal/cm.s.°C) şi răcirea înceată, care se produce la frontul de cristalizare, favorizează creşterea grăunţilor.

IV. Microstructura monocristalelor de germaniu şi siliciu

Teoria atacului chimic pentru reliefarea imperfecţiunilor în monocristale a fost dezvoltată de B. A. Irving [8]. Orice neregularitate a suprafeţei unui cristal se poate reprezenta prin produsul dintre înălţimea h şi densitatea atomilor pe unitatea de suprafaţă ρ, adică $h.\rho$.

În urma atacului cu reactiv, starea suprafeţei se va modifica producîndu-se o coroziune preferenţială. Viteza de atac va reprezenta deplasarea acestei suprafeţe în direcţia Z, care va fi egală cu $h\varphi$, în care φ este deplasarea poziţiilor în unitatea de timp.

Dacă se presupune că φ este o funcţie univocă de ρ, atunci

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{şi} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Întrucît $dx/dt = d\varphi/d\rho$ reprezintă componenta vitezei de atac dealungul direcţiei x, iar φ dealungul direcţiei Z, în aceste condiţii viteza de atac va fi constantă, căci ρ este o constantă. Însă în realitate viteza depinde de orientarea cristalografică a suprafeţei corodate, reprezentată prin dZ/dx :

$$\frac{dZ}{dx} = \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dx} = \rho \cdot h - \frac{\varphi \, h}{dx/dt}$$

Întrucît orientarea diferitelor plane cristalografice faţă de suprafaţa atacată este diferită şi în plus se exercită acţiunea imperfecţiunilor structurale şi impurităţilor, viteza de coroziune nu va fi constantă. În consecinţă vor deveni observabile la microscopul metalografic o serie de *figuri de atac* cu o anumită configuraţie.

Modificarea formei suprafeţei în procesul de atac datorită dependenţei vitezei de atac în funcţie de orientarea cristalografică duce la for-

marea unor configuraţii stabile sau nestabile, cu intersecţii *concave* sau *convexe* după cum se arată în figura 5 a şi b.

Intersecţiile concave conduc la formarea unor *gropiţe*, adînciturі de atac, iar intersecţiile convexe la formarea unor *moviliţie de atac.*

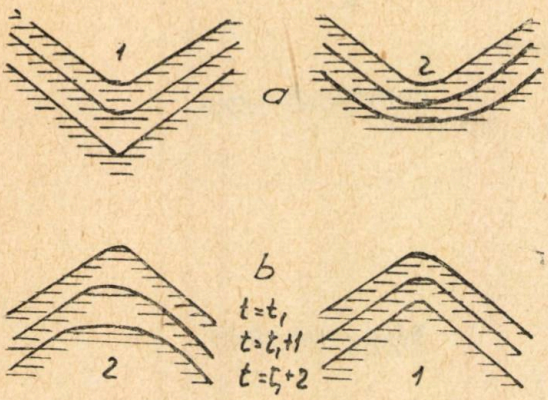


Fig. 5 — Modificarea formei suprafeţei în procesul de atac datorită dependenţii vitezei de coroziune în funcţie de orientarea cristalografică

a intersecţii concave ; 1 configuraţii stabile ;
b intersecţii convexe. ; 2 configuraţii nestabile ;

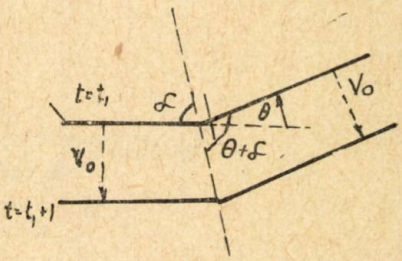


Fig. 6 — Schema dependenţei dintre traectoria de deplasare a intersecţiei a două plane şi vitezele de coroziune ale acestor plane.

Dacă suprafaţa de observare care se atacă cu viteza v_0 face un unghi θ cu planul cristalografic care se atacă cu viteza v_θ, atunci unghiul α pe care îl formează traectoria liniei de intersecţie între aceste plane va fi determinat de relaţia :

$$v_\theta \cdot \sin\alpha = v_0 \cdot \sin(\alpha + \theta)$$

după cum se arată în figura 6 .

În cazul particular cînd $\alpha = 90°$, traectoria de atac va fi perpendiculară pe suprafaţa observată la microscop şi $v_0 = v_0 \cos\theta$. În cazul cînd intersecţia este concavă, $\alpha > 90°$ şi $v < v_0 \cos\theta$, astfel încît suprafaţa observabilă se va micşora ; iar cînd intersecţia este convexă, $\alpha < 90°$ şi $v_\theta > v_0 \cos\theta$, adică suprafaţa observabilă se va mări.

Corelaţia dintre viteza de atac şi orientarea cristalografică duce la formarea unui *microrelief al suprafeţei observabile.* Spre exemplu dacă curba de variaţie a vitezei de atac în funcţie de orientare are un maxim prelung, spre exemplu la atacul planelor (110) în germaniu cu reactiv $H_2O_2 + HF$, atunci se produce un microrelief convex (fig. 7 a) :

Cînd deopotrivă viteza de atac a suprafeţei observate este mai mică decît a planelor vecine se produce un *microrelief concav* (figura 7 b).

Configuraţia microreliefului depinde însă şi de modul de pregătire a suprafeţelor înainte de atac şi de prezenţa imperfecţiunilor structurale.

Cele două tipuri de microrelief nu sînt exclusive, ci pot să coexiste după cum se arată în figura 8. În acest caz în raport cu suprafaţa obser-

vabilă sînt stabile atît intersecţiile convexe cît şi cele concave şi drept rezultat se produc moviliţe. La o combinare inversă se vor forma gropiţe (adînciturі) de atac. Este de menţionat că în majoritatea cazurilor *figurile*

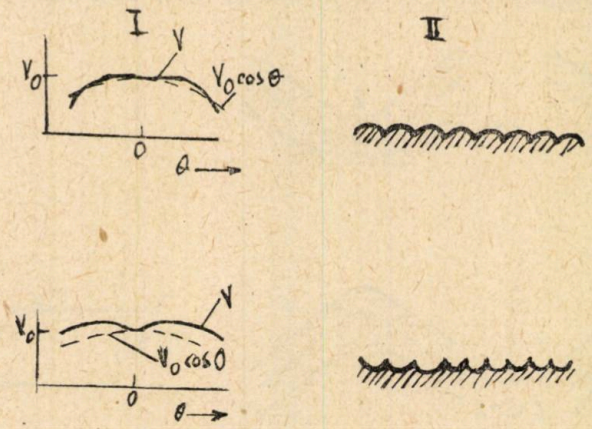


Fig. 7 — Formarea microreliefului pe suprafaţa atacată
a - microrelief convex b - microrelief concav

Fig. 8a — Dependenţa vitezei de atac în funcţie de orientarea cristalografică, care duce la formarea unor moviliţe (ridicături) stabile.

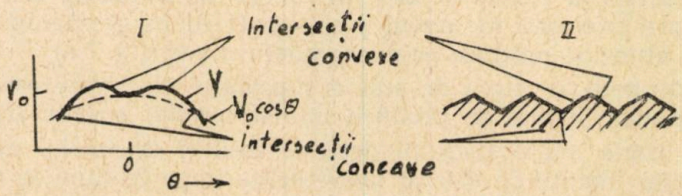


Fig. 8b — Moviliţe formate în urma atacului chimic pe suprafaţa (100) a unui monocristal de germaniu.

de atac (gropițe sau moviliță) la observarea mai atentă, prezintă o *structură în terase* după cum s-a reprezentat în figura 9.

Dependența vitezei de atac în funcție de orientare poate fi *simetrică* sau *asimetrică*. În cazul unei dependențe simetrice se pot distinge patru disponibilități caracteristice reprezentate în fgurile 10 a, b, c, d.

Fg. 9a și b — Schema structurii în terase a movilițelor și gropițelor de atac.

Fig. 9c — Structura în terase a figurilor de atac la germaniu monocristalin.
Atac — hipoclorit de sodiu 10%
Mărire : 540 : 1

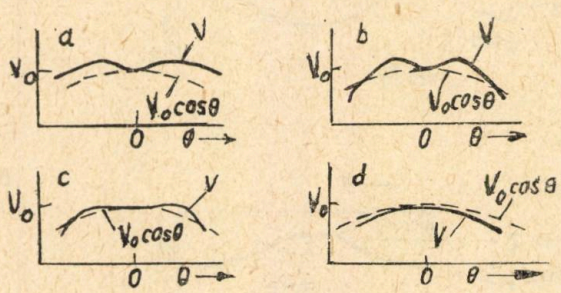


Fig. 10 — Diferite tipuri de curbe reprezentînd dependența vitezei de atac în funcție de orientare.

Din combinarea acestor posibilități de-a lungul axelor x și y ale suprafeței probei observabilă la microscop, rezultă tabela 2 care sintetizează particularitățile topografice :

Tabela 2

Topografia probelor de germaniu şi siliciu, în funcţie de viteza de atac şi de orientarea cristalografică

Dealungul axei x	Dealungul axei y	Topografia
a	a	Microrelief concav ; gropiţe simetrice.
a	b	Microrelief concav ; gropiţe alungite de-a lungul axei x.
a	c	Mulţime de gropiţe, alungite de-a lungul axei x.
a	d	Mulţime de şanţuri, întinse de-a lungul axei x.
b	b	Movilite stabile, simetrice.
b	c	Movilite, alungite de-a lungul axei y.
b	d	Movilite, alungite de-a lungul axei y.
c	c	Microrelief convex.
c	d	Microrelief deluros, dealuri întinse de-a lungul axei y.
d	d	Suprafaţa netedă : gropiţe, cînd există sînt foarte contrastante provenind de la imperfecţiuni.

Figurile de atac pentru punerea în evidenţă a dislocaţiilor se formează în locurile de ieşire a dislocaţiei la suprafaţa probei. Viteza de atac va fi mai pronunţată în aceste puncte şi se va nota cu $v_d < v_0$.

Dependenţa formei figurilor de atac în funcţie de viteza de atac de-a lungul dislocaţiilor şi forma suprafeţelor vitezei de atac este arătată în figura 11.

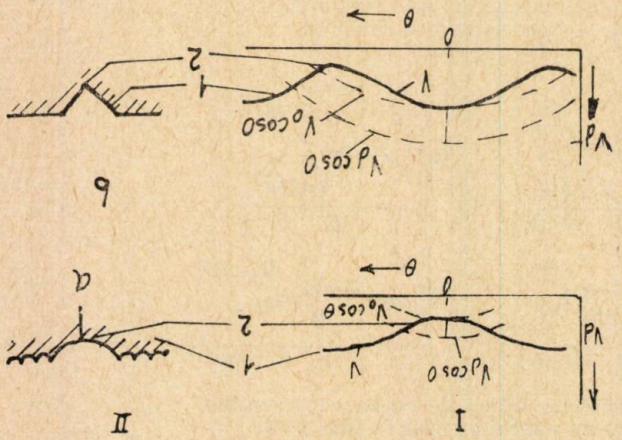


Fig. 11 a şi b — Reprezentarea grafică a dependenţei formei figurilor de atac pentru dislocaţii în funcţie de viteza de atac de-a lungul dislocaţiei şi forma suprafeţii.

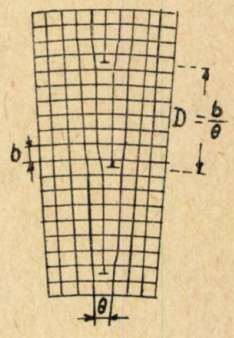


Fig. 12 — Schema unei limite între blocuri, formată dintr-un şir de dislocaţii liniare de acelaşi semn.

Determinarea limitelor de blocuri în mozaic

In timpul creşterii monocristalelor de germaniu şi mai ales de siliciu (care se obţin prin topire zonară) datorită tensiunilor termice care apar la solidificare se pot forma blocuri în mozaic cu orientări diferite de la cîteva secunde pînă la cîteva grade de arc.

Punerea în evidenţă a acestor imperfecţiuni se poate realiza printr-un atac reactiv CP4-A, timp de 1...3 minute.

În figura 12 se prezintă schema unei limite între blocuri, formată dintr-un şir de dislocaţii liniare de acelaşi semn ; în micrografiile din figurile 13 a, b, c, sînt arătate aceste limite pentru siliciu monocristalin, fotografiate la diferite grade de mărire.

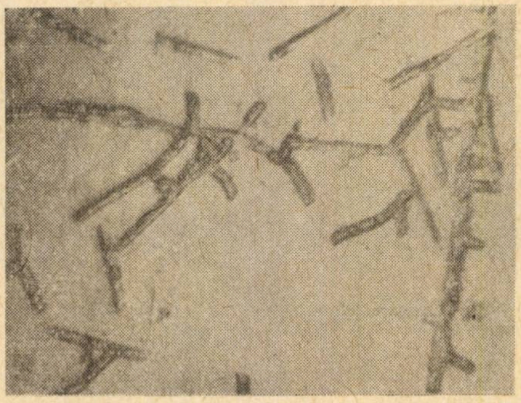


Fig. 13a — Siliciu monocristalin, limite între blocuri.
Atac reactiv CP — 4A, durată 3 minute
Mărire : 200 : 1

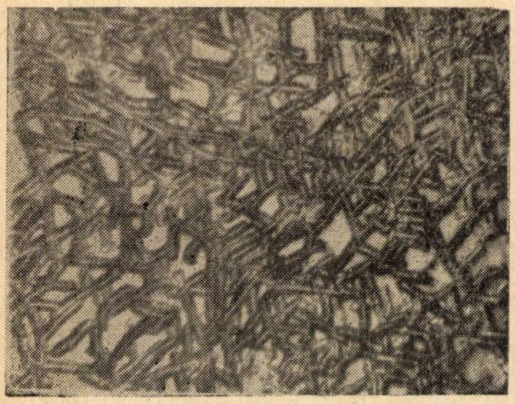


Fig. 13b — Siliciu monocristalin, reţea de limite între blocuri
Atac : reactiv CP — 4A, durată 3 minute.
Mărire 200 : 1

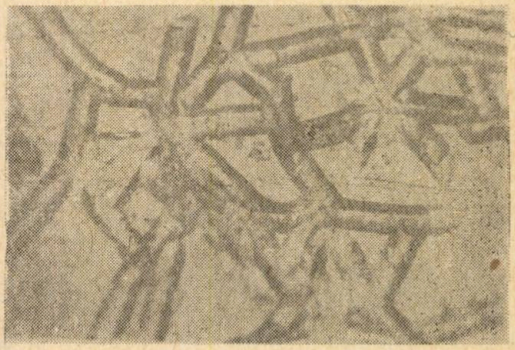


Fig. 13c — Siliciu monocristalin intersecţiile limitelor de blocuri în mozaic.
Mărire 340 : 1

În micrografia 14 este prezentată o limită între blocuri pentru un monocristal de germaniu corodat cu reactiv CP 4.

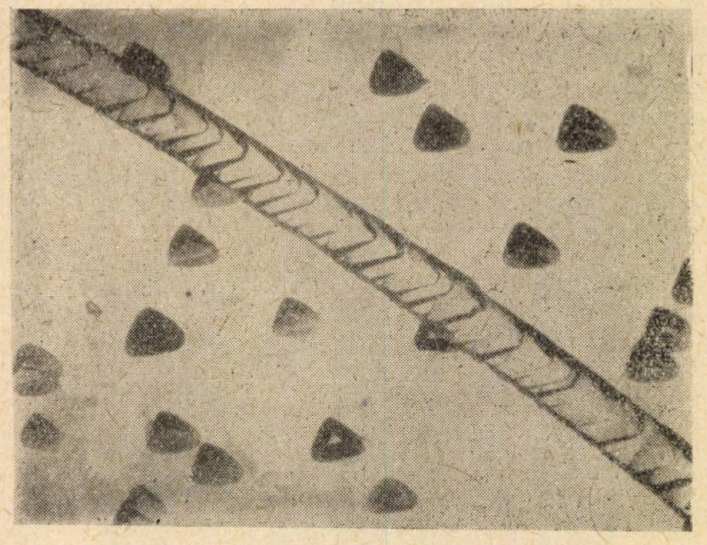


Fig. 14 — Germaniu monocristalin. Limită de blocuri
Atac : reactiv CP — 4, durată 1,5 minute. — Mărire 450 : 1

Unghiul de dezorientare a blocurilor din figura 14 se poate calcula aproximativ cunoscînd parametrul reticular al germaniului a_0=5,631 Å vectorul Bürgers ($\bar{b}$) și densitatea liniară a dislocațiilor (ρ_1) :

$$b = \frac{1}{2} a\,(110) = \frac{a_0\sqrt{2}}{2} = \frac{5{,}631\sqrt{2}}{2} = 3{,}9 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Unghiul de dezorientare :

$$\theta_{rad} = \rho_1 \cdot b, \text{ iar } \rho_1 = \frac{N}{l} = \frac{19}{25 \cdot 0{,}01} = \frac{19}{0{,}25} = 76 \text{ mm}^{-1} = 760 \text{ cm}^{-1}$$

$$\theta = 760 \cdot 3{,}9 \cdot 10^{-8} = 2{,}964 \cdot 10^{-5} \text{ radiani}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{260}{2\,\Pi} \cdot 3600 = 2{,}063 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$$

$$\theta_{sec} = 2{,}964 \cdot 10^{-5} \cdot 2{,}063 \cdot 10^{5} = 6{,}12 \text{ sec de arc}$$

Distanța dintre dislocațiile care formează limita de blocuri va fi :

$$D = \frac{b}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \approx \frac{b}{\theta_{rad}}; D = \frac{3{,}9 \cdot 10^{-8}}{2{,}964 \cdot 10^{-5}} = 1{,}315 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

În figura 15 este indicată valoarea obținută față de curba teoretică.

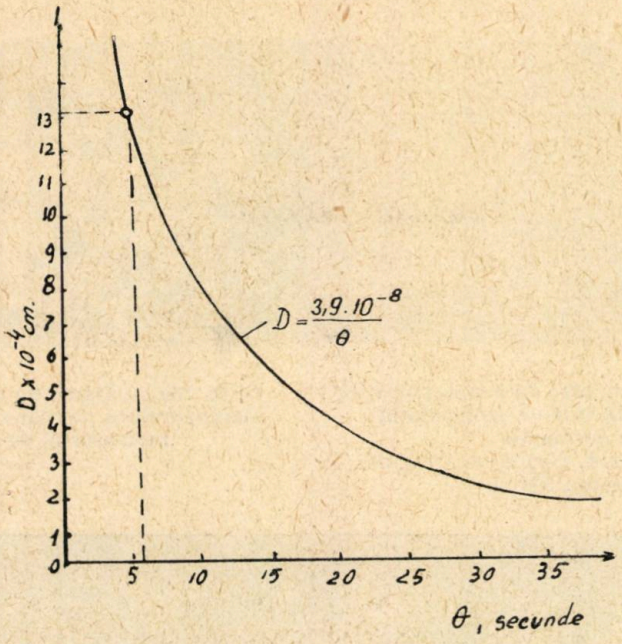


Fig. 15 — Punctul figurativ al determinării densității de dislocații în funcție de unghiul de dezorientare al blocurilor pentru monocristalul de germaniu din fig. 14 și poziția acestui punct pe curba teoretică.

Determinarea orientării monocristalelor cu ajutorul figurilor de atac este reprezentată schematic în figura 16 și ilustrată prin micrografiile din figura 17 și 18. Planele cristalografice după care se trag monocristalele de germaniu în industrie sînt în special (111) și mai rar (100).

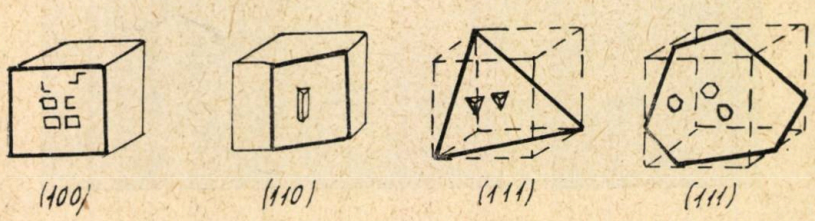


Fig. 16 — Forma geometrică a figurilor de atac pentru principalele plane cristalografice din rețeaua cubică de tip diamant a germaniului și siliciului.

Figurile de atac obținute pe monocristalele de germaniu orientate după axele [111] și [100] au forme tipice, triunghiulare în primul caz și patratice în al doilea caz după care se arată în micrografiile din figu-

rile 17 şi 18 a. În figura 18 b este reprezentată lauegrama unui monocristal de siliciu orientat în direcţia [111].

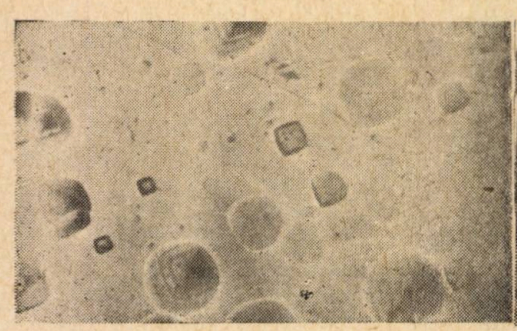


Fig. 17 — Figuri de atac de formă pătratică pe planul (100) într-un monocristal de germaniu.
Atac — Superoxol, durată — 4 minute
Mărire : 340 : 1

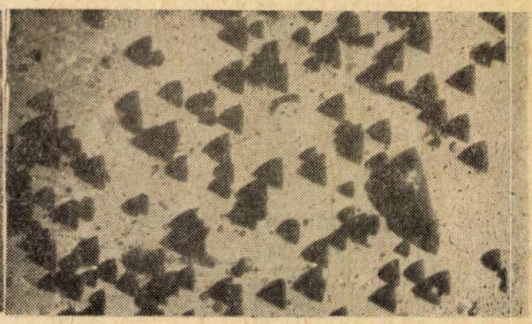


Fig. 18a — Figuri de atac de formă triunghiulară pe planul (111) într-un monocristal de siliciu.

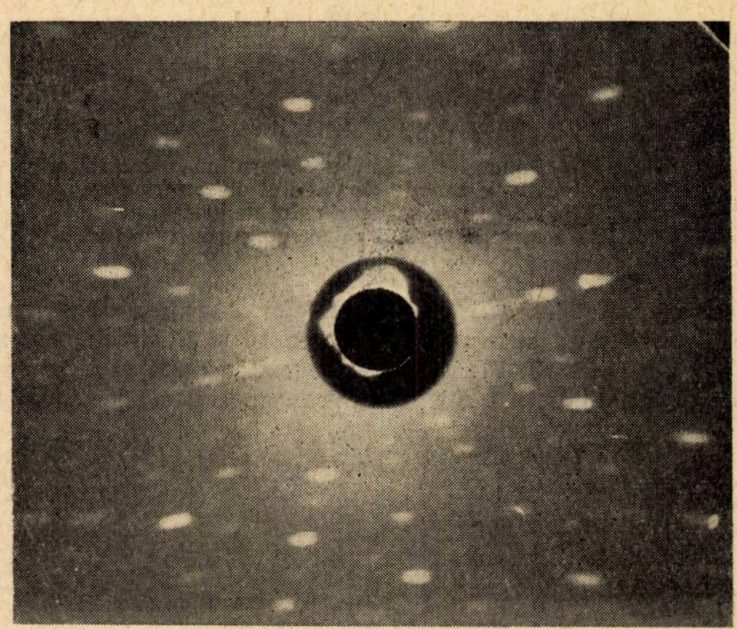


Fig. 18b — Lauegrama unui monocristal de siliciu, orientat în direcţia [111].

Determinarea densităţii de dislocaţii

Calitatea monocristalelor de germaniu şi siliciu folosite în tehnica semiconductorilor este influenţată puternic de densitatea dislocaţiilor, deoarece aceste imperfecţiuni micşorează în mod apreciabil durata de

viață a purtătorilor minoritari, parametru important în fabricarea tranzistoarelor.

Cauzele formării dislocațiilor pot fi multiple : dislocațiile din amorsa cristalină se propagă în monocristal, tensiunile termice datorită fluctuațiilor de temperatură la solidificare, prezența impurităților, neuniformitatea vitezei de tragere etc.

În rețeaua de tip diamant sînt posibile trei feluri de dislocații simple și anume :

— dislocații marginale, cu planele de alunecare (100).

— dislocații marginale cu planele de alunecare (111), al căror vector Bürgers face un unghiu de 60° față de axele cristalografice.

— dislocații elicoidale de-a lungul direcției (110).

O serie de dislocații se pot introduce în material și în timpul proceselor de prelucrare mecanică (tăiere, șlefuire) și chimice (decapare) în procesele de producție.

Pe suprafața special pregătită a plăcuțelor de germaniu și de siliciu, se poate pune în evidență locul de intersecție al dislocațiilor cu suprafața de observare, după cum se arată schematic în figura 19.

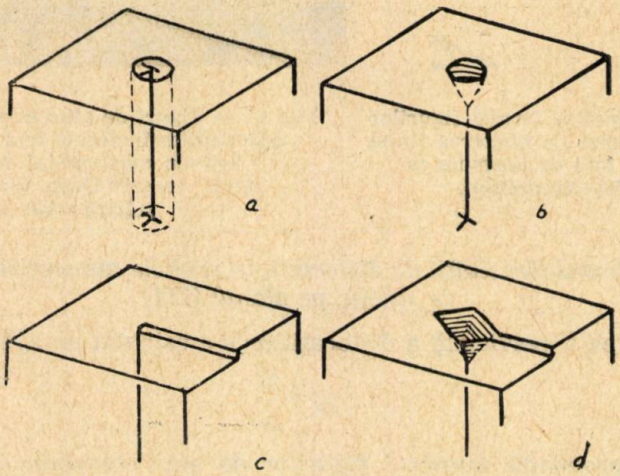


Fig. 19 — Schema formării figurilor de atac în locurile de ieșire a dislocațiilor la suprafața cristalului.
a — dislocație liniară ; b — figură de formă conică ;
c — dislocație elicoidală ; d — figură spiralată la o dislocație elicoidală

Folosind reactivi selectivi se vor forma figuri de atac care materializează aceste intersecții, în funcție de orientarea cristalografică a suprafeței studiate. Trebuie remarcat că reactivii sînt efectivi dacă suprafața deviază cu cel mult 10° de la un plan cristalografic cu indici mici.

După numărul figurilor de atac determinat pe o suprafață planimetrată la microscopul metalografic, se poate aprecia aproximativ, densitatea dislocațiilor pe 1 cm^2. Densitatea dislocațiilor care pot fi puse în evidență nu este influențată de durata atacului cu reactiv, dar prelungind durata, dimensiunile figurilor de atac cresc și ele se pot acoperi reciproc.

Cel mai utilizat reactiv de revelare a dislocaţiilor pentru monocristalele de Ge în planul (111) este CP 4. Figurile de atac observate au aspectul unor adînciturі piramidale sau conice cu baza rotundă sau ovală (fig. 20).

Pe măsura abaterii suprafeţei atacate faţă de planul cristalografic (111) figurile de atac iau forma unor scoabe (fig. 21). Această deviere de la forma regulată a figurilor de atac poartă denumirea de *atac asimetric.*

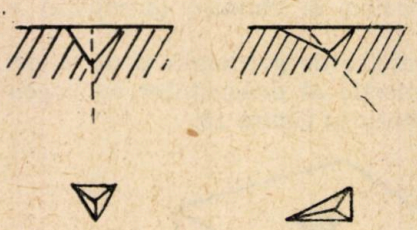


Fig. 20 — Asimetria formei figurilor de atac provocată de abaterea liniei dislocaţiei faţă de normala la suprafaţa cristalului.

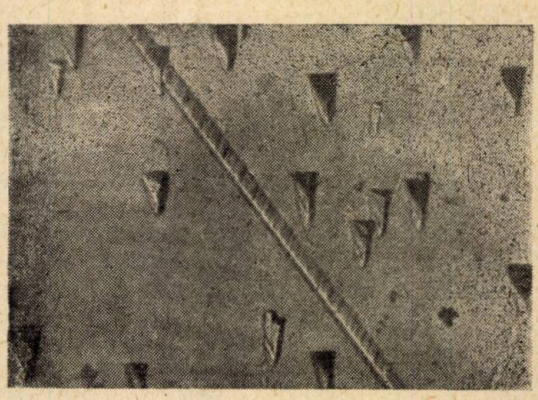


Fig. 21 — Figuri de atac asimetrice datorită dislocaţiilor înclinate faţă de normală, într-un monocristal de siliciu. Atac: reactiv Dash, durată 1 oră Mărire : 340 : 1

Calculul densităţii de dislocaţii, în probele monocristaline de siliciu, pe planul (111)

Densitatea superficială a dislocaţiilor s-a calculat cu ajutorul relaţiei :

$$\rho_s = \frac{N}{S}$$

în care N reprezintă numărul figurilor de atac corespunzătoare dislocaţiilor luat ca medie aritmetică a zece valori din cîmpuri diferite pe aceiaşi probă, iar S este suprafaţa cîmpului vizual sub microscop, exprimată în cm^2.

$$S = 1{,}17 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$$

În tabela 3 se prezintă densităţile de dislocaţii calculate pentru cinci probe de siliciu (fig. 22 a, b, c, d, e, f).

Tabela 3

Nr. Probei	N	ρ_s în cm^{-2}
1	6	$5{,}13 \cdot 10^3$
2	12	$10{,}26 \cdot 10^3$
3	18	$15{,}4 \cdot 10^3$
4	33	$28{,}2 \cdot 10^3$
5	46	$40{,} \cdot 10^3$

Fig. 22a — Determinarea densității de dislocații în monocristale de siliciu, Atac : reactiv Dash, durată 1 oră Mărire 340 : 1 — N = 7

Fig. 22b — Idem N = 10

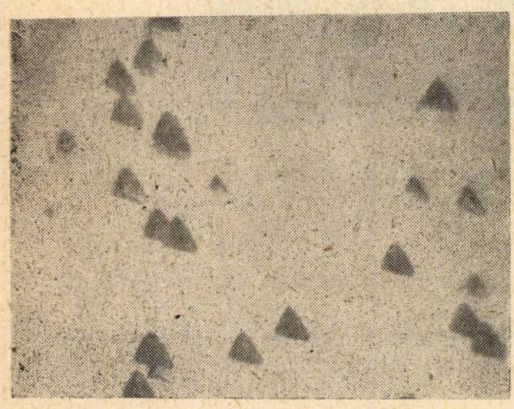


Fig. 22c — Idem N = 21

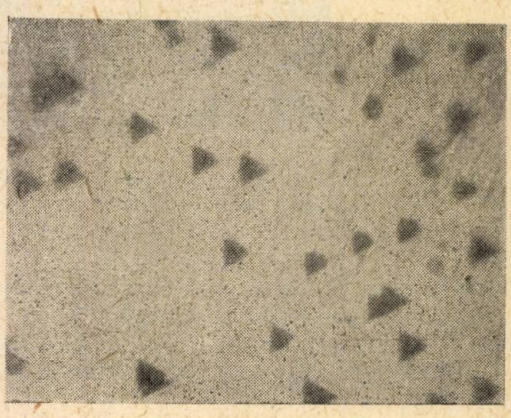


Fig. 22d — Idem N = 33

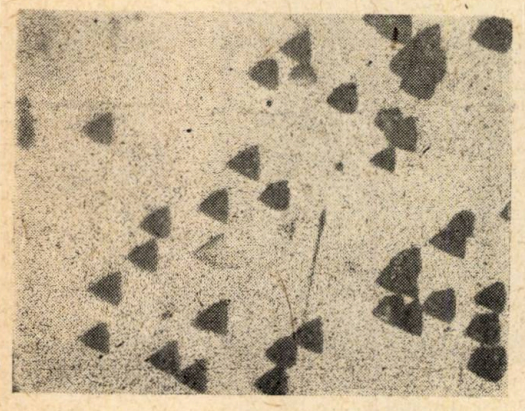


Fig. 22e — Idem N = 46

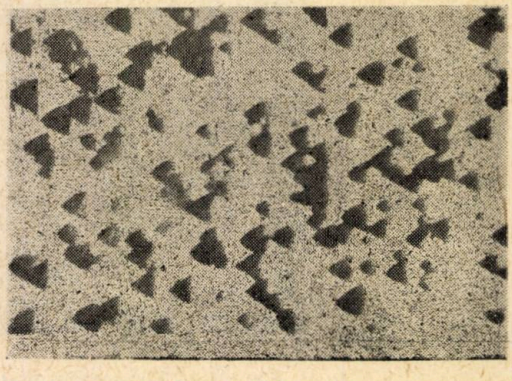


Fig. 22f — N = 62

Determinarea topografiei monocristalelor

La atacul prelungit al monocristalelor de germaniu cu reactiv CP 4 se observă apariţia în afară de figurile de atac, a unei structuri reticu-

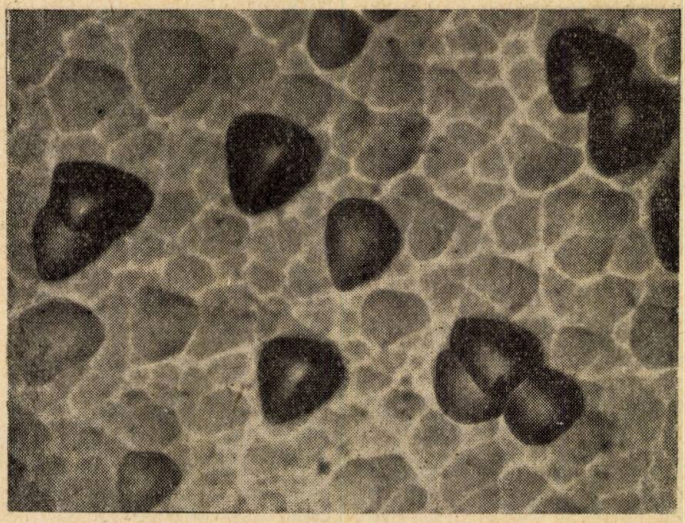


Fig. 23 — Topografia unui monocristal de germaniu.
Figuri de atac pentru dislocaţii şi topostructură de ordinul I.
Atac : reactiv CP — 4 Mărire : 340 : 1

lare care se aseamănă întrucîtva cu structura materialelor policristaline, după cum se observă în figura 23.

G. Bonfiglioli [9] care a studiat aceste particularităţi topomicrostructurale, distinge trei ordine dimensionale : structura de ordinul I cu dia-

Fig. 24 — Topografia unui monocristal de germaniu.
Topostructură de ordinul I şi II
Atac : reactiv CP 4 — Mărire : 340 : 1

metre aproximativ 100 microni, de ordinul II, interioară celei precedente cu diametre de cca 10 microni. În interiorul acesteia sînt vizibile puncte care constituie structura de ordinul III cu diametre de cca 0,5 microni.

Topografia probelor monocristaline de germaniu produse în industria de semiconductori din țara noastră prezintă aceleași particularități

Fig. 25 — Topografia unui monocristal de germaniu. Topostructură de ordinul I II și III
Atac : reactiv CP 4 — Mărire : 340 : 1

la atacul cu reactiv CP 4, după cum se poate observa în micrografiile din figurile 24 și 25 :

Aceste configurații topografice reprezintă urme ale șirurilor de dislocații existente anterior pe suprafața examinată care fie s-au pasivizat într-un anumit moment, fie s-a terminat linia de dislocații. Aceste aspecte necesită încă cercetări pentru precizarea genezei lor.

Controlul calității joncțiunilor p-n

Fabricarea tranzistoarelor prin alierea plăcuțelor de germaniu de tip *n* și cu indiu sau aliaje In-Ga, necesită un tratament termic în cuptoare cu atmosferă controlată la 545°C. Calitatea alierii și modul de formare a joncțiunilor *p-n*, a emitorului și colectorului, determină performanțele tranzistoarelor sau chiar rebuturi apreciabile.

Examinarea la microscopul metalografic al unor secțiuni perpendiculare pe zonele de aliere controlată, în urma atacului cu un amestec de acid azotic și acid fluorhidric, permite să se pună în avidență neregularitățile și defectele în straturile aliate [10].

Microstructura unor joncțiuni *p-n-p* corect efectuate este arătată în figura 26.

În figura 27 se observă neuniformitatea alierii și fisuri în plăcuța de germaniu.

În figura 28 se arată difuzia neuniformă a emitorului și o fisură în plăcuța de germaniu.

În figura 29, baza de germaniu este străpunsă ceea ce implică rebutarea dispozitivului.

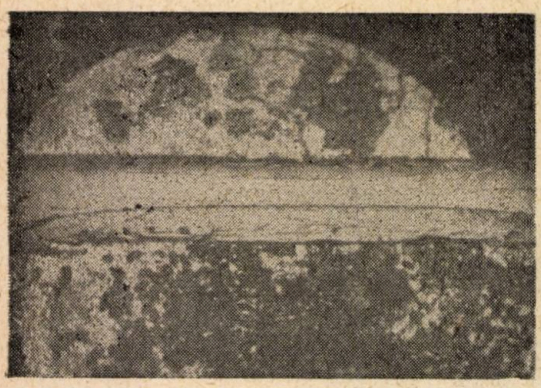


Fig. 26 — Microstructura unei joncţiuni p—n—p în germaniu, aliat cu indiu. Difuzie şi aliere corectă, limitele joncţiunilor bine conturate.
Atac : 4p HNO_3 + 4p . HF +1p H_2O
Mărire : 60 : 1

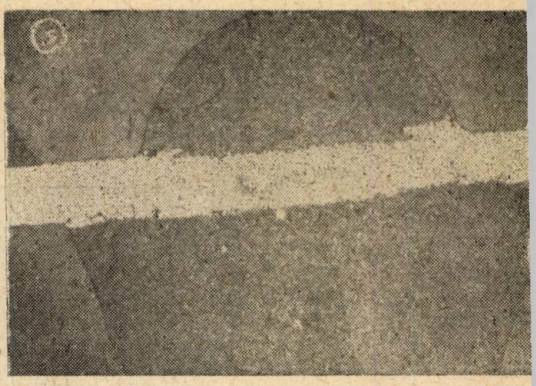


Fig. 27 — Microstructura unei joncţiuni p—n—p în germaniu aliat cu indiu. Neuniformitatea alierii şi fisuri în bază
Atac : 4p HNO_3 + 4p . HF +1p H_2O
Mărire : 50 : 1

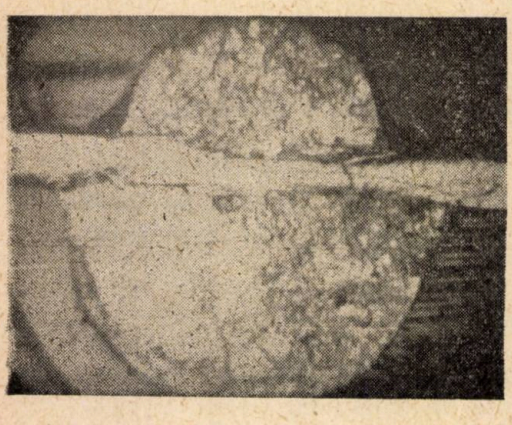


Fig. 28 — Microstructura unei joncţiuni p—n—p în germaniu aliat cu indiu. Difuzia neuniformă a emitorului subţierea şi fisuri în bază
Atac : 4p HNO_3 + 4p . HF +1p H_2O
Mărire 60 : 1

Fig. 29 — Microstructura unei joncţiuni p—n—p în germaniu aliat cu indiu. Material rebutat datorită străpungerii bazei
Atac : 4p HNO_3 + 4p . HF +1p H_2O
Mărire : 60 : 1

Concluzii

Studiul micrografic al materialelor şi dispozitivelor semiconductoare este de un real interes pentru controlul calităţii în diferite faze ale proceselor tehnologice din industria de semiconductori.

Atacul semiconductorilor cu reactivi selectivi în condiţii determinate de concentraţie, temperatură, durată, starea suprafeţei, ne permite să se pună în evidenţă unele imperfecţiuni structurate care influenţează considerabil proprietăţile electrice ale materialelor semiconductoare.

Detectarea imperfecţiunilor structurale şi a cauzelor care le produc, permite raţionalizarea producţiei şi îmbunătăţirea substanţială a calităţii şi performanţelor dispozitivelor semiconductoare, atît de solicitate în multiple domenii ale tehnicii moderne.

Catedra de studiul metalelor şi metalurgia semiconductorilor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. * * * Nesoverşenstva v kristallah poluprovodnikov, Iz. Metallurghiia, Moscova, 1964.
2. R. G. Rhodes, Imperfections and Active Centres in Semiconductors, Pergamon Press, Oxford, 1964.
3. *S. Amelincx*, The Direct Observation of Dislocations, Academic Press, New York, 1964.
4. *J. B. Newkirk, J. H. Wernick*, Imperfections in Crystals, Interscience Publishers, New York, 1964.
5. *S. Gîdea, M. Protopopescu*, Metalurgia fizică a semiconductorilor, Ed. Academiei R.P.R., Bucureşti, 1963.
6. *S. Gîdea, M. Protopopescu*, Defecte structurale în materialele semiconductoare, Cercetări Metalurgice ICEM, nr. 9, pp. 663—679, Bucureşti, 1967.
7. * * * Travleniie poluprovodnikov, Iz. Mir, Moscova, 1965.
8. *B. A. Irving*, Chemical Etching of Semiconductors, din cartea P. J. Holmes, The Electrochemistry of Semiconductors, Academic Press, New York, 1962, pp. 256—289.
9. *G. Bonfiglioli, A. Fero, A. Majoni*, Journal Applied Physics, vol. 31, nr. 4 (1960), pp.684—686.
10. *A. I. Kurnosov, V. V. Ludin*, Tehnologhiia proizvodstva poluprovodnikovîh priborov, Iz. Sudostroenie, Moscova, 1965.
11. *V. N. Vasilienskaia*, Izvestiia Akademii Nauk SSSR, Neorg. Materialî, vol. 4, nr. 6 (1968), p. 817.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 4

TRANSPORTURI

C.Z. : 625.2

UTILIZAREA GREUTĂŢII DE ADERENŢĂ LA LOCOMOTIVA ELECTRICĂ C.F.R. 060-EA *

I. ZĂGĂNESCU, V. HOANCĂ, N. NEGUŢ
Catedra material rulant, Facultatea de mecanică
Institutul politehnic TIMIŞOARA

1. Introducere

Forţa de tracţiune F_0, a unei osii motoare, depinde de sarcina efectivă pe osie Q şi de coeficientul de aderenţă f_a, dintre roată şi şină :

$$F_0 = f_a Q \tag{1}$$

Deoarece cîrligul de tracţiune se află la o înălţime anumită faţă de coroana şinelor, forţa de tracţiune de la obada roţilor motoare şi respectiv de la cîrlig produce un cuplu proporţional cu forţa de tracţiune, care descarcă osiile din faţă şi le încarcă pe cele dinapoi.

Valoarea efectivă a sarcinii pe osie va fi deci :

$$Q = Q_0 + \Delta Q \tag{2}$$

în care : Q_0 reprezintă sarcina statică pe osie ;

ΔQ — variaţia sarcinii pe osie, care se ia cu semnul plus la încărcare şi cu minus la descărcarea osiei.

Cuplul de cabraj fiind proporţional cu forţa de tracţiune, rezultă că şi variaţia sarcinii pe osie este proporţională cu aceasta, adică :

$$\Delta Q = \alpha F_0 \tag{3}$$

Din relaţiile (1), (2) şi (3) se obţine :

$$F_0 = \frac{f_a Q_0}{1 - \alpha f_a} \tag{4}$$

unde α este un coeficient care are semnul plus pentru încărcări şi minus pentru descărcări.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti — mai 1970

La locomotivele cu antrenare individuală, forța de tracțiune a fiecărei osii motoare nu poate fi mai mare decît forța de aderență a osiei cel mai mult descărcată, deoarece depășirea aderenței la una din osii ar produce patinarea, iar forța de tracțiune necesară s-ar repartiza pe celelalte osii, care vor patina și ele.

Făcînd raportul între forța de tracțiune a locomotivei limitată de osia cea mai descărcată și forța de tracțiune dată de sarcina statică a osiei, se obține coeficientul de utilizare al forței de tracțiune :

$$\varepsilon = \frac{1}{1 - \alpha f_a} \tag{5}$$

2. Determinarea variațiilor sarcinilor pe osii

Se va studia utilizarea forței de tracțiune datorită greutății de aderență la locomotiva electrică CFR 060-EA, care are două boghiuri cu cîte trei osii, suspensii individuale pe osii cu arcuri de cauciuc, acționare individuală a osiilor și transmiterea forței de tracțiune între boghiuri și cutia locomotivei prin bare de tracțiune. Se menționează că între cele două boghiuri există o legătură elastică astfel construită încît nu transmite nici o forță de tracțiune, ci numai eforturile transversale orizontale pentru micșorarea unghiului de atac la circulația locomotivei în curbe ; în ceea ce privește încărcarea și descărcarea osiilor ele funcționează ca două boghiuri independente.

Variația sarcinilor pe osii se produce datorită :

a. cuplului determinat de forțele exterioare ce acționează asupra cutiei ;

b. transmiterii forței de tracțiune de la boghiu la cutia locomotivei ;

c. cuplurilor produse de motoarele de tracțiune.

a. *Variația sarcinilor pe osii datorită forțelor exterioare ce acționează asupra cutiei.*

Cîrligul de tracțiune fiind la o anumită distanță față de punctul de articulație al barelor la cutia locomotivei (fig. 1), forța de tracțiune pro-

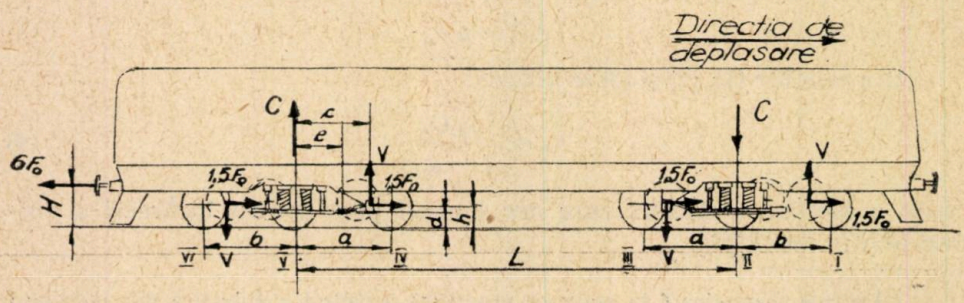


Fig. 1

duce un cuplu, care descarcă boghiul din față și-l încarcă pe cel dinapoi cu valoarea C, care se determină din ecuația de momente :

$$C\,L - 6\,F_0(H - h) - V(L + 2c) + V(L - 2c) = 0$$

de unde :

$$C = \frac{6\,F_0(H - h) + 4c\,V}{L} \tag{6}$$

în care : H reprezintă înălțimea cîrligului de tracțiune față de planul șinelor ;

h — înălțimea punctului de articulație al barelor de tracțiune la cutia locomotivei, față de planul șinelor ;

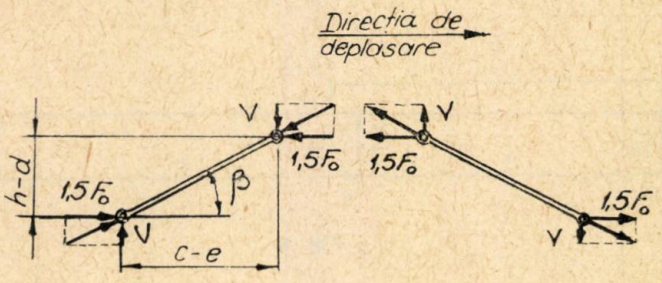


Fig. 2

c — distanța dintre punctele de articulație ale barelor de tracțiune la cutia locomotivei și forța C ;

L — distanța între forțele C ;

V — componenta verticală a forței care se transmite prin bara de tracțiune ; ea se determină din relația (fig. 1 și fig. 2):

$$V = 1{,}5\,F_0 \operatorname{tg} \beta = 1{,}5\,F_0 \frac{h - d}{c - e} \tag{7}$$

în care :

$1{,}5\,F_0$ reprezintă forța de tracțiune care revine unei bare (fiecare boghiu dezvoltă o forță de tracțiune egală cu $3F_0$ care se transmite cutiei locomotivei prin două bare) ;

d — înălțimea punctului de articulație al barei de tracțiune la boghiu față de planul șinelor ;

e — distanța între punctul de articulație al barei de tracțiune la boghiu și forța C.

Înlocuind valoarea forței V din relația (7) în relația (6) se obține :

$$C = \frac{6\,F_0}{L}\left[H - h + c\frac{h - d}{c - e}\right] \tag{8}$$

Boghiul din față se descarcă cu mărimea $C = C_I + C_{II} + C_{III}$ (fig. 3), unde C_I, C_{II}, C_{III}, reprezintă variația sarcinii pe fiecare osie (I, II, III) datorită cabrajului cutiei. Acestea nu sînt egale din cauză că forța C nu acționează la mijlocul boghiului, ci în dreptul osiei din mijloc ($a \neq b$, fig. 3).

Considerînd că sub acțiunea forței C axa longitudinală OO a boghiului se deplasează cu mărimea Δ și se rotește cu unghiul φ (fig. 3), măsurat în radiani, ocupînd poziția $O'O'$, atunci variația sarcinilor pe fiecare osie (determinate de deformațiile suplimentare ale arcurilor) sînt :

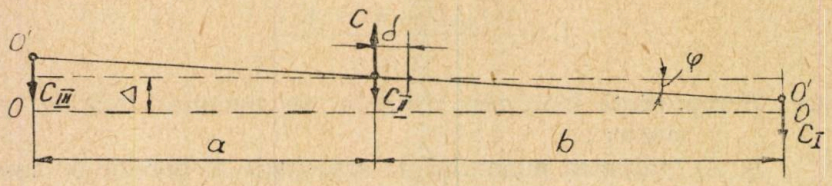


Fig. 3

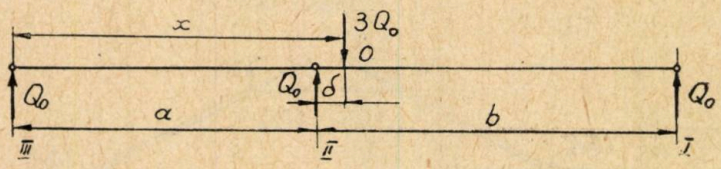


Fig. 4

$$C_I = 2K_I[\Delta - (b - \delta)\varphi]$$

$$C_{II} = 2K_{II}[\Delta + \delta\varphi]$$

$$C_{III} = 2K_{III}[\Delta + (a + \delta)\varphi]$$

în care :

$2K_I = 2K_{III}$ reprezintă rigiditatea arcurilor osiilor I și III (valabil la LE-060-EA analizată) ;

$2K_{II}$ — rigiditatea arcurilor osiei II ;

b — distanța dintre osiile I și II ;

a — distanța dintre osiile II și III ;

δ — distanța dintre forța C și centrul de rotire, care se determină în felul următor (fig. 4) :

Sarcina statică a fiecărei osii pe șină fiind Q_0, rezultanta lor, $3Q_0$, acționează la distanța x față de osia a III-a.

Din ecuația de momente :

$$Q_6 x + Q_6(x - a) - Q_6(b + a - x) = 0$$

se determină :

$$x = \frac{2a + b}{3} \tag{9}$$

Deoarece $b > a$, rezultă că $x > a$, ceea ce înseamnă că centrul de rotire (centrul forțelor) se găsește între osia I și osia II la distanța :

$$\delta = x - a \tag{10}$$

față de osia din mijloc.

Din ecuațiile de echilibru ale boghiului (fig. 3) :

$$2K_I\,[\Delta - (b - \delta)\varphi] + 2K_{II}[\Delta + \delta\varphi] + 2K_I\,[\Delta + (a + \delta)\varphi] = C$$

$$2K_I\,[\Delta - (b - \delta)\varphi]\,b - 2K_I\,[\Delta + (a + \delta)\varphi]a = 0$$

se determină mărimile :

$$\varphi = \frac{C(b - a)}{2K_I\,(a + b)^2 + 2K_{II}\,(a^2 + b^2)}$$

$$\Delta = \frac{C[(b^2 + a^2) - \delta(b - a)]}{2K_I\,(a + b)^2 + 2K_{II}\,(a^2 + b^2}$$

cu ajutorul cărora se determină variația sarcinilor pe osii :

$$\begin{cases} C_I = \dfrac{1}{(a+b)^2 + \dfrac{K_{II}}{K_I}(a^2+b^2)} \dfrac{6F_0}{L}\left(H - h + c\dfrac{h-d}{c-e}\right)a(a+b) \\ C_{II} = \dfrac{1}{\dfrac{K_I}{K_{II}}(a+b)^2 + (a^2+b^2)} \dfrac{6F_0}{L}\left(H - h + c\dfrac{h-d}{c-e}\right)(a^2+b^2) \\ C_{III} = \dfrac{1}{(a+b)^2 + \dfrac{K_{II}}{K_I}(a^2+b^2)} \dfrac{6F_0}{L}\left(H - h + c\dfrac{h-d}{c-e}\right)b(a+b) \end{cases} \tag{11}$$

Pentru boghiul dinapoi se obține :

$$C_{IV} = -C_{III}\,;\, C_V = -C_{II}\,;\, C_{VI} = -C_I \tag{12}$$

b. *Variația sarcinilor pe osii datorită transmiterii forței de tracțiune de la boghiu la cutia locomotivei.*

La transmiterea forței de tracțiune de la boghiu la cutia locomotivei, pe boghiul din față acționează forțele reprezentate în figura 5.

Variația sarcinilor pe osii se determină tot din deformațiile suplimentare ale arcurilor (fig. 6).

$$X_I = 2K_I\,[(b - \delta)\varphi - \Delta]$$

$$X_{II} = 2K_{II}[(\delta\varphi + \Delta]$$

$$X_{III} = 2K_{III}[(a + \delta)\varphi + \Delta]$$

Din ecuațiile de echilibru :

$$2K_I\,[(b - \delta)\varphi - \Delta] - 2K_{II}[\delta\varphi + \Delta] - 2K_I\,[(a + \delta)\varphi + \Delta] = 0$$

$$2K_I\,[(b - \delta)\varphi - \Delta]b + 2K_I\,[(a + \delta)\varphi + \Delta]a = 3F_0\left(\frac{D}{2} - d\right) + V\,2e$$

se determină :

$$\varphi = \frac{3F_0\left(\frac{D}{2} - d + e\frac{h-d}{c-e}\right)}{2K_I\left[b^2 + a^2 - \frac{(b-a)^2}{2+\frac{K_{II}}{K_I}}\right]}$$

$$\Delta = \frac{3F_0\left(\frac{D}{2} - d + e\frac{h-d}{c-e}\right)}{2K_I\left[b^2 + a^2 - \frac{(b-a)^2}{2+\frac{K_{II}}{K_I}}\right]}\left(\frac{b-a}{2+\frac{K_{II}}{K_I}} - \delta\right)$$

Cu aceasta :

$$\begin{cases} X = \dfrac{1}{(a+b)^2 + \dfrac{K_I}{K_{II}}(a^2+b^2)} 2F_0\left(\dfrac{D}{2} - d + e\dfrac{h-d}{c-e}\right)\left[a + b\left(1 + \dfrac{K_{II}}{K_I}\right)\right] \\ X_{II} = \dfrac{1}{\dfrac{K_I}{K_{II}}(a+b)^2 + (a^2+b_2)} 3F_0\left(\dfrac{D}{2} - d + e\dfrac{h-d}{c-e}\right)(b-a) \\ X_{III} = \dfrac{1}{(a+b)^2 + \dfrac{K_{II}}{K_I}(a^2+b^2)} 3F_0\left(\dfrac{D}{2} - d + e\dfrac{h-d}{c-e}\right)\left[b + a\left(1 + \dfrac{K_{II}}{K_I}\right)\right] \end{cases} \quad (13)$$

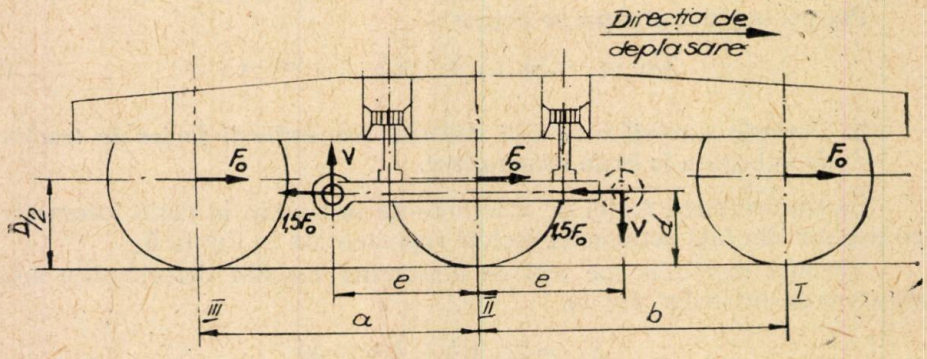


Fig. 5

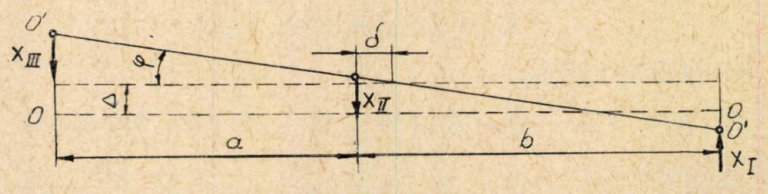


Fig. 6

Pentru boghiul dinapoi se obține:

$$X_{IV} = -X_{III}\,;\, X_V = -X_{II}\,;\, X_{VI} = -X_I \qquad (14)$$

c. *Variația sarcinilor pe osii datorită cuplurilor produse de motoarele de tracțiune.*

Fiecare osie este acționată individual de un motor complet suspendat pe rama boghiului. Pe brațele de suspensie ale motorului acționează reacțiunile provocate de cuplul motor, care se determină cu relația:

$$R = F_0 \frac{D}{2l}$$

În figura 7 sînt reprezentate forțele R pentru motorul așezat în spatele (a) și în fața (b) osiei motoare.

Se precizează că relația de mai sus pentru determinarea reacțiunii R este riguros valabilă pentru cazul motorului de tracțiune semisuspendat. În cazul motorului suspendat valoarea lui R este determinată de relația

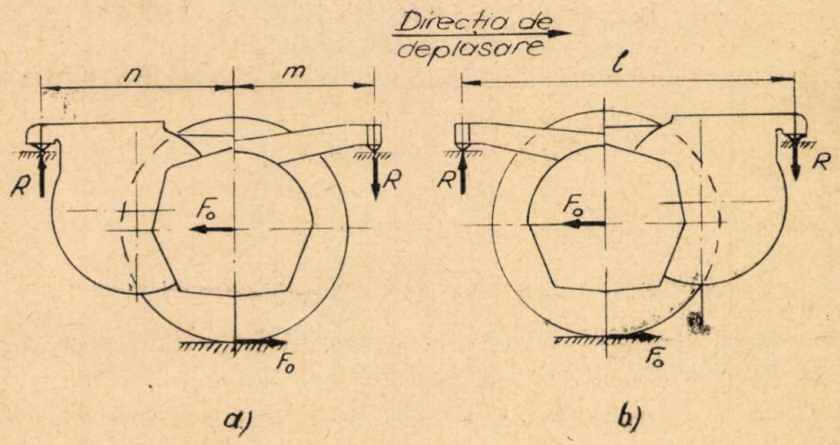


Fig. 7

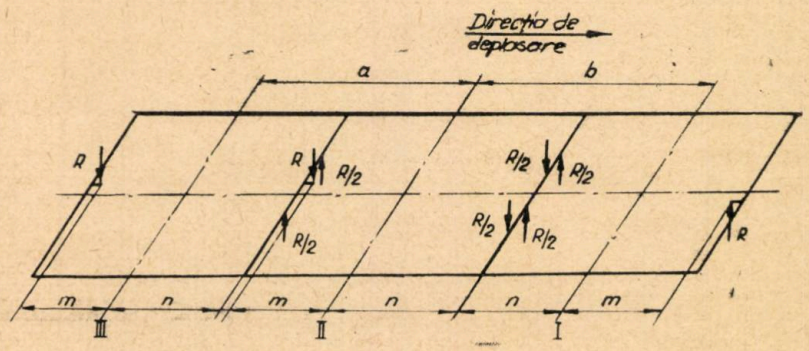


Fig. 8

$R = F_0 \frac{D}{2l} \cdot \frac{1+i}{i}$ unde i = raportul de transmisie al angrenajului. Pentru locomotiva studiată valoarea $\frac{1+i}{i}$ se poate neglija avînd o mică influență.

Osiile I, IV și V au motoarele așezate în spatele osiei, iar osiile II, III și VI au motoarele așezate în față (v. fig. 1).

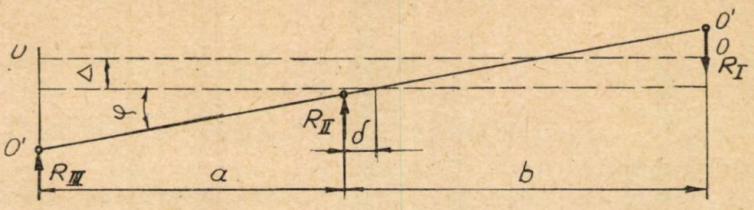


Fig. 9

Forțele care acționează pe rama boghiului din față în punctele de suspensie ale motoarelor sînt reprezentate în figura 8.

Sub acțiunea acestor forțe iau naștere următoarele variații ale sarcinilor pe osii (fig. 9) :

$$R_I = 2K_I[(b-\delta)\varphi - \Delta]$$
$$R_{II} = 2K_{II}[\delta\varphi + \Delta]$$
$$R_{III} = 2K_{III}[(v+\delta)\varphi + \Delta]$$

Din ecuațiile de echilibru ale ramei boghiului :

$$2K_I[(b-\delta)\varphi - \Delta] - 2K_{II}[\delta\varphi + \Delta] - 2K_I[(a+\delta)\varphi + \Delta] = 0$$
$$2K_I[(b-\delta)\varphi - \Delta]b + 2K_I[(a+\delta)\varphi + \Delta]a =$$
$$= R(m+b-\delta) - R(b=\delta-n) + R(n-\delta) + R(m+\delta) -$$
$$-R(a+\delta-n) + R(a+\delta+m)$$

se determină :

$$\varphi = \frac{3F_0\frac{D}{2}}{2K_I\left[b^2 + a^2 - \frac{(b-a)^2}{2+\frac{K_{II}}{K_I}}\right]}$$

$$\Delta = \frac{3F_0\frac{D}{2}}{2K_I\left[b^2 + a^2 - \frac{(b-a)^2}{2+\frac{K_{II}}{K_I}}\right]}\left(\frac{b-a}{2+\frac{K_{II}}{K_I}} - \delta\right)$$

Variațiile sarcinilor pe osii, rezultînd din suprapunerea efectelor, sînt :

$$\begin{cases} R = \dfrac{1}{(a+b)^2 + \dfrac{K_{II}}{K_I}(a^2+q^2)} \; 3F_0 \dfrac{D}{2}\left[b\left((1+\dfrac{K_{II}}{K_I}\right)+a\right] \\ R_{II} = \dfrac{1}{\dfrac{K_I}{K_{II}}(a+b)^2 + (a^2+b^2)} \; 3F_0 \dfrac{D}{2}(b-a) \\ R_{III} = \dfrac{1}{(a+b)^2 + \dfrac{K_{II}}{K_I}(b^2+a^2)} \; 3F_0 \dfrac{D}{2}\left[a\left(1+\dfrac{K_{II}}{K_I}\right)+b\right] \end{cases} \tag{15}$$

Pentru boghiul dinapoi se obține :

$$R_{IV} = -R_{III}\,;\, R_V = -R_{II}\,;\, R_{VI} = -R_I \tag{16}$$

În tabela 1 sînt centralizate toate variațiile sarcinilor pe osii și felul acțiunii lor.

Tabela 1

forța / Osia	C		X		R	
I	C_I	descarcă	X_I	încarcă	R_I	descarcă
II	C_{II}	descarcă	X_{II}	descarcă	R_{II}	încarcă
III	C_{III}	descarcă	X_{III}	descarcă	R_{III}	încarcă
IV	C_{IV}	încarcă	X_{IV}	încarcă	R_{IV}	descarcă
V	C_V	încarcă	X_V	încarcă	R_V	descarcă
VI	C_{VI}	încarcă	X_{VI}	descarcă	R_{VI}	încarcă

Variația totală a sarcinii pe fiecare osie rezultă ca sumă algebrică a celor trei descărcări :

$$\Delta Q = C + X + R \tag{17}$$

3. Aplicație numerică

Locomotiva electrică CFR 060-EA are următoarele dimensiuni : L = 10300 mm ; a = 2100 mm ; b = 2250 mm ; d = 484 mm ; h = 590 mm ; e = 1000 mm ; c = 1613 mm ; H = 1050 mm ; D = 1250 ... 1170 mm.

Rigiditățile suspensiilor osiilor sînt :

$$2K_I = 2K_{III} = 2K_{IV} = 2K_{VI} = 2 \times 114 = 228 \text{ kgf/mm}$$

$$2K_{II} = 2K_V = 2 \times 67 = 134 \text{ kgf/mm}$$

Valorile variațiilor sarcinilor pe osii, calculate cu relațiile (11)...(16), precum și variația totală a sarcinii pe fiecare osie, calculată cu relația (17), sînt concentrate în tabela 2.

Tabela 2

Osia	$C = 0{,}4305\ F_0$		X		R		ΔQ
I	C_I	$-0{,}1605\ F_0$	X_I	$+0{,}21725\ F_0$	R_I	$-0{,}4347\ F_0$	$-0{,}378\ F_0$
II	C_{II}	$-0{,}098\ F_0$	X_{II}	$-0{,}00305\ F_0$	R_{II}	$+0{,}00675\ F_0$	$-0{,}0943\ F_0$
III	C_{III}	$-0{,}1720\ F_0$	X_{III}	$-0{,}2142\ F_0$	R_{III}	$+0{,}428\ F_0$	$+0{,}0418\ F_0$
IV	C_{IV}	$+0{,}1720\ F_0$	X_{IV}	$+0{,}2142\ F_0$	R_{IV}	$-0{,}428\ F_0$	$-0{,}0418\ F_0$
V	C_V	$+0{,}098\ F_0$	X_V	$+0{,}00305\ F_0$	R_V	$-0{,}00675\ F_0$	$+0{,}0943\ F_0$
VI	C_{VI}	$+0{,}1605\ F_0$	X_{VI}	$-0{,}21725\ F_0$	R_{VI}	$+0{,}43475\ F_0$	$+0{,}378\ F_0$

Din tabela 2 rezultă că osia I este cea mai descărcată [$\alpha = -0{,}378$; v. relația (3)] ; coeficientul de utilizare al forței de tracțiune datorită greutății de aderență fiind :

$$\varepsilon = \varepsilon_I = \frac{1}{1 - \alpha_I f_a} = \frac{1}{1 + 0{,}378 \times 0{,}33} = 0{,}89$$

adică pînă la 11% din forța de tracțiune se pierde datorită variației sarcinilor pe osii.

Din relațiile (11)...(16) se observă că variațiile sarcinilor pe osii depind de dimensiunile locomotivei și de rigiditățile suspensiilor pe osii.

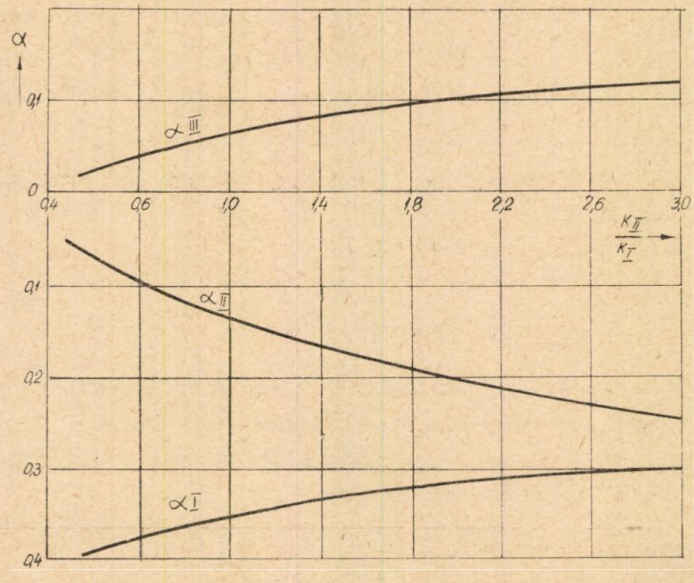


Fig. 10

Dimensiunile locomotivei depind de tipul și particularitățile constructive ale acesteia, iar modificarea lor constituie o problemă dificilă.

De aceea în cele ce urmează s-a studiat influența rigidităților suspensiilor pe osii asupra coeficientului de utilizare a forței de tracțiune.

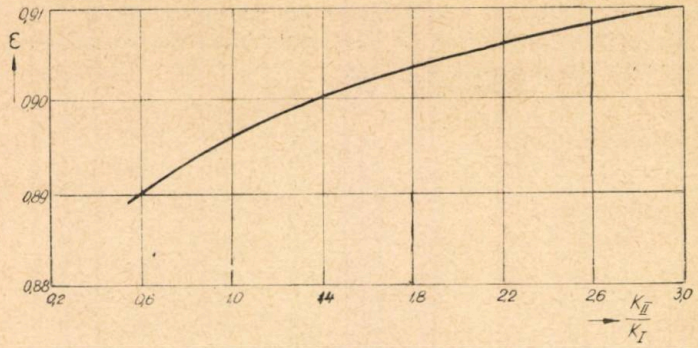


Fig. 11

În figurile 10 și 11 s-au reprezentat variațiile coeficienților α și respectiv ale coeficienților de utilizare a forței de tracțiune ε, în funcție de rigiditățile suspensiilor pe osii.

Se constată că odată cu creșterea raportului dintre rigiditatea suspensiei osiei din mijloc (K_{II}) și rigiditatea suspensiilor osiilor extreme ($K_I = K_{III}$), coeficientul de utilizare al greutății de aderență crește.

De la $K_{II}/K_I > 0{,}6$ valoarea lui ε crește însă foarte încet, astfel încît atunci cînd valoarea acestui raport crește de cinci ori ($K_{II}/K_I = 3$), ε crește numai de la 0,89 la 0,91 adică cu 2,23%.

Concluzii

1. Tendința actuală de a construi locomotive electrice ușoare, de puteri cît mai mari, este condiționată în primul rînd de utilizarea integrală a greutății de aderență pentru tracțiune.

Antrenarea individuală a osiilor micșorează mult posibilitățile de a folosi întreaga greutate de aderență și utilizarea mijloacelor pentru micșorarea descărcării osiilor, datorită efectelor tracțiunii înalte, se impun din ce în ce mai mult.

În varietatea mare de dispozitive utilizate în scopul arătat mai sus, sistemele de antrenare de joasă tracțiune sînt cele care se impun în mod deosebit, în primul rînd prin faptul că nu conțin piese în mișcare și nici comenzi automate speciale, cum sînt de exemplu dispozitivele cu cilindri cu aer comprimat. În același timp, după cum rezultă din studiul de mai sus, și pierderea de forță de tracțiune la locomotiva CFR 060-EA este de numai 11%.

2. Micșorarea rigidității arcurilor pe osiile extreme conduce la o oarecare sporire a gradului de utilizare a greutății aderente pentru tracțiune, însă aceasta nu este compensată prin sporul de forță de tracțiune obținut și provoacă dificultăți în ceea ce privește amplasarea unei suspensii de dimensiuni mărite în spațiul restrîns al boghiului.

3. Gradul de utilizare $\varepsilon=0{,}89$ realizat la locomotiva CFR 060-EA se poate considera ca o performanță meritorie în ceea ce privește utilizarea greutății de aderență pentru tracțiune.

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 11501

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1863

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40830

1872 JUL 1 2

1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII NUMĂRUL 5 ANUL 1971
SEPTEMBRIE—OCTOMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BIBLIOTECA CENTRALĂ

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII — NUMĂRUL 5

SEPTEMBRIE — OCTOMBRIE

1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baiu*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICĂ

D. Filipescu

Formule integrale pentru sisteme de figuri convexe aleatoare în spaţii Riemanniene 25

C. I. Radu

Determinarea deformaţiilor şi deplasărilor pentru un corp viscoelastic sub forma dreptunghiulară 31

FIZICĂ

G. C. Moisil

Mărimi fenomenologice caracteristice straturilor de tranziţie . . 39

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Th. Bădescu, G. Ghiţescu

Eficacitatea studiului densitometric în rezolvarea operativă a unor probleme optico-tehnologice 51

I. Gh. Constantinescu

Über die Geschwindigkeit der Wasserentsäuerung durch auflösung von Ca CO_3 61

MECANICĂ

C. Guţă

Cu privire la zborul rachetei în straturile rarefiate ale atmosferei 17

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Vs. Radcenco, Al. Dănescu, B. Grünwald, Gh. Rusu

Determinarea performanţelor ciclurilor motoarelor supraalimentate cu ajutorul maşinilor numerice de calcul 79

REZISTENŢA MATERIALELOR

T. Pană, H. Gheorghiu

Calculul pulsaţiilor proprii ale vibraţiilor de încovoiere-răsucire la barele cu pereţi subţiri avînd profilul închis solicitate la compresiune 91

A. Pavel

Contribuţii la calculul de rezistenţă al îmbinărilor prin strîngere ale elementelor tubulare concentrice 101

ENERGETICĂ

A. Leca

Modificarea unor parametri cu puterea reactoarelor nucleare cu apă sub presiune 111

MAŞINI UNELTE

I. Gheghea

Calculul disipaţiilor volumice prin fante inter-ovale subţiri cu ovalitate mică 127

METALURGIE

N. Geru, M. Ursache, D. Chircă

Influenţa tratamentelor termice asupra structurii şi coeficienţilor de dilatare termică ai aliajelor Fe-Ni de tip invar . . . 137

Fl. Oprea, P. Moldovan

Cataliza heterogenă în procesele hidrometalurgice sub presiune . 147

Резюме

Д. К. 513.8

Д. Филипеску

Интегральные формы для системы выпуклых фигур, стихийных в риаманьевых пространствах

Принимаются m выпуклых фигур, неравных. k_1, k_2 ... k_m стихийных в своем положении по сравнению с кинематическим размером этих пространств с постоянной дугой и устанавливаются интегральные формулы касательно конфигурации k_0 k_m, где k_0 представляет собой выпуклую фигуру в закрепленном постоянном положении, а k_m, выпуклая фигура, состоящая из общих точек, а p из m неравных выпуклых фигур.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 539.371 : 517

К. Раду

Определение напряжений и деформаций вязко-эластичного корпуса прямоугольной формы

В этой работе рассматривается вопрос плоской деформации вязко-эластичного корпуса прямоугольной формы, освобожденного от нагрузки на обеих противоположных сторонах.

Главная идея работы основывается на принципе соответствия введенного Бландом и Ли в (2). Вначале разрешается вопрос для эластичного корпуса и затем на основании вышеупомянутого принципа получаются решения для вязко-эластичного корпуса.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д.К 621.3

Г. К Моисил

Характерные феноменологические величины промежуточных слоев

Изучается в электростатическом режиме, эквивалентность промежуточного слоя между двумя однородными диэлектрическими средами с поверхностным расположением двухполюсника.

Формулируется теорема электрических изображений в случае существования промежуточного слоя и указывается, что этот слой может быть охарактеризован комплектом феноменологических величин. Общая теория подтверждается примерэм в случае промежуточного однородного слоя изотропного или неизотропного.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Summary

D.C. 513.8

D. Filipescu

Integral Formulas for Random Convex Figure Systems in Riemann Spaces

Set m convex figures, unequal, K_1, $K_2 \ldots K_k$ be considered random as position as compared to the kinematic measure in these spaces having constant curvature, and integral formulas are established for the configuration $K_0 \cap K_m^r$ where K_0 represents a convex figure of fixed position, and K_m^r represents the convex figure consisting of common points a r of m unequal convex figures.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 539.371 : 517

C. Radu

Stress and Strain Determination for a Rectangulary-shaped Viscous-elastic Body

The paper deals with the plane strain problem for a rectangulary-shaped viscous-elastic dody which is free of normal loads on two opposite sides.

The fundamental idea of this work is bades on the correspondence principle introduced by Bland and Lee in (2). The elastic body problem is first of all solved and then, on basis of the above mentioned principle, the solutions for the viscous and elastic body are obtained.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 621.3

G. C. Moisil

Characteristic Phenomenologic Quantities for the Transition Layers

The equivalence of a transition layer between two homogeneous dielectric media with a dipole superficial distribution is established in electrostatic condition.

The electrical image theorem is formulated for the case of the existence of a transition layer, and it is shown that this layer may be characterized by a set of phenomenologic quantities. The general theory is exemplified for the case of an homogeneous both isotropic and anisotropic transition layer.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 655

Ф. Бэдеску, Г. Гицеску

Эффективность денситометрического изучения для оперативного решения некоторых оптическо-технологических вопросов

Предлагается применение способа, основанного на принципе упрощенной колориметрии, для изучения качества главного сырья (бумаги и чернил), употребляемых для полихромного печатания и распространения для этого способа понятия «хроматическое относительное содержание», предназначенного для спектрофотометрического способа измерения цвета.

Предложенный способ, использующий данные, полученные вследствие измерения плотности проб при помощи некоторых легко доступных материалов и приведения примеров данных в работе для некоторых типографических чернил, подтверждает его преимущества, устраняя трудные расчеты спектрометрического способа, а полученные результаты являются достаточно точными для пре следуемой цели.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 66.094.8

И. Г. Константинеску

Относительно скорости нейтрализации углекислоты в воде с углекислым кальцием

Принимая во внимание то особое значение, которое представляет присутствие углекислоты в воде, придающее ей агрессивный характер, когда находится в избытке, автор изучает механизм задержания таковой на известняке. Этот механизм позволяет установление технологических условий работы фильтров с углекислым кальцием для задержания углекислоты.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 629.13 : 517.3

К. Гуца

Относительно полета ракеты в разряженных слоях атмосферы

В этой работе устанавливается метод исчисления составляющих частей скорости передвижения ракеты, формулы (22) (23) и (36) (37) и координаты параметров траектории, отношение (24—25) и (38—39) для двух законов изменения угла положения ракеты $\alpha = \alpha_0 + \omega_i$ и $\alpha =$ пост., в случае постоянной тяги.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 655

Th. Bădescu, G. Ghiţescu

Efficiency of the Densitometric Study in Quick Solving of Some Optimal and Technological Problemes

The application of a method based on simplified colorimetry principles is proposed for studying the quality of main raw materials (papers and printing inks) used in colour printing and the extension with this method of the notion of „relative chromatic content" suggested for the spectrophotometric method for colour measuring.

The proposed method attests its advantages by using the usual data obtained by sample densimetry by means of easily available devices, some examples being given in the paper for several printing inks showing that the toilsome calculations of the spectrophotometric method have been eliminated and the obtained results are quite accurate for the intended purpose.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 66.094.8

I. Gh. Constantinescu

On the Neutralization Rate of the Carbon Dioxide in Water with Lime Carbonate

Taking into consideration the importance of the carbon dioxide in water, on which it bestows an aggressive character when in excess, the author studies the mechanism of retaining it on limestone, this mechanism allowing to establish the operating technical conditions of the calcium carbonate filters for carbon dioxide retention.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 629.13:517.3

C. Guţă

On Rocket Flight in Atmospheric Rarefied Layers

The paper establishes a calculation method of the rocket moving speed components, formulas (22) (23) and (36) (37), and the parametric coordinates of the trajectory, relations (24—25) and (38—39) for two variation laws of the rocket position angle $\alpha = \alpha_0 + \omega t$ and $\alpha = \text{const}$, in case of constant traction.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 621.43 05 : 681.14

Вс. Радченко, Ал. Дэнеску, Б. Грюнвальд, Г. Русу

Определение характеристик турбопоршневых двигателей при помощи электронно цифровых вычислительных машин.

В этой статье расматривается способ разрешения системы уравнений характеризующих работу двигателя с турбонаддувом при помощи цифровой вычислительной машины. Выявлены возможности предоставляемые предложенным авторами способом, по установлению оптимальных решений наддува двигателей.

Большое количество полученных информаций позволит между прочим исследование влияния передачи теплоты из цилиндра и продолжительности горения на характеристики турбопоршневого двигателя в условиях ограничения максимального давления в цилиндре и максимальной температуры перед турбиной.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 620.1

Т. Пана, Х. Георгиу

Расчёт собственных пульсаций крутильных и прогибных вибраций для тонкостенных стержней имеющих закрытые сечения, нагруженных на сжатие

Принимая допущение незыблемости контура и допущение Уманского к тонкостенным стержням и с постоянным сечением, получаем систему дифференциальных уравнений, по которым введётся крутильно-прогибное вибрационное движение. Интегрирование системы по методам Бубнова-Галеркина ведёт к уравнению собственных пульсаций, а затем решается в частном случае сечения с двуми симетричными оссями. Решения выражаются с помощью отношения между силой сжатия и критической силой.

На рисунках приложенных к работе, показаны диаграммы вариации собственной крутильной пульсации для стержней-прямоугольных кессонов, при различных типах опирания.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 621.43.05:681.14

Vs. Radcenco, Al. Dănescu,
B. Grünwald, Gh. Rusu

The Determination of the Performances of the Supercharged Engine Cycles by Means of the Digital Computers

This paper deals with the method for solving the equation system characterizing the operation of the supercharged turboengine by means of a digital computer. The authors emphasize the possibilities of the proposed method for determining optimal solutions concerning the engine supercharging. The great number of obtained informations allows, among others, the study of the cylinder heat transfer influence and of the combustion time on the supercharged turboengine performances in the cylinder maximum pressure and turbine upstream maximal temperature qualifications.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 620.1

T. Pană, H. Gheorghiu

Calculation of Free Pulsations of Bending-torsion Vibrations or Compression-stressed Closed-profile thin Wall Bars

By applying the contour nondeformability hypothesis and the hypothesis of Umanski at thin-wall and constant cross-section bars, we obtain the system of differential equations governing the bending-torsion vibratory movement. The system integration by the Bubnov-Galerkin method, leads to the free pulsation equation which is then solved in the particular case of the cross section with two symmetry axes. The solutions are expressed by the ratio between the compression force and the critical force.

The figures in the paper contain the variation diagrams of the torsion free pulsation for rectangular caisson bars, at different supporting systems.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 621.9

А. Павел

К исчислению сопротивления соединений посредством затягивания трубчатых концентрических элементов

В работе автор предлагает метод вычисления длины (глубины) концентрических трубчатых элементов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 621.039

А. Лека

Изменение некоторых силовых параметров ядерных водяных реакторов под давлением

Работа представляет собой эволюцию главных параметров, которые характеризуют, с точки зрения термической и гидравлической активную зону ядерных водяных реакторов под давлением в зависимости от термической силы ядерных реакторов. Для определённых гипотез вычислений, прослеживается изменение силой ядерного реактора термического потока, плотности силы в активной зоне, потери давления в технологическом канале, увеличение температуры в активной зоне и т. д. Заключения представляют собой определённыйн интерес, так как установливают некоторые связи подобия для определения термических и гидравлических размеров ядерных водяных реакторов под давлением.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д. К. 626 : 621-833 : 513

И. Гегя

Расчёт объемных рассеяний через между-овальные щели с небольшой овальностью

В работе находятся отношения для расчёта объемных рассеяний при течении жидкости в осевом направлении через щель, образованную между двумя овальными поверхностями с небольшой овальностью. Даются графики вариации объемных рассеяний в зависимости от овальности и взаимного расположения поверхностей. На основании этого находятся условия, для которых рассеяния являются минимальными.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 621.9

A. Pavel

Contributions to the Strength Calculation of Tastening Joints of Concentric Tubular Elements

In this paper a method is proposed for elements calculating the length (depth) of concentre tubular flanging.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 621.039

A. Leca

The Change of Some Parameters with the Power of Pressurized Water Nuclear Reactions

The paper presents the evolution of the main parameters that characterize, from the thermal and hydraulical points of view, the core of the nuclear reactors with water under pressure, in terms of the nuclear-reactor thermal power. For certain calculation assumptions the variation of the heat-flow rate in terms of the nuclear reactor power is studied, as well as the power densities in the active zone, the pressure loss in the technological chanel, the temperature increase in the core, etc. The conclusions are important for establishing similarity relations for the thermal and hydraulical dimensioning of nuclear reactors with water under pressure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.C. 626:621-833:513

I. Gheghea

Calculus of Volumetric Dissipations Through Interoval Slots of Small Ovality

In this work are found relations for calculating the volumetric dissipations for liquid flowing down in axial direction through a slot formed between two oval surfaces of small ovality. Graphs are given for volumetric dissipation variation depending on ovality and surface reciprocal arrangement. The conditions for minimal dissipations are obtained on these bases.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Д К. 669.14.018.4

Н Жеру, М. Урсаке, Д. Киркэ

Влияние термической обработки на структуу и коэффициенты термического расширения сплавов Fe-Ni типа инвар

Даны результаты микроскопического исследования, рентгеноструктурального дилатометрического, осуществленного на двух сплавах Fe-Ni типа инвар, обработанных термически в различных условиях. Указывается, что увеличение термического расширения варьирует в зависимости от состава и термической обработки. Самые малые, значения для коэффициентов термического расширения получаются для сплавов при прибл. 36% Ni каленного в воде при 830°C, с отпуском на час при 330°C и стабилизации в течение 48 часов при 100°C. В зависимости от химического состава, самые малые значения для коэффициентов линейного термического расширения соответствует налучшему отношению между фазовыми количествами γ и α.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

Д. К. 541.128:669

Фл. Опреа, П. Молдован

Гетерогенный катализ в гидрометаллургических процессах под давлением

В этой работе рассматривается влияние катализаторов на окисление ZnS и Cu S под давлением кислорода в растворах H_2SO_4.

Ускорение реакции в развитии этих сульфидов можно осуществить посредством увеличения числа молекул кислорода, поверженных хемосорбции при уравновешивании (Na) на поверхности полупроводников типа n-ZnS и CuS:

$$N_a = \left[\frac{x}{2\ \pi_1}\ n_0 \cdot V_f \right]^{1/2}$$

Число адсорбированных молекул может быть увеличено посредством изменения уровня Ферми практически осуществленного иррадиацией сульфидов чистых Cu_2S и ZnS при ультрафиолетовых лучах и при смеси потенциальных каталитических ионов или активного угля.

Резкое увеличение радиоактивности ZnS и Cu_2S, при добавлении катализаторов (железных ионов, меди, марганеца бисмута) показывает, что окисление этих сульфидов под давлением O_2 может иметь в своей основе гальванический механизм согласно реакциям:

а) при аноде: $Me_c S = xM_c^{z+} + S^0 + zx\bar{e}$,
б) при катоде: $O_2 + 4H^+ + 4\bar{e} = 2H_2O$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 4/1971

D.C. 669.14.018.4

N. Geru, M. Ursache, D. Chircă

The Influence of the Thermal Treatments on the Structure and Thermal Expansion Coefficients for the Fe-Ni Inver-type Alloys

The results of the microscopic investigations are presented, as well as those of the Roentgen-structural and dilatometric investigations performed on two alloys of the Fe-Ni inver-type alloys that are thermically treated in various conditions. Mention is made that the expansion degree varies as a function of the composition and of the thermal treatment, the smallest values for the thermal expansion coefficient being obtained for the alloys having about 36% Ni, hardened in water at 830°C, tempered for an hour at 330°C and stabilized for 48 hours at 100°C.

Depending on the chemical composition, the smallest values for the linear thermal expansion coefficients correspond to an optimal ratio between the quantities for phase γ and α.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 541.128:669

Fl. Oprea, P. Moldovan

Heterogenous Catalysis in Hydrometallurgical Processes under Pressure

The paper examines the influence of catalysts on ZnS and Cu_2S oxidation under oxygen pressure in H_2SO_4 solutions.

The acceleration of the development reactions of these sulphides can be achieved by increasing the number of oxygen molecules at chemadsorption at (Na) balance on the surface of semi-conductors of types n- ZnS and CuS:

$$N_a = \left[\frac{z}{2\pi 1} \cdot N_0 \cdot V_f \right]^{1/z}$$

The number of adsorbed molecules can be increased by the modification of the Fermi level, practically achieved through irradiating the Cu_2S and ZnS pure sulphides with ultraviolet rays, and through adding potential catalytic ions or active carbon.

The sudden increase of ZnS and Cu_2S reactivity when adding catalysts (iron, copper, manganese, bismuth ions) shows that the oxidation of these sulphides under O_2 pressure may be based on a galvanic mechanism according to the following reactions:

a) at the anode $Me_xS = xMe^{z+} + S^0 + z\bar{e}$

b) at the cathode $O_2 + 4H^+ + 4\bar{e} = 2H_2O$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Résumé

C.D. 513.8

D. Filipescu

Formules intégrales pour systèmes de figures convexes aléatoires en espaces Riemanniens

On considère m figures convexes inégales, K_1, K_2...K_m aléatoires comme position par rapport à la mesure cinématique de ces espaces à courbure constante et on établit de formules intégrales concernant la configuration $K_0 \bigcap K_m^r$, ou K_0 représente une figure convexe de position fixe et K_m^r la figure convexe formée par les points communs de r figures de m figures convexes inégales.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 539.371 : 517

C. Radu

Détermination des tensions et des déformations pour un corps visqueux-élastique de forme rectangulaire

Cet ouvrage traite du problème plane de déformation pour un corps visqueux-élastique sous forme rectangulaire, libre de charges normales sur deux côtés opposés.

L'idée fondamentale de ce travail est basée sur le principe de correspondance introduit par Bland et Lee en (2). On résout premièrement le problème pour le corps élastique et ensuite, en se basant sur le principe mentionné plus haut, on obtient des solutions pour le corps visqueux-élastique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C. D. 621.3

G. C. Moisil

Grandeurs phénoménologiques caractéristiques des couches de transition

On étudie en régime électrostatique l'équivalence d'une couche de transition entre deux milieux diélectriques homogènes avec une répartition superficielle de dipôles.

On formule le théorème des images électriques au cas de l'existance d'une couche de transition et on montre que cette couche peut être caractérisée par une suite de grandeurs phénoménologiques. La théorie générale est illustrée par des exemples au cas d'une couche de transition homogène, soit isotrope, soit anisotrope.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

Zusammenfassung

D.K. 513.8

D. Filipescu

Integralformeln für aleatorische Konvexbildersysteme in Riemann'sche Räumen

Es werden m konvexe ungleiche Bilder K_1, K_2...K_m betrachtet, aleatorisch in ihrer Lage im Verhältnis zum kinematischen Mass aus diesen Räumen mit konstanter Krümmung, und es werden Integralformeln bestimmt in bezug auf die Form $K_0 \bigcap K_m^r$, wo K_0 ein konvexes Bild mit fester Lage und K_m^r ein durch die gemeinsamen Punkte von r aus m konvexen ungleichen Bildern hergestelltes konvexes Bild darstellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 539.371.517

C. Radu

Bestimmung der Spannungen und Verformungen für einen zähflüssig-elastischen Körper rechteckiger Form

In der Behandlung wird das Problem der Planverformung eines zähflüssig-elastischen Körpers rechteckiger Form frei von normalen Belastungen auf zwei gegenübergeseetzten Seiten anbetrachtet.

Die Grundidee der Behandlung beruht auf dem von Bland und Lee in (2) eingenführten Korrespondenzprinzip. Zuerst wird das Problem für den elastischen Körper gelöst und nachher, auf Grund des obenerwähnten Prinzips, werden auch die Lösungen für den zähflussig-elastischen Zöper errechnet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 621.3

G. C. Moisil

Phänomenologische Grössen die für die Übergangsschicht charakteristisch sind

Es wird im elektrostatischen Betrieb die Gleichwertigkeit einer Übergangsschicht, die sich zwischen zwei homogenen dielektrischen Medien mit einer oberflächlichen Dipolverteilung befindet studiert.

Es wird der Spiegelsatz im Falle des Vorhandenseins einer Übergangsschicht formuliert und gezeigt, dass diese Schicht durch eine Reihe von phänomenologischen Grössen charakterisiert werden kann. Die allgemeine Theorie wird am Beispiel einer entweder isotropen oder anisotropen homogenen Schicht veranschaulicht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 655

Th. Bădescu, G. Ghiţescu

Efficacité de l'étude densitométrique pour résoudre rapidement des problémes optico-technologiques

On propose l'application d'une méthode basée sur des principes de colorimétrie simplifiés pour étudier la qualité des matières premières principales (papiers et encres d'imprimerie) utilisées pour l'impression polychrome et l'extension pour cette méthode de la notion de „contenu chromatique relatif", préconisée pour la méthode spectrophotométrique à mesurer la couleur.

La méthode proposée, qui utilise les données habituelles obtenues par la densitométrie des échantillons au moyen d'appareils facilement accessibles, et l'illustration par des exemples, donnée dans cet ouvrage pour quelques encres d'imprimerie, atteste ses avantages, en éliminant les calculs laborieux, de la méthode spectrophotométrique, et les résultats obtenus sont suffisamment précis pour le but poursuivi.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 66.094.8

I. Gh. Constantinescu

Sur la vitesse de neutralisation du bioxyde de carbone de l'eau avec du carbonate de calcium

Tenant compte de l'importance présentée par la présence du bioxyde de carbone dans l'eau, celui-ci lui conférant un caractère agressif quand il est en excès, l'auteur étudie le mécanisme de sa rétention sur le calcaire, méchanisme qui permet d'établir les conditions technologiques de fonctionnement des filtres à carbonate de calcium pour la rétention du bioxyde de carbone.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 629.13:517.3

C. Guţă

Sur le vol de la fusée dans les couches raréfiées de l'atmosphère

On établit une méthode de calcul des composantes de la vitesse de déplacement de la fusée, formules (22) (23) et (36) (37) et les coordonées paramétriques de la trajectorie, relations (24—25) et (38—39) pour deux lois de variation de l'angle de position de la fusée $\alpha = \alpha_0 + \omega t$ et $\alpha = \text{const}$, dans le cas de la traction constante.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 655

Th. Bădescu, G. Ghiţescu

Die Wirksamkeit des densitometrischen Studiums in der operativen Lösung einiger technologischen Problemen der Optik

Es wird die Anwendung einer auf vereifachten Kolorimetrieprinzipien begründeten Methode für das Studium der Güte der hauptsächlichen Rohstoffe (d.h. Papiere und Tinten) die im Polychrom-Drucken benützt werden sowie die Erweiterung des für das spektrophotometrische Messverfahren der Farbe präkonisierten Begriffes „relativer chromatischer Inhalt" auf der obenerwähnten Methode vorgeschlagen.

Die vorgeschlagene Methode, die Daten durch Densimetrieren der Proben mit Hilfe einiger leicht zugänglichen Geräte erzielten wurde sowie die für einige Druckfarben in der Behandlung angegebenen Beispiele, benützt bieten erhebliche Vorzüge, indem die mühsamen Rechnungen des spektrophotometrischen Verfahrens ausgeschieden werden können und die dabei erzielten Ergebnisse eine ausreichende Genauigkeit für den verfolgten Zweck erweisen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 66.094.8

I. Gh. Constantinescu

Über der Geschwindigkeit der Wasserentsäuerung durch Auflösung von Ca CO_3

Der Verfasser studiert, unter Berücksichtigung der Bedeutung der Anwesenheit des Kohlendyoxides aus dem Wasser, wobei dessen Uberschuss einen agressiven Charakter dem letzten verleihen kann, das Rückhaltmechanismus des Kohlendyozides auf Kalk. Dieser Mechanismus gestattet eine Festlegung der technologischen Arbeitsbedingungen der Kalziumkarbonat-Filter für die Rückhaltung des Kohlendyoxides.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 629.13:517.3

C. Guţă

Über den Raketenflug in den verdünnten Atmosphärenschichten

In der Arbeit wird eine Berechnungsmethode der Geschwindigkeitskomponenten der Rakete, die Formeln (22) (23) und (36) (37) festgesetzt, und die parametrischen Koordinaten der Flugbahn, Gleichungen (24—25) und (38—39) für zwei Variationsgesetze des Lagenwinkels der Rakete $\alpha = \alpha_0 + \omega t$ und α = konst, bei konstantem Zug.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 621.43.05:681.14

Vs. Radcenco, Al. Dănescu,
B. Grünwald, Gh. Rusu

Determination des performances des cycles des moteurs suralimentes ou moyen des machines numeriques a calculer.

On présente en cet article la méthode pour résoudre le système d'équations qui caractérise le fonctionnement du moteur turbosuralimenté, au moyen d'un calculateur numérique. On met en évidence les possibilités offertes par la méthode proposée par les auteurs pour établir des solutions optimales concernant la suralimentation des moteurs. Le grand nombre d'informations obtenues permet, entre autres, la recherche de l'influence du transfert de chaleur du cylindre et de la durée de combustion sur les performances du moteur turbo-suralimenté en conditions restrictives de pression maximale dans le cylindre et de température maximale en amont de la turbine.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 620.1

T. Pană, H. Gheorghiu

Le calcul des pulsations propres des vibrations en flexion-torsion aux barres à parois minces ayant le profil fermé soumises à compression

En appliquant l'hypothèse de l'indéformabilité du contour, ainsi que l'hypothèse d'Umanski, aux barres à parois minces et à section constante, on obtient le système d'équations différentielles qui décrit le mouvement vibratoire de flexion-torsion. L'intégration du système par la méthode du Bubnov et Galerkin conduit à l'équation des pulsations propres qui est puis résolue dans le cas particulièr des sections avec deux axes de symétrie. Les solutions sont exprimées à l'aide du rapport de la force de compression et la force critique.

Dans les figures jointes au travail on donne les diagrammes de variation de la pulsation propre de torsion, pour les barres en caisson rectangulaire, pour divers modes d'appui.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 621.43.05:68'.14

Vs. Radcenco, Al. Dănescu,
B. Grünwald, Gh. Rusu

Die Bestimmung der Leistungen der Zyklen bei übergeladeten Verbrennungsmotoren, mittels der Digitalrechner

Im Aufsatz wird die Methode zur Lösung des Gleichungssystems, das die Funktion des turbogeladeten Motors bestimmt, mittels eines Digitalrechners dargestellt. Die Möglichkeiten, die durch das von den Verfassern vorgeschlagene Verfahren zur Festlegung einer optimalen Lösung für das Überladen der Motoren angeboten werden, werden hervorgehoben.

Die grosse Anzahl der erhaltenen Informationen gestattet unter anderem, die Untersuchung des Einflüsses der Wärmeübertragung vom Zylinder aus und der Brenndauer, auf die Leistungen des turbogeladeten Motors unter Begrenzung des maximalen Druckes im Zylinder und der maximalen Temperatur stromaufwärts in der Turbine.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 620.1

T. Pană, H. Gheorghiu

Berechnung der Eigenfrequenz der Biege-Drehschwingungen für auf Druck beanspruchte dünnwandige Stäbe geschlossenen Profils

Wird für dünnwandige Stäbe konstanten Querschnittes die Voraussetzung Umanskis und jene des nichtverformbaren Umfanges als erfüllt angenommen, kann das Differentialgleichungssystem abgeleitet werden, mit Hilfe dessen die Dreh-Biege-Schwingbewegung beschrieben werden kann. Die Integrierung führt zur Gleichung der Eigenwinkelfrequenzen. Diese wird dann für den Sonderfall der doppelt symmetrischen Querschnitte gelöst, so dass das Verhältnis Druckkraft-Knickkraft erhalten wird.

Die in der Arbeit enthaltenen Abbildungen stellen die Veränderung der Eigenkreisfrequenzen für Drehschwingungen bei verschiedenen Lagerungen der dünnwandigen Stäbe rechteckigen Querschnittes dar.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 621.9

A. Pavel

Contributions au calcul de résistance de l'assemblage par serrage des éléments tubulaires concentriques

L'auteur propose une méthode de calcul de la longueur (profondeur) du mandrinage des éléments tubulaires concentrique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 621.039

A. Leca

Modification de quelques paramètres avec la puissance des réacteurs nucléaires à eau sous pression

L'ouvrage présente l'évolution des principaux paramètres, qui caractérisent, du point de vue technique et hydraulique la zone active des réacteurs nucléaires à eau sous pression en fonction de la puissance thermique du réacteur nucléaire. Pour certaines hypothèses de calcul, on suit la variation du flux thermique avec la puissance du réacteur nucléaire, de la densité de puissance dans la zone active, les pertes de pression dans le canal technologique, l'augmentation de la température dans la zone active, etc. Les conclusions sont importantes pour l'établisement de relations de similitude pour la détermination des dimensions thermique et hydrauliques des réacteurs nucléaires à eau sous pression.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 626:621-833:513

I. Gheghea

Calcul des dissipations volumetriques par fentes interovales à petite ovalité

On trouve en cet ouvrage des relations pour le calcul de dissipations volumétriques pour l'écoulement du liquide en direction axiale par la fente formée entre deux surfaces ovales à petite ovalité. On donne des graphiques de la variation des dissipations volumétriques en fonction de la l'ovalité et de la position réciproque des surfaces. En se basant sur ceux-ci on trouve les conditions pour lesquelles les dissipations sont minimales.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 621.9

A. Pavel

Beiträge zur Widerstandsberechnung der Klemmverbindungen von konzentrischen rohrförmigen Elementen

In dieser Arbeit wird ein Rechenverfahren für die Länge (Tiefe) der Einwalzung von konzentrischen rohrförmigen Elementen vorgeschlagen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 621.039

A. Leca

Änderung einiger Kenngrössen mit der Leistung der Druckwasser-Kernreaktoren

Das Referat zeigt die Entwicklung der Grössen, welche die aktive Zone der Druckwasser-Kernreaktion in Abhängigkeit von der Wärmeleistung des Kernreaktors vom thermischen und hydraulischen Standpunkt kennzeichnen, vor.

Unter bestimmten Berechnungsannahmen werden Änderung des Wärmeflusses mit der Kernreaktorleistung, im Leistungs-Kanal, Anderung des Temperatur verlaufes in der aktiven Zone, usw. unterucht. Die Resultate sind für die Festsetzung von Ahnlichkeitsgleichungen zur thermischen und hydraulischen Bemessung der Druckwasser-Kernreaktoren bedeutend.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 626:621-833:513

I. Gheghea

Die Berechnung der volummässigen Dissipationen durch inter-ovalen Spalte von kleiner Ovalität

In der Behandlung werden die Verhältnisse für die Berechnung der volummässigen Dissipationen bei Strömung der Flüssigkeit in axialer Richtung durch den aus zwei ovalen Oberflächen von kleiner Ovalität gebildeten Spalt angegeben. Es werden Variationsdiagramme der volummässigen Dissipationen in Abhängigkeit der Ovalität und gegensitige Lage der Oberflächen gezeigt. Auf deren Grund werden die Bedingungen gefunden für denen die Dissipationen minimal sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 669.14.018.4

N. Geru, M. Ursache, D. Chircă

L'influence des traitements thermiques sur la structure et les coefficients de dilatation thermique des alliages Fe-Ni du type invar

On expose les résultats des recherches microscopiques, roentgeno-structurales et dilatométriques effectuées sur deux alliages Fe-Ni du type invar, traités thermiquement dans des conditions différentes. On démontre que la grandeur de la dilatation thermique varie en fonction de la composition et du traitement thermique, les plus petites valeurs pour les coefficients de dilatation thermique étant obtenues pour l'alliage avec environ 36% Ni trempé à l'eau depuis 830°C, revenu après une heure à 330°C et stabilisé pendant 48 heures à 100°C.

En fonction de la composition chimique, les plus petites valeurs pour les coefficients de dilatation thermique linéaire correspondent à un rapport optimal entre les quantités de phase γ et α.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

C.D. 541.128:669

Fl. Oprea, P. Moldovan

Catalyse hétérogène des processes hydrométallurgiques sous pression

Le travail examine l'influence des catalyseurs sur l'oxydation du ZnS et du Cu_2S sous pression d'oxygène, dans des solutions de H_2SO_4.

L'accélération des réactions de développement de ces sulfures peut être réalisée par l'aceroissement, du nombre de molécules d'oxygène chimisorbées jusqu'à l'équilibre (Na) à la surface des semi-conducteurs du type n- ZnS et CuS :

$$N_a = \left[\frac{z}{2\pi l} \cdot N_0 \cdot V_f \right]^{1/2}$$

Le nombre des molécules absorbées peut être augmenté par la modification du niveau Fermi, réalisée pratiquement par l'irradiation des sulfures de Cu_2S et de ZnS, aux rayons ultraviolets et par une kuantité supplémentaire d'ions catalytiques potentiels ou de carbone actif.

L'acroissement brusque de la réactivité du ZnS et du Cu_2S, lorsqu'on ajoute les catalyseurs (ions de Fe, Cu, Mn, Bi) démontre que l'oxydation de ces sulfures sous pression de O_2 aura pour base un mécanisme galvanique conformément aux réactions :

a) à l'anode : $Me_xS = xMe^{z+} + S^0 + zx\bar{e}$

b) à la cathode : $O_2 + 4H^+ + 4\bar{e} = 2H_2O$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII. Nr. 5/1971

D.K. 669.14.018.4

N. Geru, M. Ursache, D. Chircă

Der Einfluss der Wärmebehandlungen auf die Struktur und die thermischen Ausdehnungsfaktoren der Fe-Ni-Legierungen des Invartyps

Es werden die Ergebnisse der an zwei unter verschiedenen Bedingungen thermisch behandelten Fe-Ni-Legierungen des Typs Invar durchgeführten mikroscopischen, gefüge röntgenografischen und dilatometrischen Untersuchungen vorgestellt. Es wird gezeigt, dass die Grösse der Wärmeuausdehnung in Abhängigkeit von der Zusammensetzung und der Wärmebehandlung schwankt, wobei die kleinsten Werte für die thermischen Ausdehnungsfaktoren mit der Legierung mit ca. 36% Ni, wassergehärtet von 830°C, angelassen nach einer Stunde bei 330°C und stabilisiert während 48 Stunden bei 100°C, erzielt werden.

In Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung entsprechen die kleinsten Werte der thermischen Ausdehnungsfaktoren einem optimalen Verhältnis zwischen den Phasenmenge γ und α.

Bul. Inst. politehnic „Gheorhge Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII Nr. 5/1971

D.K. 541.128:669

Fl. Oprea, P. Moldovan

Heterogene Katalyse in den unter Druck verlaufenden hydrometallurgischen Prozessen

Es wird der Einfluss der Katalysatoren auf die Oxydation von ZnS und Cu_2S unter Sauerstoffdruck in H_2SO_4-Lösungen untersucht.

Die Beschleunigung der Entwicklungsreaktionen dieser Sulfide kann durch das Anwachsen der Anzahl von chemisch absorbierten (chemosorbierten) Sauerstoffmolekülen bei Gleichgewicht (Na) auf der Oberfläche der Halbleiter der Type n- ZnS und CuS :

$$N_a = \left[\frac{z}{2\pi l} \cdot N_0 \cdot V_f \right]^{1/2} \text{ erreicht werden.}$$

Die Zahl der absorbierten Moleküle kann durch Änderung des Fermi-Niveaus erhöht werden, was praktisch durch Bestrahlung der reinen Sulfide Cu_2S und ZnS mit Ultravioletstrahlen und durch Zugabe von potentiellen katalytischen Ionen bzw. aktiver Kohle durchgeführt werden kann.

Das plötzliche Ansteigen der Reaktivität des ZnS und Cu_2S bei Zugabe von Katalysatoren (Eisen-, Kupfer-, Mangan-, Wismutionen) zeigt, dass die Oxydation dieser Sulfide unter Druck von O_2 einen galvanischen Mechanismus gemäss den Reaktionen

a) an der Anode : $Me_xS = xMe^{z+} + S^0 + zx\bar{e}$

b) an der Kathode $O_2 + 4H^+ + 4\bar{e} = 2H_2O$

als Grundlage haben kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIII Nr. 5/1971

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

MATEMATICĂ

C.Z. : 513.8

FORMULE INTEGRALE PENTRU SISTEME DE FIGURI CONVEXE ALEATOARE ÎN SPAȚII RIEMANNIENE *

DUMITRU FILIPESCU

I. Fie V_2 un spațiu riemannian cu curbura constată avînd metricea

$$ds^2 = d\rho^2 + \frac{1}{k}\sin^2 \sqrt{k}\ \rho d\theta^2 \tag{1}$$

Măsura cinematică, în acest spațiu are expresia [6]

$$dK = [dP\, d\psi] \tag{2}$$

unde

$$dP = \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k}\ \rho [d\rho\, d\theta] \tag{2'}$$

reprezintă elementul de arie pe spațiul V_2 iar ψ este un unghi de rotație.

Considerăm în acest spațiu un sistem de m curbe convexe K_1, K_2,..., ...,K_m, *aleatoare* ca poziție în raport cu măsura (2), independente [2] dintre care m_i egale între ele avînd lungimea frontierei $\partial K_i, L_i$ și aria S_i, ($i = 1, 2, ..., s$) și notăm cu $K^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ configurația geometrică formată cu punctele comune a r_1 din cele m_1 figuri date, r_2 din cele m_2 și r_s din cele m_s figuri date.

Fie K_0 o figură convexă, de poziție fixă, cu lungimea frontierei ∂K_0, L_0 și aria S_0.

Dacă notăm cu $\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ aria configurației geometrice $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ avem din [1] valoarea medie

$$E\left(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}\right) = \prod_{i=1}^{s} \frac{\binom{m_i}{r_i} (2\pi S_i)^{r_i} (2\pi S_0 + L_0 L_i - k S_0 S_i)^{m_i - r_i}}{[2\pi(S_0 + S_i) + L_0 L_i - k S_0 S_i]^{m_i}} S_0 \tag{3}$$

Dacă scriem

$$p_i = \frac{2\pi S_i}{2\pi(S_0 + S_i) + L_0 L_i - k S_0 S_i} \tag{4}$$

$$q_i = \frac{2\pi S_0 + L_0 L_i - k S_0 S_i}{2\pi(S_0 + S_i) + L_0 L_i - k S_0 S_i}$$

* Manuscris predat la redacție la data de 1 decembrie 1970.

atunci (3) devine

$$E\left(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}\right) = S_0 \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} \tag{4'}$$

formulă care poate fi obținută aplicînd [3].

Dacă notăm cu K_m^r configurația geometrică formată cu punctele comune a $r = r_1 + r_2 + \ldots + r_s$ figuri din cele $m = \sum_{i=1}^{s} m_i$ date, iar cu σ_m^r aria configurației $K_0 \cap K_m^r$ obținem următorul rezultat :

$$E(\sigma_m^r) = S_0 \sum_{r_1 + \ldots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} \tag{5}$$

unde p_i *și* q_i au expresiile date de relațiile (4).

Considerînd figurile convexe egale, obținem din (5) următoarea valoare medie

$$E^*(\sigma_m^r) = S_0 p^r q^{m-r} \sum_{r_1 + \ldots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tag{5'}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{2\pi S}{2\pi(S_0 + S) + L_0 L - k S_0 S} \\ q &= \frac{2\pi S_0 + L_0 L - k S_0 S}{2\pi(S_0 + S) + L_0 L - k S_0 S} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Cum

$$\sum_{r_1 + \ldots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} = \binom{m}{r} \tag{7}$$

cu $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$, relația (5') ia forma

$$\tilde{E}(\sigma_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} S_0 \tag{8}$$

care este identică cu relația corespunzătoare din [6].

Teoremă. Dacă $K_1, K_2, \ldots, K_m$ sînt m figuri convexe, aleatoare ca poziție în raport cu măsura (2), independente [2], dintre care m_i egale între ele ($i = 1,2,\ldots,s$) iar K_0 o figură convexă fixă (tot ca poziție) atunci probabilitatea ca un punct din K_0 să aparțină configurației $K_0 \cap K_m^r$ are expresia

$$P = \sum_{r_1 + \ldots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_s^{m_i - r_i} \tag{9}$$

Din relația precedentă, ținînd seama de (7), obținem în cazul figurilor convexe egale

$$\tilde{p} = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} \tag{10}$$

unde $m = \sum_{i=1}^{s} m_i$, iar p și q au ca expresie cele din (6).

II. Notînd cu $L^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ lungimea frontierei configurației $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ din [1] avem valoarea medie

$$E\left(L^{r_1 \ldots r_s}_{m_1 \ldots m_s}\right) = \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \tag{11}$$

$$\left\{L_0 + \sum_{h=1}^{s} \left[r_h (S_h)^{-1} S_0 L_h + (m_h - r_h)(2\pi S_0 + L_0 L_h - k S_0 S_h)^{-1} 2\pi S_0 L_h\right]\right\}$$

Din (11) rezultă că valoarea medie a lungimii frontierei $K_0 \cap K^r_m$ are expresia :

$$E(L^r_m) = \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \tag{12}$$

$$\left[L_0 + \sum_{h=1}^{s} r_h (S_h)^{-1} S_0 L_h + (m_h - r^4)(2\pi S_0 + L_0 L_h - k S_0 S_h)^{-1} 2\pi S_0 L_h\right]$$

În cazul cînd figurile convexe sînt egale, relația precedentă devine

$$E^*(L^r_m) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} [L_0 + r (S)^{-1} S_0 L + (m - r)(2\pi S_0 + L_0 L - - k S_0 S^{-1}) 2\pi S_0 L] \tag{13}$$

care coincide cu relația corespunzătoare din lucrarea [7].

III. Fie $N^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ — numărul de domenii simplu conexe din care este formată configurația geometrică $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$

Din (1) avem :

$$E\left(N^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}\right) = \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \tag{14}$$

$$\left\{1 + \sum_{i=1}^{s} \{[(m_i - r_i)(2\pi S_0 + L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1} + r_i (2\pi S_i)^{-1}] 2\pi S_0 + \right.$$

$$+ r_i (r_i - 1)(2\pi S_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 + (m_i - r_i)(m_i - r_i - 1)(2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 + r_i (m_i - r_i)(S_i)^{-1} (2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1} S_0 L_i^2 + r_i L_0 L_i (2\pi S_i)^{-1} +$$

$$+ L_0 L_i (m_i - r_i)(2\pi S_0 + L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1}\} +$$

$$+ \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} [r_i r_j (\pi S_i)^{-1} (8\pi S_j)^{-1} + r_i (m_j - r_j)(2\pi S_i)^{-1} (2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L_j - k S_0 S_j)^{-1} + \frac{1}{2} (m_i - r_i)(m_j - r_j)(2\pi S_0 +$$

$$\left. + L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_j - k S_0 S_j)^{-1}] 2\pi S_0 L_i L_j\right\}$$

Din această relație rezultă că numărul de domenii simplu conexe din care este formată configurația geometrică $K_0 \bigcap K_m^r$ are ca valoare medie

$$E(N_m^r) = \sum_{r_1+\ldots+r_s=r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t-r_t} \tag{15}$$

$$\Big\{1 + \sum_{i=1}^{s} \{[(m_i - r_i)(2\pi S_0 + L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1} + r_i (2\pi S_i)^{-1}] 2\pi S_0 +$$

$$+ r_i (r_i - 1)(2\pi S_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 + (m_i - r_i)(m_i - r_i - 1)\pi S_0 L_i^2 (2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-2} + r_i (m_i - r_i)(S_i)^{-1} (2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1} S_0 L_i^2 + r_i L_0 L_i (2\pi S_i)^{-1} + L_0 L_i (m_i - r_i)(2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1}\} + \sum_{\substack{i,j \\ i \pm j}} [r_i r_i (\pi S_i)^{-1} (8\pi S_j)^{-1} +$$

$$+ r_i (m_j - r_j)(2\pi S_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_j - k S_0 S_j)^{-1} +$$

$$+ \frac{1}{2} (m_i - r_i)(m_j - r_j)(2\pi S_0 + L_0 L_i - k S_0 S_i)^{-1}$$

$$\cdot (2\pi S_0 + L_0 L_j - k S_0 S_j)^{-1}] 2\pi S_0 L_i L_j \Big\}$$

Dacă figurile convexe sînt egale, atunci din relația precedentă se obține

$$E^*(N_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} \{1 + [(m - r)(2\pi S_0 + L_0 L - k S_0 S)^{-1} +$$

$$+ r(2\pi S)^{-1}] 2\pi S_0 + r(r - 1)(2\pi S)^{-2} \pi S_0 L^2 +$$

$$+ (m - r)(m - r - 1)(2\pi S_0 + L_0 L - k S_0 S)^{-2} \pi S_0 L^2 +$$

$$+ r(m - r)(S)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L - k S_0 S)^{-1} S_0 L^2 +$$

$$+ r L_0 L (2\pi S)^{-1} + L_0 L (m - r)(2\pi S_0 + L_0 L - k S_0 S)^{-1}\} \tag{16}$$

unde $m = \sum_{i=1} m_i$, relație identică cu cea corespunzătoare din lucrarea [7].

IV. În spațiul riemannian V_n cu curbură constantă măsura cinematică are expresia

$$dK = [dV\, d0_{n-1}\, d0_{n-2} \ldots d0_2\, d0_1] \tag{17}$$

unde dV este volumul elementar din spațiul V_n, $d0_s$ fiind elementul de arie pe sfera unitate s — dimensională.

Păstrînd notațiile de la punctul precedent, avem [1], respectiv [3].

$$E\left(V_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}\right) = \prod_{1=i}^{s} \binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i - r_i} V_0 \tag{18}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} P_i &= \frac{V_i}{V_0 + V_i - \frac{2\,\varepsilon_n}{O_n} k^{n/2} V_0 V_i + \frac{1}{n\,O_{n-1}} \sum_{h=s}^{n-2} \binom{n}{h+1} M_h^{(0)} M_{n-h-2}^{(i)} + A} \\ A &= \frac{2}{O_{n-1}} \sum_{s=0}^{n-4} \frac{O_{n-s}}{O_s} M_s^{(0)} \left(\sum_{t=\frac{s-\varepsilon_n}{2}+1}^{\frac{n-3-\varepsilon_n}{2}} Cstn\, M_{2t+\varepsilon_n-s-1}^{(i)} \right) \\ Q_i &= \frac{V_0\left(1 - \frac{2\,\varepsilon_n}{O_n} k^{n/2} V_i\right) + \frac{1}{n\,O_{n-1}} \sum_{h=s}^{n-2} \binom{n}{h+1} M_h^{(0)} M_{n-h-2}^{(i)} + B}{V_0 + V_i - \frac{2\,\varepsilon_n}{O_n} k^{n/2} V_0 V_i + \frac{1}{n\,O_{n-1}} \sum_{h=s}^{n-2} \binom{n}{h+1} M_h^{(0)} M_{n-h-2}^{(i)} + C} \\ B &= \frac{2}{O_{n-1}} \sum_{s=0}^{n-4} \frac{O_{n-s}}{O_s} M_s^{(0)} \left(\sum_{t=\frac{s-\varepsilon_n}{2}+1}^{\frac{n-3-\varepsilon_n}{2}} Cstn\, M_{2t+\varepsilon_n-s-1}^{(i)} \right) \\ C &= \frac{2}{O_{n-1}} \sum_{s=0}^{n-4} \frac{O_{n-s}}{O_s} M_s^{(0)} \left(\sum_{t=\frac{s-\varepsilon_n}{2}+1}^{\frac{n-3-\varepsilon_n}{2}} Cstn\, M_{2t+\varepsilon_n-s-1}^{(i)} \right) \end{aligned}\right\} \quad (18')$$

unde

iar

$$M_h^{(0)} = \frac{1}{\binom{n-1}{h}} \int_{\partial K_0} \{R_1, R_2, .., R_{n-1}\}_h \, d\sigma_0 \quad (19)$$

$$M_h^{(i)} = \frac{1}{\binom{n-1}{h}} \int_{\partial K_i} \{R_1, R_2, .., R_{n-1}\}_h \, d\sigma$$

$d\sigma_0$ și $d\sigma$ fiind elementele de arie de pe hipersuprafețele ∂K_0 respectiv ∂K, frontierele corpurilor convexe ∂K_0 și ∂K, iar $\{R_1, R_2, ..., R_{n-1}\}_h$ este funcția simetrică elementară a celor n-1 curburi principale ale hipersuprafețelor ∂K_0 și ∂K.

De asemenea,

$$\varepsilon_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$$

$$Cstn = \binom{n-1}{2t+\varepsilon_n} \binom{2t+\varepsilon_n}{s} \frac{O_{n+s-2t-\varepsilon_n+1} k^{\frac{n-2t-\varepsilon_n-1}{2}}}{O_{2t+\varepsilon_n+1-s}\, O_{n-2t-\varepsilon_n-1}} \quad (20)$$

Dacă notăm cu V_m^r volumul configurației geometrice $K_0 \cap K_m^r$ corespunzător spațiului riemannian cu n dimensiuni, avem valoarea medie

$$E\binom{r}{m} = \sum_{r_1+\cdots+r_6=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i-r_i} V_6 \tag{21}$$

unde P_i și Q_i au expresiile din relațiile (18').

Din această relație, dacă presupunem că corpurile convexe sînt egale se obține relația corespunzătoare din lucrarea [7].

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Filipescu, D.* — Asupra unor formule integrale, relative la curbe convexe dintr-un spațiu riemannian V_2 cu curbură constantă. Rev. Studii și cercetări Mat. 5 — 1971.
2. *Kendall, M. G., Moran, P. A. P.* — Geometrical Probability C. Griffin, London, 1963.
3. *Robbins, H. E.* — On the Measure of a Random Set. Ann. Math. Stat. 15.70—74 (1944), 16, 342—347 (1945).
4. *Santaló, L. A.* — Sobre unas formulas integrales y valores medios referentes a figuras convexas moviles en el plano. Univ. de Buenos-Aires. Contr. Cientificas, A.1, 2, 23—45 (1950).
5. * * * Geometria integral en aspacios de curvatura constante. Rep. Argentina, Publ. Comission Nac. Energia Atomica, Serv. Mat. 1 (1952).
6. *Stoka, M. I.* — Geometrie integrale, Mem. des Sci. Mat. fasc. 165 ed. Gauthier Villars, Paris, 1968.
7. * * * Alcune formule integrali concernenti le curve convesse in uno spazio riemanniano V_2 dallo curvatura constante. Rendiconti del Seminario Matematico di Univ. di Messina, 1969.
8. *Vrănceanu, G.* — Lecții de geometrie diferențială vol. I—IV, 1962—1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

C. Z. : 539.371 : 517

DETERMINAREA DEFORMAȚIILOR ȘI DEPLASĂRILOR PENTRU UN CORP VÎSCO-ELASTIC SUB FORMA DREPTUNGHIULARĂ *

CONSTANTIN I. RADU

Fie un corp dreptunghiular $ABCD$ cu A (a, b), B $(-a, b)$, C $(-a, -b)$ și D $(a, -b)$ pentru care introducem ipoteza că pe laturile AB și CD sarcinile normale sînt nule : $\sigma_{22} = 0$.

Ideea fundamentală a lucrării de față se bazează pe principiul de corespondență definit în lucrarea [2].

Anume vom deduce mai întîi soluția pentru cazul materialului elastic ; atunci pe baza principiului de corespondență se obține soluția și pentru materialul vîsco-elactic. Presupunînd grosimea dreptunghiului neglijabilă în comparație cu celelalte două dimensiuni, ne situăm de la început în cadrul stării plane generalizate de tensiune.

Condițiile la limită ce trebuiesc satisfăcute, sînt date de relațiile :

$$\begin{aligned} &\sigma_{11} = f_1(y)\,,\ \sigma_{12} = g_1(y) \text{ pe latura AD,} \\ &\sigma_{1-1} = f_2(y)\,,\ \sigma_{-1,2} = g_2(y) \text{ pe latura BC,} \end{aligned} \tag{1}$$

unde $f_1(y)$, $f_2(y)$, $g_1(y)$ și $g_2(y)$ sînt funcții cunoscute.

Din teoria elasticității [1] se știe că o asemenea problemă plană poate fi abordată pe calea metodei directe cu ajutorul funcției lui Airy [1], funcție care în absența forțelor de volum satisface ecuația :

$$\Delta\Delta A = 0 \tag{2}$$

Această ecuație biarmonică poate fi rezolvată folosind metoda separării variabilelor, căutînd soluții de forma [4] :

$$A(x,y) = X(x) \cdot Y(y) \tag{3}$$

Cu $A(x, y)$ sub forma (3), ecuația (2) devine :

$$X^{(IV)} Y + 2X'' Y'' + X \cdot Y^{(IV)} = 0,$$

*) Manuscris predat la redacție la data de 20 mai 1970.

sau prin împărțire cu XY avem :

$$\frac{X^{(IV)}}{X} + 2 \cdot \frac{X''}{X} \cdot \frac{Y''}{Y} + \frac{Y^{(IV)}}{Y} = 0 \tag{4}$$

Derivînd în raport cu x ecuația (4), obținem :

$$\left(\frac{X^{(IV)}}{X}\right)' + 2 \cdot \left(\frac{X''}{X}\right)' \frac{Y''}{Y} = 0,$$

de unde rezultă :

$$2 \cdot \frac{Y''}{Y} = - \frac{\left(\frac{X^{(IV)}}{X}\right)'}{\left(\frac{X''}{X}\right)'} \tag{5}$$

În egalitatea (5), ambele părți fiind independente, rezultă că cele două rapoarte se reduc la o constantă notată prin $-2\lambda^2$

Din egalitatea :

$$2 \cdot \frac{Y''}{Y} = - 2\lambda^2 \tag{6}$$

obținem ecuația :

$$Y'' + \lambda^2 Y = 0 \tag{7}$$

Soluția generală a ecuației (7) are forma :

$$Y(y) = h \cos \lambda y + k \sin \lambda y \tag{8}$$

Derivînd ecuația (7) de două ori în raport cu y obținem :

$$Y^{(IV)} + \lambda^2 Y'' = 0,$$

sau dacă folosim egalitatea (6) avem :

$$\frac{Y^{(IV)}}{Y} = \lambda^4 \tag{9}$$

Ținînd cont de relațiile (6) și (9), ecuația (4) devine :

$$X^{(IV)} - 2\lambda^2 X'' + \lambda^4 X = 0, \tag{10}$$

adică o ecuație diferențială omogenă, cu coeficienți constanți, a cărei soluție generală are forma :

$$X(x) = Ach \lambda x + Bsh \lambda x + Cx ch \lambda x + Dx sh \lambda x \tag{11}$$

Știind legătura dintre funcția lui Airy și componentele tensiunii : $\sigma_{22} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$, din condiția ca laturile AB și CD să fie libere de tensiuni normale, deci din condiția ca $\sigma_{22} = 0$ pe aceste laturi, deducem $\lambda_m = \frac{\pi}{b} m$,

în care am presupus că soluția generală a ecuației (2) are forma :

$$A(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} X_m(x) \cdot Y_m(y) \tag{12}$$

Dacă avem în vedere relațiile (8), (11) și expresia lui λ_m dedusă mai sus, expresia (12) a funcției lui Airy capătă forma :

$$A(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi}{b} y \left[A_m ch \frac{m\pi}{b} x + B_m sh \frac{m\pi}{b} x + C_m x\, ch \frac{m\pi}{b} x + \right.$$
$$\left. + D_m x\, sh \frac{m\pi}{b} x \right] \tag{13}$$

Condițiile la limită (1) pe laturile BC și AD ne vor determina coeficienții necunoscuți din expresia (13). Anume, prin identificarea din (1) și (13) obținem sistemul :

$$A_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} ch \frac{m\pi}{b} a + B_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} sh \frac{m\pi}{b} a + C_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} a\, ch \frac{m\pi}{b} a +$$
$$+ D_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} a sh \frac{m\pi}{b} a = -b_m$$

$$A_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} ch \frac{m\pi}{b} a - B_m \frac{m^2\pi^2}{b} sh \frac{m\pi}{b} a - C_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} a\, ch \frac{m\pi}{b} a +$$
$$+ D_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} a\, sh \frac{m\pi}{b} a = b''_m$$

$$A_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} sh \frac{m\pi}{b} a + B_m \frac{m^2\pi^2}{b} ch \frac{m\pi}{b} a + C_m \frac{m\pi}{b} \left(ch \frac{m\pi}{b} a + \right.$$
$$\left. + \frac{m\pi}{b} a\, sh \frac{m\pi}{b} a \right) + D_m \frac{m\pi}{b} \left(sh \frac{m\pi}{b} a + \frac{m\pi}{b} a\, ch \frac{m\pi}{b} a \right) = -a'_n$$

$$A_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} sh \frac{m\pi}{b} a - B_m \frac{m^2\pi^2}{b^2} ch \frac{m\pi}{b} a - C_m \frac{m\pi}{b} \left(ch \frac{m\pi}{b} a + \right.$$
$$\left. + \frac{m\pi}{b} a\, sh \frac{m\pi}{b} a \right) + D_m \frac{m\pi}{b} \left(sh \frac{m\pi}{b} a + \frac{m\pi}{b} a\, ch \frac{m\pi}{b} a \right) = -a'''_m$$

Acest sistem are 4 m ecuații cu 4 m necunoscute în care a'_m, a'''_m, b_m b''_m sînt cunoscuți deoarece reprezintă coeficienții seriilor Fourier ale funcțiilor date : $f_1(y)$, $f_2(y)$, $g_1(y)$ și $g_2(y)$.

Soluțiile acestui sistem sînt :

$$A_m = \frac{b^2 (b''_m - b_m)}{2m^2\pi^2 sh \frac{m\pi}{b} a} + \frac{ab^2 th \frac{m\pi}{b} a}{m\pi \left(2m\pi a + bc\, h \frac{2m\pi}{b} a \right)} \left[(b''_m - b_m) sh \frac{m\pi}{b} + \right.$$
$$\left. + (a'_n + a'''_m) ch \frac{m\pi}{b} a \right]$$

$$B_m = -\frac{b^2(b_m + b_m'')}{2m^2\pi^2 sh\frac{m\pi}{b}a} - \frac{ab^2 cth\frac{m\pi}{b}a}{m\pi\left(bsh\frac{2m\pi a}{b} - 2m\pi a\right)}\left[(b_m + b_m'')ch\frac{m\pi}{b}a + \right.$$

$$\left. + (a_m' - a_m''')sh\frac{m\pi}{b}a\right]$$

$$C_m = \frac{b_2}{m\pi\left(b\,sh\frac{2m\pi}{b}a - 2m\pi a\right)}\left[(b_m' + b_m'')ch\frac{m\pi}{b}a + (a_m' - a_m''')sh\frac{m\pi}{b}a\right]$$

$$D_m = -\frac{b^2}{m\pi\left(2m\pi a + bsh\frac{2m\pi}{b}a\right)}\left[(b_m'' - b_m)sh\frac{m\pi}{b}a + (a_m' + a_m''')ch\frac{m\pi}{b}a\right] \tag{15}$$

și reprezintă coeficienții necunoscuți din expresia (13).
Funcția $A(x, y)$ fiind determinată putem găsi componentele tensiunii în interiorul domeniului, folosind relațiile :

$$\sigma_{11} = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2},\ \sigma_{12} = -\frac{\partial^2 A}{\partial x\,\partial y},\ \sigma_{22} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2},$$

sub forma :

$$\sigma_{11} = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\frac{\pi^2}{b^2}\sum_{m=1}^{\infty} m^2 \sin\frac{m\pi}{b}y\left[A_m ch\frac{m\pi}{b}x + B_m sh\frac{m\pi}{b}x + C_m x ch\frac{m\pi}{b}x + \right.$$

$$\left. + D_m x ch\frac{m\pi}{b}x\right]$$

$$\sigma_{12} = -\frac{\partial^2 A}{\partial x\,\partial y} = -\frac{\pi}{b}\sum_{m=1}^{\infty} m\cos\frac{m\pi}{b}y\left[\frac{m\pi}{b}A_m sh\frac{m\pi}{b}x + \frac{m\pi}{b}B_m ch\frac{m\pi}{b}x + \right.$$

$$\left. + C_m\left(ch\frac{m\pi}{b}x + \frac{m\pi}{b}x\,sh\frac{m\pi}{b}x\right) + D_m\left(sh\frac{m\pi}{b}x + \frac{m\pi}{b}x\,ch\frac{m\pi}{b}x\right)\right]$$

$$\sigma_{22} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \frac{\pi}{b}\sum_{m=1}^{\infty} m\sin\frac{m\pi}{b}\left[A_m\frac{m\pi}{b}ch\frac{m\pi}{b}x + B_m\frac{m\pi}{b}sh\frac{m\pi}{b}x + \right.$$

$$\left. + C_m\left(2\,sh\frac{m\pi}{b}x + \frac{m\pi}{b}x\,ch\frac{m\pi}{b}x\right) + D_m\left(2\,ch\frac{m\pi}{b}x + \frac{m\pi}{b}x\,sh\frac{m\pi}{b}x\right)\right] \tag{16}$$

Din legea lui Hooke pentru materialul elastic în cazul problemei plane :

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}[\sigma_{11} - \nu\sigma_{22} - \nu^2(\sigma_{11} + \sigma_{22})]$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E}[\sigma_{22} - \nu\sigma_{11} - \nu^2(\sigma_{11} + \sigma_{22})]$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{12}$$

cunoscînd componentele tensiunii date de (16) și cunoscînd modulul lui Young E, obținem componentele deformației :

$$\varepsilon_{11} = -\frac{\pi(1+\nu)}{bE}\sum_{m=1}^{\infty} m\sin\frac{m\pi}{b}\,y\left[\frac{m\pi}{b}A_m\,ch\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}B_m\,sh\frac{m\pi}{b}x+\right.$$

$$\left.+C_m\left(2\nu\,sh\frac{m\pi}{b}x+\frac{\pi m}{b}x\,ch\frac{m\pi}{b}x\right)+D_m\left(2\nu\,ch\frac{m\pi}{b}x+\frac{\pi m}{b}x\,sh\frac{m\pi}{b}x\right)\right]$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\pi(1+\nu)}{bE}\sum_{m=1}^{\infty} m\sin\frac{m\pi}{b}\,y\left\{A_m\frac{m\pi}{b}\,ch\frac{m\pi}{b}x+B_m\frac{m\pi}{b}\,sh\frac{m\pi}{b}x+\right.$$

$$+C_m\left[2(1-\upsilon)\,sh\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}x\,ch\frac{m\pi}{b}x\right]+D_m\left[2(1-\nu)\,ch\frac{m\pi}{b}x+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{m\pi}{b}x\,sh\frac{m\pi}{b}x\right]\right\}$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{\pi(1+\nu)}{bE}\sum_{m=1}^{\infty} m\cos\frac{m\pi}{b}\,y\left[\frac{m\pi}{b}A_m\,sh\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}B_m\,ch\frac{m\pi}{b}x+\right.$$

$$\left.+C_m\left(2sh\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}x\,ch\frac{m\pi}{b}x\right)+D_m\left(2\,ch\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}x\,sh\frac{m\pi}{b}x\right)\right] \tag{17}$$

Avînd în vedere ecuațiile geometrice :

$$\varepsilon_{11}=\frac{\partial u}{\partial x}\,,$$

$$\varepsilon_{22}=\frac{\partial v}{\partial y}\,, \tag{17}_1$$

$$\varepsilon_{12}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

obținem componentele deplasării.

Pentru materialul vîsco-elastic, ținînd seama de definiția deviatorilor tensiunii și deformației și folosind relațiile dintre acești deviatori pentru problema cuasistatică [3] :

$$\bar{s}_{ij} = Y_s(p)\bar{e}_{ij}\,,\ \bar{\sigma}_{ii} = Y_\nu(p)\,\varepsilon_{ii}\,,$$

în care $Y_s(p)$, $Y_\nu(p)$ sînt modulii complexi (bara arată că mărimile respective sînt transformatele Laplace ale mărimilor inițiale) avem :

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{e}_{ij}+\frac{1}{3}\bar{\varepsilon}_{KK}\,\delta_{ij} = \frac{1}{Y_s}\bar{s}_{ij}+\frac{1}{3Y_\nu}\bar{\sigma}_{KK}\,\delta_{ij} = \frac{1}{Y_s}\bar{\sigma}_{ij}-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{Y_s}-\frac{1}{Y_\nu}\right)\bar{\sigma}_{KK}\,\delta_{ij} \tag{18}$$

deoarece

$$\bar{s}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{3}\bar{\sigma}_{KK}\,\delta_{ij}$$

Luînd în considerație faptul că pentru problema plană de tensiune:

$$\sigma_{33} = \nu(\bar{\sigma}_{11} + \bar{\sigma}_{22})$$

rezultă :

$$\bar{\varepsilon}_{11(\text{visco—elastic})} = \left[\frac{1}{Y_s} - \frac{1+\nu}{3}\left(\frac{1}{Y_s} - \frac{1}{Y_\nu}\right)\right]\bar{\sigma}_{11} - \frac{1+\nu}{3}\left(\frac{1}{Y_s} - \frac{1}{Y_\nu}\right)\bar{\sigma}_{22} \quad (19)$$

iar pentru corpul elastic componenta $\bar{\varepsilon}_{11}$ a deformației are forma :

$$\bar{\varepsilon}_{11} = \frac{1}{E}(1-\nu^2)\,\bar{\sigma}_{11} - \frac{\nu}{E}(1+\nu)\,\bar{\sigma}_{22} \quad (20)$$

Aplicînd principiul de corespondență [2] din relațiile (19) și (20) obținem valorile modulului lui Young și a coeficientului lui Poisson pentru corpul vîsco-elastic. Așa dar, identificînd coeficienții din expresiile (19) și (20) avem :

$$\frac{\nu}{E} = \frac{1}{3}\frac{Y_\nu - Y_s}{Y_\nu Y_s}$$
$$\frac{1-\nu^2}{E} = \frac{1}{Y_s} - \frac{1+\nu}{3}\frac{Y_\nu - Y_s}{Y_\nu Y_s} \quad (21)$$

Rezolvînd sistemul (21) în raport cu E și ν obținem valorile modulului complex vîsco-elastic, corespunzător modulului lui Young pentru materialul elastic, și respectiv, a coeficientului lui Poisson vîsco-elastic, sub forma :

$$E = 3\frac{Y_s Y_\nu}{Y_s + 2Y_\nu}, \quad \nu = \frac{Y_\nu - Y_s}{Y_s + 2Y_\nu} \quad 22$$

Notăm : Y_Δ modulul complex vîsco-elastic și ν_Δ coeficientul lui Poisson. Relațiile (22) devin :

$$Y_\Delta = 3\frac{Y_s Y_\nu}{Y_s + 2Y_\nu}$$
$$\nu_\Delta = \frac{Y_\nu - Y_s}{Y_s + 2Y_\nu} \quad (23)$$

Așa dar, expresia (20) a deformației vîsco-elastice, în care avem în vedere relațiile (23), primește forma :

$$\bar{\varepsilon}_{11} = \frac{(1-\nu_\Delta^2)}{Y_\Delta}\bar{\sigma}_{11} - \frac{\nu_\Delta(1+\nu_\Delta)}{Y_\Delta}\bar{\sigma}_{22} \quad (24)$$

Deoarece σ_{11}, σ_{22}, σ_{12} se cunosc din relațiile (16), cu ajutorul transformatei Laplace obținem σ_{11}, σ_{22}, σ_{12} sub forma :

$$\bar{\sigma}_{11}(p,\bar{y}) = -\frac{\pi^2}{b^2}\sum_{m=1}^{\infty} m^2 \sin\frac{m\pi}{b}\bar{y}\left[A_m\int_0^\infty e^{-px}\,ch\frac{m\pi}{b}x\,dx +\right.$$

$$+B_m\int_0^\infty e^{-px}\,sh\frac{m\pi}{b}x\,dx+C_m\int_0^\infty x\,e^{-px}\,ch\frac{m\pi}{b}x\,dx+D_m\int_0^\infty x\,e^{-px}\,sh\frac{m\pi}{b}x\,dx\Bigg]$$

$$\bar\sigma_{12}(p,\bar y)=-\frac{\pi}{b}\sum_{m=1}^{\infty}m\cos\frac{m\pi}{b}y\Bigg[\frac{m\pi}{b}A_m\int_0^\infty e^{-px}\,sh\frac{m\pi}{b}x\,dx+$$

$$+\frac{m\pi}{b}B_m\int_0^\infty e^{-px}\,ch\frac{m\pi}{b}x\,dx+C_m\Bigg(\int_0^\infty e^{-px}\,ch\frac{m\pi}{b}x\,dx+$$

$$+\frac{m\pi}{b}\int_0^\infty x\,e^{-px}\,sh\frac{m\pi}{b}x\,dx\Bigg)+D_m\Bigg(\int_0^\infty e^{-px}\,sh\frac{m\pi}{b}x\,dx+\frac{m\pi}{b}\int_0^\infty x\,e^{-px}\,ch\frac{m\pi}{b}x\Bigg)\Bigg]$$

$$\bar\sigma_{22}(p,\bar y)=\frac{\pi}{b}\sum_{m=1}^{\infty}m\sin\frac{m\pi}{b}y\Bigg[A_m\frac{m\pi}{b}\int_0^\infty e^{-px}\,ch\frac{m\pi}{b}x\,dx+$$

$$+B\ \frac{m\pi}{b}\int_0^\infty e^{-px}\,sh\frac{m\pi}{b}x\,dx+C_m\int_0^\infty e^{-px}\Bigg(2\,sh\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}x\,ch\frac{m\pi}{b}x\Bigg)dx+$$

$$+D_m\int_0^\infty e^{-px}\Bigg(2\,ch\frac{m\pi}{b}x+\frac{m\pi}{b}x\,sh\frac{m\pi}{b}x\Bigg)dx\Bigg] \tag{25}$$

Calculînd integralele în condiția de convergență $Rep>-\frac{m\pi}{b}$ rezultă forma finală a componentelor tensiunii pentru materialul vîsco-elastic:

$$\bar\sigma_{11}(p,\bar y)=-\frac{\pi^2}{b^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m^2}{p^2b^2-m^2\pi^2}\sin\frac{m\pi}{b}\bar y\Bigg[pb\,A_m+m\pi\,B_m+$$

$$+\frac{b(p^2b^2+m^2\pi^2)}{p^2b^2-m^2\pi^2}C_m+2\frac{b^2\,m\pi p}{p^2b^2-m^2\pi^2}D_m\Bigg]$$

$$\bar\sigma_{12}(p,\bar y)=-\pi\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m}{p^2b^2-m^2\pi^2}\cos\frac{m\pi}{b}\bar y\Bigg[\frac{m^2\pi^2}{b}A_m+m\pi p\,B_m+$$

$$+C_m\Bigg(pb+2\frac{b\,m^2\pi^2\,p}{p^2b^2-m^2\pi^2}\Bigg)+D_m\Bigg(m\pi+m\pi\frac{p^2b^2+m^2\pi^2}{p^2b^2-m^2\pi^2}\Bigg)\Bigg]$$

$$\bar\sigma_{22}(p,\bar y)=\pi\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m}{p^2b^2-m^2\pi^2}\sin\frac{m\pi}{b}\bar y\Bigg[m\pi p\,A_m+\frac{m^2\pi^2}{b}B_m+$$

$$+C_m\Bigg(2m\pi+m\pi\frac{p^2b^2+m^2\pi^2}{p^2b^2-m^2\pi^2}\Bigg)+D_m\Bigg(2pb+2\frac{m^2\pi^2\,pb}{p^2b^2-m^2\pi^2}\Bigg)\Bigg]$$

Din (24) și (25) se deduc componentele deformației:

$$\bar\varepsilon_{11}=-\frac{\pi}{b}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m(1+\nu_\Delta)}{Y_\Delta(p^2b^2-m^2\pi^2)}\sin\frac{m\pi}{b}\bar y\Bigg\{m\pi\,bp\,A_m+m^2\pi^2B_m+$$

$$+\Bigg(2\nu_\Delta+\frac{p^2b^2+m^2\pi^2}{p^2b^2-m^2\pi^2}\Bigg)C_m+2b^2p\Bigg(\nu_\Delta+\frac{m^2\pi^2}{p^2b^2-m^2\pi^2}\Bigg)D_m\Bigg\} \tag{26}$$

și analog $\bar\varepsilon_{12},\bar\varepsilon_{22}$.

Relaţiile (26) ne dau transformatele Laplace ale componentelor deformaţiei şi pentru a obţine componentele deformaţiei pentru materialul vîsco-elastic aplicăm inversa transformatei Laplace.

Cunoscînd componentele deformaţiei, din ecuaţiile (17)$_1$ scrise în transformatele Laplace ale deformaţiei şi deplasării obţinem componentele deplasării pentru materialul vîsco-elastic.

Catedra de matematici IV
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *L. Solomon*, Teoria elasticităţii liniare, Ed. Acad. R.S.R., 1969, cap. VI.
2. *D. R. Bland*, 1965.
3. *Bland D. R., Lee E. H.*, Calculations of Complex Modulus of Linear Viscoelastic Materials from Vibration Read Measurements, I. Appl. Phys., 26, No. 12, 1965.
4. *I. Gh. Şabac*, Matematici speciale, Ed. didact. şi pedagogică, 1965, vol. 2, cap. IX, XII.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

FIZICĂ

C.Z. : 621.3

MĂRIMI FENOMENOLOGICE CARACTERISTICE STRATURILOR DE TRANZIȚIE *

GEORGE C. MOISIL

1. Introducere

Conceptul „suprafață de separare între două medii", atît de frecvent folosit în fizică, este în fond un concept idealizat. În realitate, stabilirea echilibrului între cele două medii implică schimburi de particule, eventual rearanjări superficiale în rețeaua cristalină, în acest fel apărînd un strat de tranziție. În unele condiții, acest strat evoluiază pînă la dimensiunile unui film superficial ; în acest caz sîntem obligați să admitem existența a cîte unui strat de tranziție între fiecare din cele două medii și film. Prezența stratului de tranziție determină abateri detectabile experimental ale coeficienților de reflexie și de transmisie, față de valorile calculate în ipoteza existenței unei suprafețe de separare ideale. Aceste abateri depind evident de structura stratului de tranziție. Descrierea acestei structuri prin repartiția în strat a unor mărimi macroscopice de material, cum ar fi de exemplu constantele optice, este pur formală deoarece pe de o parte determinarea experimentală a acestei repartiții este iluzorie, iar pe de altă parte pentru grosimea submacroscopică a stratului de tranziție aceste mărimi nici nu mai au sens. În schimb, este posibil, așa cum se va arăta mai jos, să se caracterizeze global stratul de tranziție printr-un set de mărimi fenomenologice, accesibile direct măsurării experimentale. Studiul experimental al acestor mărimi ar putea constitui un criteriu de comparație cantitativ al straturilor de tranziție dintre diverse medii, iar cercetarea variației în timp a acestor mărimi, eventual sub acțiunea unor factori externi, ar putea da informații asupra evoluției stratului. Nu este exclus, ca în cadrul unei teorii mai rafinate, să se poată interpreta valorile acestor mărimi fenomenologice în dependență de structura microscopică a stratului.

Lucrarea de față are drept obiect definirea acestor mărimi fenomenologice caracteristice straturilor de tranziție, în condițiile investigării joncțiunii dintre două medii în regim electrostatic. Concluziile se extind automat, în cazul mediilor conductoare, și în condițiile investigării în

* Manuscris predat la redacție la data de 15 iunie 1970.

regim electrocinetic staționar. Într-o lucrare viitoare nădăjduim să putem extinde aceste definiții și în condițiile unei investigări optice, adică în regim electromagnetic variabil.

2. Punerea problemei

Două medii, denumite mediul (I) și mediul (II), liniare, izotrope, omogene, nedisipative, fără histereză și de întindere semiinfinită sînt separate printr-un strat de tranziție de grosime e (fig. 1). Se definește

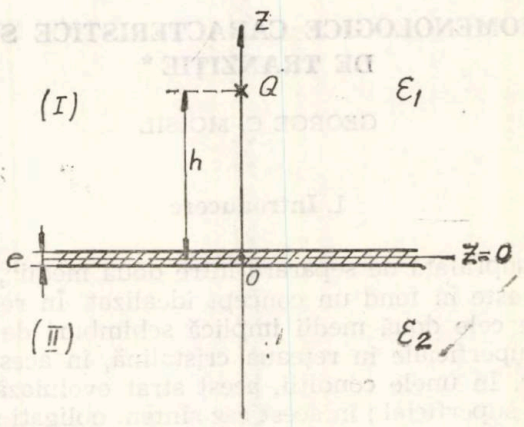


Figura 1

un sistem de coordonate cilindrice r, ϑ, z, cu axa Oz normală pe stratul de tranziție. Repartiția permitivității în întregul spațiu depinde numai de z, fiind dată formal de expresia :

$$\varepsilon(z) = \varepsilon\left(\frac{e}{2}\right) - \int_{-e/2}^{e/2} \theta(z-\zeta)\, d\varepsilon \tag{1}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vartheta} = 0 \tag{2}$$

în care $\theta(z-\zeta)$ este funcția generalizată a lui Heaviside (egală cu unitatea pentru argumente pozitive și nulă pentru argumente negative), iar ζ o coordonată pe direcția z. Expresia (1) a funcției $\varepsilon(z)$ exprimă o structură stratificată continuă a stratului de tranziție. Într-adevăr, se verifică ușor că permitivitatea $\varepsilon(z)$ a unui strat format dintr-o suprapunere discontinuă de m straturi de permitivitate ε_i și grosime $\zeta_{i+1} - \zeta_i$ e dată de expresia

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_m - \sum_{i=0}^{m-1} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)\, \theta(z - \zeta_i) \tag{3}$$

La limită

$$d\varepsilon = \lim_{\zeta_{i+1} \to \zeta_i} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i) \tag{4}$$

relaţia (3) trece în relaţia (1), corespunzătoare unei stratificări continue. În particular din (1) rezultă că $\varepsilon\left(z>\frac{e}{2}\right)=\varepsilon_1$, permitivitatea constantă a mediului (I) şi $\varepsilon\left(z<-\frac{e}{2}\right)=\varepsilon_2$, permitivitatea constantă a mediului (II). În mediul (I), în punctul $r=o$, $z=h$ este situată o sarcină electrică punctiformă Q, care creează un potenţial electrostatic $V(r,z)$, independent de ϑ ca urmare a simetriei problemei. Acest potenţial satisface ecuaţia cu derivate parţiale

$$\varepsilon\,\nabla^2 V+\nabla\,\varepsilon\,\nabla\,V=-\,Q\,\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z) \tag{5}$$

Termenul $\nabla\,\varepsilon\,\nabla\,V$ poate fi privit ca densitatea sarcinilor induse :

$$\rho_s=\nabla\,\varepsilon\,\nabla\,V=-\frac{\partial V}{\partial z}\int_{-e/2}^{e/2}\delta(z-\zeta)d\varepsilon \tag{6}$$

Deoarece grosimea stratului de tranziţie este foarte mică, $\delta(z-\zeta)$ se poate dezvolta în serie, ρ_s căpătînd forma

$$\rho_s=\alpha_0\,\delta(z)-\alpha_1\,\delta'(z)+\alpha_2\,\delta''(z)\ldots \tag{7}$$

Sarcina indusă poate fi exprimată ca o suprapunere de sarcini multipolare distribuite pe planul $z=0$. Limitîndu-ne la primii doi termeni ai seriei, (5) devine :

$$\varepsilon\,\nabla^2 V=-\left[Q\,\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z)+\alpha_0\,\delta(z)-\alpha_1\,\delta'(z)\right] \tag{8}$$

Deşi această ecuaţie nu poate fi rezolvată, ea este importantă deoarece ne arată că potenţialul este determinat nu numai de sarcina punctiformă Q, dar şi de repartiţia superficială de sarcini unipolare de densitate $\alpha_0\delta(z)$ şi de cea de sarcini dipolare de densitate $-\alpha_1\delta'(z)$.

3. Calculul potenţialului

Potenţialul $V_1(r,z)$ satisface în mediul (I) ($z>0$), de permitivitate constantă ε_1, ecuaţia

$$\nabla^2 V_1=-\frac{Q}{\varepsilon_1}\left[\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z)+\psi_1(r)\,\delta(z)-\chi_1(r)\,\delta'(z)\right] \tag{9}$$

în care $\psi_1(r)$ şi $\chi_1(r)$ sînt funcţii care urmează a fi determinate. Folosind dezvoltările în integrală Fourier şi în integrală Bessel-Fourier a funcţiei generalizate a lui Dirac şi dezvoltările în integrală Bessel-Fourier ale funcţiilor $\psi_1(r)$ şi $\chi_1(r)$ găsim

$$\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^\infty k\,J_0(kr)\,dk\int_{-\infty}^{\infty}e^{iq(h-z)}\,dq$$

$$\psi_1(r)\,\delta(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty k\,J_0(kr)\,dk\int_0^\infty \lambda\,\psi_1(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda\int_{-\infty}^{\infty} e^{iqz}\,dq$$

$$\chi_1(r)\,\delta'(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty k\,J_0(kr)\,dk\int_0^\infty \lambda\,\chi_1(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda\int_{-\infty}^{\infty} iq\,e^{iqz}\,dq$$

Introducînd aceste expresii în (9) și aplicînd la stînga în ambii membri operatorul

$$\nabla^{-2} = -\frac{1}{k^2+q^2}$$

obținem

$$V_1 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_1}\left\{\int_0^\infty k\,J_0(kr)\,dk\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\pi}\frac{e^{iq(k-z)}}{k^2+q^2}\,dq + \right.$$
$$\left. + \int_0^\infty k\,J_0(kr)\,dk\int_0^\infty \lambda\,J_0(k\lambda)\,d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}[\psi_1(\lambda) - iq\,\chi_1(\lambda)]\frac{e^{iqz}}{k^2+q^2}\,dq\right\} \tag{10}$$

Ținînd seama că

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{iqz}}{k^2+q^2}\,dq = \pi\frac{e^{-k|z|}}{k}$$

și că

$$-i\int_{-\infty}^{\infty}\frac{q\,e^{iqz}}{k^2+q^2}\,dq = 2\int_0^\infty\frac{q\sin qz}{k^2+q^2}\,dq = \pi\,e^{-k|z|}$$

se obține

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\int_0^\infty\left\{e^{-k|h-z|} + e^{-k|z|}\right\}[F_1(k) + k\,H_1(k)]\,J_0(kr)\,dk \tag{11}$$

în care :

$$F_1(k = 2\pi\int_0^\infty \lambda\,\psi_1(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda$$

$$H_1(k) = 2\pi\int_0^\infty \lambda\,\chi_1(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda$$

În mediul (II) ($z<0$) de permitivitate constantă ε_2, potențialul V_2 satisface ecuația

$$\nabla^2 V_2 = -\frac{Q}{\varepsilon_2}[\psi_2(r)\,\delta(z) - \chi_2(r)\,\delta'(z)] \tag{12}$$

Folosind același mod de calcul ca și pentru potențialul V_1, găsim :

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\int_0^\infty e^{-k|h-z|}[F_2(k) + k\,H_2(k)]\,J_0(kr)\,dk \tag{13}$$

în care :

$$F_2(k) = 2\pi \int_0^\infty \lambda\, \psi_2(\lambda)\, J_0(k\lambda)\, d\lambda$$

$$H_2(k) = 2\pi \int_0^\infty \lambda\, \chi_2(\lambda)\, J_0(k\lambda)\, d\lambda$$

4. Discontinuitatea potențialului

Prezența stratului dipolar implică o discontinuitate a potențialului

$$\Delta V = V_1|_{z=0} - V_2|_{z=0} \tag{14}$$

Punînd

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi} \int_0^\infty \Phi(\lambda)\, \delta(\lambda - r)\, d\lambda$$

$$\delta(\lambda - r) = \lambda \int_0^\infty k\, J_0(k\lambda)\, J_0(kr)\, d\lambda$$

rezultă :

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi} \int_0^\infty k\, J_0(kr)\, dk \int_0^\infty \lambda\, \Phi(\lambda)\, J_0(k\lambda)\, d\lambda \tag{15}$$

Să introducem funcțiile

$$\Omega_1(k)\, e^{-k|h|} = F_1(k) + k\, H_1(k) \tag{16}$$

$$\Omega_2(k)\, e^{-k|h|} = F_2(k) + k\, H_2(k) \tag{17}$$

Substituind în (14) expresiile (11) și (13) ale lui V_1 și V_2 și ținînd seama de (15), (16)și (17), condiția (14) capătă forma

$$k \int_0^\infty \lambda\, \Phi(\lambda)\, J_0(k\lambda)\, d\lambda = e^{-k|h|} \left(\frac{1 + \Omega_1}{\varepsilon_1} - \frac{\Omega_2}{\varepsilon_2} \right)$$

sau punînd

$$\int_0^\infty \lambda\, \Phi(\lambda)\, J_0(k\lambda)\, d\lambda = e^{-k|h|}\, \varphi(k) \tag{18}$$

rezultă

$$1 + \Omega_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\, \Omega_2 + k\, \varepsilon_1\, \varphi \tag{19}$$

Pe de altă parte, componenta normală a inducției electrice este continuă pe cele două fețe ale planului $z = 0$:

$$\varepsilon_1 \left. \frac{\partial V_1}{\partial z} \right|_{z=0} = \varepsilon_2 \left. \frac{\partial V_2}{\partial z} \right|_{z=0} \tag{20}$$

sau

$$1 - \Omega_1 = \Omega_2 \tag{21}$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (19) şi (21) căpătăm

$$\Omega_1 = R + k\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\varphi \tag{22}$$

$$\Omega_2 = T - k\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\varphi \tag{23}$$

în care :

$$R = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \qquad T = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \tag{24}$$

sînt coeficienţii de reflexie, respectiv de transmisie pe planul $z=0$.

Comparînd (16) şi (17) cu (22) şi (23) se constată că expresiile :

$$F_1 = R\, e^{-k|h|} \tag{25}$$

$$F_2 = T\, e^{-k|h|} \tag{26}$$

$$H_1 = -H_2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} e^{-k|h|}\varphi \tag{27}$$

satisfac condiţiile de continuitate impuse potenţialului şi componentei normale a inducţiei electrice. Introducînd (25) (26) (27) în expresiile (11) şi (13) ale potenţialului în cele două medii rezultă

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\int_0^\infty \left[e^{-k|h-z|} + R\, e^{-k|h+z|} + k\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} e^{-k|h+z|}\varphi(k)\right] J_0(kr)\, dk \tag{28}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\int_0^\infty \left[T\, e^{-k|h-z|} - k\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} e^{-k|h-z|}\varphi(k)\right] J_0(kr)\, dk \tag{29}$$

Ţinînd seama că

$$\frac{1+R}{\varepsilon_1} = \frac{T}{\varepsilon_2}$$

din (14) şi din (28) şi (29) rezultă de asemenea

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi}\int_0^\infty k\,\varphi(k)\, e^{-k|h|} J_0(kr)\, dk \tag{30}$$

Discontinuitatea potenţialului datorită sarcinilor dipolare induse depinde de mărimea sarcinei Q şi de cota h la care se află aceasta în raport cu planul $z=0$, de distanţa r, precum şi de funcţia $\varphi(k)$, care exprimă *caracteristicile intrinseci* ale stratului de tranziţie.

Vom admite că $\varphi(k)$ poate fi dezvoltat în serie întreagă şi că această serie este convergentă, avînd un disc de convergenţă de rază $R=\infty$:

$$\varphi(k) = a_0 + a_1 k + a_2 k^2 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n k^n \tag{31}$$

În acest caz seria a cărei termeni sînt

$$a_n k^{n+1} e^{-k|h|} J_0(kr) \tag{32}$$

este uniform convergentă, așa cum se poate verifica ușor, ținînd seama că pentru orice valori ale lui k avem :

$$k e^{-k|h|} J_0(kr) < 1 \tag{33}$$

Aceasta permite ca expresia

$$\int_0^\infty \sum_{n=0}^{\infty} a_n k^{n+1} e^{-k|h|} J_0(kr)\, dk$$

să fie integrată termen cu termen, adică

$$\int_0^\infty \sum_{n=0}^{\infty} a_n k^{n+1} e^{-k|h|} J_0(kr)\, e^{-k|h|} dk = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^\infty k^{n+1} e^{-k|h|} J_0(kr)\, dk \tag{34}$$

seria din membrul al doilea fiind de asemenea convergentă.

Ținînd seama de (34), expresia (30) a discontinuității a potențialului între cele două fețe ale stratului de tranziție devine

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^\infty k^{n+1} e^{-k|h|} J_0(kr)\, dk \tag{35}$$

Din punctul de vedere fizic, ΔV trebuie să fie finit, adică este obligatoriu ca seria din membrul drept al expresiei (35) să fie convergentă. Aceasta însă nu este posibil decît dacă se admite ipoteza că (31) este o serie uniform convergentă cu un disc de convergentă de rază $R = \infty$.

5. Potențialele în funcție de mărimile fenomenologice ale stratului de tranziție

Dezvoltarea seriei (31) ne permite să scriem expresiile (28) și (29) ale potențialului sub forma :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\left\{\int_0^\infty \left[e^{-k|h-z|} + R\, e^{-k|h+z|}\right] J_0(kr)\, dk + \right.$$

$$\left. + \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^\infty k^{n+1} e^{-k|h+z|} J_0\, kr)\, dk\right\} \tag{36}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\left\{\int_0^\infty T\, e^{-k|h-z|} J_0(kr)\, dk - \right.$$

$$\left. - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^\infty k^{n+1} e^{-k|h-z|} J_0(kr)\, dk\right. . \tag{37}$$

Pentru efectuarea integralelor ţinem seama că

$$\int_0^\infty e^{-k|h\pm z|} J_0(kr)\,dk = \frac{1}{\sqrt{(h\pm z)^2+r^2}}$$

$$\int_0^\infty k\,e^{-k|h\pm z|} J_0(kr)\,dk = \frac{h\pm z}{[(h^2\pm z)^2+r^2]^{3/2}}$$

$$\int_0^\infty k^{n+1} e^{-k|h\pm z|} J_0(kr)\,dk = \frac{\Gamma(n+2)}{(h\pm z)^{n+2}} F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{n+3}{2}; 1; -\frac{r^2}{(h\pm z)^2}\right)$$

în care $F(\alpha, \beta; \gamma; -x)$ este funcţia hipergeometrică a lui Gauss. Se obţine

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\left[\frac{1}{\sqrt{(h-z)^2+r^2}} + \frac{R}{\sqrt{(h+z)^2+r^2}} + \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} a_0 \frac{h+z}{[(h+z)^2+r^2]^{3/2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+2)}{(h+z)^{n+2}} F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{n+3}{2}; 1; -\frac{r^2}{(h+z)^2}\right)\right] \tag{38}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\left[\frac{T}{\sqrt{(h-z)^2+r^2}} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} a_0 \frac{h-z}{[(h-z)^2+r^2]^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+2)}{(h-z)^{n+2}} F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{n+3}{2}; 1; -\frac{r^2}{(h-z)^2}\right)\right] \tag{39}$$

Primii doi termeni din expresia lui V_1 şi primul termen din cea a lui V_2 nu reprezintă altceva decît teorema imaginilor electrice în cazul în care mediul (I) ar fi separat de mediul (II) printr-o suprafaţă ideală. Ceilalţi termeni exprimă perturbaţiile de diverse ordine produse de prezenţa stratului de tranziţie. Şirul coeficienţilor

$$a_0, a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots \tag{40}$$

constituie un şir de mărimi de material caracteristice stratului de tranziţie din punctul de vedere fenomenologic. Dacă h este suficient de mare atunci determinările experimentale vor corespunde în primă aproximaţie cu expresiile

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\left[\frac{1}{\sqrt{(h-z)^2+r^2}} + \frac{R}{\sqrt{(h+z)^2+r^2}} + \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} a_0 \frac{h+z}{[(h+z)^2+r^2]^{3/2}}\right] \tag{41}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\left[\frac{T}{\sqrt{(h-z)^2+r^2}} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} a_0 \frac{h-z}{[(h-z)^2+r^2]^{3/2}}\right] \tag{42}$$

În prima aproximaţie prezenţa stratului de tranziţie este aşadar echivalentă în mediul (I) cu introducerea unui dipol în punctul $h+z$, iar în mediul (II) cu introducerea unui dipol în punctul $h-z$. În valoare absolută momentul acestor dipoli este

$$|\vec{p}| = Q \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} a_0 \tag{43}$$

6. Strat de tranziţie omogen şi izotrop

Să presupunem mai întîi că între mediul (I) şi mediul (II) se află un strat intermediar de o grosime *oarecare* e, liniar, omogen, izotrop, nedisipativ şi fără histereză, cu o permitivitate constantă ε_s. În acest caz

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_2 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_s)\,\theta\left(z + \frac{e}{2}\right) - (\varepsilon_s - \varepsilon_1)\,\theta\left(z - \frac{e}{2}\right) \tag{44}$$

Este interesant de studiat expresia discontinuităţii de potenţial

$$\Delta V = V_1\Big|_{z=\frac{e}{z}} - V_2\Big|_{z=-\frac{e}{2}} \tag{45}$$

cînd e devine foarte mic, adică în cazul cînd stratul intermediar devine un strat de tranziţie. Deşi o astfel de idealizare este foarte depărtată de realitate, totuşi cercetarea expresiei ΔV, cînd e devine foarte mic nu este lipsită de interes, întrucît avem posibilitatea calculării explicite a coeficienţilor $a_0, a_1, \ldots a_n, \ldots$

În cazul unei grosimi e macroscopice a stratului, densitatea sarcinilor induse este

$$\rho_s = \nabla\,\varepsilon\,\nabla V = \frac{\partial V}{\partial z}\left[\delta\left(z - \frac{e}{2}\right) + \delta\left(z + \frac{e}{2}\right)\right] \tag{46}$$

Dacă potenţialul este produs de o sarcină punctiformă Q, aşezată în punctul $r=0$, $h=z$, ecuaţia satisfăcută de potenţial se scrie :

$$\varepsilon(z)\,\nabla^2 V = -\,Q\,\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z) - \frac{\partial V}{\partial z}\left[\delta\left(z - \frac{e}{2}\right) + \delta\left(z + \frac{e}{z}\right)\right] \tag{47}$$

Potenţialele V_1, V_s V_2 în mediul (I), respectiv stratul intermediar, respectiv mediul (II) vor satisface ecuaţiile :

$$\nabla^2 V_1 = -\frac{Q}{\varepsilon_1}\left[\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(h-z) + \psi_1(r)\delta\left(z - \frac{e}{2}\right)\right] \tag{48}$$

$$\nabla^2 V_s = -\frac{Q}{\varepsilon_s}\left[\psi_s(r)\,\delta\left(z - \frac{e}{2}\right) + \varphi_s(r)\,\delta\left(z + \frac{e}{2}\right)\right] \tag{49}$$

$$\nabla^2 V_2 = -\frac{Q}{\varepsilon_2}\,\varphi_2(r)\,\delta\left(z + \frac{e}{2}\right) \tag{50}$$

Folosind aceleaşi metode de integrare ca în § 3 şi ţinînd seama de condiţiile de continuitate

$$V_1\Big|_{z=\frac{e}{2}} = V_s\Big|_{z=\frac{e}{2}} \quad ; \quad \varepsilon_1\frac{\partial V_1}{\partial z}\bigg|_{z=\frac{e}{2}} = \varepsilon_s\frac{\partial V_s}{\partial z}\bigg|_{z=\frac{e}{2}} \tag{51}$$

$$V_s\Big|_{z=-\frac{e}{2}} = V_2\Big|_{z=-\frac{e}{2}} \quad ; \quad \varepsilon_s\frac{\partial V_s}{\partial z}\bigg|_{z=-\frac{e}{2}} = \varepsilon_2\frac{\partial V_2}{\partial z}\bigg|_{z=-\frac{e}{2}} \tag{52}$$

după efectuarea calculelor se obține :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\int_0^\infty \left\{ e^{-k|h-z|} + \frac{R_{1s} + R_{s2}\, e^{-2k|e|}}{1 + R_{1s} R_{s2}\, e^{-2k|e|}}\, e^{-k|h+z+e|} \right\} J_0(kr)\, dk \tag{53}$$

$$V_s = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_s}\int_0^\infty \frac{T_{1s}\, e^{-k|h-z|} + T_{1s} R_{s2}\, e^{-k|h+z+e|}}{1 + R_{1s} R_{s2}\, e^{-2k|e|}}\, J_0(kr)\, dk \tag{54}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\int_0^\infty \frac{T_{1s} T_{s2}\, e^{-2k|h+z+e|}}{1 + R_{1s} R_{s2}\, e^{-2k|e|}}\, J_0(kr)\, dk \tag{55}$$

în care

$$R_{1s} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_s}{\varepsilon_1 + \varepsilon_s} \quad ; \quad T_{1s} = \frac{2\varepsilon_s}{\varepsilon_1 + \varepsilon_s} \tag{56}$$

$$R_{s2} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_2}{\varepsilon_s + \varepsilon_2} \quad ; \quad T_{s2} = \frac{2\varepsilon_s}{\varepsilon_s + \varepsilon_2} \tag{57}$$

sînt coeficienții de reflexie și de transmisie pe planul $z = \frac{e}{2}$ și pe planul $z = -\frac{e}{2}$.

Introducînd (53) și (55) în (45), se poate calcula discontinuitatea de potențial dintre cele două fețe ale stratului intermediar. Dacă acum vom face ca grosimea stratului intermediar să devină foarte mică — strat de tranziție — putem folosi aproximațiile :

$$\begin{gathered} h - \frac{e}{2} \approx h + \frac{e}{2} \approx h \\ e^{-2k|e|} = 1 - 2\,ke \end{gathered} \tag{58}$$

În acest caz

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\int_0^\infty \left[1 + \frac{R_{1s} + R_{s2}(1 - 2\,ke) - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} T_{1s} T_{s2}}{1 + R_{1s} R_{s1}(1 - 2k\,e)} \right] e^{-k|h|} J_0(kr)\, dk \tag{59}$$

Ținînd seama de (56) și (57) după efectuarea calculelor găsim :

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi}\beta\, e \int_0^\infty \frac{k}{1 - \sigma e\, k}\, e^{-k|h|} J_0(kr)\, dk \tag{60}$$

în care

$$\beta = \left(1 + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_1}\right)\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_s} - 1\right) \tag{61}$$

$$\sigma = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_s)(\varepsilon_s - \varepsilon_2)}{\varepsilon_s(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \tag{62}$$

Comparînd (60) cu expresia generală (30) din § 4, a lui ΔV căpătăm

$$\varphi(k) = \frac{\beta e}{1 - \sigma e k} \tag{63}$$

Dezvoltînd pe $\varphi(k)$ în serie întreagă și menținînd și de data aceasta numai primii doi termeni

$$\varphi(k) \approx \beta e + \beta\sigma e^2 k \tag{64}$$

de unde prin comparație cu (31) rezultă :

$$a_0 = \beta e \quad ; \quad a_1 = \beta\sigma e^2 \tag{65}$$

În fapt, deoarece e este foarte mic, singurul coeficient semnificativ este a_0. În acest exemplu momentul dipolilor „imagină" are valoarea absolută

$$|\vec{p}| = Q \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \beta e \tag{66}$$

7. Strat de tranziție anizotrop uniax și omogen

Așa cum s-a arătat în altă lucrare [5], în cazul unui strat omogen, dar anizotrop uniax, cu axa Oz ca axă de dimetrie, dacă mediile adiacente (I) și (II) continuă să fie omogene și izotrope este suficient ca în formulă să se facă înlocuirile

$$\varepsilon_s \to \sqrt{\varepsilon_{sp}\, \varepsilon_{sz}} \tag{67}$$

$$e \to \sqrt{\frac{\varepsilon_{sp}}{\varepsilon_{sz}}}\, e \tag{68}$$

în care ε_{sp} este permitivitatea într-un plan normal pe axa Oz, iar ε_{sz} permitivitatea pe direcția Oz. Operînd aceste înlocuiri

$$\beta e \to \left(1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_{sp}\, \varepsilon_{sz}}}{\varepsilon_1}\right)\left(\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_{sp}\, \varepsilon_{sz}}} - 1\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_{sp}}{\varepsilon_{sp}}}\, e \tag{69}$$

$$\sigma e \to \frac{(\varepsilon_1 - \sqrt{\varepsilon_{sp}\, \varepsilon_{sz}})(\sqrt{\varepsilon_{sp}\, \varepsilon_{sz}} - \varepsilon_2)}{\varepsilon_{sz}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}\, e \tag{70}$$

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ivanenko, D., Sokolov, A.*, Teoria clasică a cîmpului, Ed. tehnică, București, 1955.
2. *Bateman, H., Erdélyi, A.*, Tables of Integral Transforms I, Mc. Graw-Hill. New York, 1954.
3. *Gray, A., Mathews, G. B.*, A Treatise on Bessels Function and Their Applications to Physics. Mc. Millan, London 1952.
4. *Moisil, G. C.*, Some Theoretical Considerations about the Transition Layer Between Two Izotropic Media, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 1968 *30*, 5—6 p. 31—38.
5. *Moisil, G. C.*, Distribuția cîmpului electrostatic în medii stratificate liniare anizotrope uniaxe. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 1971, *33*, nr. 4.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 655

EFICACITATEA STUDIULUI DENSITOMETRIC ÎN REZOLVAREA OPERATIVĂ A UNOR PROBLEME OPTICO-TEHNOLOGICE *

TH. BĂDESCU, G. GHIȚESCU

I. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1], a fost propusă introducerea noțiunii de „Cuprins cromatic relativ" pentru studierea interacțiunii hîrtie-cerneală de imprimare, gama de culori reproductibile prin policromie de către o triadă de cerneluri fiind apreciată comparativ cu cîmpul culorilor, delimitat de curba culorilor spectrale din diagrama colorimetrică C.I.E.

Metoda spectrofotometrică de măsurare a culorii necesită însă, în lipsa unor spectrofotometre automatizate, calcule laborioase, în scopul trasării curbei de remisie a culorii și obținerii coordonatelor tricromatice, cu ajutorul cărora se calculează apoi coeficienții tricromatici, adică coordonatele în plan ale culorii respective.

În practica industrială poligrafică, precum și în cazurile de apreciere comparativă a unor materiale colorate, utilizarea unor metode bazate pe principii de colorimetrie simplificate pot aduce reale servicii, timpul de obținere a unor rezultate suficient de precise fiind considerabil redus. Una dintre aceste metode, preconizată de „Graphic Arts Technical Foundation" din Pittsburg (S.U.A.), apelează la utilizarea densitometrului prin reflexie, pentru aprecierea calității cernelurilor și hîrtiilor de tipar, precum și pentru elaborarea unor indicații de ordin tehnologic, cum ar fi de exemplu, evaluarea necesităților de mascare [2].

În țara noastră, metoda G.A.T.F. încă nu a fost folosită ca instrument de lucru în laboratoarele de specialitate, cu toate avantajele pe care le prezintă. În lucrarea de față, ne propunem să apreciem utilitatea acestei metode și totodată să evaluăm calitatea unor cerneluri de policromie mult utilizate, pe baza comparării cuprinsurilor cromatice relative obținute în urma calculelor.

II. Teorie și metodă de lucru

Plecînd de la noțiunea de cerneală „ideală", adică cerneala perfect transparentă, care absoarbe toate radiațiile luminoase ale unei treimi din

* Manuscris prezentat la redacție la data de 7 iulie 1970.

spectrul vizibil (densitate uniformă) şi le reflectă pe toate celelalte [3], se deduce că cernelurile reale de policromie (galben, cyan, magenta) prezintă o abatere, o „eroare" de nuanţă, care poate fi obţinută din expresia:

$$\text{Er. n.}\% = \frac{M - L}{H - L} 100 \tag{1}$$

în care, H, M şi L reprezintă valorile citirilor densitometrice (respectiv mare, medie, mică) prin trei filtre de culori complementare (indigo, verde, roşu) cernelurilor de triadă. O cerneală „ideală" va da o densitate înaltă prin unul din filtre şi densitatea zero prin celelalte două.

Abaterea de nuanţă, precum şi conţinutul de cenuşiu al cernelurilor (efectul reflexiei unei cantităţi mai mici de radiaţii decît cele ale hîrtiei), obţinut prin relaţia :

$$\text{Gri}\% = \frac{L}{H} 100 \tag{2}$$

se poate reprezenta în cercul cromatic al lui Maxwell (fig. 1). Relaţiile de mai sus şi reprezentarea valorilor calculate din acestea au fost propuse pentru prima dată de Preucil, în 1957 [4].

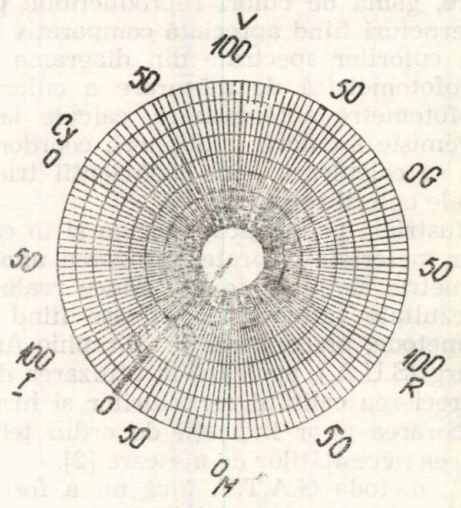


Fig. 1

Erorile de nuanţă ale cernelurilor galbenă şi magenta sînt orientate către culoarea roşie iar cea a cernelii cyan către indigo. Pe de altă parte, nuanţele suprapunerilor a două şi trei culori variază în funcţie de saturaţia cernelii şi grosimea peliculei de cerneală. Valoarea procentuală a gradului de cenuşiu, care dă o măsură a purităţii culorii, creşte spre centrul cercului culorilor [5].

Intensitatea culorii va fi dată de expresia :

$$I\% = (H - L)\,100 \tag{3}$$

iar eficienţa c rnelii, măsură a posibilităţilor pe care le are de a contri-

bui prin suprapunere cu celelalte două cerneluri de triadă la obținerea unui cuprins cromatic satisfăcător, se obține din relația :

$$\text{Ef } \% = \left(1 - \frac{M + L}{2H}\right) 100 \qquad (4)$$

În cazul obținerii unor imprimate (pe o hîrtie considerată etalon) în culorile cernelurilor de bază și cele rezultate prin suprapunere binară a acestor cerneluri și densitometrarea culorilor primare și de amestec, se observă că nuanța care dă cea mai mare valoare la citirea densității sale este diametral opusă filtrului utilizat. Abaterea de nuanță va deplasa punctul reprezentativ al acestei cerneli către culoarea filtrului prin care cerneala respectivă are densitatea cea mai mică. Poziția definitivă a punctului în cercul cromatic se va găsi deplasată către centrul cadranului, în funcție de valoarea gradului de impurificare cu cenușiu.

Utilizînd diagrama G.A.T.F., se pot face aprecieri asupra diferențelor de nuanță și puritate ale celor trei cerneluri de bază atunci cînd sînt comparate cu etaloane, fie între ele, atunci cînd sînt imprimate pe hîrtii diferite. Pe de altă parte, mărimea relativă a suprafeței (cuprinsul cromatic relativ) și forma hexagonului obținut prin unirea punctelor reprezentative ale culorilor primare și a celor de amestec permite aprecierea paletei de culori reproductibile cu triadele de cerneluri luate în studiu pe hîrtia respectivă, cu caracteristici bine definite, pe care se tipărește prin tricromie, și invers, folosind o triadă etalon pe sorturi diferite de hîrtie se pot face considerații comparative asupra calității hîrtiilor luate în studiu. În sfîrșit, metoda dă informații directe asupra evaluării necesităților de mascare.

Subliniind că studiul densitometric nu poate substitui sistemele standardizate de măsurare a culorilor, vom exemplifica în continuare eficacitatea lui practică, prin aplicarea lui la cîteva cerneluri de triadă utilizate în țara noastră, în care s-a variat un singur parametru — culoarea galbenă.

III. Rezultate obținute — interpretare, concluzii

S-au realizat imprimate în culorile de bază (*G*, *M*, *Cy*), în culorile de combinație binară (*V*, *R*, *I*) și în culoarea obținută prin suprapunerea ternară a culorilor de bază (*3C*), la presa miniatură I.G.T. după tehnica standardizată [6], pe carton cretat de import (Franța) cu gramajul de 156 g/m², acceptat ca suport etalon.

Imprimarea s-a făcut în două ordini de imprimare : 1. cyan, galben, magenta și 2. galben, magenta, cyan și s-au obținut două grosimi diferite (I și II) ale stratului de cerneală, cantitatea de cerneală a celui de al doilea strat fiind dublă față de a primului.

S-au păstrat constante, pentru toate încercările, cernelurile de policromie offset ca luciu „Hartmann" de culoarea magenta (*M*) și cyan (*Cy*) fabricate pe bază de pigmenți organici și s-au utilizat, pe rînd, următoarele cerneluri galbene (*G*) :

A. Policromie cu luciu „Hartmann"

B. Policromie cu luciu „Policolor"

C. Cerneală galbenă pe baza pigmentului „Galben de crom-lămîie"

D. Cerneală galbenă pe baza pigmentului „Galben de crom-mijlociu"

E. Cerneală galbenă pe baza pigmentului „Galben de crom-portocaliu".

Primele două cerneluri sînt fabricate pe bază de pigmenți organici. Ultimele trei, pe baza pigmentului anorganic „Galben de crom", în nuanțele extreme și cea mijlocie, din cele 5 sortimente standardizate în țara noastră [7], au fost obținute în condiții de laborator, după rețeta industrială pentru cernelurile offset policromie cu luciu.

Studiul comparativ a urmărit, pe de o parte, să determine sortimentul de galben de crom (pigment mai ieftin decît cei organici) cel mai potrivit pentru a se obține o eficiență satisfăcătoare în imprimarea policromă și totodată să confirme utilitatea și operativitatea metodei densitometrice, prin concordanța dintre rezultatele obținute și aprecierea vizuală a imprimatelor realizate.

Densitometrările pentru cele 7 culori obținute s-au efectuat la un densitometru prin reflexie tip Macbeth RD-100, prin fiecare filtru făcîndu-se trei densitometrări și luîndu-se în considerare media lor.

Întrucît eroarea de nuanță se exprimă în procente iar regiunea unei culori din cercul cromatic este împărțită în 24 sectoare, în calcul s-a luat în considerare eroarea de nuanță în unități transformate, după relația :

$$\text{Er. n.}(Ut) = \frac{\text{Er. n. } \%}{4{,}16}$$

Astfel obținute, valorile erorii de nuanță și a procentului de cenușiu au permis fixarea punctului reprezentativ al fiecăreia dintre cele 6 culori care permit închiderea hexagonului cuprinsului cromatic precum și a culorii negre de amestec ternar. Aceste valori sînt redate în tabelele 1 și 2, alături de ceilalți doi parametri ai sistemului G.A.T.F., iar în figurile 2—11 sînt redate cuprinsurile cromatice obținute prin variația celor

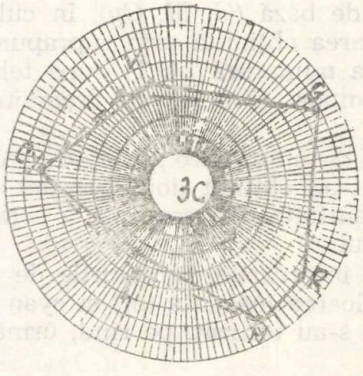


Fig. 2

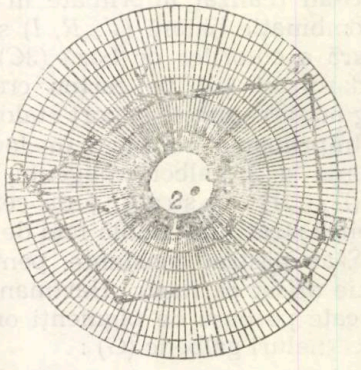


Fig. 3

Tabel 1

Parametrii sistemului G.AT.F. ai triadelor de policromie cu cerneluri (A şi B) pe bază de pigmenţi galbeni organici, pentru două grosimi (I şi II) ale stratului de cerneală

Culoarea	Ordinea de imprimare	Er.n. (*U.t*)				Gri (%)				Int. (%)				Ef. (%)			
		A		*B*		*A*		*B*		*A*		*B*		*A*		*B*	
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
G	1.	2,5	1,5	1,4	1,3	9,4	4,6	3,5	3,1	58	146	140	183	86	92	94	94
	2.	2,5	1,5	1,4	1,3	9,4	4,6	3,5	3,1	58	146	140	183	86	92	94	94
M	1.	10,4	16,3	10,4	16,3	13,4	15,5	13,4	15,5	136	175	136	175	68	56	68	56
	2.	10,4	16,3	10,4	16,3	13,4	15,5	13,4	15,5	136	175	136	175	68	56	68	56
Cy	1.	6,1	6,3	6,1	6,3	15,9	15,4	15,9	15,4	106	187	106	187	73	74	73	74
	2.	6,1	6,3	6,1	6,3	15,9	15,4	15,9	15,4	106	187	106	187	73	74	75	74
V.	1.	21,0	22,8	13,7	19,7	40,3	49,6	42,9	50,2	81	98	96	96	34	70	35	30
	2.	12,3	18,1	21,6	20,1	41,2	47,5	41,1	49,5	84	102	90	100	44	33	32	29
R.	1.	18,7	20,4	18,2	19,8	14,3	15,1	12,5	11,7	150	181	172	195	53	49	57	51
	2.	18,7	20,4	18,2	19,8	14,3	15,1	12,5	11,7	150	181	172	195	55	49	57	51
I.	1.	15,4	17,6	15,4	17,6	51,8	26,3	51,8	26,3	83	165	83	165	32	47	32	47
	2.	12,8	17,3	12,8	17,3	48,0	71,0	48,0	71,0	90	61	90	61	38	19	38	19
3C.	1.	6,1	22,6	13,6	18,9	77,0	63,6	83,7	70,0	42	82	130	171	14	20	12	18
	2.	18,8	5,8	17,9	3,4	63,5	90,5	58,0	93,5	60	21	75	14	22	8	30	6

5 cerneluri galbene luate în studiu, la cele două grosimi ale stratului de cerneală (I şi II). Valorile cuprinsurilor cromatice relative sînt date în tabelul 3.

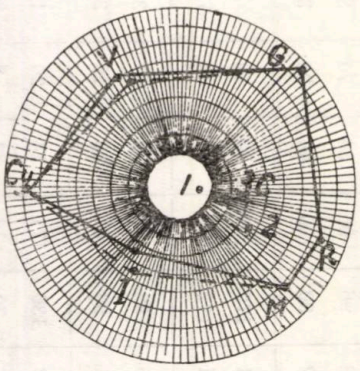


Fig. 4

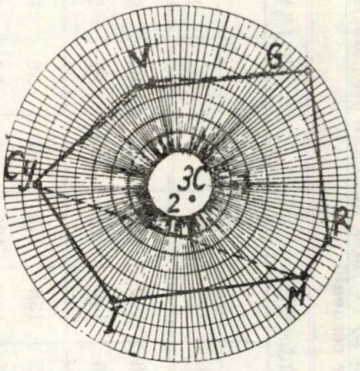


Fig. 5

Din examinarea cuprinsurilor cromatice obţinute cu cerneluri pe bază de pigmenţi organici (*A* şi *B*) se constată că ele au un cuprins cromatic echilibrat, cu excepţia stratului mai gros (II) corespunzător ordinei de imprimare galben, magenta, cyan, al cărui cuprins cromatic relativ (tabel 3) are de altfel valoarea cea mai scăzută (37%), datorită conţinutului ridicat în gri (71%) pe care îl are culoarea indigo (tabel 1). Este interesant de remarcat că şi valoarea scăzută a eficienţei (19%) pentru cazul considerat confirmă sensul atribuit acestei noţiuni.

Straturi mai groase de cerneală dau culori mai intense, ceea ce se reflectă şi în valorile procentuale ale intensităţilor, cu excepţia culorilor indigo şi negru, pentru acelaşi caz luat în discuţie.

În sfîrşit, o altă concluzie ce se poate desprinde este aceea că cerneala galbenă de triadă „Policolor" (B) prezintă caracteristici sensibil asemănătoare cu cerneala galbenă „Hartmann" (A), putînd alcătui fără inconveniente o triadă de policromie alături de cernelurile „Hartmann" de culoare magenta şi cyan.

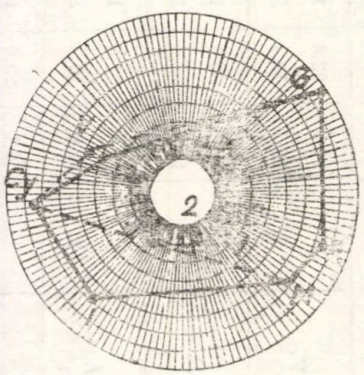


Fig. 6

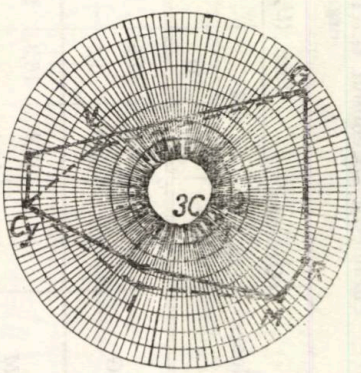


Fig. 7

Tabel 2

Parametrii sistemului G.A.T.F. ai triadelor de cerneluri de policromie, cu cerneluri galbene (*C,D,E*) pe bază de galben de crom, pentru două grosimi (I și II) ale stratului de cerneală

Culoarea	Ord. de imprimare	Er.n. (*U.t*)						Gri (%)						Int. (%)						Ef. (%)					
		C		*D*		*E*		*C*		*D*		*E*		*C*		*D*		*E*		*C*		*D*		*E*	
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
G	1.	4,2	2,4	2,1	2,3	9,9	11,1	10	7,8	6,8	5,5	8,7	7,4	45	71	69	103	63	100	82	88	89	90	81	72
	2.	4,2	2,4	2,1	2,3	9,9	11,1	10	7,8	6,8	5,5	8,7	7,4	45	71	69	103	63	100	82	88	89	90	81	72
M	1.	10,4	16,3	10,4	16,3	10,4	16,3	13,4	15,5	13,4	15,5	13,4	15,5	136	175	136	175	136	175	68	56	68	56	68	56
	2.	10,4	16,3	10,4	16,3	10,4	16,3	13,4	15,5	13,4	15,5	13,4	15,5	136	175	136	175	136	175	68	56	68	56	68	56
Cy	1.	6,1	6,3	6,1	6,3	6,1	6,3	15,9	15,4	15,9	15,4	15,9	15,4	106	187	106	187	106	187	73	74	73	74	73	74
	2.	6,1	6,3	6,1	6,3	6,1	6,3	15,9	15,4	15,9	15,4	15,9	15,4	106	187	106	187	106	187	73	74	73	74	73	74
V.	1.	1,1	3,0	11,2	20,2	0,5	22,1	12,5	58,7	58,5	69,0	64,0	89,0	84	44	47	38	44	13	56	39	32	18	36	6
	2.	3,4	2,6	20,8	16,8	6,3	4,1	43,0	46,0	51,0	55,0	63,0	69,0	70	91	45	63	42	53	53	51	28	29	32	29
R.	1.	16,4	22,0	20,2	21,8	16,5	23,8	13,1	15,6	12,9	15,8	13,6	15,8	133	162	108	154	133	170	58	46	51	46	53	43
	2.	16,4	22,0	20,2	21,8	16,5	23,8	13,1	15,6	12,9	15,8	13,6	15,8	133	162	108	154	133	170	58	46	51	46	53	43
I.	1.	15,4	17,6	15,4	17,6	15,4	17,6	51,8	26,3	51,8	26,3	51,8	26,3	83	165	83	165	83	165	32	47	32	47	32	47
	2.	12,8	17,3	12,8	17,3	12,8	17,3	48,0	71,0	48,0	71,0	48,0	71,0	90	61	90	61	90	61	38	19	38	19	38	19
3C.	2.	16,1	16,3	3,7	18,1	3,3	21,8	68,1	69,3	78,0	60,0	71,4	57,0	55	69	34	87	51	96	22	21	16	25	27	24
	1.	19,2	12,2	14,4	7,1	9,8	3,8	69,0	78,0	83,0	87,0	56,0	80,0	50	47	25	27	80	44	19	16	34	12	35	19

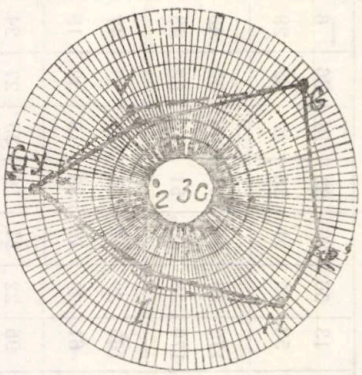


Fig. 8

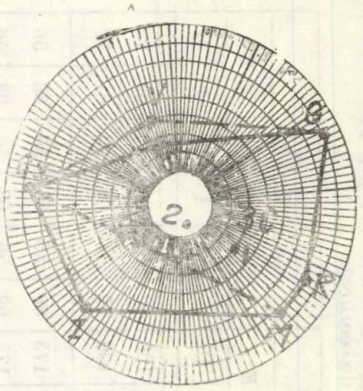


Fig. 9

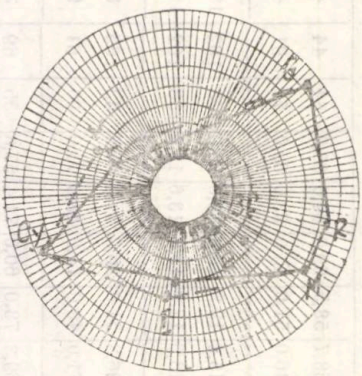


Fig. 10

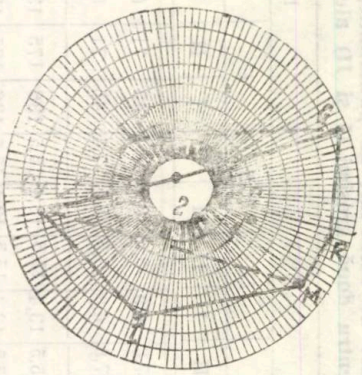


Fig. 11

Trecînd la examinarea parametrilor sistemului G.A.T.F. şi a cuprinsurilor cromatice obţinute cu cele trei cerneluri (*C*, *D* şi *E*) de triadă în care cerneala galbenă a fost obţinută cu diverse nuanţe de galben de crom (corespunzînd la compoziţii diferite), se observă că triadele realizate cu cernelurile *C* şi *D* prezintă un cuprins cromatic mai echilibrat decît la cel realizat cu cerneala *E*. La cerneala galbenă *E* (cu galben de crom-portocaliu), datorită deplasării sensibile a erorii de nuanţă a culorii galbene către roşu, respectiv 9,9 (I) şi 11,1 (II) în unităţi transformate (tab. 2), se produce şi o deplasare exagerată a verdelui spre galben, el devenind aproape măsliniu. La o „murdărire“ cu negru, adică la mărirea procentului de gri, nuanţa măslinie a verdelui (V) se accentuează, ceea ce se poate vedea pentru prima ordine de imprimare, la cea de a doua grosime (II) a stratului de cerneală (Gri = 89%), iar negrul (3 C) capătă o pregnantă nuanţă roşcată (Gri = 57%). La o grosime mai mică (I) a stratului de cerneală suprapunerea celor trei culori de bază dă o nuanţă mai violacee a negrului (Er.n = 3,3 faţă de 21,8), dar mai saturată

(Gri = 71,4%) decît cea obținută la o grosime dublă a stratului de cerneală.

Tabel 3

Cuprinsurile cromatice relative ale triadelor de cerneluri pentru două grosimi ale stratului de cerneală (I și II)

Indicativ	Triada	Ordinea de imprimare	C_r (%)	
			I	II
A	Magenta-cyan-galben (Hartmann)	*Cy, G, M*	44,6	46,8
		G, M, Cy	45,0	37,0
B	Magenta-cyan-galben (Policolor)	*Cy, G, M*	48,0	48,4
		G, M, Cy	48,4	37,3
C	Magenta-cyan-galben (de crom-lămîie)	*Cy, G, M*	42,6	48,4
		G, M, Cy	40,0	31,5
D	Magenta-cyan-galben (de crom-mijlociu)	*Cy, G, M*	40,0	41,5
		G, M, Cy	44,0	34,1
E	Magenta-cyan-galben (de crom-portocaliu)	*Cy, G, M*	33,1	34,0
		G, M, Cy	36,0	25,5

Un verde cu o nuanță de asemenea denaturată (spre cyan) îl dă și triada ce conține galben de crom-lămîie (*C*), ceea ce exclude și această nuanță de galben în utilizarea ei drept componentă a unei triade de policromie, atunci cînd se cere un cuprins cromatic echilibrat în ceea ce privește poziția paletei de culori reproductibile în cercul culorilor, deși valoarea cuprinsului cromatic relativ este suficient de ridicată, cu excepția celui pentru ordinea de imprimare *G, M, Cy* (stratul II), observație valabilă de altfel pentru toate sortimentele de cerneluri.

Spre deosebire de cernelurile *E* și *C*, se observă că cerneala *D*, pe bază de galben de crom-mijlociu, prezintă comparativ (indiferent de grosimea stratului), eroarea de nuanță cea mai mică, procentul de gri cel mai scăzut, intensitatea cea mai ridicată și eficiența cea mai bună. Asemănarea dintre hexagoanele cuprinsurilor cromatice obținute folosindu-se în triadă această cerneală și hexagoanele obținute cu triada „Hartmann" sau cea cu cerneluri „Hartmann" și „Policolor" este destul de evidentă, deși nu poate exista identitate perfectă între culorile realizate. Se confirmă însă, prin metoda densitometrică, faptul că cerneala galbenă

dintr-o triadă de policromie trebuie să prezinte o nuanţă mijlocie, pentru ca cuprinsul cromatic să fie echilibrat şi suficient de ridicat.

Catedra de tehnologie organică, combustibili şi poligrafie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bădescu, Th.*, Contribuţii la stabilirea unui criteriu obiectiv de apreciere a corelaţiei hîrtie-cerneală-maşină, la imprimarea policromă. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti nr. 3, 1967.
2. *Yule, J. A. C.*, Principles of Color Reproduction. John Wiley and Sons, Inc., New-York, 1967.
3. *Bădescu, Th.*, Materiale poligrafice. Ed. did. şi ped., Buc., 1967.
4. *Preucil, F.*, The Influence of Paper on Color Reproduction. Advances in Printing Science and Technology, vol. I, W. H. Banks, Pergamon Press, London, 1961.
5. *Hartsuch, P.*, How Changes in the Hues and Cleanliness of Process Yuks Offset the Cleanliness of In-between Colors. Advances in Printing Science and Technology, vol. I, W. H. Banks, Pergamon Press, London, 1961.
6. *Elokhuis, G.*, Applications de l'appareil d'essai I.G.T. Stichting Institut Voor Grafische Technik TNO, Publication nr. 12, 2ème ed., avr., 1962.
7. STAS 2488-61. Pigmenţi anorganici, Galben de crom.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

C.Z. : 66.094.8

ÜBER DIE GESCHWINDIGKEIT DER WASSERENTSÄUERUNG DURCH AUFLÖSUNG VON $CaCO_3$ *

IONEL GH. CONSTANTINESCU

Wenn ein Trinkwasser nicht schon von Natur aus kalkgesättigt ist, so muß es aus Gründen des Korrosionsschutzes einem Aufbereitungsprozeß unterzogen werden, den man „Entsäuerung" nennt.

Hierzu kann man durch Wegnahme von Kohlensäure oder durch Zugabe einer Lauge den pH-Wert so weit erhöhen, daß ein Teil der natürlichen Gehaltes an Hydrogenkarbonat-Ionen in Karbonat-Ionen übergeht, und zwar so viel, daß mit den stets vorhandenen Ca^{++}-Ionen das Löslichkeitsprodukt :

$$Ca^{++} \cdot CO_3^{--} = 10^{-3} \text{ (Mol/l)}^2$$

erreicht wird. Eine Überschreitung dieses Löslichkeitsproduktes wäre allerdings ebenso unerwünscht wie ein Unterschreiten, weil dann ja Kalk im Wasser ausfallen würde, und den kann man nicht brauchen.

Die nächstliegende Methode, um genau dieses Löslichkeitsprodukt zu erreichen und es auf keinen Fall zu überschreiten, ist die Aufsättigung des Wassers mit festem Kalk, z.B. in Form von Marmorpulver. Sie ist technisch dadurch zu realisieren, daß man das Wasser durch einen mit gekörntem Marmor gefüllten Behälter hindurchlaufen läßt.

Im Prinzip geht diese sogenannte Marmorfiltration sehr gut, nur geht sie bei vielen Wässern zu langsam, als daß es noch wirtschaftlich wäre.

Eigenartig ist dabei, daß es nicht bei allen Wässern gleich langsam geht, wie man es doch eigentlich von einem so einfach aussehenden Vorgang erwarten sollte.

Denn auf den ersten Blick haben wir es doch mit nichts anderem zu tun, als mit einer Salzaufsättigung nach dem bekannten Schema, das wir uns im Bild 1 ansehen wollen.

Unmittelbar am festen Salzkristall herrscht stets Sättigungskonzentration C_s, im Inneren der Lösung herrscht die Konzentration C. Das gesamte Konzentrationsgefälle verlegt man schematisch in die am Kristall

---

* Prezentată la Seminarul internațional de chimie din Karlsruhe 28--29 iunie 1970.

haftende Grenzschicht. Nach diesem Schema müßte die Kinetik jeder Salzaufsättigung z.B. in einem Rührversuch nach einer Gesetzmäßigkeit erster Ordnung verlaufen, also nach der Gleichung

$$\frac{dc}{dt} = K \cdot (C_s - C)$$

oder integriert :

$$-\log \frac{C_s - C}{C_s} = K \cdot t$$

Graphisch dargestellt ergibt das die bekannte Kurvengestalt (Bild. 2)

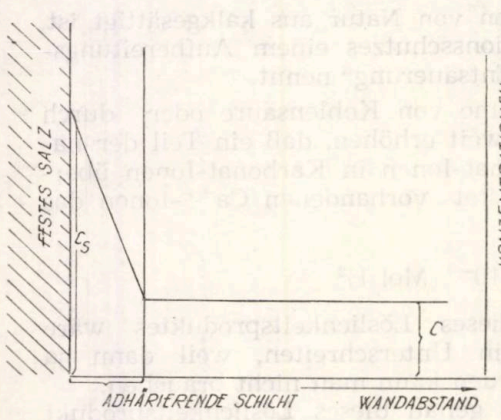


Bild 1

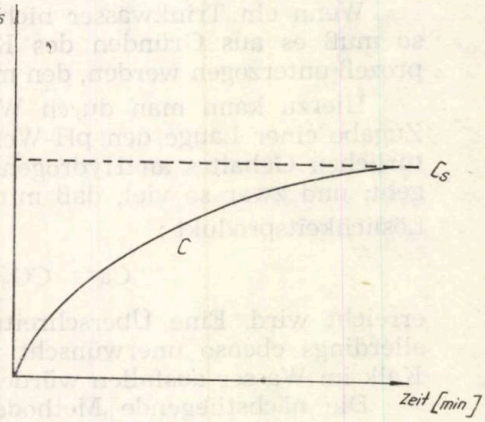


Bild 2

und im halblogarithmischen System ergibt es Gerade mit der Neigung K (Bild 3).

Die Steilheit K ist abhängig von dem Diffussionskoeffizienten der Moleküle oder Ionen und natürlich von der Schichtdicke der haftend gedachten Grenzschicht, d.h. von der Rührgeschwindigkeit, und natürlich von der Temperatur :

$$K = f(D, v, T)$$

Prinzipiell macht es aber keinen Unterschied, ob die abdissoziierenden Partikel neutrale Moleküle sind oder Ionen. Bei Ionen hat man die Möglichkeit, die Gesetzmäßigkeit auf eine sehr einfache Art zu prüfen. Man kann anstelle der Konzentrationsänderungen die Änderung der elektrischen Leitfähigkeit der Lösung verfolgen, und das ist experimentell leicht zu realisieren.

Nach diesem Prinzip haben wir gearbeitet. Die benutzte Apparatur möchte ich im Bild 4 zeigen :

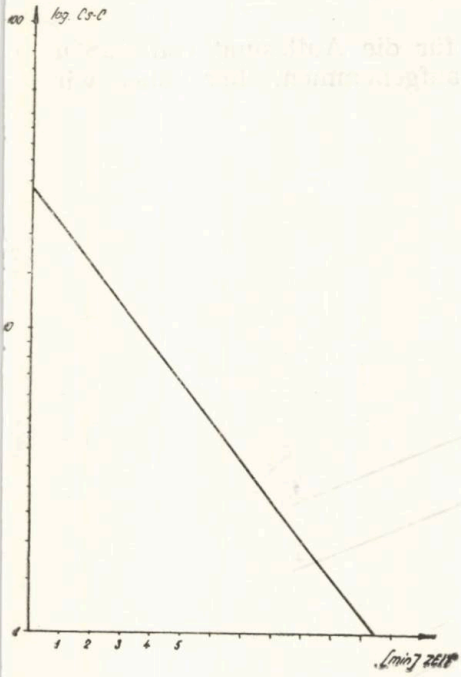


Bild 3

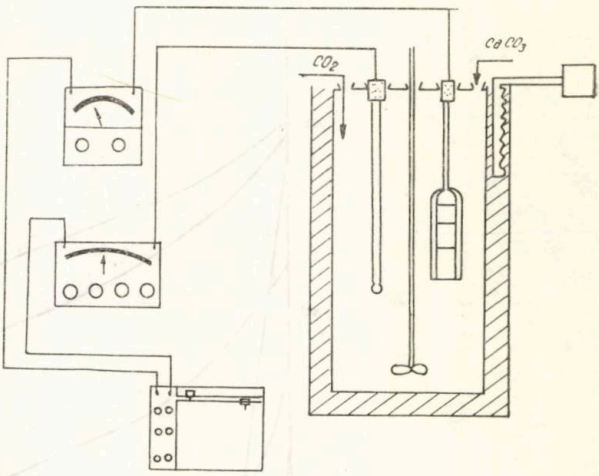


Bild 4

Ein Behälter mit mehreren Öffnungen steht in einem Wasserbad, das thermostatisch auf 27° gehalten wurde.

Im Behälter befindet sich zunächst das reine Wasser bzw. die reine Lösung.

Mit einer Leitfähigkeitselektrode und einem zugehörigen Meßinstrument wird die Leitfähigkeit gemessen und mit einem Linienschreiber registriert. Der Papierverschub des Schreibers war meist auf 2 mm/Min eingestellt. Bei besonders schnellen oder langsamen Änderungen auch schneller oder langsamer.

Zum Zeitpunkt $t=0$ wurde eine definierte Menge $CaCO_3$-Pulver zugegeben, und von da ab die Zunahme der Leitfähigkeit registriert.

Da bei Zugabe von $CaCO_3$ nicht nur die Leitfähigkeit, sondern auch der pH-Wert zunimmt, haben wir auch diese pH-Änderung mit Hilfe einer Glaselektrode mit gemessen und mit registriert. Wir hatten gehofft, durch die pH-Kurven vielleicht zusätzliche Informationen zu erhalten, doch hat sich diese Hoffnung nicht erfüllt (Bild 5).

Die erhaltenen Leitfähigkeitskurven verliefen nicht immer nach der erwarteten Reaktion 1 Ordnung. Nas zeigt sich besonders deutlich, wenn man sie in ein halblogarithmisches System überträgt.

Nur bei Verwendung von ganz reinem CO_2-freiem Wasser erhalten wir halblogarithmisch eine Gerade. Wenn aber im Wasser von Anfang an CO_2-gelöst ist oder zusätzlich noch HCO_3-Ionen oder Ca-Ionen vorhanden sind, so ist der Reaktionstyp 1. Ordnung nicht erfüllt, und außer-

dem verläuft die Sättigung dann sehr viel langsamer, d.h. die Kurven verlaufen weniger steil.

Zum Vergleich ist auch eine Kurve für die Auflösung von $CaSO_4$ unter gleichen Versuchsbedingungen mit aufgenommen. Hier haben wir

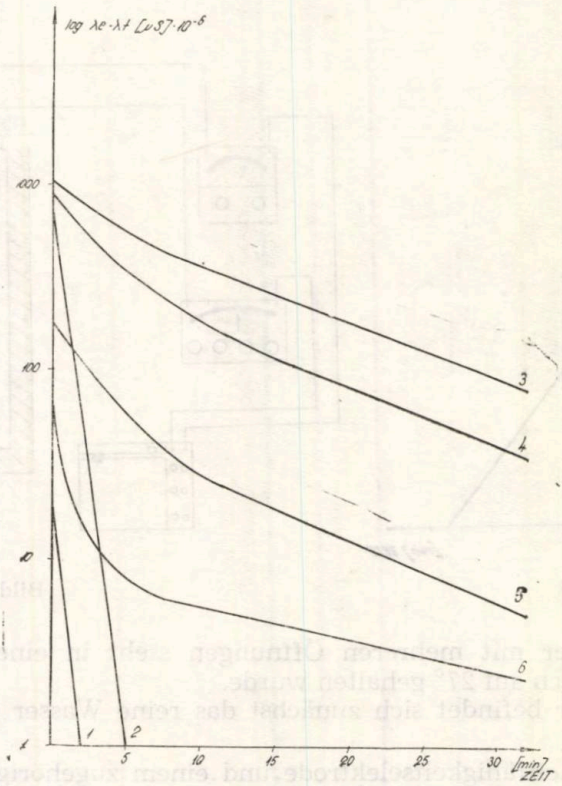


Bild 5

t=27°
1. $CaCO_3$ 0,3 g
2. $CaSO_4$ 0,3 g
3. CO_2; Ca 0,05 n
4. $CaCl_2$ 0,004 n
5. $NaHCO_3$ 0.004 n
6. $NaHCO_3$ 0,001 n

wieder den Reaktionstyp 1. Ordnung und nahezu die gleiche Steilheit wie bei der Sättigung von $CaCO_3$ in reinem Wasser. Nur die absolute Größe der durchlaufenen Leitfähigkeitsdifferenz ist viel größer, denn $CaSO_4$ ist ja viel leichter löslich als $CaCO_3$.

Und die Löslichkeit von $CaCO_3$ ist stark davon abhängig, wieviel CO_2 und wiewiel Ca^{++}- und HCO^--Ionen ursprünglich vorhanden sind. Daher die sehr verschiedene Höhe der Ordinaten.

Wir haben übrigens etwas bessere Gerade bekommen, also Reaktionen 1. Ordnung, wenn wir nicht im abgeschlossenen Gefäß gearbeitet haben, sondern unter dauernder CO_2- Einleitung, und zwar so, dass durch die CO_2- Einleitung ein bestimmter pH-Wert aufrecht erhalten wurde.

Einige Kurven unter solchen pH-statischen Bedingungen zeigt das Bild 6.

Sie sehen wieder die verschiedene Ordinatenhöhe entsprechend der verschiedenen $CaCo_3$- Löslichkeit bei verschiedenen pH-Werten. Unerwartet war nur die verschiedene Steigung der Geraden. Die Sättigung wird umso schneller erreicht, je höher der pH-Wert ist.

Man hat natürlich sehr schnell eine Erklärung für diese Unter-

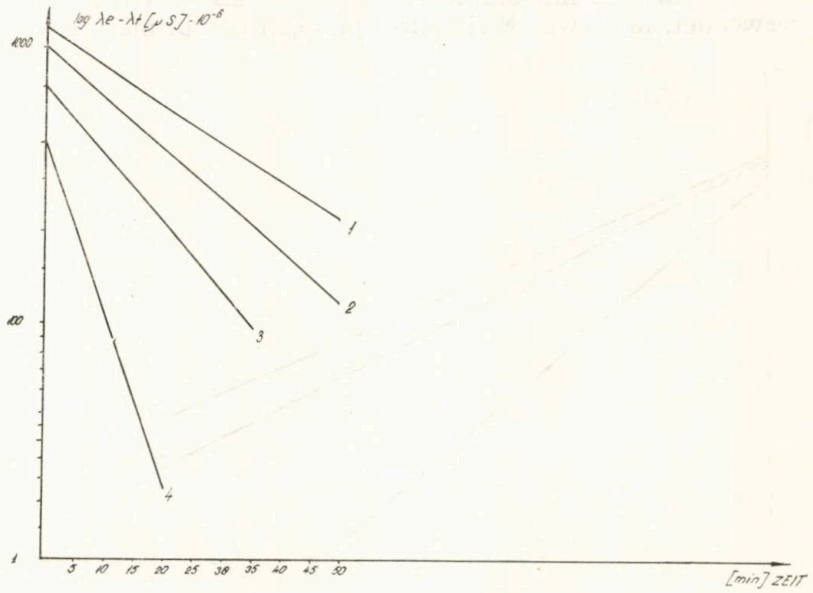


Bild 6

1. pH 6,5
2. pH 7
3. pH 7,5
4. pH 8

schiedlichkeit zur Hand : Die Kalkauflösung in Gegenwart von CO_2 ist eben kein reiner Lösungsvorgang, sondern eine chemische Reaktion :

$$Ca\,CO_3 + CO_2 + H_2O \rightleftharpoons Ca^{++} + 2\,HCO_3^-$$

Deshalb muß nicht unbedingt die Abdiffussion von Ionen geschwindigkeitsbestimmend sein, sondern es kann ebenso gut eine Hemmung bei der chemischen Reaktion sein, zumal die chemischen Vorgänge in Wirklichkeit viel verwickelter sind als es diese einfache Summengleichung erkennen läßt.

Wenn aber wirklich eine chemische Reaktion und nicht eine Diffusion geschwindigkeitsbestimmend ist, so muß sich das experimentell dadurch zeigen, daß die Steilheit der Kurven unabhängig von der Rührgeschwindigkeit ist.

Wir haben daher eine Versuchsreihe mit verschiedenen Rühr geschwindigkeiten unter sonst gleichen Bedingungen durchgeführt und das Ergebnis sehen Sie im Bild 7 : Eine deutliche Abhängigkeit ist ur-

unverkennbar.

Nun geschieht ja bei der Auflösung von $CaCo_3$ nicht nur eine Abdiffusion von salzeigenen Ionen, sondern es muss ja auch CO_2 an den Kristall herandiffundieren, damit die Reaktion stattfinden kann. Vielleicht ist diese Herandiffusion von CO_2 geschwindigkeitsbestimmend. Um diese Frage zu prüfen, haben wir eine Versuchsreihe nicht nur mit CO_2, sondern auch noch mit anderen Säuren durchgeführt.

Da Kohlensäure mit einem pK-Wert von 6,5 eine schwache Säure ist, haben wir Säuren mit ähnlicher Dissotiationskonstante bzw. pK-Wert verwendet, und zwar Essigsäure (pK 5,2,) das primäre Phosphation

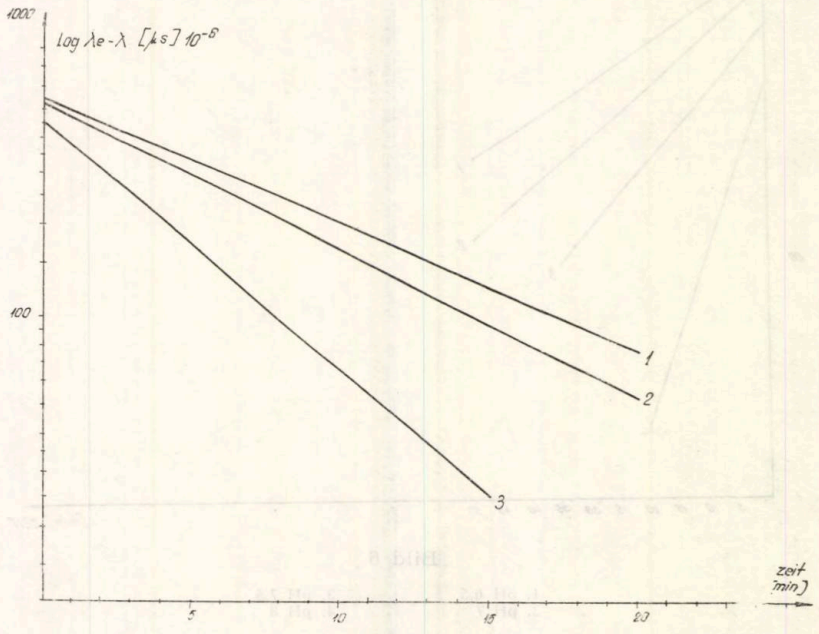


Bild 7

1. 200 ruhre/min
2. 250 ruhre/min
3. 400 ruhre/min
pH 7,5

(pK 7,2) und eine organische Substanz mit dem Namen Alloxan, deren pK-Wert 6,6 beträgt.

Das Ergebnis dieser Versuche zeigt das Bild 8.

Also sehr deutliche Unterschiede zwischen dem Angriff durch die verschiedenen Säuren, und wenn wir die rein chemische Reaktion als hemmenden Schritt ausschalten wollen, so müssen wir sagen : deutliche Unterschiede zwischen der Herandiffusion der verschiedenen Säuren.

Dabei is nur unverständlich, daß das Essigsäure-Molekül und das Phosphat-Ion wesentlich schneller heran diffundieren sollen als das kleinere CO_2 Molekül, und daß das viel größere Alloxan-Molekül mit einem Molekulargewicht von 160 nicht langsamer, sondern etwa ebenso schnell diffundieren soll wie das CO_2, anfangs sogar noch deutlich schneller. Natürlich werden auch H^+-Ionen selbst in dem Kristall heran-

diffundieren, aber in etwa neutralen Bereichen ist ihre Konzentration so klein, daß sie keine bedeutende Rolle spielen können.

Wir kommen also auch mit dieser Vorstellung nicht zum Ziele und haben nun folgende hypothetische Erklärung.

Das CO_2 ist ja an sich noch keine Säure, sondern ein Säureanhydrid. Daher reagiert es auch nicht selbst mit dem $CaCO_3$, wie es an der Tafel aussieht, sondern es muß erst zur richtigen Kohlensäure hydratisieren, und die kann dann erst durch Dissoziation die an sich erforderlichen H^+-Ionen liefern.

Es ist bekannt, daß im Gleichgewicht über 99% als CO_2 vorliegt

$$CO_2 + H_2O \rightleftharpoons H_2CO_3 \rightleftharpoons H^+ + HCO_3^-$$

und weniger als 1% als H_2CO_3. Es ist weiter bekannt, daß die Einstellung

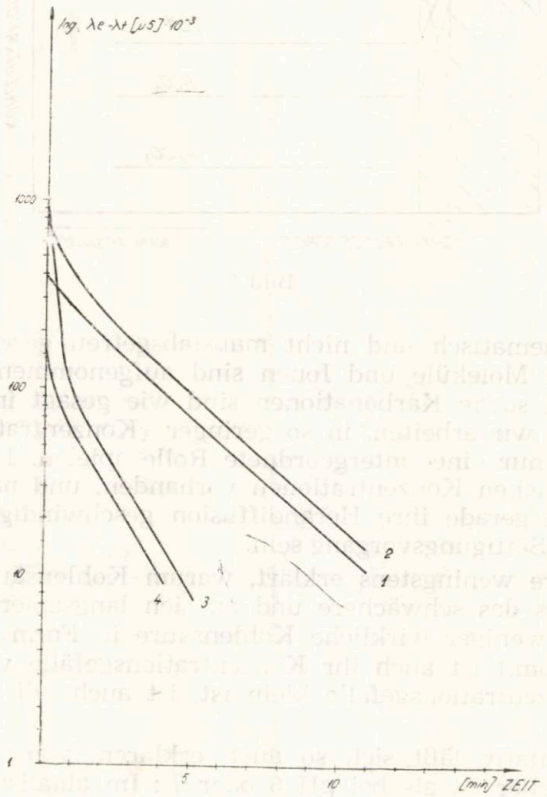


Bild 8

1. Alloxan 0,01 n
2. CO_2 0,05 n
3. CH_3COOH 0,01 n
4. PO_4H_2K 0,01 n

des Hydrations-Gleichgewichtes im Gegensatz zum Dissoziationsgleichgewicht nicht momentan erfolgt, sondern daß es sich um eine Zeitreaktion handelt. Die Zeitkonstante ist pH-abhängig : Im alkalischen Gebiet geht es etwas schneller als im sauren, und im Neutralen dauert es etwa

1 min., bis ein gestörtes Gleichgewicht einigermaßen wieder hergestellt ist. Das ist zu lange, um CO_2 einfach als eine Säure anzusehen. Es genügt also nicht, daß nur CO_2 an das feste Salz herandiffundiert, denn dort müßte es erst einmal zu H_2CO_3 hydratisieren, bevor es reagieren könnte. Andererseits werden aber auch bereits hydratisierte H_2CO_3 Moleküle herandiffundieren, und die können sofort H^+-Ionen abgeben (Bild 9).

Zur Veranschalichung dieser Hypothese mag das letzte Bild dienen.

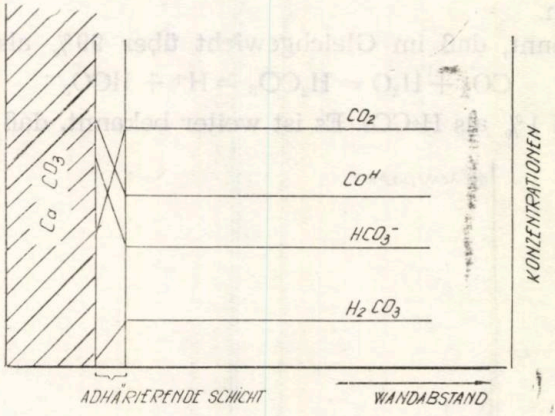


Bild 9

Es ist rein schematisch und nicht maßstabsgetreu gezeichnet, und nur die wichtigsten Moleküle und Ionen sind aufgenommen. H-Ionen und auch OH-Ionen sowie Karbonationen sind wie gesagt in dem neutralen Gebiet, in dem wir arbeiten, in so geringer Konzentration vorhanden, daß sie sicher nur eine untergeordnete Rolle spielen. H_2CO_3 ist aber schon in merklichen Konzentrationen vorhanden, und nach unserer Hypothese könnte gerade ihre Herandiffusion geschwindigkeitsbestimmend für den ganzen Sättigungsvorgang sein.

Damit wäre weningstens erklärt, warum Kohlensäure so viel langsamer wirkt als das schwächere und an sich langsamere Phosphat-Ion: Es ist einfach weniger wirkliche Kohlensäure in Form von H_2CO_3 vorhanden, und somit ist auch ihr Konzentrationsgefälle viel kleiner. Und wenn das Konzentrationsgefälle klein ist, ist auch die diffundierende Menge klein.

Rein Qualitativ läßt sich so auch erklären, warum die Sättigung bei pH 8 schneller ist als bei pH 6 oder 7 : Im alkalischen Gebiet verläuft die Hydratation des CO_2 schneller, und daher kann das Anhydrid CO_2 bei höherem pH-Wert mehr und mehr wie eine echte Säure wirken, also sättigungsfördernd mitwirken. Natürlich ist anzunehmen, daß alle diese Vorgänge ineinanderspielen, und es ist bisher nicht gelungen, sie gesondert zu erfassen. Hierzu reicht schon die mit der Versuchsanordnung erreichbare Reproduzierbarkeit nicht aus.

Lehrstuhl für Annorganische Technologie
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Axt G.* — Veröffeutlichungen der Abteilung und des Lehrstuhls für Wasserchemie — Heft 1 — 1966.
2. *Axt G.* — Jahrbuch vom Wasser 28 — 1961.
3. *Axt. G.* — GWF 106 — 1965.
3. *Axt. G.* — GWF 106 — 1965.
4. *Tillmans J.* — Jahrbuch Vom Wasser 4 — 1932.
2. *Weyl P. K.* — Geochim. et Cosmochim. Acta 17 — 1958.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 5

MECANICĂ

C.Z. : 629.13:517.3

CU PRIVIRE LA ZBORUL RACHETEI ÎN STRATURILE RAREFIATE ALE ATMOSFEREI

C. GUȚĂ

În general ecuațiile diferențiale de mișcare ale rachetei sînt neliniare, integrarea lor fiind în multe cazuri dificilă.

Mișcarea rachetei în spațiu se identifică cu aceia a unui corp solid care are șase grade de libertate ; trei din ele fiind determinate de proiecțiile forțelor după axele de coordonate (mișcări de translație) iar celelalte trei, de componentele momentelor exterioare în raport cu aceleași axe de coordonate (mișcări de rotație).

Pentru a schimba direcția de zbor a unei rachete (nave cosmice) trebuie să se aplice suplimentar asupra acesteia niște forțe sau momente exterioare. Aceste forțe suplimentare se obțin prin variația corespunzătoare a forței de tracțiune și deci a rezultantei portanței și rezistenței la înaintare.

În cazul zborului rachetei în straturile dense ale atmosferei trebuie schimbat unghiul de poziție α (fig. 1) și unghiul β (unghiul de viraj, dintre orizontala locului și axa transversală a sistemului mobil de axe, legat de rachetă).

Dacă zborul are loc în vid, sau în păturile foarte rarefiate ale atmosferei, unde principala forță de dirijare rămîne tracțiunea motorului, schimbarea direcției de zbor se face numai prin rotirea vectorului forței de tracțiune în raport cu viteza de zbor. Această rotire a suportului forței de tracțiune, ca de altfel rotirea rachetei în jurul oricărei axe de coordonate se face cu ajutorul motoarelor auxiliare de comandă sau a altor dispozitive aerodinamice (cu jeturi).

Ecuațiile de mișcare ale rachetei în plan vertical pot fi scrise astfel :

a) După orizontala locului (ox) :

$$\frac{G}{g}\frac{du}{dt} = F\cos\alpha - P\sin\theta - R\cos\theta \qquad (1)$$

* Manuscris predat la redacție la data de 10 ianuarie 1971.

b) După verticala locului (oz) :

$$\frac{G}{g}\frac{dw}{dt} = F \sin \alpha - G + P \cos \theta - R \sin \theta \tag{2}$$

Viteza rachetei în planul vertical are expresia :

$$\bar{v} = u\bar{i} + w\bar{k} \tag{3}$$

În ecuațiile (1) și (2) F este forța de tracțiune, $P = \frac{\rho}{2} SV^2 C_z$ este portanța ; $R = \frac{\rho}{2} SV^2 Cx$, rezistența la înaintare ; G greutatea rachetei în

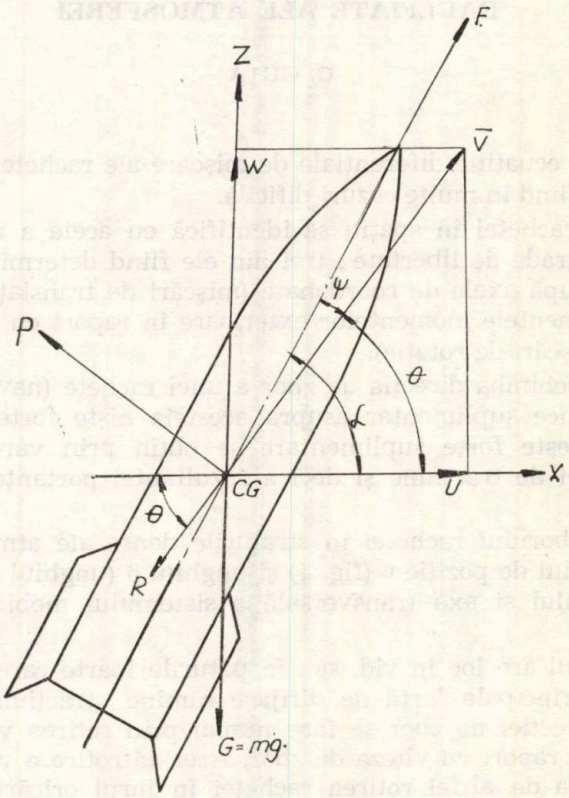


Fig. 2

momentul considerat ; g, accelerația gravitației, α unghiul de poziție al forței de tracțiune (între suportul acesteia și planul orizontal iar θ unghiul făcut de viteza de zbor cu orizontala locului.

În lucrarea de față, admițînd că evoluția rachetei are loc în straturile foarte rarefiate ale atmosferei, după traiectorii foarte apropiate de verticală $\left(\theta \simeq \frac{\pi}{2}\right)$ se poate considera $\rho \simeq 0$ și deci $P \simeq 0$ și $R \simeq 0$.

Această ipoteză transformă ecuațiile (1) și (2) în :

$$\frac{G}{g}\frac{du}{dt} = F\cos\alpha \tag{4}$$

$$\frac{G}{g}\frac{dw}{dt} = F\sin\alpha - G \tag{5}$$

Forța de tracțiune poate fi păstrată constantă în timpul funcționării motorului [1]

$$F = F_0 = \dot{m}\, w_s + A_s(p_s - p_a) \tag{6}$$

care pentru medii foarte rarefiate (vid) $p_a \simeq 0$ are expresia :

$$F = \dot{m}\, w_s + A_s\, p_s \tag{7}$$

În formula (6), $\dot{m}$ este debitul masic de combustibil consumat în unitatea de timp ; w_s viteza de scurgere a gazelor din motor, în dreptul secțiunii de ieșire a ajutajului A_s; p_s este presiunea gazelor în aceeași secțiune iar p_a este presiunea mediului ambiant.

Dacă se notează prin m_0, masa inițială a rachetei, masa la un moment dat, ținînd seama că numai cantitatea de combustibil consumat pe secundă $\dot{m}$ influențează mărimea acesteia pe durata funcționării unei trepte oarecare t, se obține ;

$$\frac{G}{g} = m = m_0 - \dot{m}\, t = m_0(1 - \lambda t) \tag{8}$$

Ecuațiile (4) și (5) conțin trei funcții necunoscute (u, w, α), așa încît problema este simplu nedeterminată.

În asemenea situații cel mai frecvent caz de rezolvare este impunerea unei anumite legi de variație în timp a unghiului α, care uneori se mai numește și unghi de tangaj.

Deci :

$$\alpha = \alpha(t) \tag{9}$$

Se pot întîlni cazuri cînd : $\alpha =$ const. $\alpha = \alpha_0 + wt$ sau $\alpha^2 = 2pt$ unde α_0 este valoarea lui α în momentul inițial iar p este parametrul parabolei, avînd ca axă de simetrie axa ot.

Se pot lua și combinații ale acestor legi, de exemplu pentru $t \in [0, t_1]$, $\alpha = \alpha_0 + \omega t$, iar în continuare pentru $t \in [t_1, t_2]$ să se ia $\alpha =$ const., acesta constituind un program de dirijare mai des întîlnit, fig. 2.

Vom lua în cele ce urmează variația lineară în timp a unghiului de tangaj.

Ecuațiile (4) și (5) devin :

$$m_0(1 - \lambda t)\frac{du}{dt} = F\cos(\alpha_0 + \omega t) \tag{10}$$

$$m_0(1 - \lambda t)\frac{dw}{dt} = F\sin(\alpha_0 + \omega t) - gm_0(1 - \lambda t) \tag{11}$$

Integrînd ecuațiile (10) și (11) pentru cazul zborului rachetei la înălțimi mai mici de 50 de km, cînd accelerația gravitației poate fi considerată constantă (eroarea este mai mică de 1,5%) și de asemenea admițînd că

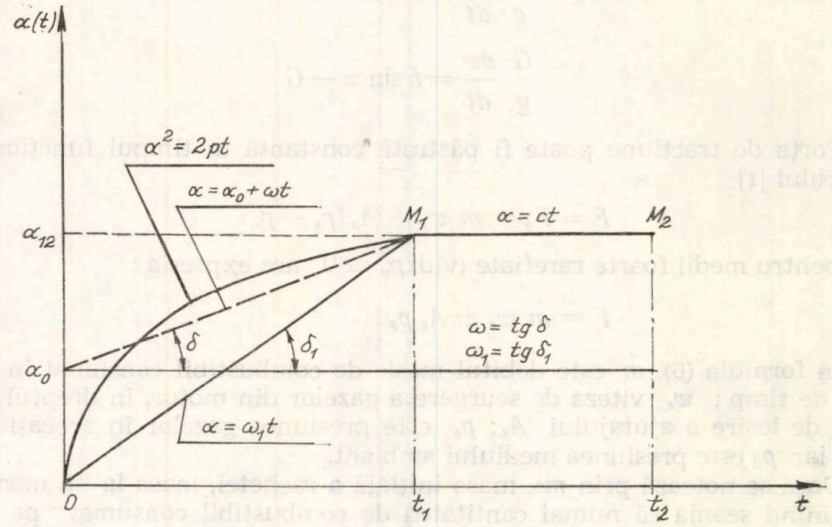


Fig. 1

motorul funcționează la tracțiune constantă se obține în primă aproximație :

$$u(t_1) = u_0 + \frac{F}{m_0} \int_0^{t_1} \frac{\cos(\alpha_0 + \omega t)}{1 + \lambda t}\, dt \tag{12}$$

$$w(t_1) = w_0 + \frac{F}{m_0} \int_0^{t_1} \frac{\sin(\alpha_0 + \omega t)}{1 - \lambda t}\, dt - g_0\, t_1 \tag{13}$$

În relațiile (12) și (13) u_0 și w_0 reprezintă componentele vitezei după axele de coordonate în momentul inițial.

Pentru rezolvarea integralei definite din (12) se introduce schimbarea de variabilă :

$$\varphi = 1 - \lambda t \tag{14}$$

Cu aceasta se obține :

$$I_1 = \int_0^{t_1} \frac{\cos(\alpha_0 + \omega t)}{1 - \lambda t}\, dt = -\frac{1}{\lambda} \int_1^{1-\lambda t_1} \frac{\cos\left[\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}(1 - \varphi)\right]}{\varphi} \tag{15}$$

Mai departe :

$$\cos\left[\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}(1 - \varphi)\right] = \cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right) + \sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\sin\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right) \tag{16}$$

sau înlocuind (16) în (15) se poate scrie :

$$I_1 = -\frac{1}{\lambda}\left[\cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\int_1^{1-\lambda t_1} \cos\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)\frac{d\varphi}{\varphi} + \sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\int_1^{1-\lambda t_1} \sin\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right) d\varphi \right. \tag{17}$$

Integralele din (17) reprezintă funcțiile cosinus integral și sinus integral, care pentru argumentele $\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)$ au următoarele expresii

$$ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right) = \int \cos\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)\frac{d\varphi}{\varphi} = C - \ln\frac{\omega}{\lambda}\varphi + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)^{2k}}{2k\,(2k)!} \tag{18}$$

$$si\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right) = \int \sin\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)\frac{d\varphi}{\varphi} = -\frac{\pi}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)^{2k-1}}{(2k-1)\,(2k-1)!} \tag{19}$$

Înlocuind (18) și (19) în (17) se obține :

$$I_1 = -\frac{\lambda}{1}\left\{\cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[C - \ln\frac{\omega}{\lambda}\varphi + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)^{2k}}{2k\,(2k)!}\right] + \sin\left(\alpha + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[-\frac{\pi}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right)^{2k-1}}{(2k-1)\,2k-1)!}\right]\right\}\Bigg|_1^{1-\lambda s_1|} \tag{20}$$

În relația (18), $C = 0{,}5772156$ este constanta lui Euler.

În mod similar, pentru integrala din relația (13), se obține expresia:

$$I_2 = \int_0^{s_1}\frac{\sin(\alpha_0 + \omega t)}{1 - \lambda t}\,dt = -\frac{1}{\lambda}\int_1^{1-\lambda t_1}\frac{\sin\left[\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}(1-\varphi)\right]}{\varphi}\,d\varphi$$

care mai departe devine :

$$I_2 = -\frac{1}{\lambda}\sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\varphi\right) - \cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)si\left(\frac{\omega}{\lambda}p\right)\Bigg]\Bigg|_1^{1-\lambda t_1} \tag{21}$$

În final, ținînd seama de limitele între care se face integrarea și revenind la variabila t, ecuațiile (12) și (13) devin :

$$u(t_1) = u_0 + \frac{F}{\lambda m_0}\left\{\cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[ci\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega t_1\right) - ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right] + \sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[si\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega t_1\right) - si\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right]\right\} \tag{22}$$

$$w(t_1) = w_0 + \frac{F}{\lambda m_0}\left\{\sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[ci\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega t_1\right) - ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right] + \cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[si\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega t_1\right) - si\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right]\right\} \tag{23}$$

Coordonatele traiectoriei rachetei se determină cu ajutorul relațiilor:

$$x(t_1) = x_0 + u_0\, t_1 + \frac{F}{\lambda m_0}\, I_3(t_1) \tag{24}$$

$$z(t_1) = z_0 + w_0\, t_1 + \frac{F}{m\lambda}\, I_4(t_1) - g\frac{t_1^2}{2} \tag{25}$$

unde $I_3(t_1)$ și $I_4(t_1)$ au expresiile :

$$I_3(t_1) = \lambda\int_0^{t_1} I_1(t)\, dt\,; \quad I_4(t_1) = \lambda\int_0^{t_1} I_2(t)\, dt \tag{26}$$

sau efectuînd calculele :

$$I_3(t_1) = \cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) ci\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \sin\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega}{\lambda}\, ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \sin\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \omega\, t_1\, ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right] + \sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) \times \right.$$

$$\left. \times\, si\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \frac{\omega}{\lambda}\, si\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \cos\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \cos\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \right.$$

$$\left. + \omega\, t_1\, si\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right] \tag{27}$$

$$I_4(t_1) = \sin\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) ci\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \sin\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \frac{\omega}{\lambda}\, ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \right.$$

$$\left. + \omega\, t_1\, ci\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right] + \cos\left(\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda}\right)\left[\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) si\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \frac{\omega}{\lambda}\, si\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \right.$$

$$\left. + \cos\left(\frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\right) - \cos\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) + \omega\, t_1\, si\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)\right]$$

Pentru valori date ale argumentului $\frac{\omega}{\lambda}$, funcțiile sinus integral și cosinus integral se iau din tabele, de exemplu [3], anexa 3.

Relațiile (26) și (27) se pot scrie mai condensat introducînd notațiile:

$$p = \frac{\omega}{\lambda} - \omega\, t_1\,; \quad q = \frac{\omega}{\lambda}\,; \quad q - p = \omega\, t_1 \tag{28}$$

$$\alpha_0 + \frac{\omega}{\lambda} = \alpha_0 + q = \beta \tag{29}$$

Astfel, se obține :

$$I_3(t) = F_1(p, q)\cos\beta + F_2(p, q)\sin\beta \tag{30}$$

$$I_4(t) = F_1(p, q)\sin\beta + F_2(p, q)\cos\beta \tag{31}$$

unde :

$$F_1(p, q) = p[ci(p) - ci(q)] - (\sin p - \sin q) \tag{32}$$

$$F_2(p, q) = p[si(p) - si(q)] + (\cos p - \cos q) \tag{33}$$

Coordonatele rachetei la sfîrşitul programului linear de dirijare, vor fi :

$$x(t_1) = x_0 + u_0 t_1 + \frac{F}{\lambda m_0}[F_1(p, q) \cos \beta + F_2(p, q) \sin \beta] \tag{34}$$

$$z(t_1) = z_0 + w_0 t_1 + \frac{F}{\lambda m_0}[F_2(p, q) \sin \beta + F_2(p, q) \cos \beta] \tag{35}$$

După cum se poate observa, problema determinării traiectoriei rachetei, chiar în cazurile cele mai idealizate, este foarte laborioasă, fapt ce face ca în marea majoritate aceste calcule să fie efectuate cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Soluţiile ecuaţiilor de mişcare ale rachetelor pentru segmentul M_1M_2 (fig. 2) pot fi scrise luînd valorile determinate în cazul precedent, pentru componentele vitezei $u(t)$ şi $w(t_1)$ sau $x(t_1)$ şi $z(t_1)$ drept condiţii iniţiale. Punctul M_2, corespunde sfîrşitului perioadei de dirijare şi înscrierii rachetei pe o traiectorie pe care urmează să se deplaseze în virtutea inerţiei.

Astfel, pentru $\alpha(t) = \text{const}$; componentele vitezei în momentul t_2 vor fi :

$$u(t_2) = u(t_1) - \frac{F}{m_0 \lambda} \cos \alpha_{12} \ln \frac{1 - \lambda t_2}{1 - \lambda t_1} \tag{36}$$

$$w(t_2) = w(t_1) - \frac{F}{m_0 \lambda} \sin \alpha_{12} \ln \frac{1 - \lambda t_1}{1 - \lambda t_1} - \bar{g}(t_2 - t_1) \tag{37}$$

Pentru coordonatele finale ale rachetei, se obţine :

$$x(t_2) = x(t_1) + \frac{F \cos \alpha_{12}}{m_0 \lambda^2}\left\{[1 - \lambda(t_2 - t_1)] \ln \frac{1 - \lambda t_2}{1 - \lambda t_1} + \lambda(t_2 - t_1)\right\} \tag{38}$$

$$z(t_2) = z(t_1) + \frac{F \sin \alpha_{12}}{m_0 \lambda^2}\left\{[1 - \lambda(t_2 - t_1)] \ln \frac{1 - \lambda t_2}{1 - \lambda t_1} + \right.$$

$$\left. + \lambda(t_2 - t_1)\right\} - \frac{\bar{g}}{2}(t_2^2 - t_1^2) \tag{39}$$

În relaţiile (36) şi (37) s-a considerat valoarea medie a acceleraţiei gravitaţiei g pe intervalul parcurs în timpul $(t_2 - t_1)$.

Se pot corecta rezultatele obţinute prin luarea în considerare a variaţiei acceleraţiei gravitaţiei la altitudini mari, de peste 50 de km.

Astfel, această variaţie cu altitudinea poate fi luată de forma [3] :

$$g = g_0 - 0{,}003 z \tag{40}$$

unde : $g = 9{,}806$ m/s^2, acceleraţia gravitaţiei la sol, iar z este altitudinea în kilometri.

Formula (40) dă o concordanţă foarte bună cu valorile lui g, obţinute prin măsurători [4], vezi anexa.

Înlocuind (40) în (13) pentru un moment oarecare se obține :

$$w(t) = w_0 + \frac{F}{m_0} \int_0^{t_1} \frac{\sin(\alpha_0 + \omega t)}{1 - \lambda t} dt - \int_0^{t_1} (g_0 - 0{,}003\, z)\, dt \qquad (41)$$

În ecuația (41) se înlocuiește z din (25), dedus în prima aproximație. În mod analog se deduce și ordonata z, calculele comportînd integrarea unor expresii de forma (26). Expresiile stabilite pentru componentele vitezei și coordonatele parametrice ale traiectoriei, pot fi folosite cu bune rezultate pentru înălțimi de ordinul sutelor de km, adică în zona cea mai frecvent folosită în exploatarea cosmosului.

Alegînd legea de variație a unghiului de poziție al rachetei în timp se pot obține traiectorii diverse pentru rachete, mai ales pentru plasarea pe orbită a sateliților artificiali ; a complexelor cosmice de cercetare, în așa fel încît parcurgînd traiectoria respectivă să se obțină suprasolicitări minime în structura rachetei, plasarea să se facă cu consum minim de combustibil, sau atingerea unui punct de coordonate date în spațiu, să se facă într-un timp prestabilit.

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Guță C., Marinescu Al.* — Calculul și construcția rachetelor, Ed. Didactică și Pedagogică, 1967.
2. *Rijik I. M., Gradștein I. S.* — Tabele de integrale, sume, serii și produse, Ed. Tehnică, 1955.
3. *Niță M. M., Andreescu D. St.* — Zborul rachetei, Ed. militară 1964.
4. *Ostoslavschi I. V., Strajeva I. V.* — Dinamica poleta, Oboronghiz, Moscova 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI

Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. : 621.43.05:681.14

DETERMINAREA PERFORMANȚELOR CICLURILOR MOTOARELOR SUPRAALIMENTATE CU AJUTORUL MAȘINILOR NUMERICE DE CALCUL

V. RADCENCO, AL. DĂNESCU, B. GRÜNWALD, GH. RUSU *

Într-o lucrare anterioară [1] a fost dezvoltat un model de ciclu termic pentru un motor supraalimentat, limitat de presiunea maximă din cilindru și de temperatura maximă a gazelor de evacuare, din amontele turbinei.

Pentru indicii de performanță ai ciclului — presiunea medie și randamentul termic — s-au stabilit următoarele expresii : **

$$\bar{p}_m = \frac{\psi\pi_s \frac{\varepsilon^{n_c}}{\varepsilon - 1}\left\{\pi_v(\rho - 1) + \pi_v\rho\, ln\,\delta + \frac{\pi_v\rho}{n_d - 1}\left[1 - \left(\frac{\rho\delta}{\varepsilon}\right)^{n_d - 1}\right] - \frac{1 - \varepsilon^{1-n_c}}{n_c - 1}\right\} + \psi\pi_s - \pi_t}{\psi''} \tag{1}$$

$$\eta_{it} = \frac{\bar{p}_m}{H_i} \cdot \frac{[1 + \varphi_s(\varphi - 1)]}{\eta_v(1 - \psi_r)\frac{\pi_s}{\theta_0} \cdot \frac{1}{\lambda L_0 R T_0}} \tag{2}$$

O parte din mărimile care precizează expresiile (1) și (2) sînt corelate cu condițiile restrictive fundamentale ale ciclului — presiunea maximă și temperatura maximă a gazelor de evacuare din amontele turbinei — și cu datele inițiale care înglobează diferitele categorii de pierderi. Procedeul de cuplare cu motorul a grupului de supraalimentare adaugă condiții suplimentare.

Raportul de creștere a presiunii în timpul arderii, precizat de relația

$$\pi_v = \frac{\pi}{\psi'\pi_s\ \varepsilon^{n_c}} \tag{3}$$

arată că pentru condiții inițiale date (presiunea relativă maximă π, coeficientul pierderilor globale de presiune în admisie ψ', pierderile de căl-

* De la Centrul de calcul al Institutului de cercetări silvice.

** Notațiile sînt definite în anexă, în concordanță cu cele utilizate în lucrarea [1].

dură în comprimare n_c) se obține o dublă infinitate de soluții corelînd convenabil raportul de comprimare ε și raportul de creștere a presiunii relative în suflantă π_s.

Pe de altă parte ε și π_s trebuie să satisfacă și ecuația temperaturii gazelor din amontele turbinei :

$$\frac{T_t}{T_0} = \frac{\theta_0}{\eta_e} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{\pi_v \cdot \rho^{n_1} \delta^{n_d - 1} \varepsilon^{\Delta n_{cd}} + \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} \left(n_e \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} - 1 \right)}{1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_a} \left(\frac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1 \right)} \tag{4}$$

obținută din ecuația bilanțului energetic al procesului de evacuare.

Mărimile care caracterizează modul de organizare a arderii π_v, ρ, δ, trebuie să satisfacă simultan și ecuația fundamentală a arderii :

$$\sigma \frac{H_i}{RT_0(1 + \lambda L_0)} = \theta_0 \frac{\varepsilon^{n_c}}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{\frac{\pi_v - 1}{\varkappa_v - 1} + \frac{\varkappa_p}{\varkappa_p - 1} \pi_v (\rho - 1) + \pi_v \rho \ln \delta}{1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_e} \left(\frac{\varkappa_a - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1 \right)} \tag{5}$$

În fine, dacă se consideră cazul supraalimentării cu agregat turbosuflantă independent, deci $L_t = |L_s|$ sau $\varphi = 1$ în ecuația (2), rezultă o ultimă relație de legătură

$$\frac{T_0}{T_t} = \eta_{it} \eta_s \frac{\varkappa_g}{n_s} \cdot \frac{n_s - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1 - \pi_t^{\frac{1 - \varkappa_g}{\varkappa_g}}}{z \left(\pi_s^{\frac{n_s - 1}{z n_s}} - 1 \right)} \left(1 + \frac{1}{\lambda L_0} \right) \tag{6}$$

în care apare încă o dată temperatura gazelor din amontele turbinei.

Astfel, pentru calculul expresiilor (1) și (2) trebuie rezolvat sistemul de ecuații (3)...(6). Fiind disponibile numai patru ecuații trebuie precizate necunoscutele problemei.

Este rațional ca presiunea relativă a aerului refulat de suflantă π_s presiunea relativă maximă din ciclu π, temperatura relativă a gazelor de evacuare din amontele turbinei θ_t și temperatura relativă în avalul răcitorului θ_0 să se precizeze inițial deoarece aceste mărimi se impun la proiectare din considerente majore : sporirea puterii litrice, limitarea greutății pe cal-putere, a dimensiunilor de gabarit, reducerea prețului de cost etc.

Pe de altă parte s-a considerat ca fiind interesant să se aleagă drept parametri variabili în raport cu care să se ordoneze rezultatele, coeficientul excesului de aer λ și raportul de comprimare ε. În consecință vor fi căutate toate soluțiile posibile la modificarea lui λ și ε în limite largi (de exemplu $\lambda = 1{,}5...3$ cu un pas de 0,1 și $\varepsilon = 7...20$ cu un pas de 0,5) astfel încît să se poată obține dependențele : $p_m(\lambda, \varepsilon)$ și $\eta_{it}(\lambda, \varepsilon)$.

În aceste condiții rămîn drept necunoscute în sistemul de ecuații (3)...(6) următoarele mărimi : π_v, ρ, δ, π_t . Celelalte mărimi trebuie împărțite în două grupe : O primă grupă cuprinde pierderile : $\psi, \psi', \psi'', \sigma, r_c, n_d\, n_a$, n_e, n_s, η_t, η_s; o a doua grupă cuprinde mărimile dependente de temperatură : $\varkappa_a, \varkappa_v, \varkappa_p, \varkappa_g$. Mărimile din prima grupă se apreciază inițial în raport cu cunoștințele despre valoarea pierderilor. Mărimile din grupa a doua trebuie calculate ceea ce reprezintă o dificultate de principiu întrucît nu se cunosc inițial temperaturile din ciclu. O soluție elegantă se obține dacă se parcurge ciclul de mai multe ori. Pornind calculul cu un grup de valori alese arbitrar, dar aproximate cu erori cît mai mici, se reia ciclul de atîtea ori pînă cînd se realizează precizia dorită : de exemplu, pînă cînd diferențele între mărimile calculate în două cicluri succesive sînt sub 1 %. Evident o asemenea soluție se poate imagina, dacă se apelează la calculatoare numerice.

Pornind de la considerentele de principiu enunțate s-a dezvoltat următoarea metodică de soluționare a sistemului de ecuații (3)...(6).

Din ecuația (3) se determină π_v pentru toate valorile ε cuprinse între 7...20 cu pasul de 0,5 unități.

Din ecuația (6) se explicitează raportul π_t :

$$\pi_t = \left[\frac{1}{1 - \frac{n_s}{\varkappa_g} \cdot \frac{\varkappa_g - 1}{n_s - 1} \cdot \frac{1}{\eta_{it} \cdot \eta_s} \cdot \frac{1}{\theta_t} \cdot \frac{\lambda L_0}{1 + \lambda L_0} z \left(\pi_s^{\frac{n_s - 1}{z n_s}} - 1 \right)} \right]^{\frac{\varkappa_g}{\varkappa_g - 1}} \tag{7}$$

și se calculează toate valorile corespunzătoare la variația lui λ între 1,5...3 cu pasul 0,1.

Aranjînd convenabil ecuațiile (4) și (5) se obține :

$$\rho \delta^{\frac{n_d - 1}{n_d}} = \left[\frac{n_e \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \left(\frac{\theta_t}{\theta_0} \cdot \frac{\eta_v}{1 - \psi_a} \cdot \frac{1 + \lambda L_0}{\lambda L_0} - \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} \right) + \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s}}{\lambda \cdot \varepsilon^{\Delta n_{cd}}} \right]^{\frac{1}{n_d}} \tag{8}$$

$$\rho\, ln\, \delta^{\frac{\varkappa_p - 1}{\varkappa_p}} = \frac{1}{\pi_v} \cdot \frac{\varkappa_p - 1}{\varkappa_p} \cdot \left(\frac{\sigma}{\theta_0} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon^{n_c}} \cdot \frac{\eta_v}{1 - \psi_a} \cdot \frac{H_i}{R T_0 \lambda L_0} - \frac{\pi_v - 1}{\varkappa_v - 1} \right) + 1 \tag{9}$$

unde

$$\eta_v = (1 - \psi_a) \left[1 - \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1}{n_a} \left(\frac{\varkappa_p - 1}{\varkappa_g - 1} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi_t}{\pi_s} - 1 \right) \right] \frac{\lambda L_0}{1 + \lambda L_0} \tag{10}$$

Împărțind ecuațiile (8) și (9) se elimină una dintre necunoscute și se obține

$$\frac{ln\, \delta^{\frac{\varkappa_v - 1}{\varkappa_p}}}{\delta^{\frac{n_d - 1}{n_d}}} = \Phi(\lambda, \varepsilon) \tag{11}$$

unde $\phi(\lambda, \varepsilon)$ care rezultă prin identificare apare ca o funcțiune de λ și ε. Ecuația (11) se rezolvă pentru fiecare dintre valorile atribuite inițial grupului de parametri λ și ε.

Soluția ecuației (11) se obține în felul următor. Se notează

$$\nu = \delta^{\frac{n_d - 1}{n_d}} \quad \text{și} \quad m = \frac{\varkappa_p - 1}{n_d - 1} \cdot \frac{n_d}{\varkappa_p},$$

astfel că ecuația (11) devine

$$1 + m \ln \nu = \Phi \nu \tag{12}$$

Se dezvoltă în serie $ln\nu$:

$$ln\,\nu = (\nu - 1) - \frac{1}{2}(\nu - 1)^2 + \frac{1}{3}(\nu - 1)^3 \ldots\ldots$$

Întrucît δ variază în limite restrînse se poate admite $1<\delta<3$. Din punct de vedere fizic inegalitatea $\delta \leqslant 1$ este lipsită de sens, iar condiția $\delta \geqslant 3$ nu este practic atinsă. Cu aceste observații, se pot reține primii doi termeni din dezvoltarea în serie, ceea ce asigură o precizie satisfăcătoare. Ca urmare, substituind în ecuația (12) expresia

$$ln\,\nu = \frac{(\nu - 1)(3 - \nu)}{2}$$

se obține

$$\nu^2 - 2\left(2 - \frac{\Phi}{m}\right)\nu + 3 - \frac{2}{m} = 0.$$

care dă

$$\nu = 2 - \frac{\Phi}{m} + \sqrt{\left(2 - \frac{\Phi}{m}\right)^2 + \frac{2}{m} - 3} \tag{13}$$

Pentru $\phi(\lambda, \varepsilon)$, se va obține evident din (13) $\nu(\lambda, \varepsilon)$ după care se determină δ, ρ, se calculează p_m și η_t precum și temperaturile și presiunile din ciclu.

Grupul de mărimi care depind de temperaturi se determină parcurgînd ciclul de mai multe ori. Încercările efectuate au arătat că, pentru precizia calculului, este suficient să se efectueze un test numai pe una dintre evoluțiile ciclului. Ca urmare s-a ales evoluția de destindere pe care se întîlnește cea mai mare diferență între temperaturile extreme.

Calculul se declanșează cu o valoare arbitrară n_d^a, precizată inițial După parcurgerea ciclului, rezultă temperaturile la începutul și sfîrșitul evoluției de destindere, respectiv T_z și T_d, astfel încît se poate calcula exponentul adiabatic mediu $\varkappa_d$:

$$\varkappa_d = 1{,}254 - \frac{0{,}0372}{\lambda} + \frac{153{,}4}{T_z + T_d} \tag{15}$$

Întrucît pierderile de căldură pe evoluţia de destindere — coeficientul ξ_d — reprezintă un parametru al ciclului, deci cunoscut iniţial, se calculează exponentul politropic al destinderii (vezi lucrarea [1], relaţia 41) cu formula

$$n_d = 1 + \frac{\varkappa_d - 1}{\xi_d} \tag{16}$$

Se compară valoarea lui n_d obţinută din relaţia (16) cu valoarea aleasă iniţial şi se aplică testul

$$\left| \frac{n_d^a - n_d}{n_d} \right| < 0{,}001 \tag{17}$$

care pretinde determinarea lui n_d cu o eroare de 1‰. Gradul de severitate al condiţiei (17) este impus de natura mărimii n_d care precizează o exponenţială. Se observă că valoarea arbitrară n_d^a se poate aprecia suficient de aproape de valoarea corectă, ceea ce este interesant pentru a reduce volumul de lucru pe calculator. În tabela 1 se arată comparativ pentru cicluri foarte diferite, valorile corecte obţinute.

Tabela 1

Numărul de ordine al ciclului	1	2	3	4	5	6
Valoarea arbitrară n_d^a	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29
Valoarea corectă n_d	1,304	1,291	1,314	1,306	1,297	1,299

Pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii (3)...(6) a fost elaborat un program de calcul.

Programul a fost executat pe calculatorul ODRA-1204, în limbajul MOST-2. Durata unei variante de calcul este în medie de 4 minute.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele obţinute, la studiul influenţei diferitelor pierderi caracteristice asupra parametrilor energetici şi de economicitate ai ciclului. Studiul a fost efectuat pentru o presiune relativă de supraalimentare $\pi_s = 3{,}5 = (p_s / p_0)$ şi următoarele condiţii restrictive : presiunea maximă relativă din ciclu, $\pi = 150 = (p_{max}/p_0)$; temperatura relativă a gazelor în amontele turbinei $\theta_t = 2{,}5 = (T_t / T_0)$.

Influenţa pierderilor de căldură în timpul arderii, exprimate prin randamentul energetic al arderii σ, asupra indicilor de performanţă şi parametrilor caracteristici ai ciclului termic, sînt arătate în figurile 1a, 1b, 1c, 1d, 1e în funcţie de raportul de comprimare. Cu aceeaşi parametri iniţiali şi pentru condiţii restrictive identice s-au determinat cicluri de funcţionare cu performanţe diferite prin modificarea fazelor de ardere în corelaţie cu coeficientul excesului de aer. De aceea s-au trasat curbele

izoparametrice de λ. Liniile pline unesc parametrii ciclurilor compatibile cu condițiile prestabilite. Liniile întrerupte arată cum s-ar modifica parametrii ciclurilor dacă ar fi fost posibilă trecerea de la o curbă izoparametrică la alta. Deși au fost investigate toate valorile lui ε cuprinse între 7 și 20, liniile pline indică un interval restrîns de valori ale raportului de comprimare care satisfac condițiile impuse. De aici rezultă o mare ușurare pentru precizarea unei formule constructive de motor, întrucît valorile posibile ale lui ε sînt limitate la un domeniu restrîns. În unele cazuri (de exemplu, pentru $\lambda=2{,}3$ și $\sigma=0{,}8$) se obține chiar un șir foarte limitat de valori posibile : $10\leqslant\varepsilon\leqslant10{,}5$. Rezultă ca un prim avantaj al metodei de cercetare propusă de autori acela de a limita volumul de încercări experimentale pentru punerea la punct a unui motor de concepție proprie.

În același sens trebuie interpretate și perechile de valori ale lui λ obținute pentru ciclurile cercetate. De pildă, în cazul $\sigma=0{,}8$, sistemul de ecuații este compatibil numai pentru $\lambda=2{,}2...2{,}3$, deși au fost investigate toate valorile lui λ cuprinse între 1,5 și 3,0. Rezultă astfel condiții extrem de severe pentru reglajul dozajului în vederea realizării ciclului de funcționare.

Din figura 1a rezultă că mărirea pierderilor de căldură în timpul arderii are implicații importante asupra randamentelor ceea ce era de așteptat.

Cu totul altfel se prezintă modificările pe care le comportă presiunea medie a ciclului, în funcție de randamentul energetic al arderii (fig. 1b).

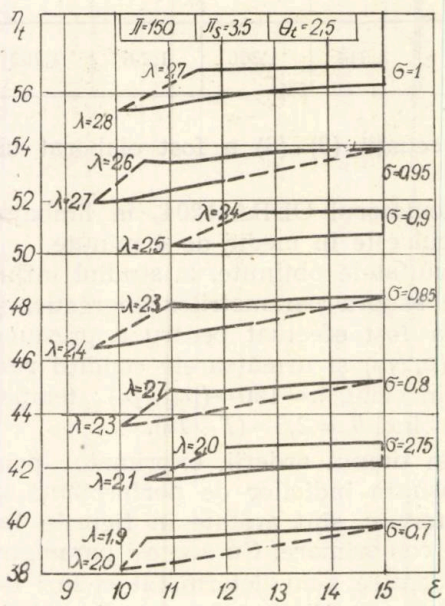


Fig. 1 a

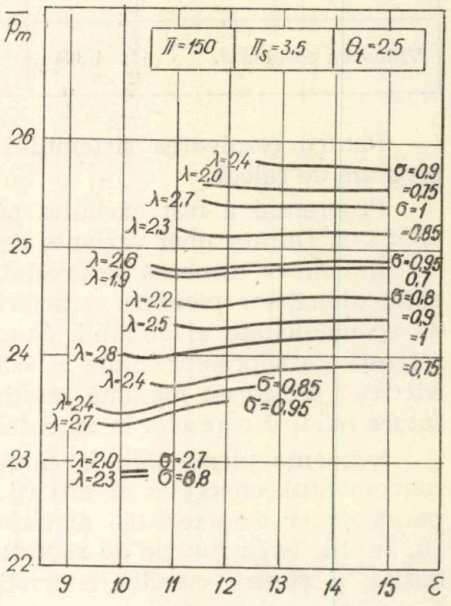


Fig. 1 b

Ele sînt determinate în esenţă de faptul că λ nu poate fi menţinut invariabil la modificarea pierderilor de căldură. În adevăr, din figurile 1c şi 1d rezultă că temperatura relativă şi presiunea relativă la finele cursei

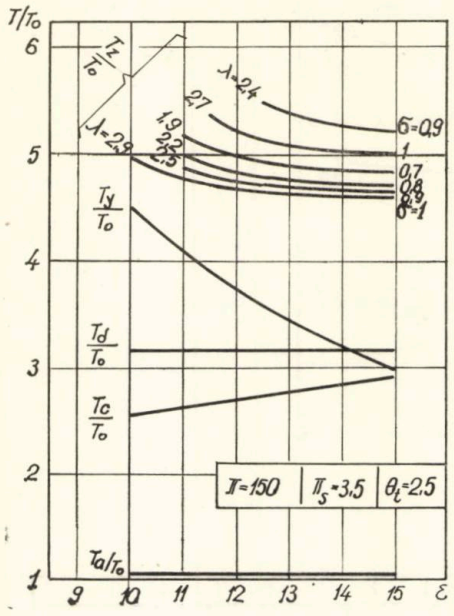


Fig. 1 c

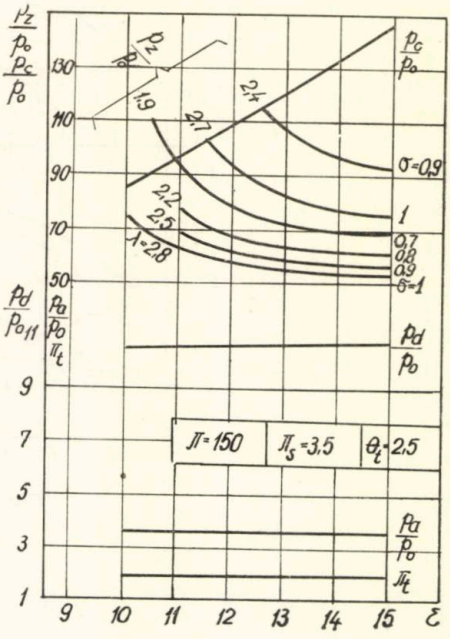


Fig. 1 d

de destindere (Td/T_0, p_d/p_0) nu depind de σ şi λ. Pentru a obţine aceeaşi parametri de stare la finele cursei de destindere cînd pierderile de căldură cresc este necesar să se amplifice cantitatea litrică de combustibil adică să se reducă λ. Relaţiile (8) şi (9) arată însă că modificarea lui λ afectează valorile parametrilor ρ şi δ (fig. 1, e), care decid aria diagramei indicate. În consecinţă, se poate trece de la σ=0,95 la σ=0,7 (fig. 1b) fără a afecta practic presiunea medie, dar cu o reducere a randamentului termic de cca 27 %.

Modificarea pierderilor de căldură şi inevitabil şi a coeficientului excesului de aer, antrenează o schimbare a regimului de temperaturi (T_z/T_0) şi presiuni (p_z/p_0) din ciclu ceea ce are implicaţii asupra încărcării termice a unor organe ale motorului. În fine se observă că durata totală a arderii, definită prin parametrul τ este la rîndul ei modificată şi anume în sensul de variaţie a lui σ ceea ce creiază dificultăţi în realizarea caracteristicii de ardere rezultate.

În grupul următor de diagrame figurile 2a, 2b, 2c, 2d, 2e — se studiază influenţa exercitată asupra indicilor de performanţă şi parametrilor caracteristici ai ciclului de transferul de căldură la pereţi în evoluţia de destindere. Pierderile de căldură sînt exprimate prin coeficientul relativ al pierderilor ξ_d. Creşterea pierderilor de căldură — reducerea lui $_d$ — afectează nivelul randamentului termic şi presiunii medii în acelaşi sens ; în comparaţie cu σ, ξ_d exercită influenţe mult atenuate.

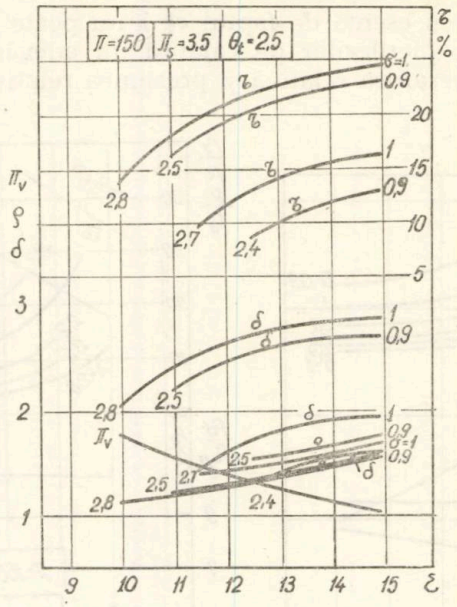


Fig. 1 e

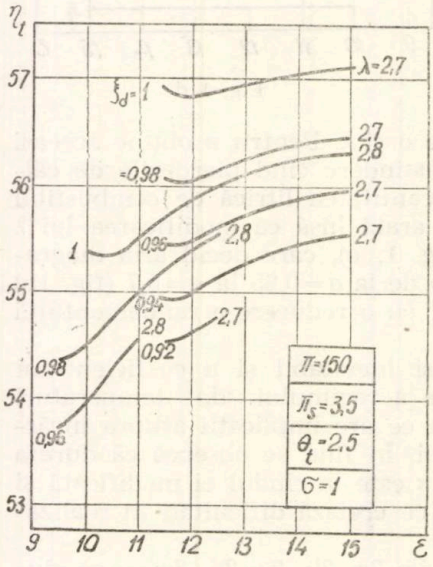


Fig. 2 a

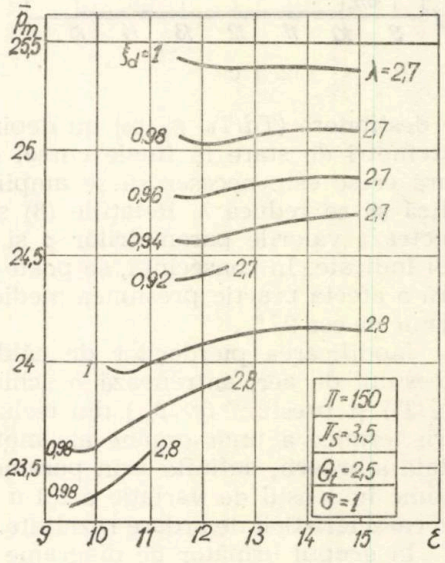


Fig. 2 b

In continuare a fost studiată influenţa celorlalte categorii de pierderi asupra ciclului, rezultatele fiind precizate în figurile 3a, 3b. Parametrii şi valorile corespunzătoare scrise în dreptul fiecărei curbe arată categoria de pierderi care a fost luată în considerare. Curba superioară

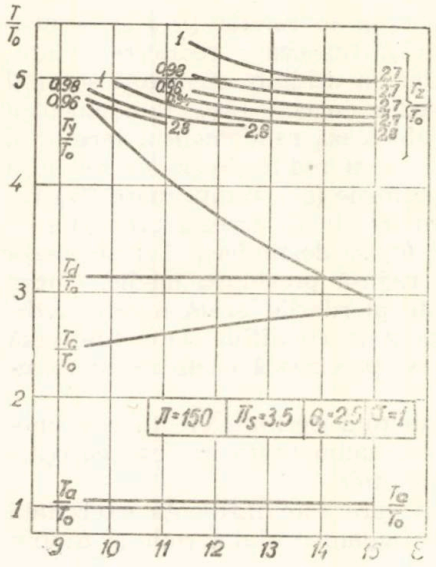


Fig. 2 c

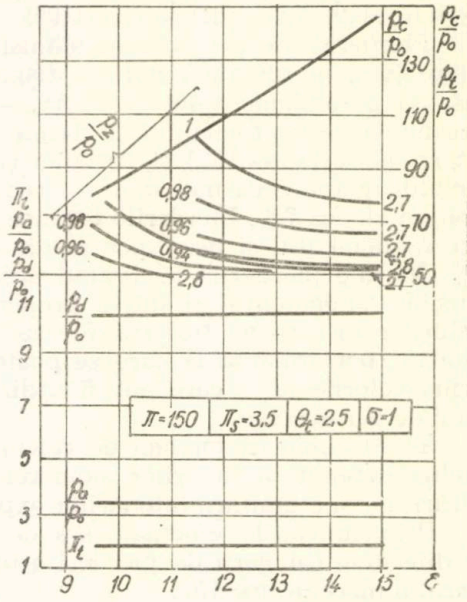


Fig. 2 d

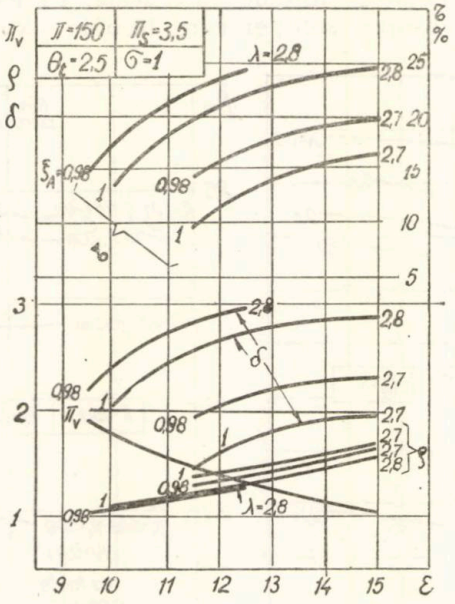


Fig. 2 e

indică performanţele ciclului fără pierderi iar cea inferioară pe acelea ale unui ciclu în care s-au luat în considerare toate categoriile de pierderi precizate de valorile notate pe diagrame. Pentru comparaţie s-a repro-

dus și cazul în care se iau în considerare numai pierderile din timpul arderii ($\sigma = 0{,}9$) și destinderii ($\xi_d = 0{,}96$).

Pierderile de presiune în admisiune (ψ_a), în răcitor (ψ_r) și în evacuare (ψ_t), la nivelul notat pe diagramă antrenează o reducere neinteresantă a randamentului cca 1,5% — dar în schimb afectează sensibil presiunea medie a ciclului și anume o reduc cu cca. 15%. Randamentul intern al suflantei (η_s) și turbinei (η_t) afectează randamentul termic al ciclului motor ceva mai mult — cca 3% — și reduc presiunea medie a ciclului cu cca 7%. Pierderile termice în admisie (ξ_a), comprimare (ξ_c) reduc randamentul și presiunea medie aproximativ în aceeași proporție — 4%. În fine pierderile în timpul arderii (σ) și destinderii (ξ_d) afectează sensibil randamentul și într-o proporție redusă presiunea medie. Curba ciclurilor în care au fost considerate toate pierderile arată nivelul indicilor de performanță la care se poate spera în condițiile date, limitează strîns valorile lui ε care pot fi utilizate și precizează coeficientul excesului de aer necesar.

Se conchide că metoda de calcul elaborată permite efectuarea unei analize detaliate a ciclurilor motoarelor supraalimentate în vederea optimizării lor și a limitării tatonărilor experimentale.

Prin aplicațiile efectuate s-a desluşit care este influența exercitată de diferitele categorii de pierderi asupra randamentului termic și asupra lucrului mecanic specific.

Metoda a permis să se găsească valorile posibile ale raportului de comprimare și coeficientului excesului de aer, care fac posibilă funcționarea motorului în condițiile inițiale specificate. Proiectantul poate decide astfel mai ușor asupra soluției care trebuie experimentată.

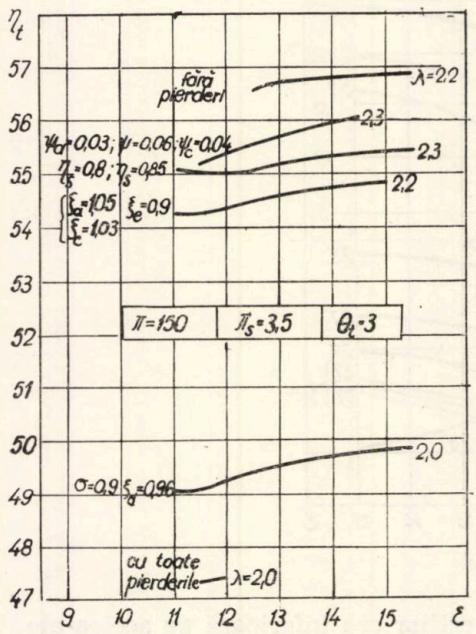


Fig. 3 a

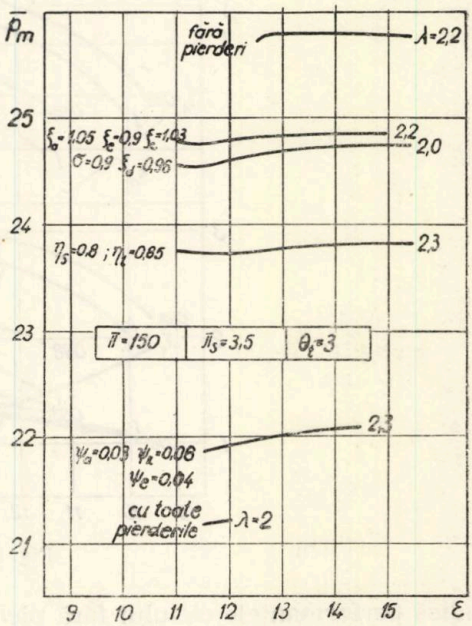


Fig. 3 b

ANEXA 1

Notaţii

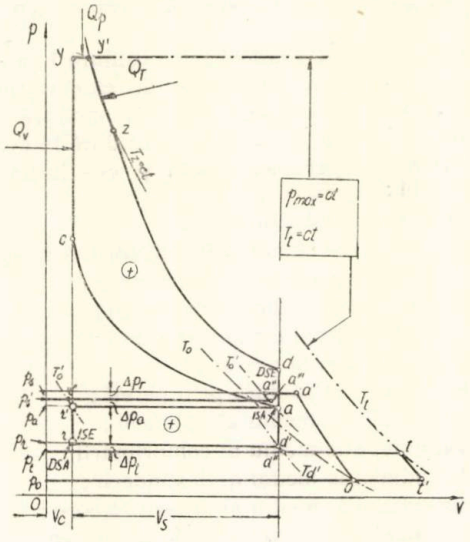


Fig. A 1

p_0 — presiunea mediului ambiant ;

T_0 — temperatura absolută a mediului ambiant ;

$\pi_s = \frac{p_s}{p_0}$ — raportul de creştere a presiunii în suflantă ;

$\pi = \frac{p_{max}}{p_0}$ — raportul total de creştere a presiunii ;

$\pi_t = \frac{p_t}{p_0}$ — raportul de scădere a presiunii în turbină ;

$\pi_v = \frac{p_{max}}{p_0}$ — raportul de creştere a presiunii în arderea izocoră ;

$\varepsilon = \frac{V_a}{V_c}$ — raportul de comprimare al motorului ;

$\rho = \frac{V_{y'}}{V_y}$ — raportul de creştere a volumului în arderea izobară ;

$\delta = \frac{V_z}{V_{y'}}$ — raportul de creştere a volumului în arderea izotermă ;

$\theta_0 = \frac{T_0'}{T_0}$ — temperatura relativă în avalul răcitorului ;

$\theta_t = \frac{T_t}{T_0}$ — temperatura relativă în amontele turbinei ;

$\psi_e = \frac{\Delta p_r}{p_s}$ — coeficientul relativ de scădere a presiunii în răcitor ;

$\psi_a = \frac{\Delta p_a}{p_{s'}}$ — coeficientul relativ de scădere a presiunii în admisie ;

$\psi_t = \frac{\Delta p_t}{p_r}$ — coeficientul de scădere a presiunii în evacuare ;

ψ — coeficientul pierderilor globale de presiune în procesele de schimbare a gazelor ;

ξ_a — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în admisie ;

ξ_c — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în comprimare ;

ξ_d — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în destindere ;

ξ_e — coeficientul relativ al pierderilor de căldură în evacuare ;

ξ — raportul între temperatura finală şi cea iniţială a gazelor în evacuarea forţată ;

σ — randamentul energetic al arderii ;

n_s — exponentul politropic al comprimării aerului în suflantă ;

n_a — coeficientul de adiabaticitate a admisiei ;

n_e — coeficientul de adiabaticitate a evacuării ;

n_c — exponentul politropic al comprimării ;

n_d — exponentul politropic al destinderii ;

q_w — pierderile relative de căldură prin pereţi ;

$\varkappa_a$ — exponentul adiabatic mediu al admisiei ;

$\varkappa_c$ — exponentul adiabatic mediu al comprimării ;

$\varkappa_d$ — exponentul adiabatic mediu al destinderii ;

$\varkappa_v$ — exponentul adiabatic mediu al arderii izocore ;

$\varkappa_p$ — exponentul adiabatic mediu al arderii izobare ;

$\varkappa_g$ — exponentul adiabatic mediu al destinderii gazelor în evacuarea liberă şi în turbină ;

η_v — coeficientul de umplere ;

η_s — randamentul intern al suflantei ;

η_T — randamentul intern al turbinei ;

λ — coeficientul de exces de aer ;

b — coeficientul de baleiaj

L_0 — aerul minim necesar arderii teoretice complete a unui kg de combustibil ;

H_i — puterea calorică inferioară a combustibilului ;

R — constanta fluidului motor ;

Z — numărul de trepte al suflantei.

Catedra de termotehnică
Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu* — Un model de ciclu pentru studiul optimizării performanţelor motoarelor cu aprindere prin comprimare supraalimentate. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, XXXIII, 4, 73—91 (1971).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z. : 620.1

CALCULUL PULSAȚIILOR PROPRII ALE VIBRAȚIILOR DE ÎNCOVOIERE-RĂSUCIRE, LA BARELE CU PEREȚI SUBȚIRI AVÎND PROFILUL ÎNCHIS SOLICITATE LA COMPRESIUNE *

T. PANĂ, H. GHEORGHIU

Se consideră o bară cu pereți subțiri de secțiune constantă avînd profilul închis și nedeformabil, rezemată în mod arbitrar, care este confecționată dintr-un material omogen și izotrop ce ascultă de legea lui Hooke. Se admite ipoteza lui Umanski, adică se consideră că deplanarea în cazul răsucirii împiedicate este proporțională cu deplanarea din cazul răsucirii libere și se raportează bara la un sistem de referință stîng avînd axa Ox dirijată în direcția lungimii, iar ca axe Oy și Oz, axele principale ale secțiunii. Poziția unui punct de pe linia mediană a secțiunii transversale este determinată cu ajutorul coordonatei suplimentare s măsurată de la un punct de origine convenabil ales.

În procesul de deformare, o secțiune oarecare se deplasează în direcțiile axelor de coordonate cu cantitățile $\xi(x)$, $\eta(x)$, $\zeta(x)$ și se rotește în planul său, în jurul centrului de încovoiere $A\ (y_0, z_0)$, cu unghiul $\varphi(x)$.

Presupunînd că bara este solicitată de sarcinile $p_x\,(s, x)$, $p_y\,(s, x)$ și $p_z\,(s, x)$, distribuite pe unitatea de suprafață mediană și de forțele concentrate P aplicate la capete astfel încît să producă numai compresiune centrică, sistemul de ecuații diferențiale de deformație pentru cea de a doua formă de echilibru al barei se scrie [5] :

$$
\begin{aligned}
&EA\,\xi'' + q_x = 0\\
&EI_z\,\eta^{IV} - \int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\, y\, ds - q_y + P\,(\eta'' - z_0\,\varphi'') = 0\\
&EI_y\,\zeta^{IV} - \int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\, z\, ds - q_z + P\,(\zeta'' + y_0\,\varphi'') = 0\\
&\frac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu}\,\varphi^{IV} - GI_t\,\varphi'' - m_A + Ph^2\,\varphi'' - P\,(z_0\,\eta'' - y_0\,\zeta'') - \int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\,\hat{\omega}\, ds +\\
&+ \frac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu GI_f}\, m''_{tf} - \frac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu GI_f}\, P\,[\varphi^{IV} h_f^2 - (z_0 + z_f)\,\eta^{IV} + (y_0 + y_f)\,\zeta^{IV}] = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

* Manuscris predat la redacție la data de 23 aprilie 1970.

Simbolurile folosite în ecuațiile (1) corespund următoarelor mărimi:

A — aria secțiunii transversale ;

I_y și I_z — momentele de inerție ale secțiunii transversale în raport cu axele Oy și Oz ;

I_t — momentul de inerție polar convențional ;

I_f — momentul de inerție dirijat raportat la centrul de forfecare pură ;

$I_{\hat{\omega}}$ — momentul de inerție sectorial generalizat ;

ν — coeficientul de deformație al secțiunii ;

y_0, z_0 — coordonatele centrului de încovoiere al secțiunii ;

y_f, z_f — coordonatele relative ale centrului de forfecare pură măsurate în raport cu centrul de încovoiere al secțiunii ;

$\hat{\omega}$ — deplanarea unitară ;

E și G — modulul de elasticitate longitudinal și transversal al materialului din care este confecționată bara.

De asemeni au fost utilizate notațiile :

$$q_x = \int_c p_x \, ds \, ; \quad q_y = \int_c p_y \, ds \, ; \quad q_z = \int_c p_z \, ds \, ;$$

$$m_A = \int_c p_y (z - z_0) \, ds - \int_c p_z (y - y_0) \, ds \, ;$$

$$m_{tf} = m_A - q_y z_f + q_z y_f, \tag{2}$$

și

$$h^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + y_0^2 + z_0^2 \, ;$$

$$h_f = h^2 + y_0 y_f + z_0 z_f \tag{3}$$

Pentru ca ecuațiile (1) să poată reprezenta deformațiile în cazul oscilațiilor libere ale barelor cu masă distribuită, este necesar să se introducă explicit forțele masice, iar deplasările generale ale secțiunii să fie considerate ca funcții de două variabile : x și t, unde t este timpul. În acest scop se exprimă deplasările după direcțiile axelor de coordonate, ale unui punct $M(y, z)$ de pe linia mediană a secțiunii transversale, în funcție de deplasările generale ale secțiunii cu ajutorul relațiilor :

$$\begin{aligned} \xi_M &= \xi - \zeta' z - \eta' y - \beta \hat{\omega} \\ \eta_M &= \eta + (z - z_0) \varphi \\ \zeta_M &= \zeta + (y_0 - y) \varphi \end{aligned} \tag{4}$$

unde $\beta(x)$ reprezintă funcția de proporționalitate între deplanarea locală și deplanarea unitară $\omega(s)$, calculată în ipoteza răsucirii libere [6].

Forțele de inerție, distribuite pe unitatea de suprafață mediană, ce acționează asupra paralelipipedului elementar de dimensiuni δ, ds, dx din jurul punctului M sînt :

$$p_x = -\frac{\gamma\delta}{g}\frac{\partial^2 \xi_M}{\partial t^2},\quad p_y = -\frac{\gamma\delta}{g}\frac{\partial^2 \eta_M}{\partial t^2},\quad p_z = -\frac{\gamma\delta}{g}\frac{\partial^2 \zeta_M}{\partial t^2} \tag{5}$$

unde γ reprezintă greutatea specifică a materialului din care este confecționată bara, δ este grosimea peretelui, iar g — accelerația gravitației.

Introducînd aceste expresii în relațiile (2) și ținînd seama că sistemul de axe este central și principal, se obține :

$$\begin{aligned}
q_x &= -\frac{\gamma A}{g}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}\\
q_y &= -\frac{\gamma A}{g}\left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - z_0\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}\right]\\
q_z &= -\frac{\gamma A}{g}\left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + y_0\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}\right]\\
m_A &= -\frac{\gamma A}{g}\left[-z_0\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + y_0\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + h^2\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}\right]\\
m_{tf} &= -\frac{\gamma A}{g}\left[-(z_0 + z_f)\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + (y_0 + y_f)\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + h_t^2\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}\right]
\end{aligned} \tag{6}$$

Analog se calculează cele trei integrale din sistemul (1) :

$$\begin{aligned}
\int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\, y\, ds &= \frac{\gamma I_z}{g}\frac{\partial^4 \eta}{\partial t\, \partial x^3}\\
\int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\, z\, d &= \frac{\gamma I_y}{g}\frac{\partial^4 \zeta}{\partial t^2\, \partial x^2}\\
\int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\, \hat{\omega}\, ds &= \frac{\gamma I_\omega}{g}\frac{\partial^3 \beta}{\partial x\, \partial t^2}
\end{aligned} \tag{7}$$

Înlocuind relațiile (6) și (7) în sistemul (1), trecînd la variabila adimensională

$$\theta = \frac{x}{l} \tag{8}$$

și scriind soluțiile sistemului sub forma

$$\begin{aligned}
\xi(x, t) &= \xi_x(x)\cdot e^{ipt}\\
\eta(x, t) &= \eta_x(x)\cdot e^{ipt}\\
\zeta(x, t) &= \zeta_x(x)\cdot e^{ipt}\\
\varphi(x, t) &= \varphi_x(x)\cdot e^{ipt}
\end{aligned} \tag{9}$$

rezultă următoarele ecuații :

$$\xi_0'' + \varkappa \xi_0 = 0$$

$$\eta_0^{IV} + \varkappa [\eta_0'' - b_z^4 \eta_0 + z_0 b_z^4 \varphi_0] + \frac{Pl^2}{EI_z} (\eta_0'' - z_0 \varphi_0'') = 0,$$

$$\zeta_0^{IV} + \varkappa [\zeta_0'' - b_y^4 \zeta_0 - y_0 b_y^4 \varphi_0] + \frac{Pl^2}{EI_y} (\zeta_0'' + y_0 \varphi_0'') = 0,$$

$$\varphi_0^{IV} + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\hat{\omega}}^2) \varphi_0'' - \varkappa (a_{\hat{\omega}}^4 - \varkappa a_f^2) \varphi_0 - \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} \eta_0'' - \tag{10}$$

$$- \varkappa \left(\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} - a_{\hat{\omega}}^4 \frac{z_0}{h^2} \right) \eta_0 + \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} \zeta_0'' + \varkappa \left(\varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} - \right.$$

$$\left. - a_{\hat{\omega}}^4 \frac{y_0}{h^2} \right) \zeta_0 + \frac{\nu P l^2}{EI_{\hat{\omega}}} (h^2 \varphi_0'' - z_0 \eta_0'' + y_0 \zeta_0'') - \frac{P}{GI_f} [h_f^2 \varphi_0^{IV} -$$

$$- (z_0 + z_f) \eta_0^{IV} + (y_0 + y_f) \zeta_0^{IV}] = 0$$

În sistemul (10) au fost utilizate notațiile :

$$\varkappa = \frac{\gamma p^2 l^2}{Eg}, \quad b_y^4 = \frac{Al^2}{I_y}, \quad b_z^4 = \frac{Al^2}{I_z},$$

$$a_f^2 = \frac{EA}{GI_f} h_f^2, \quad c_{\hat{\omega}}^2 = \frac{GI_t}{EI_{\hat{\omega}}} \nu l^2, \quad a_{\hat{\omega}}^4 = \frac{A\nu}{I_{\hat{\omega}}} h^2 l^2 \tag{11}$$

în care l reprezintă lungimea barei, iar p — pulsația vibrației de încovoiere-răsucire.

Prima ecuație (10) guvernează vibrația axială a barei cu pereți subțiri. Fiind identică cu cea de la barele obișnuite și nedepinzînd de celelalte ecuații ale sistemului (10), se poate lăsa deoparte. Celelalte trei ecuații (10) alcătuiesc un sistem care descrie vibrația de încovoiere-răsucire în care deplasările generale ale secțiunii sînt funcție numai de variabila adimensională θ.

Se va rezolva acest sistem de ecuații diferențiale prin metoda variațională Bubnov-Galerkin [1], presupunînd că soluțiile sînt de forma :

$$\eta_0 = \Sigma C_{1i} f_i(\theta) \qquad \zeta_0 = \Sigma C_{2i} f_i(\theta) \qquad \varphi_0 = \Sigma C_{3i} f_i(\theta) \tag{12}$$

unde $f_i(\theta)$ este o funcție care satisface condițiile la limite.

Pentru modul fundamental de vibrație, seriile (12) au cîte un singur termen. Rezultă astfel următorul sistem algebric :

$$C_1 [\mathcal{C}_1 + \varkappa (\mathcal{C}_2 - b_z^4) + \frac{Pl^2}{EI_z} \mathcal{C}_2] + C_3 z_0 \left(\varkappa b_z^4 - \mathcal{C}_2 \frac{Pl^2}{EI_z} \right) = 0$$

$$C_2 [\mathcal{C}_1 + \varkappa (\mathcal{C}_2 - b_y^4) + \frac{Pl^2}{EI_y} \mathcal{C}_2] - C_3 y_0 \left(\varkappa b_y^4 - \mathcal{C}_2 \frac{Pl^2}{EI_y} \right) = 0$$

$$- C_1 [\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} \mathcal{C}_2 + \varkappa \left(\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} - a_{\hat{\omega}}^4 \frac{z_0}{h^2} \right) + \frac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}} z_0 \mathcal{C}_2 -$$

$$-\frac{P\mathcal{C}_1}{GI_f}(z_0+z_f)]+C_2\left[\varkappa a_f^2\frac{y_0+y_f}{h_f^2}\mathcal{C}_2+\varkappa\left(\varkappa a_f^2\frac{y_0+y_f}{h_f^2}-\right.\right. \tag{13}$$

$$\left.-a_{\hat{\omega}}^4\frac{z_0}{h^2}\right)+\frac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}y_0\mathcal{C}_2-\frac{P\mathcal{C}_1}{GI_f}(y_0+y_f)]+C_3[\mathcal{C}_1+(\varkappa+\varkappa a_f^2-$$

$$-\epsilon_{\hat{\omega}}^2)\mathcal{C}_2-(a_{\hat{\omega}}^4-\varkappa a_f^2)\varkappa+\frac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}h^2\mathcal{C}_2-\frac{Ph_f^2}{GI_f}\mathcal{C}_1]=0$$

în care necunoscutele sînt constantele C_1, C_2, C_3 iar $\mathcal{C}_1$ și $\mathcal{C}_2$ au expresiile :

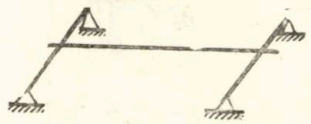
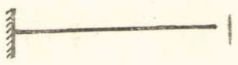
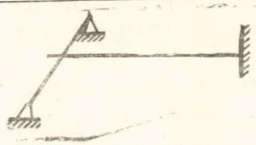
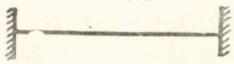
$$\mathcal{C}_1=\frac{\int_0^1 f^{IV}(\theta)\,f(\theta)\,d(\theta)}{\int_0^1 f^2(\theta)\,d(\theta)}$$

$$\mathcal{C}_2=\frac{\int_0^1 f''(\theta)\,f(\theta)\,d(\theta)}{\int_0^1 f^2(\theta)\,d(\theta)} \tag{14}$$

ale căror valori sînt date în tabela 1, în funcție de modul de rezemare. Condiția de compatibilitate a sistemului omogen (13) este :

Tabela 1

Valorile constantelor $\mathcal{C}_1$ și $\mathcal{C}_2$

Nr. crt.	Schema de rezemare	Funcția fundamentală $f(\theta)$	$\mathcal{C}_1$	$\mathcal{C}_2$
1		$\sin \pi\theta$	π^4	$-\pi^2$
		$\theta-2\theta^3+\theta^4$	97,55	−9,87
2		$2-\sin\frac{\pi}{2}\theta+\sin\frac{3\pi}{2}\theta$	$\frac{45}{32}\pi^4$	$-\frac{100}{174}\pi^2$
		$2+3\theta-17\theta^3+12\theta^4$	136	−5,15
3		$\sin\frac{\pi}{2}\theta+\sin\frac{3\pi}{2}\theta$	$\frac{41}{16}\pi^4$	$-\frac{5}{4}\pi^2$
		$\theta-3\theta^3+2\theta^4$	238,74	−11,42
4		$1-\cos 2\pi\theta$	$\frac{16}{3}\pi^4$	$-\frac{4}{3}\pi^2$
		$\theta^2-2\theta^3+\theta^4$	504	−12

$$\begin{vmatrix} \mathcal{C}_1 + \varkappa(\mathcal{C}_2 - b_z^4) + \dfrac{Pl^2}{EI_z}\mathcal{C}_2 & 0 & z_0\left(\varkappa b_z^4 - \mathcal{C}_2\dfrac{Pl^2}{EI_z}\right) \\ 0 & \mathcal{C}_1 + \varkappa(\mathcal{C}_2 - b_y^4) + \dfrac{Pl}{EI_y}\mathcal{C}_2 & -y_0\left(\varkappa b_y^4 - \mathcal{C}_2\dfrac{Pl^2}{EI_y}\right) \\ -\varkappa a_f^2\dfrac{z_0+z_f}{h_f^2}\mathcal{C}_2 - & \varkappa a_f^2\dfrac{y_0+y_f}{h_f^2}\mathcal{C}_2 + & \mathcal{C}_1 + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - \\ -\varkappa\left(\varkappa a_f^2\dfrac{z_0+z_f}{h_f^2} - \right. & +\varkappa\left(\varkappa a_f^2\dfrac{y_0+y_f}{h_f^2} - \right. & -c_{\hat{\omega}}^2)\mathcal{C}_2 - \\ -a_{\hat{\omega}}^4\dfrac{z_0}{h^2}\Big) - \dfrac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}z_0\mathcal{C}_2 + & -a_{\hat{\omega}}^4\dfrac{y_0}{h^2}\Big) + \dfrac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}y_0\mathcal{C}_2 - & -(a_{\hat{\omega}}^4 - \varkappa a_f^2)\varkappa + \\ + \dfrac{P}{GI_f}(z_0+z_f)\mathcal{C}_1 & -\dfrac{P}{GI_f}(y_0+y_f)\mathcal{C}_1 & + \dfrac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}h^2\mathcal{C}_2 - \dfrac{Ph_f^2\mathcal{C}_1}{GI_f} \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

Această relație permite calculul pulsației adimensionale $\varkappa$ pentru vibrația de încovoiere-răsucire la barele cu pereți subțiri comprimate centric.

Pentru cazul particular în care pulsația $p=0$, determinantul (15) devine :

$$\begin{vmatrix} \mathcal{C}_1 + \dfrac{Pl^2}{EI_z}\mathcal{C}_2 & 0 & -z_0\mathcal{C}_2\dfrac{Pl^2}{EI_z} \\ 0 & \mathcal{C}_1 + \dfrac{Pl^2}{EI_y}\mathcal{C}_2 & y_0\mathcal{C}_2\dfrac{Pl^2}{EI_y} \\ -\dfrac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}z_0\mathcal{C}_2 + & \dfrac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}y_0\mathcal{C}_2 - & \mathcal{C}_1 - c_{\hat{\omega}}^2\mathcal{C}_2 + \\ + \dfrac{P}{GI_f}(z_0+z_f)\mathcal{C}_1 & -\dfrac{P}{GI_f}(y_0+y_f)\mathcal{C}_1 & + \dfrac{\nu Pl^2}{EI_{\hat{\omega}}}h^2\mathcal{C}_2 - \dfrac{P}{GI_f}h_f^2\mathcal{C}_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

Relația (16) este tocmai ecuația valorilor critice ale forței de compresiune care produce flambajul de încovoiere-răsucire, obținută în lucrarea [5].

De asemeni, pentru cazul particular $P=0$, ecuația (15) devine identică cu ecuația pulsatiilor proprii ale vibrațiilor de încovoiere-răsucire ale barelor cu pereți subțiri în absența forțelor axiale, obținută în lucrarea [3].

Dacă secțiunea transversală a barei are două axe de simetrie, centrul de încovoiere, centrul de forfecare pură și centrul de greutate sînt confundate, adică : $y_0=z_0=y_f=z_f=0$. Atunci, din (16), rezultă trei ecu-

ații simple prin rezolvarea cărora se obțin următoarele expresii pentru sarcinile critice care produc flambajul de încovoiere și de răsucire :

$$P_1 = -\frac{EI_z}{l^2}\frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2}$$

$$P_2 = -\frac{EI_y}{l^2}\frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2}$$

$$P_3 = \frac{GI_t\,\mathcal{C}_2 - \dfrac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu l^2}\mathcal{C}_1}{h^2\left(\mathcal{C}_2 - \dfrac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu GI_f}\dfrac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2}\right)} \tag{17}$$

Folosind aceeași condiție, determinantul (15) se reduce la trei ecuații ale căror soluții, exprimate cu ajutorul relațiilor (17), se scriu astfel :

$$\varkappa_1 = -\frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2 - b_z^4}\left(1 - \frac{P}{P_1}\right)$$

$$\varkappa_2 = -\frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2 - b_y^4}\left(1 - \frac{P}{P_2}\right) \tag{18}$$

$$\varkappa_{3,4} = \frac{-(\mathcal{C}_2 + \mathcal{C}_2 a_f^2 - a_{\hat{\omega}}^4) \pm \sqrt{(\mathcal{C}_2 + \mathcal{C}_2 a_f^2 - a_{\hat{\omega}}^4)^2 - 4a_f^2(\mathcal{C}_1 - c_{\hat{\omega}}^2\mathcal{C}_2)\left(1 - \dfrac{P}{P_3}\right)}}{2a_f^2}$$

Pentru bara cheson dreptunghiular cu înălțimea h și lățimea b, având pereții de grosime constantă, coeficienții adimensionali b_z^4, b_y^4, $a_{\hat{\omega}}^4$, a_f^2 și $c_{\hat{\omega}}^2$ din formulele (18) au expresiile :

$$b_z^4 = 12\left(\frac{l}{b}\right)^2 \frac{1 + \dfrac{h}{b}}{\left(\dfrac{h}{b}\right)^2\left(3 + \dfrac{h}{b}\right)}, \quad b_y^4 = 12\left(\frac{l}{b}\right)^2 \frac{\left(1 + \dfrac{h}{b}\right)}{1 + 3\dfrac{h}{b}}$$

$$a_{\hat{\omega}}^4 = 4\left(\frac{l}{h}\right)^2 \frac{\left(1 + \dfrac{h}{b}\right)^2}{\left(\dfrac{h}{b}\right)^2}; \quad a_f^2 = \frac{E}{3G}\frac{\left(1 + \dfrac{h}{b}\right)^2}{\dfrac{h}{b}}; \tag{19}$$

$$c_{\hat{\omega}}^2 = 48\frac{G}{E}\left(\frac{l}{b}\right)^2 \frac{1}{\left(1 + \dfrac{h}{b}\right)^2}$$

În figurile 1, 2, 3 și 4 se arată diagramele de variație ale pulsației adimensionale de răsucire în funcție de rapoartele h/b și P/P_3, la diverse moduri de rezemare, la o astfel de bară, confecționată din oțel. Valorile din diagrame au fost calculate cu ultima relație (18), luînd semnul minus

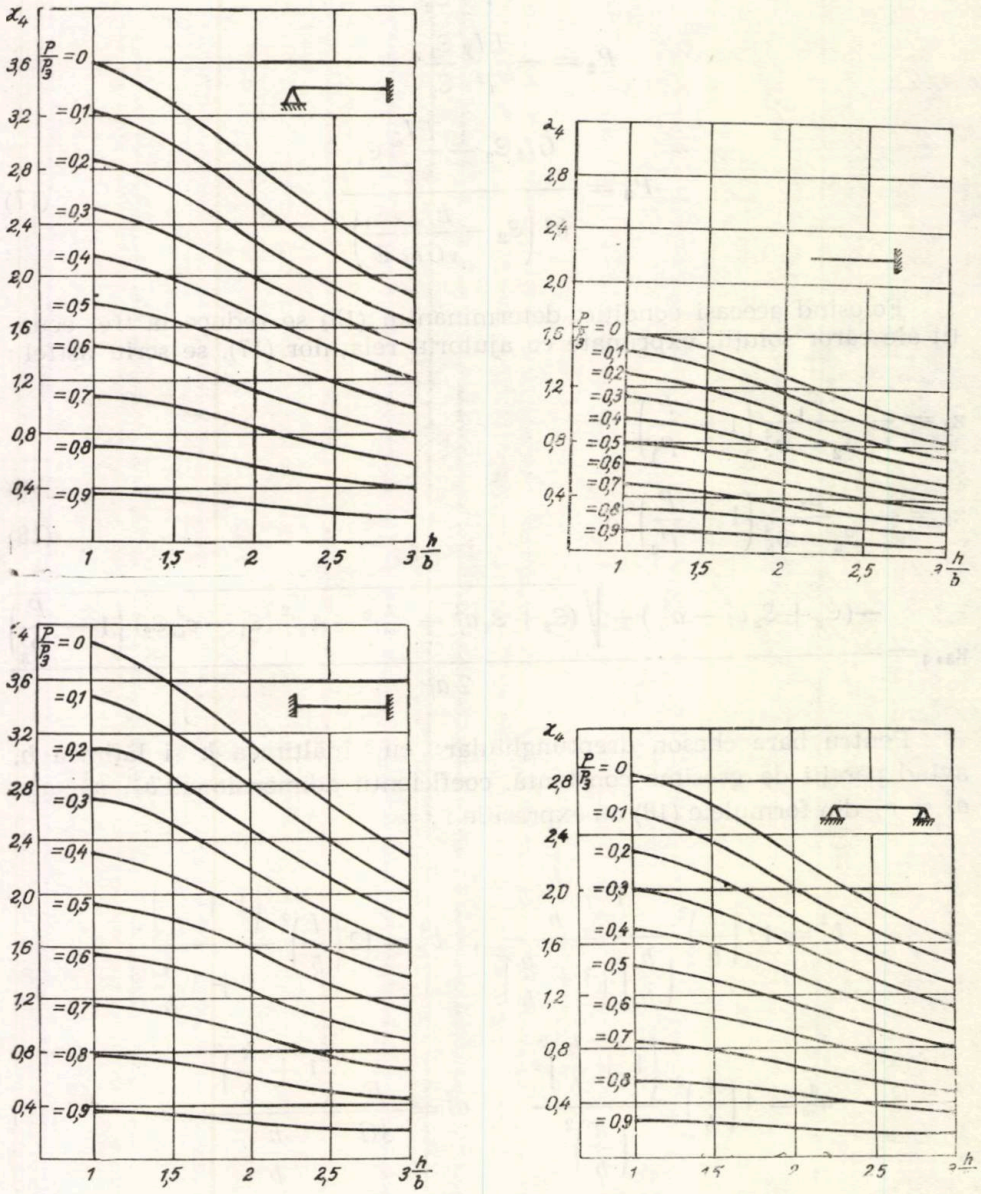


Fig. 1, 2, 3, 4. Variația pulsației adimensionale de răsucire în funcție de rapoartele $\frac{h}{b}$ și $\frac{P}{P_3}$, la diverse moduri de rezemare, pentru o bară cheson dreptunghiulară, confecționată din oțel.

în fața radicalului, pentru raportul $\frac{l}{b}=20$. Relația de legătură între pulsația vibrației și pulsația adimensională $\varkappa$ este :

$$p = 10^4 \sqrt{2630 \frac{\varkappa}{l^2}} \tag{20}$$

în care l reprezintă lungimea barei exprimată în centimetri.

Din examinarea diagramelor rezultă că indiferent de modul de rezemare, pulsația proprie de răsucire scade odată cu creșterea rapoartelor h/b și P/P_3.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. Y. C. Fuhg, An Introduction to the Theory of Aeroelasticity. New York, John Wiley et Sons Inc., 1958.
2. *В. Власов*, Тонкостенные упругие стрежни, Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1959.
3. *T. Pană*, Calculul pulsațiilor proprii ale vibrațiilor de încovoiere-răsucire, la barele cu pereți subțiri având profilul închis. Studii și cercetări de mecanică aplicată nr. 2, tom. 18, București, 1965.
4. *T. Pană*, Détermination des modes propres des poutres à caisson à parois minces. Revue de Technique et Science Aéronautiques et Spatiales, Paris, tome I, 1967.
5. *T. Pană*, Stabilitatea statică a barelor cu pereți subțiri având profilul închis. Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr. 5, tom 27, București, 1968.
6. *A. Petre, M. Atanasiu*, Bare cu pereți subțiri. Editura tehnică, București, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

C.Z. : 621.9

CONTRIBUȚII LA CALCULUL DE REZISTENȚĂ AL ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE ALE ELEMENTELOR TUBULARE CONCENTRICE *

A. PAVEL
Institutul de petrol, gaze și geologie
din BUCUREȘTI

Îmbinarea prin strîngere este tipul de asamblare nedemontabilă realizat prin diferite procedee — dornuire, mandrinare, explozie dirijată, fretaj la cald sau la rece etc. — folosit pe scară largă în construcția de utilaje pentru industriile petrolieră prelucrătoare, chimică, petrochimică, energetică etc., care are ca scop realizarea unor legături etanșe și rezistente între elemente tubulare coaxiale, între elemente tubulare și plăci perforate (plăci tubulare) etc. Deși ponderea îmbinărilor de acest tip continuă să rămînă foarte mare în construcția de aparatură tubulară tehnologică și termoenergetică, iar dificultățile ridicate de cerințele calitative impuse îmbinărilor respective au fost și au rămas deosebit de însemnate, problema calculului lor la rezistență și etanșeitate nu a fost rezolvată încă pînă în momentul de față pentru cazul general.

În lucrarea de față se va expune — pe baza considerentelor de rezistență la smulgere — o metodă analitică originală de calcul a adîncimii

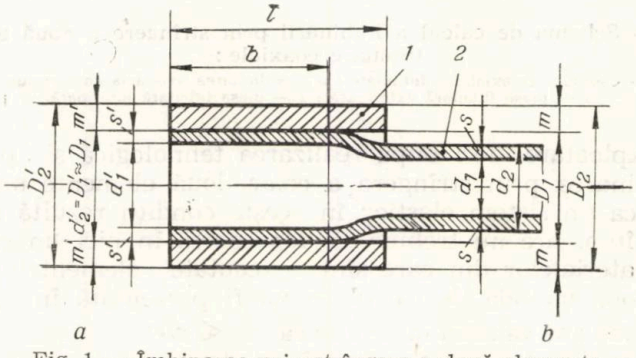


Fig. 1 — Îmbinarea prin strîngere a două elemente tubulare coaxiale :
a — piesele tubulare îmbinate prin strîngere ; b — secțiune longitudinală prin îmbinare ;
1 — piesă tubulară exterioară ; 2 — piesă tubulară interioară.

* Lucrare comunicată la Sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

(lungimii) de strîngere b pentru îmbinările prin strîngere ale elementelor tubulare coaxiale (fig. 1) solicitate axial la întindere (fig. 2, a) sau compresiune (fig. 2, b), care a fost elaborată în următoarele ipoteze:

— îmbinarea prin strîngere s-a considerat ca fiind o îmbinare prin frecare între două elemente tubulare coaxiale ;

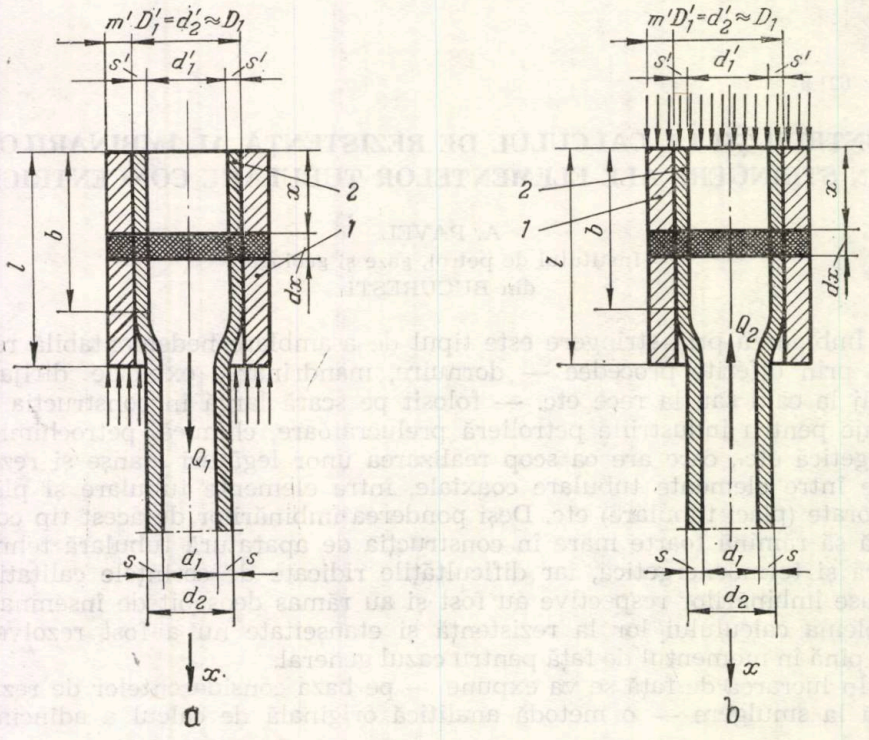


Fig. 2 — Schema de calcul a îmbinării prin strîngere a două elemente tubulare coaxiale :

a — solicitarea axială la întindere ; b — solicitarea axială la compresiune ; 1 — piesa tubulară exterioară ; 2 — piesa tubulară interioară.

— în exploatare, deci după realizarea tehnologică și punerea sub sarcină, îmbinarea prin strîngere a celor două elemente s-a considerat că lucrează ca un sistem elastic ; în aceste condiții rezultă că eforturile unitare din îmbinare nu trebuie să depășească în nici un caz limita de curgere a materialelor din care sînt executate elementele respective, pentru ca noua metodă de calcul ce va fi prezentată în continuare să poată fi aplicată ; se va avea în vedere că $\sigma_{ct}^{i} < \sigma_{ct}^{e}$;

— s-a considerat de asemenea că, în domeniul comportării lor elastice, elementele tubulare coaxiale îmbinate prin strîngere sînt suficient de rigide, neexistînd pericolul pierderii stabilității lor elastice nici în direcție radială, nici în direcție axială ;

— eforturile unitate σ_{ti} și σ_{te} (valori maxime) s-au considerat uniform distribuite pe grosimea s' și, respectiv, m' (presupunînd $m' > 3$ mm) a celor două elemente tubulare ale îmbinării.

Tabela 1

Formule de calcul pentru coeficienții k_1 și k_2

Corelația dintre modulele de elasticitate longitudinale E_{ti} și E_{te}	$E_{ti} \neq E_{te}$		$E_{ti} = E_{te}$		Notații
Solicitarea îmbinării / Tipul elementelor tubulare interioare	Întindere (k_1)	Compresiune (k_2)	Întindere (k_1)	Compresiune (k_2)	
Țevi cu perete gros. Starea de eforturi este spațială	$k_1 = 2\mu f \dfrac{\psi\,\beta_{ti}^2 + 1}{\psi(\beta_{ti}^2+1) + (\beta_{te}^2+1) - \mu\,\dfrac{E_{te}-E_{ti}}{E_{ti}}(\beta_{te}^2-1)}$	$k_2 = 2\mu f \dfrac{\psi\,\beta_{ti}^2 - 1}{\psi(\beta_{ti}^2+1) + (\beta_{te}^2+1) - \mu\,\dfrac{E_{te}-E_{ti}}{E_{ti}}(\beta_{te}^2-1)}$	$k_1 = 2\mu f \dfrac{\psi\,\beta_{ti}^2 + 1}{\psi(\beta_{ti}^2+1) + (\beta_{te}^2+1)}$	$k_2 = 2\mu f \dfrac{\psi\,\beta_{ti}^2 - 1}{\psi(\beta_{ti}^2+1) + (\beta_{te}^2+1)}$	$\beta_{ti} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{2s'}{D_1'}}$; $\beta_{te} = 1 + \dfrac{2m'}{D_1'}$ $\psi = \dfrac{E_{te}(\beta_{te}^2-1)}{E_{ti}(\beta_{ti}^2-1)}$ pentru $E_{te} \neq E_{ti}$ $\psi = \dfrac{\beta_{te}^2-1}{\beta_{ti}^2-1}$ pentru $E_{te} = E_{ti}$
Țevi cu perete gros. Starea de eforturi este plană	$k_1 = 2\mu f \dfrac{\psi\,\beta_{ti}^2 + 1}{\psi(\beta_{ti}^2+1) + (\beta_{te}^2+1)}$	$k_2 = 2\mu f \dfrac{\psi\,\beta_{ti}^2 - 1}{\psi(\beta_{ti}^2+1) + (\beta_{te}^2+1)}$			
Țevi cu perete subțire	$k_1 = \mu f \dfrac{\psi\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right) + \left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)}{\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)\left[\psi\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right) + \left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\right]}$	$k_2 = \mu f \dfrac{\psi\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right) - \left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)}{\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)\left[\psi\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right) + \left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\right]}$	$k_1 = \mu f \dfrac{\psi\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right) + \left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)}{\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)\left[\psi\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right) + \left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\right]}$	$k_2 = \mu f \dfrac{\psi\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right) - \left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)}{\left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right)\left[\psi\left(1-\dfrac{s'}{D_1'}\right) + \left(1+\dfrac{m'}{D_1'}\right)\right]}$	$\psi = \dfrac{m'\,E_{te}}{s'\,E_{ti}}$ pentru $E_{te} \neq E_{ti}$ $\psi = \dfrac{m'}{s'}$ pentru $E_{te} = E_{ti}$
	$k_1 \approx \mu f$ pentru $\begin{cases} s' \ll D_1' \\ m' \ll D_1' \end{cases}$	$k_2 \approx \mu f \dfrac{\psi-1}{\psi+1}$ pentru $\begin{cases} s' \ll D_1' \\ m' \ll D_1' \end{cases}$	$k_1 = \mu f$ pentru $\begin{cases} s' \ll D_1' \\ m' \ll D_1' \end{cases}$	$k_2 = \mu f \dfrac{\psi-1}{\psi+1}$ pentru $\begin{cases} s' \ll D_1' \\ m' \ll D_1' \end{cases}$	

Se consideră și se studiază separat următoarele două cazuri distincte de solicitare a îmbinărilor prin strîngere : solicitarea axială la întindere (fig. 2, a, indice 1) și solicitarea axială la compresiune (fig. 2, b, indice 2). Calculele vor fi făcute, pentru fiecare caz în parte, considerînd atît alternativa utilizării de elemente tubulare interioare cu perete subțire ($\beta_{ti}<1{,}1$), cît și alternativa utilizării de elemente tubulare interioare cu perete gros $\beta_{ti} \geqslant 1{,}1$).

Pentru calculul presiunii instantanee de contact $p_{1,2}$ între cele două elemente tubulare coaxiale îmbinate prin strîngere se vor folosi următoarele formule cunoscute [1] :

— pentru solicitarea de întindere (fig. 2, a) :

$$p_1 = p_0 \exp\left(-\frac{2k_1}{D_1'}x\right); \tag{1}$$

— pentru solicitarea de compresiune (fig. 2, b) :

$$p_2 = p_0 \exp\left(\frac{2k_2}{D_1'}x\right) \exp\left(-\frac{2k_2}{D_1'}b\right). \tag{2}$$

Formulele de calcul ale coeficienților $k_{1,2}$, respectiv k_1 și k_2, sînt date în tabela 1, în funcție de tipul elementelor tubulare îmbinate prin strîngere, de natura solicitării și de corelația dintre modulele de elasticitate longitudinale E_{ti} și E_{te}.

Forța de smulgere $Q_{1,2}$ respectiv Q_1 și Q_2, se va calcula cu următoarele formule, de asemenea cunoscute [2] :

$$Q_{1,2} = \frac{\pi D_1'^2}{2} \frac{f}{k_{1,2}} p_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{2k_{1,2}}{D_1'}b\right)\right], \tag{3}$$

sau :

$$Q_{1,2} = \frac{\pi D_1'^2}{2} \frac{f}{k_{1,2}} p_0 \, q_{1,2}, \tag{4}$$

rezultînd :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{k_2}{k_1} \frac{q_1}{q_2}, \tag{5}$$

în care :

$$0 < q_{1,2} = 1 - \exp\left(-\frac{2k_{1,2}}{D_1'}b\right) < 1, \tag{6}$$

sau :

$$0 < q_{1,2} = \frac{Q_{1,2}}{\frac{\pi D_1'^2}{2} \frac{f}{k_{1,2}} p_0} < 1. \tag{7}$$

Se menționează că domeniul de valabilitate al formulelor (3)—(7) este precizat în lucrarea [2], în care sînt date și condițiile respective de verificare pentru diferite situații practice.

Pentru realizarea tehnologică corespunzătoare și pentru asigurarea unei anumite rezistențe la smulgere a îmbinărilor prin strîngere ale elementelor tubulare concentrice coaxiale, o importanță deosebită o are (v. formulele 3—7) adîncimea (lungimea) de strîngere b, care reprezintă adîncimea pe care în mod efectiv se realizează o îmbinare 100% prin strîngere radială. Adîncimea de strîngere b poate constitui de asemenea unul din criteriile (uneori chiar singurul criteriu) care precizează limitele extreme de variație ale dimensiunii l (fig. 1 și 2), ceea ce este deosebit de important din punct de vedere practic dacă se are în vedere consumul de materiale și cel energetic pentru realizarea îmbinărilor prin strîngere. Prin stabilirea unor valori raționale pentru adîncimea de strîngere b, în condițiile unei continue perfecționări a tehnologiilor de realizare, se poate îmbunătăți mult calitatea îmbinărilor prin strîngere de diferite tipuri și cu variate destinații simultan cu o sensibilă diminuare a cheltuielilor de fabricație.

După efectuarea unor operații elementare de calcul și ordonare, din expresia (3) rezultă următoarea formulă simplă, dar generală, pentru evaluarea adîncimii de strîngere :

$$b_{1,2} = \frac{D_1'}{2k_{1,2}} \ln \frac{1}{1-q_{1,2}}, \tag{8}$$

deci :

$$\frac{2k_{1,2}b_{1,2}}{D_1'} = \ln \frac{1}{1-q_{1,2}}. \tag{9}$$

Formula (8) permite determinarea adîncimii de strîngere $b_{1,2}$ dacă se cunosc : dimensiunile constructive ale elementelor tubulare respective, coeficienții $k_{1,2}$, coeficientul de frecare f, presiunea inițială de contact p_0 și forța axială Q_1 sau Q_2 care urmează să fie preluată de către îmbinare.

Făcînd raportul adîncimilor de strîngere b_1 și b_2, se obține imediat :

$$b_1 = b_2 \frac{k_2}{k_1} \frac{\ln \frac{1}{1-q_1}}{\ln \frac{1}{1-q_2}} \tag{10}$$

respectiv :

$$b_2 = b_1 \frac{k_1}{k_2} \frac{\ln \frac{1}{1-q_2}}{\ln \frac{1}{1-q_1}}. \tag{11}$$

Avînd în vedere că întotdeauna $k_1 >> k_2$ și că, pentru $Q_1 = Q_2 = Q$, este îndeplinită inegalitatea $q_1 >> q_2$, din relațiile (10) și (11) rezultă în mod evident că pentru îmbinările prin strîngere solicitate axial și la întindere și la compresiune (în mod independent) de o aceeași forță Q, adînci-

mile de strîngere b_1 și b_2 sînt în general diferite, fiind îndeplinită condiția :

$$b_1 > b_2. \tag{12}$$

Pentru diferite valori ale forței relative de smulgere $q_{1,2}$, în tabela 2 sînt indicate valorile corespunzătoare $\frac{2\,k_{1,2}\,b_{1,2}}{D_1'}$ și $\frac{2\,b_{1,2}}{D_1'}$ calculate cu formula (9), iar în figura 3 este reprezentată grafic dependența (9).

Din tabela 2 și figura 3 se observă că, pentru o anumită valoare constantă $k_{1,2}$ și un diametru D_1' de asemenea constant, cu creșterea forței relative de smulgere $q_{1,2}$, deci cu creșterea forței de smulgere $Q_{1,2}$, adîncimea de strîngere necesară b crește după o relație exponențială, tinzînd asimptotic către $+\infty$ pentru $q_{1,2} \to 1{,}0$.

Se observă de asemenea că, în aceleași condiții (k_1=0,12 ; k_2=0,05; = const.), pentru $q_1 = q_2 = q$, adîncimea de strîngere necesară b_1 pentru solicitarea de întindere (fig. 3, b) este mai mică decît adîncimea de strîngere necesară b_2 pentru solicitarea de compresiune (fig. 3, c), deoarece — conform cu (5) — $Q_2 > Q_1$, pentru cazul din figura 3 rezultînd :

$$k_1 = 2{,}4\ k_2 ;$$

$$Q_2 = 2{,}4\ Q_1;$$

$$b_2 = 2{,}4\ b_1,$$

deci :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{k_1}{k_2} = 2{,}4.$$

Tabela 2

Valorile $\frac{2k_{1,2}\,b_{1,2}}{D_1'}$ și valorile $\frac{2b_{1,2}}{D_1'}$ calculate cu formula (9)

$q_{1,2}$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
a) Cazul general											
$\frac{2k_{1,2}\,b_{1,2}}{D_1'}$	0,000	0,108	0,223	0,357	0,506	0,693	0,915	1,201	1,606	2,303	$+\infty$
b) Cazul k_1=0,12											
$\frac{2b_1}{D_1'}$	0,00	0,90	1,86	2,97	4,21	5,77	7,63	10,00	13,39	19,18	$+\infty$
c) Cazul k_2=0,05											
$\frac{2b_2}{D_1'}$	0,00	2,16	4,46	7,15	10,10	13,84	18,30	24,00	32,10	46,09	$+\infty$

Totodată din figura 3 rezultă următoarea concluzie deosebit de importantă din punct de vedere practic: în cazul solicitării axiale la întindere sau la compresiune a îmbinărilor prin strîngere considerate, forța de smulgere ($q_{1,2}$ sau $Q_{1,2}$) crește — de la zero — cu creșterea adîncimii de strîngere după aceeași relație exponențială, tinzînd asimptotic către o

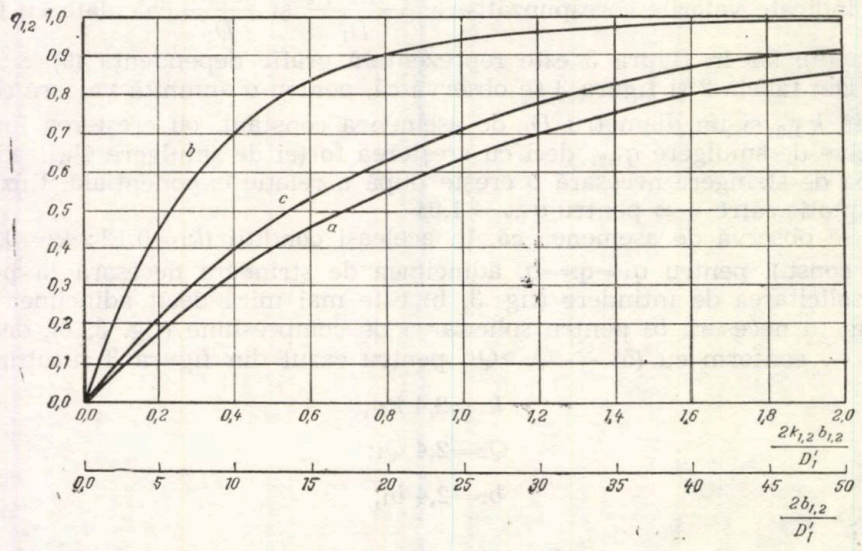


Fig. 3 — Reprezentarea grafică a dependenței (9):
a — cazul general ; b — cazul $k_1 = 0{,}12$; c — cazul $k_2 = 0{,}05$.

anumită valoare constantă pentru $b \to +\infty$. Înseamnă deci că, peste o anumită valoare a adîncimii de strîngere, notată, de exemplu, cu $b_{1,2\,lim}$, forța de smulgere $q_{1,2}$ sau $Q_{1,2}$ practic va rămîne constantă. În consecință, mărirea adîncimii de strîngere $b_{1,2}$ peste valoarea $b_{1,2\,lim}$ nu are practic nici un efect asupra creșterii rezistenței la smulgere (prin tragere sau prin împingere) a îmbinării prin strîngere.

Dacă preluarea solicitărilor axiale Q_1 sau Q_2 de către îmbinarea prin strîngere necesită — din anumite motive (evaluare aproximativă, neuniformitatea încărcării elementelor tubulare etc.) — asigurarea unui coeficient de siguranță $c_{1,2} > 1$, atunci la calculul adîncimii de strîngere b se vor avea în vedere — în locul valorilor Q_1 sau Q_2 — următoarele valori :

$$Q'_{1,2} = c_{1,2} Q_{1,2} > Q_{1,2}, \tag{13}$$

formula (7) devenind în acest caz:

$$q'_{1,2} = \frac{Q'_{1,2}}{\frac{\pi D_1'^2}{2} \frac{f}{k_{1,2}} p_0} = c_{1,2} q_{1,2} > q_{1,2}, \tag{14}$$

iar formula (8) căpătînd următoarea formă :

$$b'_{1,2} = \frac{D'_1}{2 k_{1,2}} \ln \frac{1}{1 - c_{1,2} q_{1,2}} > b_{1,2}. \tag{15}$$

ANEXE

1. Notaţii

p_0 este presiunea iniţială de contact (presiunea ce se manifestă pe suprafaţa de contact dintre elementele tubulare îmbinate prin strîngere înainte de solicitarea îmbinării), în kgf/cm²;

$p_1, p_2, p_{1,2}$ — presiunea instantanee de contact, în kgf/cm²;

Q, Q_1, Q_2, $Q_{1,2}$, Q_1', Q_2' — forţele axiale ce solicită îmbinarea prin strîngere (forţele de smulgere), în kgf;

q, q_1, q_2, $q_{1,2}$ q_1', q_2' — forţele relative de smulgere;

σ_{te} — eforturile unitare normale longitudinale în elementul tubular exterior, provenite din acţiunea forţelor de smulgere, în kgf/cm²;

σ_{ti} — eforturile unitare normale longitudinale în elementul tubular interior, provenite din acţiunea forţelor de smulgere, în kgf/cm²;

σ_{ct}^{i}, σ_{ct}^{e} — limita de curgere a materialului din care se confecţionează elementul tubular interior şi, respectiv, elementul tubular exterior, în kgf/cm²;

E_{te}, E_{ti} — modulele de elasticitate longitudinale, în kgf/cm²;

ψ — maleabilitatea relativă a îmbinării prin strîngere;

k_1, k_2, $k_{1,2}$ — coeficienţi depinzînd de dimensiunile şi caracteristicile elastice ale elementelor tubulare îmbinate prin strîngere;

f — coeficientul de frecare pe suprafaţa de contact dintre elementele tubulare îmbinate prin strîngere;

μ — coeficientul lui Poisson;

x — coordonata curentă, măsurată în direcţie axială, în cm;

dx — creşterea coordonatei curente **x**, în cm;

b, b_1, b_2, $b_{1,2}$, b_1', b_2' — adîncimea de strîngere, în cm;

$b_{1,2\,lim}$ — adîncimea de strîngere limită, în cm;

l — lungimea elementului tubular exterior, în cm;

s şi s' — grosimea peretelui elementului tubular interior înainte şi după strîngere ($s'<s$), în cm;

m şi m' — grosimea elementului tubular exterior înainte şi după strîngere ($m'<m$ în general), în cm;

$\delta = D_1 - d_2$ — jocul iniţial dintre cele două elemente tubulare îmbinate prin strîngere, în cm;

D_2 şi D_2' — diametrul exterior al elementului tubular exterior înainte şi după strîngere ($D_2' > D_2$ în general), în cm;

D_1 şi D_1' — diametrul interior al elementului tubular interior înainte şi după strîngere ($D_1' > D_1$ în general), în cm;

d_2 şi d_2' — diametrul interior al elementului tubular exterior înainte şi după strîngere ($d_2' > d_2$), în cm;

d_1 şi d_1' — diametrul exterior al elementului tubular interior înainte şi după strîngere ($d_1' > d_1$), în cm;

$$\beta = \frac{d_2}{d_1};\quad \beta_{ti} = \frac{1}{1 - \dfrac{2s'}{D_1'}};\quad \beta_{te} = 1 + \frac{2m'}{D_1'};$$

c, c_1, c_2 — coeficienţi de siguranţă;

indice *te* — pentru elementul tubular exterior;

indice *ti* — pentru elementul tubular interior;

indice 1 — pentru solicitarea la întindere ;
indice 2 — pentru solicitarea la compresiune.

2. **Exemple de calcul**

Exemplul 1. Să se determine adîncimea de mandrinare $b_{1,2}$ pentru o îmbinare prin mandrinare listă, solicitată axial la întindere sau compresiune, pentru care se cunosc următoarele date : $D_1 \approx D_1' = 25{,}6$ mm ($D_1' \approx d_2'$) ; $d_2 \times s = 25 \times 2{,}5$ mm (rezultă $d_1 = 20$ mm); $\delta = D_1 - d_2 = 0{,}6$ mm ; $m' = 3{,}2$ mm ; $s' = \dfrac{D_1' - d_1'}{2} = 2{,}3$ mm, pentru un grad de mandrinare $H = 1{,}6\%$ din $D_1 = d_2 + \delta$; materialul țevii ; OLT 35, pentru care $\sigma_{ct}^{i} = 2\,300$ kgf/cm² ; materialul plăcii tubulare: OLC 45 îmbunătățit, pentru care $\sigma_{ct}^{e} = \sigma_{cp} = 3\,800$ kgf/cm² ; $E_{te} = E_{ti} = 2{,}1 \cdot 10^6$ kgf/cm² ; $f = 0{,}45$; $\mu = 0{,}3$; $p_0 = 145$ kgf/cm² ; $Q_1 = 2\,320$ kgf (pentru solicitarea la întindere) ; $Q_2 = 2\,885$ kgf (pentru solicitarea la compresiune) ; $c_{1,2} = 1{,}0$ (coeficient de siguranță).

Rezolvare

1. Se precizează domeniul de calcul :

$$\beta = \frac{d_2}{d_1} = \frac{25}{20} = 1{,}25 > 1{,}1,$$

deci țeava este cu perete gros, rezultînd (v. tabela 1) :

$$\beta_{ti} = \frac{1}{1 - \dfrac{2s'}{D_1'}} = \frac{1}{1 - \dfrac{2 \cdot 2{,}3}{25{,}6}} = 1{,}22 ;$$

$$\beta_{te} = 1 + \frac{2m'}{D_1'} = 1 + \frac{2 \cdot 2{,}3}{25{,}6} = 1{,}25.$$

2. Se calculează maleabilitatea relativă a îmbinării avîndu-se în vedere că $E_{te} = E_{ti}$ (v. tabela 1) :

$$\psi = \frac{\beta_{te}^2 - 1}{\beta_{ti}^2 - 1} = \frac{1{,}25^2 - 1}{1{,}22^2 - 1} = 1{,}16.$$

3. Se calculează coeficienții k_1 și k_2 (v. tabela 1) :

$$k_1 = 2\mu f \frac{\psi \beta_{ti}^2 + 1}{\psi(\beta_{ti}^2 + 1) + (\beta_{te}^2 + 1)} = 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot \frac{1{,}16 \cdot 1{,}22^2 + 1}{1{,}16\,(1{,}22^2 + 1) + (1{,}25^2 + 1)} = 0{,}136 ;$$

$$k_2 = 2\mu f \frac{\psi \beta_{ti}^2 - 1}{\psi(\beta_{ti}^2 + 1) + (\beta_{te}^2 + 1)} = 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot \frac{1{,}16 \cdot 1{,}22^2 - 1}{1{,}16\,(1{,}22^2 + 1) + (1{,}25^2 + 1)} 0{,}036.$$

4. Se calculează forțele relative de smulgere $q_{1,2}$, rezultînd :

— pentru solicitarea la întindere (formula 7) :

$$q_1 = \frac{2\,320}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}28^2 \cdot \dfrac{0{,}45}{0{,}136} \cdot 145} = 0{,}47 ;$$

— pentru solicitarea la compresiune (formula 7) :

$$q_2 = \frac{2\,885}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}28^2 \cdot \dfrac{0{,}45}{0{,}036} \cdot 145} = 0{,}155.$$

5. Se calculează adîncimea de mandrinare $b_{1,2}$:

— pentru solicitarea la întindere (formula 8) :

$$b_1 = \frac{12{,}8}{0{,}136} \ln \frac{1}{1 - 0{,}47} = 60 \text{ mm};$$

— pentru solicitarea la compresiune (formula 8) :

$$b_2 = \frac{12{,}8}{0{,}036} \ln \frac{1}{1 - 0{,}155} = 60 \text{ mm}.$$

Rezultă deci că, pentru ca îmbinarea prin mandrinare respectivă să asigure satisfacerea condiției de rezistență, adîncimea de mandrinare adoptată b va trebui să satisfacă următoarea condiție :

$$b \geqslant b_1 = b_2 = 60 \text{ mm}.$$

Exemplul 2. Să se determine adîncimea de mandrinare $b_{1,2}$ pentru îmbinarea prin mandrinare lisă din exemplul precedent, considerînd $Q = Q_1 = Q_2 = 2\,320$ kgf și $c = c_1 = c_2 = 1{,}0$.

Rezolvare

1. Se calculează forțele de smulgere relative $q_{1,2}$ în acest caz :

$$q_1 = \frac{2\,320}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}28^2 \cdot \dfrac{0{,}45}{0{,}136} \cdot 145} = 0{,}47 ;$$

$$q_2 = \frac{2\,320}{2 \cdot 3{,}14\ 1{,}28^2 \cdot \dfrac{0{,}45}{0{,}036} \cdot 145} = 0{,}124$$

2. Rezultă următoarele valori pentru adîncimea de mandrinare $b_{1,2}$:

$$b_1 = \frac{12{,}8}{0{,}136} \ln \frac{1}{1 - 0{,}47} = 60 \text{ mm};$$

$$b_2 = \frac{12{,}8}{0{,}036} \ln \frac{1}{1 - 0{,}124} + 46{,}7 \text{ mm}.$$

Așadar, dacă îmbinarea prin mandrinare considerată urmează să preia, succesiv, o aceeași forță axială Q de întindere sau de compresiune, evident, hotărîtoare va fi adîncimea de mandrinare b_1, adoptîndu-se în final :

$$b \geqslant b_1 = 60 \text{ mm}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. *Pavel A.* — Studii și cercetări de mecanică aplicată, 27, nr. 6, 1968, p. 1251—1272 (I) și 28, nr. 1, 1969, p. 183—194 (II).
2. *Pavel A.* — Studii și cercetări de mecanică aplicată, 29, nr. 1, 1970, p. 123—147 (I) și 29, nr. 2, 1970, p. 401—429 (II).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 5

ENERGETICĂ

C.Z. : 621.039

MODIFICAREA UNOR PARAMETRI CU PUTEREA REACTOARELOR NUCLEARE CU APĂ SUB PRESIUNE *

AURELIU LECA

1. Particularităţile producerii căldurii în zona activă

Importanţa proceselor de producere şi transfer a căldurii în reactoarele nucleare este cel mai bine subliniată de faptul că proiectarea zonei active este limitată în primul rînd de problemele termice şi de materiale şi numai în al doilea rînd de considerentele nucleare. Fluxul de neutroni care poate fi obţinut în zona activă nu are practic nici o limită superioară, atît timp cît căldura dezvoltată poate fi eficient evacuată. Puterea limită a unui reactor nuclear se stabileşte astfel încît, pentru un anumit sistem de evacuare a căldurii, temperatura şi fluxul termic să nu depăşească în nici un punct din zona activă anumite limite de siguranţă ale materialelor.

Puterea limită a unui element combustibil cilindric folosind UO_2 drept combustibil nuclear este determinată de considerarea simultană a următorilor factori [1] :

— absenţa unei topiri avansate a zonei centrale a elementului combustibil, pentru a se evita deformarea sau ruperea protecţiei tubulare exterioare (tecii);

— fluxul termic efectiv mai mic decît o valoare maximă (fluxul termic critic) admisă de condiţiile agentului de răcire ;

— gradul de ardere şi eliberarea de produse gazoase de fisiune limitate la anumite valori, pentru a se evita dezvoltarea unor presiuni interne excesive şi fluajul sau fragilitatea protecţiei tubulare ;

— densitatea de putere a combustibilului [kW/kg U] adaptată unei campanii convenabile a reactorului şi de asemenea unui cost acceptabil de fabricare a combustibilului.

Legătura între densitatea de putere în combustibil q_{vc}[kW/m^3], fluxul termic q_s [kW/m^2] şi puterea specifică liniară p_l [kW/m] pentru un element combustibil cilindric de rază r[m] este dată de relaţia :

$$\pi r^2 q_{vc} = 2\pi r q_s = p_l, \qquad (1)$$

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, 22—24 mai 1970.

iar căderea de temperatură în combustibil într-o secţiune oarecare prin relaţia :

$$t_m - t_s = \frac{q_l}{4\pi\lambda_c}, \tag{2}$$

unde t_m este temperatura maximă (axială) a combustibilului nuclear, °K ;

t_s — temperatura suprafeţei combustibilului nuclear, °K ;

q_l — fluxul termic liniar, W/m ;

λ_c — coeficientul de conductivitate termică a combustibilului nuclear, W/m grd.

Exprimarea grafică a relaţiilor (1) pentru elemente combustibile cilindrice cu diverse diametre folosind UO_2 este dată în figura 1; p_v reprezintă densitatea de putere exprimată în kW/kg U. În construcţia diagramei s-a considerat densitatea UO_2 ca fiind 95% din densitatea teoretică. Din diagramă se vede că, după ce fluxul termic maxim a fost stabilit în funcţie de parametrii agentului de răcire, dimensiunea elementului combustibil poate fi determinată dintr-un compromis între temperatura centrală a combustibilului (adică kW/m) şi densitatea de putere. În figura 1 a fost de asemenea reprezentată puterea specifică liniară p_l la care începe topirea UO_2 în zona centrală a elementului combustibil (s-a considerat punctul de topire al UO_2 t_m = 3073 °K, t_s=1173 °K şi λ_c=3,5 W/m grd) [2, 3].

O particularitate deosebită a producerii căldurii în reactoarele nucleare este distribuţia neuniformă a acesteia în zona activă, caracteri-

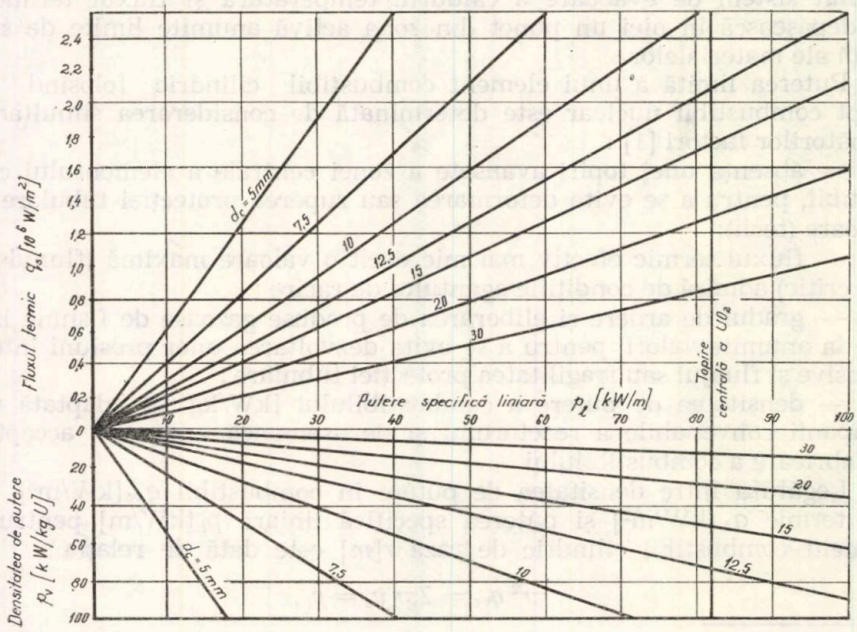


Figura 1. Dependenta grafică dintre p_v, q_s şi p_l pentru elementele combustibile cilindrice cu diverse diametre d_c

zată prin *factorul total de neuniformitate (factorul total al canalului cald).* Acesta este alcătuit din două părți [4, 5] :

— *factorul de neuniformitate nucleară,* care exprimă raportul dintre valoarea maximă și medie a densității de putere determinat din distribuția (radială și axială) a acesteia în zona activă ;

— *factorul de neuniformitate tehnică (de inginerie),* care exprimă incertitudinile în valorile locale ale fluxului termic și creșterii de entalpie datorită toleranțelor de fabricație și defecțiunilor în distribuția debitului de agent de răcire.

Pentru construcțiile actuale de reactoare cu apă sub presiune se dau în tabela 1 valorile tipice ale coeficienților de neuniformitate folosiți în proiectarea acestor reactoare [1, 6]. Factorul total de neuniformitate a fost stabilit prin metoda conservativă a suprapunerii efectelor. În tabela 1

Tabela 1

Valorile tipice ale coeficienților de neuniformitate la reactoarele actuale cu apă sub presiune

Factorul de neuniformitate	Valoarea
Neuniformitate nucleară radială	1,46
Neuniformitate nucleară axială	1,72
Neuniformitate locală de putere	1,08
Neuniformitate tehnică (de inginerie)	1,12
Neuniformitate la suprasarcină	1,12
Factor total de neuniformitate	3,40

este trecut și coeficientul de neuniformitate la suprasarcină, care consideră posibilitatea accidentală de apariție a unei suprasarcini de 12%.

Proiectarea termică a zonei active a unui reactor nuclear cu apă sub presiune sau cu apă în fierbere este limitată de mecanismul schimbului de căldură, respectiv de valoarea *fluxului termic critic* q_{cr} . Pentru fiecare punct din zona activă se poate calcula raportul fluxului termic critic R_{cr} :

$$R_{cr} = \frac{\text{Fluxul termic critic teoretic}}{\text{Fluxul termic local}}, \tag{3}$$

care stabilește prin valoarea sa poziția relativă a fluxului termic local față de fluxul termic critic teoretic. Acest raport se poate determina grafic cu ajutorul figurii 2.

Un criteriu tipic de proiectare a reactoarelor nucleare cu apă sub presiune este acela ca valoarea minimă a raportului fluxului termic critic să fie (R_{cr}) =1,30 în condiții maxime de suprasarcină [1]. Aceasta impune ca în toate punctele zonei active $R_{cr} \geqslant 1{,}30$.

Se observă din figura 2 că, dacă distribuția axială a fluxului termic este distorsionată către valori mari h/H, valoarea R_{cr} se reduce. Acest

efect defavorabil poate fi compensat printr-o reducere a raportului dintre fluxul termic maxim şi mediu. În consecinţă, pentru a stabili factorul de neuniformitate al canalului cald, pe care apare $(R_{cr})_{min}$, trebuie determinat atît raportul dintre fluxul termic maxim şi fluxul termic mediu, cît şi poziţia fluxului maxim în zona activă.

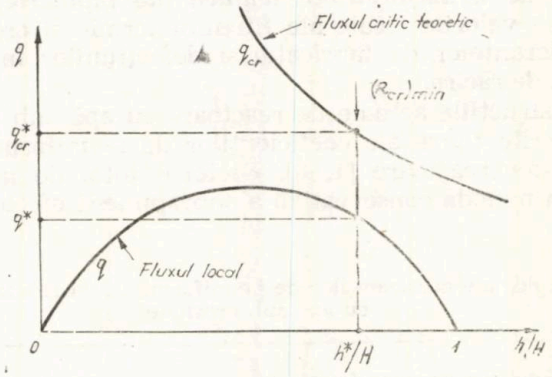


Figura 2. Determinarea grafică a raportului fluxului termic critic R_{cr}

Progresele înregistrate în construcţia reactoarelor energetice cu apă sub presiune în perioada de proiectare 1958—1967 sînt rezumate în tabela 2. Actualmente sînt în construcţie unităţi de 1000—1100 MWe, apreciindu-se că pînă în 1980 vor fi în exploatare unităţi de 1500 MWe.

2. Variaţia unor parametri cu modificarea înălţimii zonei active

În proeictarea unui reactor nuclear există o interdependenţă între înălţimea zonei active şi o serie de parametri termici, hidraulici, mecanici şi nucleari. Determinarea acestei interdependenţe pe baza anumitor ipoteze de calcul constituie un ajutor util în calculele de optimizare a reactoarelor nucleare şi în studiile de extrapolare.

Pentru un canal tehnologic se fac următoarele ipoteze :

1. Temperatura de intrare t_{f1} şi de ieşire t_{f2} a agentului de răcire în canalul tehnologic, ca şi temperatura maximă t_{cm} a suprafeţei exterioare a protecţiei (elementului combustibil) sînt menţinute constante.

2. Coeficientul de schimb de căldură prin convecţie α este dat de cunoscuta relaţie criterială [7] :

$$Nu = 0{,}023\, Re^{0{,}8}\, Pr^{0{,}4}, \tag{4}$$

caracteristică convecţiei forţate în regim turbulent. Conform acestei formule există relaţia de proporţionalitate :

$$\alpha \sim G_{sp}^{0{,}8}\, d^{-0{,}2}, \tag{5}$$

unde G_{sp} este debitul specific de agent de răcire, kg/m²h ;

d — diametrul echivalent al canalului tehnologic, m.

Tabela 2

Parametrii termici ai zonei active la reactoare tipice cu apă sub presiune

Anul de proiectare	1958	1964	1962	1964	1964	1966	1966	1967
Reactorul nuclear	Yankee	Yankee	Selni	Conn-Yankee	San-Onofre	Turkey Point	Indian Point-2	Burlington No. 1
Puterea termică, MWt	392	600	825	1473	1346	2097	2758	3083
Fluxul termic mediu, W/m²	270000	403000	408000	427000	449000	516000	551000	617000
Δt mediu în reactor, grd	16,7	23,1	31,4	21,4	24,6	30	29,4	33
Puterea specifică liniară maximă, kW/m	21,3	32,5	40,7	47	49,2	56,7	60,7	58,8
Volumul zonei active, l	6770	6770	12880	22100	18700	26600	32450	36700
Densitatea de putere medie, kW/l	58	89	64	66,6	72	79	85	84
Greutatea combustibilului, kgU	20600	20900	39300	66400	57500	71100	87600	97900
Densitatea de putere medie în combustibil, kW/kg U	19	28,7	21	22,2	23,4	29,5	31,5	31,5

3. Coeficientul de frecare λ în canalul tehnologic este dat de relaţia [7, 8] :

$$\lambda = \frac{0{,}184}{Re^{0,2}}, \tag{6}$$

valabilă pentru curgerea puternic turbulentă în canale circulare cu pereţii netezi hidraulic ; din relaţia (6) rezultă proporţionalitatea :

$$\lambda \sim (G_{sp} d)^{-0,2}. \tag{7}$$

4. Pierderile locale de presiune la intrarea şi ieşirea din canalul tehnologic sînt neglijabile.

5. Diametrul echivalent şi secţiunea de curgere a agentului de răcire sînt constante de-a lungul canalului tehnologic.

6. Distribuţia longitudinală a fluxului termic este arbitrară, dar fixată.

Debitul de căldură Q transmis agentului de răcire între intrare şi o înălţime oarecare h în sensul de curgere în canal este :

$$Q = G_{EC}\, c_p\, (t_f - t_{f_1}) \qquad [\text{kJ/h}], \tag{8}$$

unde s-au folosit ca notaţii noi :

G_{EC} — debitul de agent de răcire în canalul tehnologic, kg/h ;

c_p — căldura specifică la presiune constantă a agentului de răcire, kJ/kg.grd ;

t_f — temperatura agentului de răcire la înălţimea h, grd.

Debitul de căldură Q transmis agentului de răcire între intrare şi o înălţime oarecare h în sensul de curgere în canal este :

$$Q_{EC} = G_{EC}\, c_p (t_{f_2} - t_{f_1}) \qquad [\text{kJ/h}]. \tag{9}$$

Temperatura exterioară a protecţiei la o înălţime oarecare h se determină din :

$$t_c = t_f + \frac{q_s}{\alpha} \qquad [°\text{K}], \tag{10}$$

în care q_s este fluxul termic la înălţimea h, kJ/m^2 h.

Din combinarea ecuaţiilor (8), (9) şi (10) rezultă :

$$\frac{t_c - t_{f_1}}{t_{f_2} - t_{f_1}} = B \cdot \frac{q_s}{\bar{q}_s} + \frac{Q}{Q_{EC}}, \tag{11}$$

în care s-au făcut notaţiile :

$$B = \frac{G_{EC}\, c_p}{\alpha\, S} \qquad \text{(adimensional)}, \tag{12}$$

$$\bar{q}_s = \frac{Q_{EC}}{S} \quad [\text{kJ/m}^2\text{h}]; \tag{13}$$

S este suprafaţa de schimb de căldură a elementului combustibil, m^2 ;

$\bar{q}_s$ — fluxul termic mediu în canalul tehnologic, kJ/m^{2}h.

În funcție de distribuția longitudinală a fluxului termic, temperatura exterioară a protecției t_c atinge la o anumită cotă h valoarea sa maximă t_{cm}. Corespunzător acestei valori ecuația (11) se scrie :

$$\frac{t_{cm} - t_{f_1}}{t_{f_2} - t_{f_1}} = \left(B \frac{q_s}{\bar{q}_s} + \frac{Q}{Q_{EC}} \right)_{max} = \text{Constant.} \tag{14}$$

În ecuația (14) primul membru este constant în baza ipotezei 1, avînd pentru t_{cm} valoarea maximă.

Înlocuind $t_{f_2} - t_{f_1}$ din formula (14) în relația (9) se obține :

$$Q_{EC} = \frac{G_{EC}\, c_p (t_{cm} - t_{f_1})}{\left(B \frac{q_s}{\bar{q}_s} + \frac{Q}{Q_{EC}} \right)_{max}}. \tag{15}$$

Notînd cu :

A_f — secțiunea de curgere a agentului de răcire în canalul tehnologic, m^2 ;

P — perimetrul suprafeței udate (de schimb de căldură) în canalul tehnologic, m ;

η — viscozitatea dinamică medie a agentului de răcire, Ns/m^2, se pot scrie relațiile :

$$G_{EC} = G_{sp} A_f \qquad [kg/h], \tag{16}$$

$$S = PH \qquad [m^2], \tag{17}$$

$$d = \frac{4A_f}{P} \qquad [m], \tag{18}$$

$$Re = \frac{G_{sp} d}{3600 \eta}, \tag{19}$$

care, împreună cu expresia (15), înlocuite în formula (13) dau valoarea fluxului termic mediu :

$$\bar{q}_s = \frac{Re \eta\, c_p (t_{cm} - t_{f_1})}{4H \left(B \frac{q_s}{\bar{q}_s} + \frac{Q}{Q_{EC}} \right)_{max}}. \tag{20}$$

Ținînd seama de ipoteza 2, prin înlocuirea relațiilor (16), (17), (18) în expresia (12), se obține :

$$B \sim \frac{d}{H} Re^{0,2}. \tag{21}$$

Folosind concluzia relației (14) și scriind expresia (20) pentru două valori ale înălțimii zonei active H și H', prin raportare se obține :

$$\frac{\bar{q}'_s}{\bar{q}_s} = \frac{Re'}{Re} \cdot \frac{H}{H'}. \tag{22}$$

Distribuția longitudinală a fluxului termic fiind fixată conform ipotezei 6, mărimea adimensională B este fixată de asemenea, astfel încît cu ajutorul relației (21) se obține :

$$\frac{H'}{H} = \frac{d'}{d}\left(\frac{Re`}{Re}\right)^{0,2}. \tag{23}$$

Pierderile liniare de presiune în canalul tehnologic se calculează cu formula cunoscută :

$$\Delta p = \lambda \frac{H}{d} \frac{w^2}{2g} \gamma \qquad [\mathrm{N/m^2}], \tag{24}$$

unde w este viteza agentului de răcire în canal, m/s ;

γ — greutatea specifică medie a agentului de răcire, $\mathrm{N/m^3}$;

g — accelerația gravitației, $\mathrm{m/s^2}$.

Folosind relația (19) pentru G_{sp} și :

$$w = \frac{G_{EC}}{3600\, A_f \gamma} = \frac{G_{sp}}{3600\gamma} \tag{25}$$

este ușor de arătat că pentru γ constant :

$$\Delta p \sim \frac{H}{d^3} Re^{1,8}. \tag{26}$$

Cu aceasta, variația pierderilor de presiune este :

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{H'}{H} \cdot \left(\frac{d}{d'}\right)^3 \left(\frac{Re'}{Re}\right)^{1,8}. \tag{27}$$

Din combinarea formulelor (9), (15), (16), (18), (19) și (22) se obține variația :

$$\frac{Q'_{EC}}{Q_{EC}} = \frac{G'_{EC}}{G_{EC}} = \frac{Re`}{Re} \cdot \frac{P'}{P} = \frac{\bar{q}'_s H' P'}{\bar{q}_s H P}. \tag{28}$$

Se notează cu ε raportul dintre volumul de agent de răcire din canalul tehnologic $A_f H$ și volumul elementului combustibil $A_{EC}\, H$:

$$\varepsilon = \frac{A_f}{A_f + A_{EC}}. \tag{29}$$

Fluxul termic mediu $\bar{q}_s$ poate fi exprimat ca :

$$\bar{q}_s = \frac{\bar{q}_{vc}\, A_c}{P}; \tag{30}$$

se reamintește că în formula (30) :

$\bar{q}_{vc}$ este densitatea medie de putere în combustibil, $\mathrm{kJ/m^3h}$;

A_c — secțiunea transversală a combustibilului, $\mathrm{m^2}$.

Din ultimele trei relații (28), (29) și (30) rezultă :

$$\bar{q}_{vc}\,\Phi\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)=\frac{4\bar{q}_s}{d}, \tag{31}$$

în care s-a notat cu Φ raportul :

$$\Phi=\frac{A_c}{A_{EC}}. \tag{32}$$

Pentru canale tehnologice diferite relația (31) dă :

$$\frac{\bar{q}_{vc}\,\Phi'\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{\bar{q}_{vc}\,\Phi\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}=\frac{\bar{q}'_s}{\bar{q}_s}\cdot\frac{d}{d'}. \tag{33}$$

Înlocuind (30) în (31) se obține expresia :

$$\frac{4A_c}{\Phi Pd}=\frac{1}{\varepsilon}-1. \tag{34}$$

În cazul elementelor combustibile bare cilindrice având diametrul d_c :

$$A_c=\frac{\pi d_c^2}{4}\quad\text{și}\quad P=\theta\,\pi d_c, \tag{35}$$

în care θ este raportul dintre perimetrul suprafeței de schimb de căldură și perimetrul combustibilului nuclear ($2\pi r=\pi d_c$).

Este ușor de arătat că pentru aceleași elemente cilindrice din motive de geometrie :

$$\Phi\,\theta^2=1. \tag{36}$$

Ținînd seama de (35) ecuația (34) se transformă în :

$$d=\frac{d_c}{\Phi\theta\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}, \tag{37}$$

cu care rezultă variația :

$$\frac{d'}{d}=\frac{d'_c/\Phi'\theta'\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{d_c/\Phi\theta\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}. \tag{38}$$

Admițînd coeficientul de conductivitate termică λ_c al combustibilului nuclear ca fiind constant, căderea medie de temperatură în combustibil, conform relațiilor (1) și (2), este proporțională cu :

$$\bar{\Delta}t=t_m-t_s\sim\bar{q}_{vc}\,d_c^2. \tag{39}$$

În mod similar efortul termic mediu în combustibil $\bar{\sigma}$ (efortul radial, tangențial sau axial) este dat de o relație de proporționalitate similară [9, 10] :

$$\bar{\sigma} \sim \bar{q}_{vc} d_c^2. \tag{40}$$

Prin considerarea relațiilor (18), (29), (31), (32), (35) și (36) expresiile (39) și (40) conduc la :

$$\bar{\Delta t} \sim \bar{\sigma} \sim \bar{q}_s d \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \tag{41}$$

și mai departe :

$$\frac{\bar{\Delta t}' / \left(\frac{1}{\varepsilon'} - 1 \right)}{\bar{\Delta t} / \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)} = \frac{\bar{\sigma}' / \left(\frac{1}{\varepsilon'} - 1 \right)}{\bar{\sigma} / \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)} = \frac{\bar{q}_s' d'}{\bar{q}_s d}. \tag{42}$$

Relațiile stabilite anterior (22), (23), (27), (28), (31), (33), (38) și (42) formează un ansamblu de ecuații care caracterizează regimul termic și hidraulic de funcționare a unui canal tehnologic dintr-un reactor nuclear. Aceste relații au caracter general de valabilitate în baza ipotezelor 1—6 enumerate anterior. Cu ajutorul acestor relații se poate stabili modul de variație a principalilor parametri ai zonei active și anume pentru : densitatea medie de putere în combustibil $\bar{q}_{vc}$, fluxul termic mediu $\bar{q}_s$, coeficientul mediu de convecție α, pierderile liniare de presiune Δp, debitul specific de agent de răcire, căderea medie de temperatură în combustibil $\bar{\Delta t}$, efortul termic mediu în combustibil $\bar{\sigma}$, diametrul echivalent al canalului tehnologic etc.

În scopul comparării performanțelor termice și hidraulice ale diverselor reactoare nucleare trebuie stabilite condițiile de efectuare a comparației, dintre care se apreciază a fi mai importante :

— densitate medie de putere în combustibil $\bar{q}_{vc}$ constantă.

— fluxul termic mediu $\bar{q}_s$ constant ;

— cădere medie de temperatură $\bar{\Delta t}$ în combustibil.

În continuare se stabilește grupul de relații care exprimă variația unor parametri cu înălțimea canalului tehnologic H, în unități relative, în ipoteza menținerii constante a *parametrului densității de putere*, definit ca primul termen al relației (31) :

$$\bar{q}_{vc} \Phi \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) = \text{constant}. \tag{43}$$

Conform relației (29) și (32) parametrul densității de putere este de fapt :

$$\bar{q}_{vc} \Phi \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) = \bar{q}_{vc} \frac{A_c}{A_f}, \tag{44}$$

adică puterea medie pe unitatea de volum de agent de răcire ; cum însă $\bar{q}_{vc}$ este mărimea cea mai importantă în alcătuirea acestui parametru, s-a adoptat denumirea anterioară.

Cu ipoteza (43), ecuația (33) dă :

$$\frac{\bar{q}'_s}{\bar{q}_s} = \frac{d'}{d}, \tag{45}$$

care împreună cu (22) și (23) stabilește :

$$\frac{d'}{d} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{2/3}. \tag{46}$$

Folosind relația (46), rezultată din ipoteza (43), se obține următorul grup de ecuații care exprimă variația unor parametri termici și hidraulici ai zonei active cu înălțimea canalului tehnologic :

— din formulele (23), (28) și (46) :

$$\frac{Re'}{Re} = \frac{G'_{EC}/P'}{G_{EC}/P} = \frac{Q'_{EC}/P'}{Q_{EC}/P} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{5/3}; \tag{47}$$

— din ecuațiile (38) și (46):

$$\frac{d'}{d} = \frac{d'_c/\Phi'\,\theta'\left(\frac{1}{\varepsilon'} - 1\right)}{d_c/\Phi\,\theta\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{2/3}; \tag{48}$$

— din expresiile (19), (46) și (47) :

$$\frac{G'_{sp}}{G_{sp}} = \frac{H'}{H}; \tag{49}$$

— din relațiile (5), (22), (46), (47) și (49) :

$$\frac{\bar{q}'_s}{\bar{q}_s} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{2/3}; \tag{50}$$

— din ecuațiile (27), (46), (47) :

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{2}; \tag{51}$$

— din relațiile (42), (46) și (50) :

$$\frac{\bar{\Delta}t'/\left(\frac{1}{\varepsilon'} - 1\right)}{\bar{\Delta}t/\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = \frac{\bar{\sigma}'\left(\frac{1}{\varepsilon'} - 1\right)}{\bar{\sigma}/\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{4/3}; \tag{52}$$

— din formulele (28), (35), (36), (38), (46) și (47) :

$$\frac{Q'_{EC}/\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{Q_{EC}/\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)} = \frac{G'_{EC}/\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{G_{EC}/\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{7/3}. \tag{53}$$

Variația mărimilor din ecuațiile (47)—(53) în funcție de raportul H'/H este calculată numeric în tabela 3, iar reprezentarea grafică corespunzătoare este dată în figura 3.

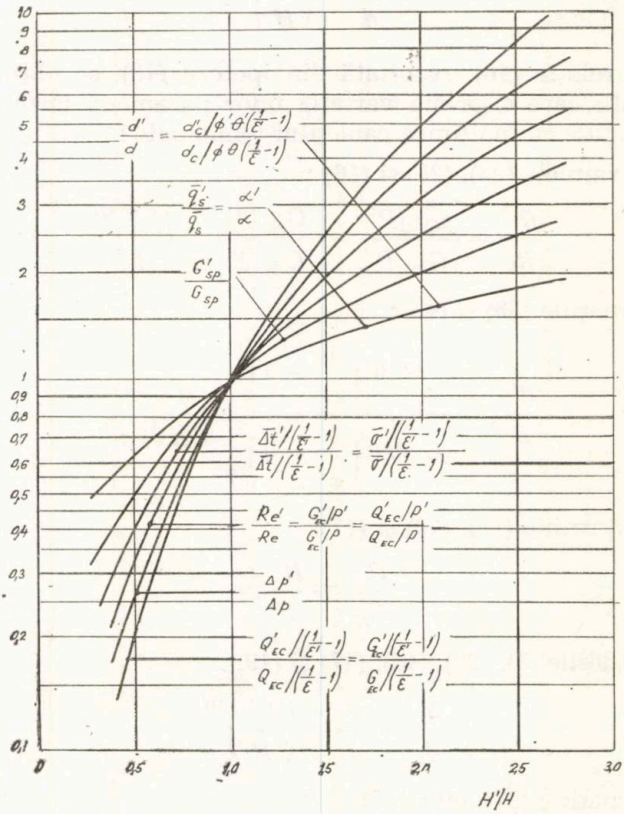


Figura 3. Efectul înălțimii zonei active asupra unor parametri termici și hidraulici pentru t_{f1}, t_{f2}, t_{cm} și $\bar{q}_{oc}\,\Phi\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)$ menținute constante

Pe baza rezultatelor de mai sus s-au trecut în tabela 4 rezultatele calculului principalilor parametri termici și hidraulici ai zonei active pentru puteri ale reactoarelor nucleare în intervalul 500...4500 MWt.

Datele comparative din tabela 4 au fost stabilite în următoarele ipoteze de calcul :

Tabela 3

Efectul înălțimii zonei active asupra unor parametri termici și hidraulici pentru t_{f1}, t_{f2}, t_{cm} și $\bar{q}_{vc}\,\Phi\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)$ menținute constante

Parametrul \ H'/H	0,50	0,75	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,50
$\frac{\bar{q}'_s}{\bar{q}_s}=\frac{\alpha'}{\alpha}=\left(\frac{H'}{H}\right)^{2/3}$	0,63	0,825	1	1,161	1,31	1,454	1,59	1,72	1,842
$\frac{\Delta p'}{\Delta p}=\left(\frac{H'}{H}\right)^{2}$	0,25	0,562	1	1,564	2,25	3,07	4,0	5,08	6,25
$\frac{G'_{sp}}{G_{sp}}=\frac{H'}{H}$	0,50	0,75	1	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,50
$\frac{\bar{\Delta}t'/\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{\bar{\Delta}t/\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}=\frac{\bar{\sigma}'/\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{\bar{\sigma}/\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}=\left(\frac{H'}{H}\right)^{4/3}$	0,397	0,68	1	1,35	1,72	2,12	2,53	2,96	3,40
$\frac{d'}{d}=\frac{d'_e/\Phi'\theta'\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{d_e/\Phi\theta\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}=\left(\frac{H'}{H}\right)^{2/3}$	0,63	0,825	1	1,161	1,31	1,454	1,59	1,72	1,842
$\frac{R'_e}{R_e}=\frac{G'_{EC}/P'}{G_{EC}/P}=\frac{Q'_{EC}/P'}{Q_{EC}/P}=\left(\frac{H'}{H}\right)^{5/3}$	0,315	0,62	1	1,45	1,964	2,54	3,17	3,85	4,60
$\frac{Q'_{EC}/\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{Q_{EC}/\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}=\frac{G'_{EC}\left(\frac{1}{\varepsilon'}-1\right)}{G_{EC}\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}=\left(\frac{H'}{H}\right)^{7/3}$	0,199	0,514	1	1,682	2,57	3,68	5,02	6,60	8,42

Tabela 4

Variația unor parametri termici și hidraulici ai zonei active pentru t_{f1}, t_{f2}, t_{cm} și $q_{vc}\ \Phi\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)$ constante ; putere de referință 2000 MWt ; H/D=1

P	MWt	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500
V_{ZA}	m³	6,05	12,1	18,15	24,2	30,25	36,3	42,35	48,4	54,45
H	m	1,98	2,49	2,85	3,14	3,37	3,59	3,78	3,96	4,11
H'/H	—	0,63	0,793	0,907	1	1,07	1,142	1,203	1,261	1,308
$\bar{q}_s$	W/m²	$3,73.10^5$	$4,34.10^5$	$4,78.10^5$	$5,1.10^5$	$5,33.10^5$	$5,57.10^5$	$5,78.10^5$	$5,97.10^5$	$6,1.10^5$
α	W/m²grd	23000	26600	29300	31300	32700	34200	35500	36700	37500
d	mm	10,26	11,9	13,1	14	14,6	15,28	15,83	16,37	16,75
Re	—	$2,31.10^5$	$3,36.10^5$	$4,2.10^5$	$4,94.10^5$	$5,56.10^5$	$6,16.10^5$	$6,71.10^5$	$7,26.10^5$	$7,73.10^5$
Δp	bar	0,874	1,347	1,812	2,2	2,87	2,87	3,18	3,52	3,76
G_{sp}	kg/m²h	$7,34.10^6$	$9,24.10^6$	$10,56.10^6$	$11,65.10^6$	$12,47.10^6$	$13,3.10^6$	14.10^6	$14,7.10^6$	$15,23.10^6$
$\bar{\Delta t}$	grd	219	294	357	407	443	485	521	557	583
Q_{EC}	kJ/h	$0,94.10^5$	$1,16.10^5$	$1,6.10^5$	2.10^5	$2,35.10^5$	$2,74.10^5$	$3,08.10^5$	$3,45.10^5$	$3,75.10^5$
G_{EC}	kg/h	660	820	1125	1410	1655	1920	2170	2420	2640

— temperaturile agentului de răcire $t_{f1}/t_{f2} = 561/588$°K, temperatura maximă a protecției t_{cm} fixată ;

— distribuția fluxului termic fixată ;

— parametrul densității de putere $\bar{q}_{vc}\Phi\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)$ constant, în care $\bar{q}_{vc} = 2{,}27.10^5$ kW/m^3, $\Phi = 0{,}83$, $\varepsilon = 0{,}56$;

— reactor de referință cu puterea 2000 MWt ;

— raportul $H/D = 1$.

Pentru reactoarele de altă putere principalele mărimi ale zonei active se determină cu formula generală :

$$M' = M(H'/H)^n, \tag{54}$$

unde M și H sînt caracteristice reactorului de referință cu puterea de 2000 MWt ;

M' și H' — mărimi corespunzătoare reactorului de altă putere ;

n — exponent.

Caracterul dependenței de tipul (54), adică mărimea M' și exponentul n, se stabilesc conform relațiilor stabilite anterior (47)—(53).

3. Concluzii

Elementele prezentate în capitolele precedente constituie un ajutor util în calculele de optimizare a reactoarelor nucleare și în cadrul studiilor de extrapolare. În ipoteza în care reactorul luat ca bază de comparație este un concept optimizat, folosirea expresiilor de tipul (54) permite determinarea evoluției principalilor parametri termici și hidraulici ai zonei active, stabilirea valorilor elementelor limitative în proiectarea zonei active (temperaturi și fluxuri termice) și a măsurilor care se impun. Ecuațiile stabilite împreună cu factorii de neuniformitate ai zonei active permit calculul valorilor maxime ale temperaturilor și fluxurilor.

Proiectarea unei noi zone active impune, la reactoarele cu apă sub presiune, satisfacerea următoarelor elemente limitative :

— fluxul termic local mai mic decît fluxul critic, conform valorii alese pentru raportul R_{cr} ;

— absența fierberii agentului de răcire, admițîndu-se eventual o fierbere nucleică locală (negeneralizată) ; în canalele centrale la ieșirea din zona activă poate apare fierbere nucleică, aceasta apărînd însă la fluxuri termice reduse în fluid subrăcit nu necesită calculul raportului R_{cr} ;

— temperaturile maxime în combustibil și protecție limitate (se admite funcționarea elementului combustibil cu zona centrală topită).

Raportul H/D a fost admis $H/D=1$, acest raport variază în domeniul $H/D = 0{,}923...1{,}3$. Valoarea $H/D = 0{,}923$ este stabilită din calculul fizic al zonei active [10]. Deși nu s-a observat vreo tendință în valoarea raportului H/D în literatură se apreciază că acest raport trebuie stabilit în funcție de puterea reactorului nuclear, rezultat din elementele determinate (considerente nucleare, pierderi de presiune, costul vasului de presiune).

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *L. S. Tong*, Heat Transfer in Water-cooled Nuclear Reactors. Nuclear Engineering and Design, vol. 6 (1967), p. 301—324.
2. *C. O. Smith*, Nuclear Reactor Materials. Addison-Wesley, Masschussets, 1967.
3. *I. V. Maxim*, Materiale Nucleare, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1969.
4. *S. Glasstone*, Principles of Nuclear Reactor Engineering. D. Van Nostrand, New York, 1957.
5. *B. W. Le Tourneau, R. E. Grimble*, Engineering Hot-channel Factors. Chemical Engineering Progress-Symposium Series, vol. 55, No. 22, 1959, p. 1—8.
6. *H. Kuljian*, Nuclear Power Plant Design. A. S. Barnes and Co., New York, 1968.
7. *W. H. Mc Adams*, Heat Transmission. Ed. 3, Mc Graw-Hill, New York, 1954
8. *M. M. El-Wakil*, Nuclear Power Engineering. Mc Graw-Hill, New York, 1962.
9. — Reactor Handbook, vol. 4, Ed. 2. Intenscience, New York, 1964.
10. *S. Glasstone, A. Sesonske*, Nuclear Reactor Engineering. D. Van Nostrand New York, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Bucureşti
Tomul XXXIII — 1971, Numărul 5

MAŞINI UNELTE

C.Z. : 626:621-833:513

CALCULUL DISIPAŢIILOR VOLUMICE PRIN FANTE INTER-OVALE SUBŢIRI CU OVALITATE MICĂ *

ION GHEGHEA

La unele agregate hidraulice ca pompe cu pistonaşe radiale şi axiale, distribuitoare rectilinii şi rotative, etanşarea se realizează datorită fantelor subţiri de ordinul micronilor care se formează între suprafeţele pieselor componente. De obicei aceste fante au grosimea neuniformă datorită aşezării excentrice a celor două suprafeţe cilindrice care formează fanta, a ovalităţii lor sau a amîndorura. Ovalitatea suprafeţelor care este de asemenea de ordinul micronilor se datoreşte impreciziei maşinii unelte cu care acestea se prelucrează.

Determinarea relaţiilor de calcul pentru disipaţiile volumice prin aceste fante va permite găsirea poziţiei optime a celor două suprafeţe ce compun fanta astfel ca disipaţiile să fie minime. Importanţa acestei probleme se desprinde şi din [1] unde se dau valorile disipaţiilor volumice obţinute experimental.

În această lucrare se obţin relaţiile de calcul pentru disipaţiile de lichid prin fante inter-ovale cu ovalitate mică la curgerea în direcţie axială considerînd curgerea laminară şi vîscozitatea lichidului constantă.

În acest scop se consideră fanta formată între cilindrii cu baza ovală, I şi respectiv II aşezaţi excentric unul faţă de celălalt. Lichidul la presiunea p_1 intră în fantă în secţiunea A şi iese prin secţiunea B unde presiunea este p_2 (fig. 1).

Ne propunem să determinăm debitul de lichid ce trece prin secţiunea B şi dependenţa acestuia de excentricitatea celor doi cilindri e, ovalitatea acestora şi aşezarea lor relativă (unghiul β).

Cei doi cilindri îi considerăm formaţi din două arce de cerc cu centrul în punctele O_1, O_1' pentru cilindrul interior (fig. 2) şi respectiv O_2 şi O_2' (fig. 3) pentru cel exterior.

Notînd raza arcelor de cerc pentru cilindrul interior cu R_1, raza ρ_1 este dată de relaţia :

$$\rho_1 = R_1 \cos \eta + (-1)^i \Delta_1, \sin \varphi \qquad (1)$$

* Manuscris predat la redacţie la data de 25 octombrie 1970.

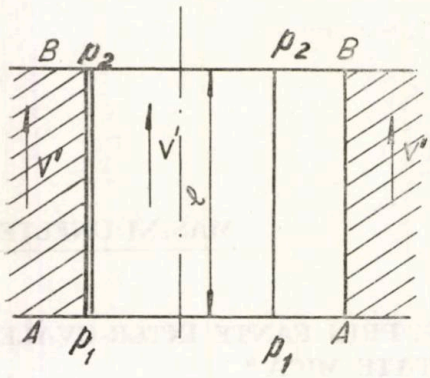


Fig. 1. Fantă formată între suprafeţe ovale

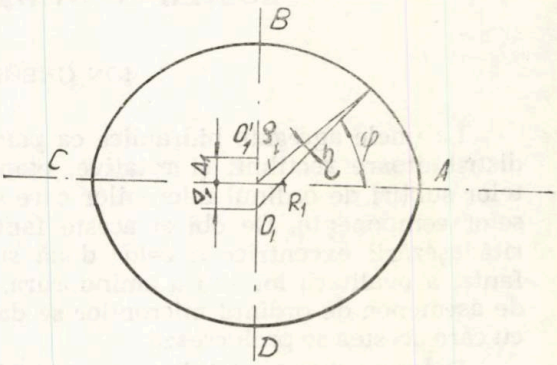
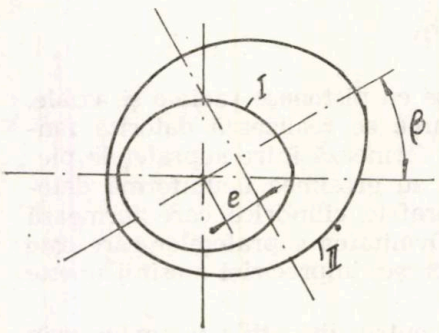


Fig. 2. Secţiunea transversală a cilindrului interior



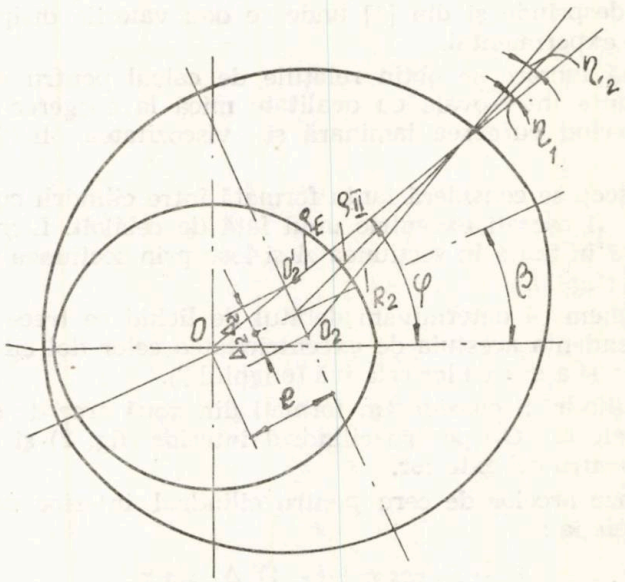


Fig. 3. Determinarea dimensiunilor secţiunii transversale a cilindrului exterior.

Întrucît cos $\eta \approx 1$ relația (1) devine :

$$\rho = R_1 + (-1)^i \Delta_1 \sin \varphi \tag{2}$$

unde :

$$\begin{aligned} i &= 1 \text{ pentru } \varphi = 0 \div \pi \\ i &= 2 \text{ pentru } \varphi = \pi \div 2\pi \end{aligned} \tag{3}$$

În mod similar raza ρ_E pentru cilindrul exterior se determină din fig. 3 și este dată de relația (considerînd $\eta_1 \approx \eta_2 \approx 0$) :

$$\rho_E = R_2 + (-1)^i \Delta_2 \sin(\varphi - \beta) + e \cos(\varphi - \beta)$$

unde :

$$\begin{aligned} j &= 1 \text{ pentru } \varphi - \beta = 0 \div \pi \\ j &= 2 \text{ pentru } \varphi - \beta = \pi \div 2\pi \end{aligned}$$

Datorită celor două porțiuni simetrice ale cilindrilor care formează fanta, grosimea acesteia variază diferit în cele patru sectoare (fig. 4).

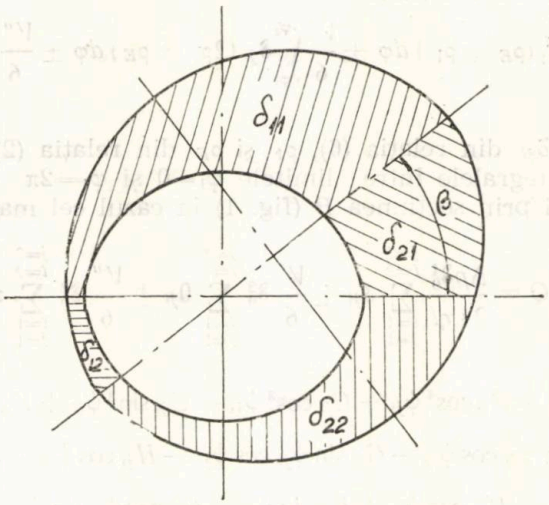


Fig. 4. — Fanta cu cele 4 sectoare

Relația care dă grosimea fantei pentru cele patru sectoare este :

$$\delta_{ji} = R_2 - R_1 + (-1)^j \Delta_2 \sin(\varphi - \beta) + e \cos(\varphi - \beta) - (-1)^i \Delta_1 \sin \varphi \tag{4}$$

Notînd :

$$\begin{aligned} \delta_0 &= R_2 - R_1 \\ a_{ji} &= (-1)^j r \cos \beta + m \sin \beta - (-1)^i n \\ b_{ji} &= -(-1)^j r \sin \beta + m \cos \beta \\ r &= \frac{\Delta_2}{\delta_0}, \; n = \frac{\Delta_1}{\delta_0}, \; m = \frac{e}{\delta_0} \end{aligned} \tag{5}$$

relația (5) devine :

$$\delta_{ji} = \delta_0 (1 + a_{ji} \sin \varphi + b_{ji} \cos \varphi) \tag{6}$$

Pentru determinarea disipațiilor volumice printr-o fantă cu unghiul la centru $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$, și lungimea l se consideră un sector de fantă cu unghiul la centru infinit mic $d\varphi$. Debitul de lichid ce trece prin această fantă, care poate fi considerată o porțiune din fanta inelară, este dat de relația [2].

$$dQ=\frac{\Delta p}{24\eta l}\delta_{ji}^3(\rho_E+\rho_I)\,d\varphi\pm\frac{V'}{6}\delta_{ji}(2\rho_I+\rho_E)\,d\varphi\pm\frac{V''}{6}\delta_{ji}(2\rho_E+\rho_I)\,d\varphi \quad (7)$$

unde :

$$\Delta p=p_2-p_1$$

η — vîscozitatea dinamică a lichidului,

V',V'' — vitezele axiale a celor doi cilindri : interior, respectiv exterior.

Debitul total prin fanta cu unghiul la centru $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ se obține prin integrarea ecuației (7) și avem :

$$Q=\frac{\Delta p}{24\eta l}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\delta_{ji}^3(\rho_E+\rho_I)\,d\varphi\pm\frac{V'}{6}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\delta_{ji}(2\rho_I+\rho_E)\,d\varphi\pm\frac{V''}{6}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\delta_{ji}(2\rho_E+\rho_I)d\varphi \quad (8)$$

Înlocuind δ_{ji} din relația (6), ρ_I și ρ_E din relația (2) și respectiv (3) și efectuînd integralele între limitele $\varphi_1=0$ și $\varphi_2=2\pi$ obținem relația care dă debitul prin secțiunea B (fig. 1) în cazul cel mai general :

$$Q=\frac{\Delta p\delta_0^4}{24\eta l}\sum_{\substack{i=1\\j=1}}^{\substack{i=2\\j=2}}3_{ji}\pm\frac{V'}{6}\delta_0^2\sum_{\substack{i=1\\j=1}}^{\substack{i=2\\j=2}}\theta_{ji}\pm\frac{V''}{6}\delta_0^2\sum_{\substack{i=1\\j=1}}^{\substack{i=2\\j=2}}\varkappa_{ji} \quad (9)$$

unde :

$$3_{ji}=A_{ji}\psi_{ji}+B_{ji}\cos^4\psi_{ji}+C_{ji}\cos^3\psi_{ji}-D_{ji}\sin^3\psi_{ji}+E_{ji}\cos 2\psi_{ji}-$$

$$-F_{ji}\sin^3\psi_{ji}\cos\psi_{ji}-G_{ji}\sin\psi_{ji}\cos\psi_{ji}-H_{ji}\cos\psi_{ji}+R_{ji}\sin\psi_{ji}$$

$$\theta_{ji}=A'_{ji}\psi_{ji}+H'_{ji}\cos\psi_{ji}+R'_{ji}\sin\psi_{ji}+G'_{ji}\cos\psi_{ji}\sin\psi_{ji}-E'_{ji}\cos 2\psi_{ji}$$

$$\varkappa_{ji}=A''_{ji}\psi_{ji}-H''_{ji}\cos\psi_{ji}+R''_{ji}\sin\psi_{ji}+G''_{ji}\cos\psi_{ji}\sin\psi_{ji}-E''_{ji}\cos 2\psi_{ji}$$

$$A_{ji}=(2p+1)\left(1+\frac{T_{ji}}{3}+\frac{M_{ji}}{2}\right)+f_{ji}\left(\frac{U_{ji}}{2}-\frac{3}{8}S_{ji}\right)-[d_{ji}+(-1)^i n]\times$$

$$\times\left(\frac{3}{8}L_{ji}+\frac{N_{ji}}{2}\right)$$

$$B_{ji}=S_{ji}[d_{ji}+(-1)^i n]+f_{ji}L_{ji}$$

$$C_{ji}=\frac{1}{3}\{L_{ji}(2p+1)+(T_{ji}-M_{ji})[d_{ji}+(-1)^i n]\}$$

$$D_{ji}=\frac{1}{4}[(2p+1)S_{ji}+f_{ji}(T_{ji}-M_{ji})]$$

$$E_{ji} = \frac{1}{4}\{L_{ji}[d_{ji} + (-1)^i n] - f_{ji} S_{ji}$$

$$G_{ji} = \frac{1}{2}(M_{ji} - T_{ji})(2p+1) - [d_{ji} + (-1)^i n]\left(\frac{N_{ji}}{2} + \frac{3}{8} L_{ji}\right)$$

$$H_{ji} = N_{ji}(2p+1) - (T_{ji}+1)[d_{ji} + (-1)^i n]$$

$$R_{ji} = U_{ji}(2p+1) + f_{ji}(1 + M_{ji})$$

$$A'_{ji} = h + b_{ji} f_{ji} \qquad A''_{ji} = h' + 2b_{ji} f_{ji}$$

$$H'_{ji} = a_{ji} h - g_{ji} \qquad H''_{ji} = a_{ji} h' - g'_{ji}$$

$$R'_{ji} = b_{ji} h + f_{ji} \qquad R''_{ji} = b_{ji} h' + 2 f_{ji}$$

$$E'_{ji} = a_{ji} f_{ji} - b_{ji} g_{ji} \qquad E''_{ji} = \frac{a_{ji}}{2} f_{ji} - \frac{b_{ji}}{4} g_{ji}$$

$$G'_{ji} = \frac{1}{2}(a_{ji} g_{ji} + f_{ji} b_{ji}) \qquad G''_{ji} = \frac{1}{2} a_{ji} g'_{ji} + b_{ji} f_{ji}$$

$$\psi_{12} = \psi_{21} = \beta, \quad \psi_{11} = \psi_{22} = \pi - \beta$$

$$L_{ji} = a_{ji}^3 - 3b_{ji}^2 a_{ji}$$

$$M_{ji} = 3a_{ji}^2$$

$$N_{ji} = 3a_{ji} + 3b_{ji}^2 a_{ji}$$

$$S_{ji} = b_{ji}^3 - 3a_{ji}^2 b_{ji}$$

$$T_{ji} = 3b_{ji}^2$$

$$U_{ji} = 3b_{ji} + 3a_{ji}^2 b_{ji}$$

$$d_{ji} = (-1)^i r\cos\beta - e$$

$$f_{ji} = (-1)^i r\sin\beta$$

$$h = 3p + 1$$

$$g_{ji} = d_{ji} + 2(-1)^i n$$

$$h' = 3p + 2$$

$$g'_{ji} = 2d_{ji} + (-1)^i n$$

$$m = \frac{e}{\delta_0}, \quad n = \frac{\Delta_1}{\delta_0}, \quad r = \frac{\Delta_2}{\delta_0}, \quad p = \frac{R}{\delta_0} \tag{10}$$

Dacă în relațiile (10) se înlocuiește $n=0$, $r=0$, (9) se reduce la relația dedusă pentru fantele inelare excentrice [2].

Relația (9) este destul de complicată, de aceea pentru găsirea dependenței disipațiilor volumice de diferiți parametri ai fantei a fost necesar să se folosească calculatorul electronic.

În acest scop s-a întocmit programul în limbajul FORTRAN și s-au efectuat calculele pentru diferiți m, n, r și β.

Cu ajutorul rezultatelor s-au întocmit grafice de variație a funcțiilor adimensionale $\Im$, θ și $\varkappa$ pentru p=1500.

În fig. 5 este dată dependența funcției $\Im$ de unghiul β pentru cazul cînd cei doi cilindri sînt în contact (curba 1) și pentru r=ct, n=ct, m=0 (curbele 2—5).

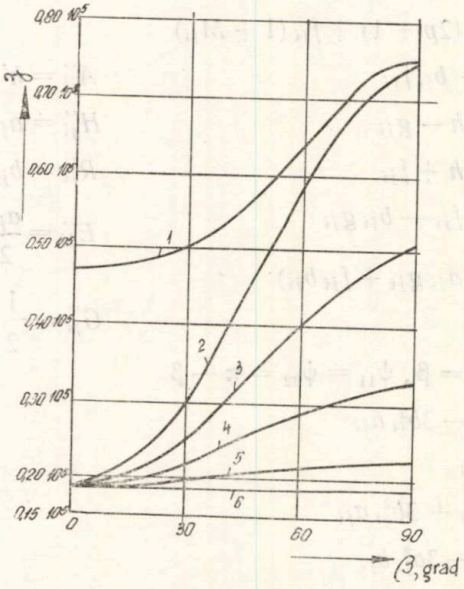


Fig. 5 — Dependența funcției $\Im$ de unghiul β.

1 — Cei doi cilindrii în contact, r=1, n=1
2 — r=1, n=1, m=0
3 — r=1, n=0, m=0
4 — r=0,5; n=0,5; m=0
5 — r=0,25, n=0,25, m=0
6 — r=0, n=0, m=0

Valoarea cea mai mică a funcției $\Im$ există la β=0 și excentricitate nulă. Cel mai simplu de realizat m=0 este pentru cazul r=1, n=0. În aceste condiții cei doi cilindri vin în contact pe generatoarea corespunzătoare axei mici a elipsei cilindrului exterior și nu mai este posibilă așezarea excentrică a acestora.

Pentru cazul real cînd ambii cilindri au baza ovală de asemenea disipațiile volumice sînt minime cînd acestea au axele corespunzătoare suprapuse, adică β=0 iar excentricitatea este nulă (curbele 2÷5 fig. 5). Pentru ovalități egale ($\Delta_2=\Delta_1$) și β=0 disipațiile volumice nu depind de aceste ovalități și sînt egale cu cele prin fante inelare. Aceasta se poate observa din fig. 5 iar relațiile de calcul se obțin înlocuind în (10) și (9) β=0 și r—n=t. În acest caz, limitîndu-ne numai la primul termen al relației (9) avem :

$$Q = \frac{\Delta_p \delta_0^3 (R_1 + R_2)}{24 \mu l} z' \qquad (11)$$

$$3' = 1 + \frac{3}{2}(t^2 + m^2) + \frac{2}{3}t^3 - 4mt \qquad (12)$$

Pentru $t=0$, relația (12) se reduce la cea dedusă în [2] pentru fante inelare circulare.

Reprezentarea funcției 3′ pentru două cazuri, $m=0$ și cînd cele două suprafețe sînt în contact este dată în fig. 6.

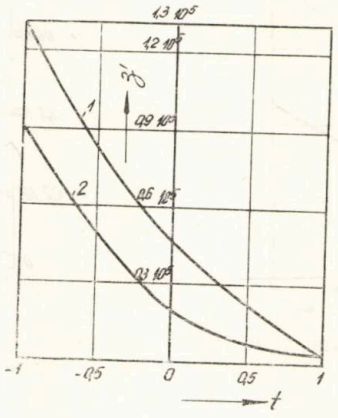


Fig. 6 — Dependența funcției 3′ de t=r—n.

1. Cei doi cilindri în contact
2. m=0

Din fig. 6 se vede că situația optimă corespunde unui cilindru exterior de ovalitate maximă $2\delta_0$, cu un cilindru interior avînd baza circulară. Rezultate mai bune ca în cazul fantelor inelare se obțin de asemenea pentru $t>0$. Cînd $t<0$ funcția 3′ deci și disipatiile volumice sînt cu mult mai mari ca pentru fante inelare.

Cînd $t=-1$, adică ovalitatea cilindrului exterior nulă, iar a celui interior maximă și egală cu $2\delta_0$, rezultă disipații volumice de cca. 40 ori mai mari ca pentru $t=1$ cînd cele două suprafețe cilindrice sînt în contact (fig. 6). Rezultă deci că la sortarea pieselor care compun etanșarea, trebuie ca t să fie mai mare ca zero. Cu cît valoarea lui t se apropie de unitate, cu atît disipațiile volumice sînt mai mici.

În fig. 7 este dată dependența funcției 3 de variabila m pentru $\beta=0$ și pentru diferite valori ale lui r și n.

Din grafic se observă că disipațiile prin fante inter-ovale, depind de excentricitatea e în același mod ca pentru fantele inelare. În cazul cînd $r=n$, așa cum rezultă din relațiile (11) și (12), disipațiile volumice sînt identice cu cele de la fantele inelare excentrice și vor fi date de curba 1.

Dependența funcției 3′ de variabilele n și r pentru m = const. și $\beta=0$ este dată în fig. 8, respectiv fig. 9.

Curbele 1—3 din fig. 8 arată că disipațiile volumice cresc cu creșterea ovalității cilindrului interior ceea ce este explicabil, deoarece în acest caz grosimea medie a fantei crește. Creșterea cea mai mică a disi-

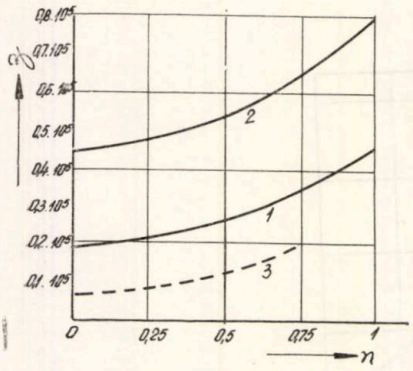


Fig. 7 — Dependența funcției 3 de variabila m.,

1. r=0 , n=0
2. r=0 , n=0,5
3. r=0,5, n=0

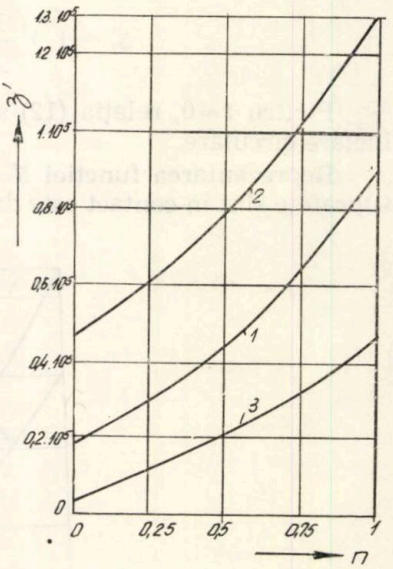


Fig. 8 — Dependența funcției 3' de variabila n pentru m=ct; n=ct și $\beta=0$.

1. m=0, r=0
2. m=1, r=0
3. r=1 cei doi cilindri în contact.

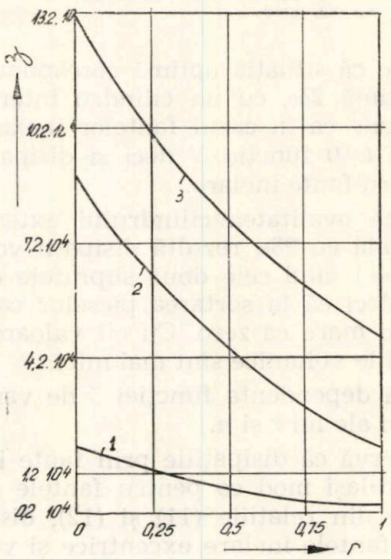


Fig. 9 — Dependența funcției 3' de variabila r pentru m=ct ; n=ct și $\beta=0$.

1. m=0, n=0
2. m=0, n=1
3. m=1, n=1

pațiilor rezultă în cazul cînd cilindrul exterior are ovalitatea maximă și egală cu $2\delta_0$ iar excentricitatea este maximă posibilă (curba 3). Tot datorită creșterii grosimii medii a fantei rezultă disipații volumice mai mari cînd cilindrul exterior nu are ovalitate sau aceasta este mică, pe cînd cel interior este oval (fig. 9). Se observă din grafic (fig. 9) o scădere substanțială a disipațiilor pentru $r=1$ și $m=0$.

Variația funcțiilor θ și χ din relația (10) la creșterea lui r și n este identică la ambele funcțiuni nedepinzînd de β; ea este redată în fig. 10, respectiv fig. 11.

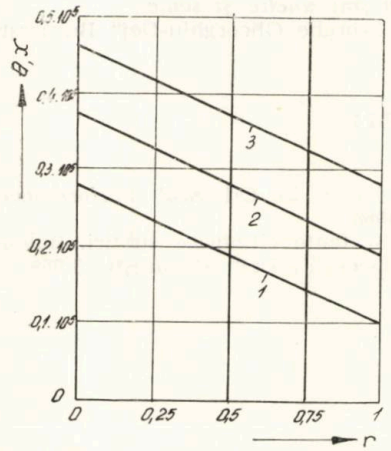


Fig. 10 — Dependența funcțiilor θ și $\varkappa$ de variabila r.

1. m=1, n=0
2. m=1, n=0,5
3. m=1, n=1

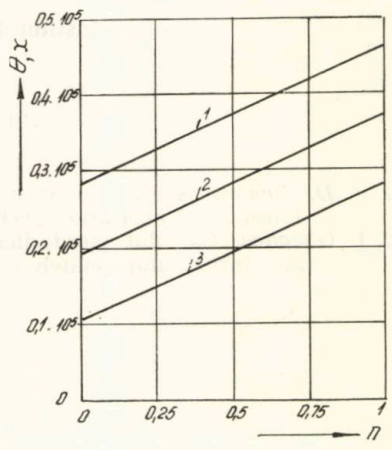


Fig. 11 — Dependența funcțiilor θ și $\varkappa$ de variabila n.

1. m=1, r=n
2. m=1, r=0,5
3. m=1, r=1

Se observă că θ și χ descresc liniar cu mărirea ovalității cilindrului exterior. Prin mărirea lui r de la 0 la 1, valoarea acestor funcții descrește de cca. 2,8 ori deci disipațiile volumice datorită deplasării celor două suprafețe cilindrice — ce compun fanta — se micșorează.

Pentru $r=$ct. și n variabil rezultă deasemenea o dependență liniară dar în acest caz valoarea disipațiilor crește cu creșterea lui n.

Funcțiile θ și χ nu depind de excentricitatea fantei și nici de mărimea $t=r—n$.

Concluzii

În lucrare se deduc relațiile pentru calculul disipațiilor volumice prin fante inter-ovale cu ovalitate mică. Întocmind programul în limbajul FORTRAN se află dependența acestor disipații în funcție de diferiții parametri ai fantei.

Pentru ca etanșarea să fie cît mai bună este recomandabil ca cilindrii ovali ce compun fanta să fie așezați cu axele secțiunilor transversale suprapuse (axa mică și respectiv cea mare a secțiunilor transversale de

la ambii cilindri să coincidă). De asemenea să se evite pe cît posibil așezarea excentrică a celor două suprafețe ce formează fanta deoarece disipațiile volumice cresc mult prin mărirea excentricității.

Cele mai mici disipații de lichid la același joc maxim al fantei rezultă atunci cînd cilindrul exterior este oval, iar cel interior circular.

Micșorarea disipațiilor în acest caz se datorește atît micșorării grosimii medii a fantei cît și micșorării excentricități celor două suprafețe.

În cazul cînd ambii cilindri au aceeași ovalitate, disipațiile volumice sînt identice cu cele prin fante inelare circulare.

Catedra mașini unelte și scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *J. D. Symons*, Shaft Geometry — A Major Factor in Oil Seal Performance, Journal of Lubrication Technology April 1968.
2. *I. Gheghea*, Calculul pierderilor volumice prin fante cilindrice subțiri. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. 3/969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971 Numărul 5

METALURGIE

C.Z. : 669.14.018.4

INFLUENŢA TRATAMENTELOR TERMICE ASUPRA STRUCTURII ŞI COEFICIENŢILOR DE DILATARE TERMICĂ AI ALIAJELOR FE-NI DE TIP INVAR *

N. GERU, M. URSACHE, D. CHIRCĂ

Introducere. Unul dintre aliajele folosite curent la fabricarea instrumentelor care nu trebuie să-şi schimbe dimensiunile la variaţii de temperatură ca de exemplu etaloane de lungime, pendule, aparate geodezice etc. este aliajul Fe-Ni cu aproximativ 36% Ni numit invar. Coeficientul de dilatare termică al acestui aliaj în intervalul de temperaturi de la 0°C la 100°C are o valoare foarte mică. Această particularitate a aliajelor de tip invar se explică prin influenţa magnetostricţiunii, aliajul Fe-Ni cu 36% Ni fiind feromagnetic cu punctul Curie la 260° C [1] şi cu magnetostricţiune pozitivă. Ca urmare contracţia termică la răcire sub punctul Curie este compensată de creşterea de volum determinată de magnetostricţiune ; această ipoteză este confirmată de figura 1 în care se arată variaţia coeficientului de dilatare termică liniară al aliajului Fe-Ni cu 36% Ni, al aliajului cu 49% Ni şi al unui oţel carbon în intervalul de temperatură de la 0°C la 500°C. Se observă că la răcirea aliajului cu 36% Ni, la trecerea prin punctul Curie se produce, ca urmare a magnetostricţiunii pozitive, o creştere de volum care se suprapune peste contracţia termică normală.

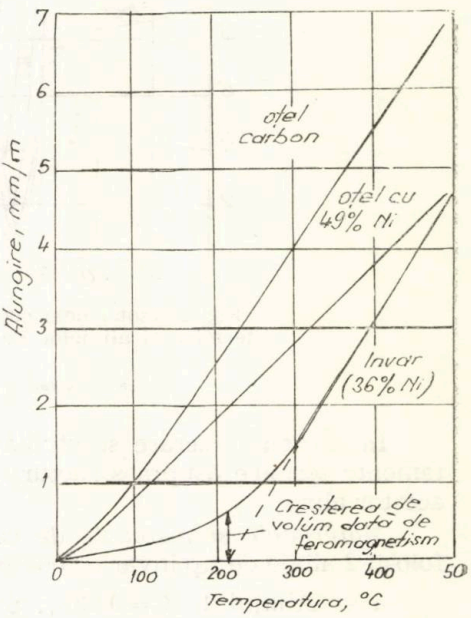


Fig. 1. Curbele de dilatare termică liniară ale aliajelor FeNi cu 36% Ni Fe-Ni cu 49% Ni şi oţel carbon în intervalele de temperaturi de la 0°C la 500°C /2/.

Coeficienţii de dilatare termică ai aliajelor de tip invar depind pu-

* Manuscris predat la redacţie la data de 28 decembrie 1970.

ternic de concentrație și de temperatură ; din fig. 2, în care se arată această dependență rezultă că cea mai mică valoare a coeficienților de dilatare termică corespund, pentru temperatura camerei, aliajelor cu cca. 36 % Ni.

Coeficienții de dilatare termică liniară ai aliajelor Fe-Ni de tip invar depind și de tratamentele termice și prelucrările mecanice aplicate [2, 3, 4].

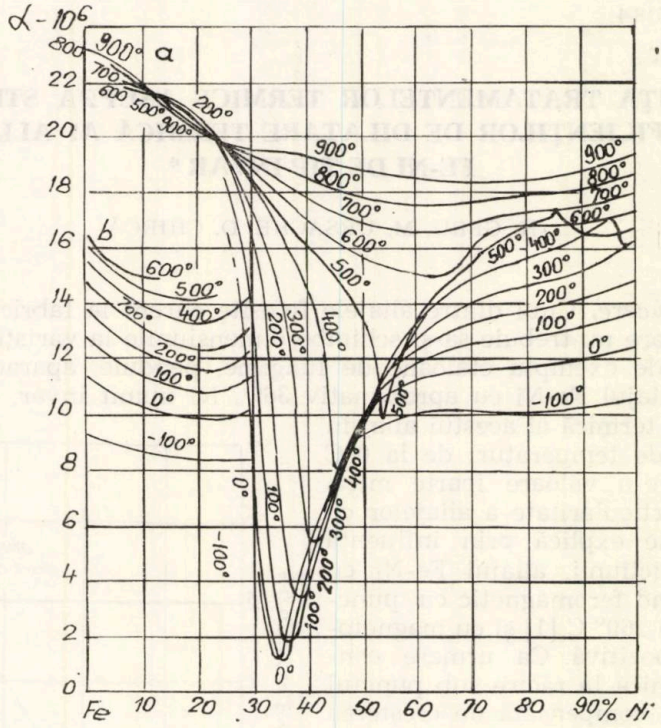


Fig. 2. Izotermele coeficienților reali de dilatare termică ai aliajelor Fe-Ni, în funcție de conținutul în Ni
a — la răcire ; b — al încălzire (6).

În prezenta lucrare se studiază influența mai multor tipuri de tratamente termice asupra structurii și coeficienților de dilatare termică ai acestor aliaje.

Materialele și metodele de cercetare folosite. Pentru cercetare s-au folosit 2 aliaje de tip invar cu compozițiile chimice :

a — Aliajul 1 : C = 0,03 % ; Si = 0,5 % ; Mn = 0,44 % ; Ni = 35,92 % ; Fe = restul

b — Aliajul 2 : C = 0,04 % ; Si = 0,30 % ; Mn = 0,50 % ; Ni = 34,54 % ; Fe = restul.

Din fiecare aliaj au fost confecționate probe pentru analiză dilatometrică, metalografică și roentgenostructurală. Aliajele au fost studiate în stare turnată, forjată sau forjate și tratate astfel :

a — călit în apă după menținere în argon 30 minute la 830°C ;
b — călit în apă după menținere în argon 30 minute la 830°C și revenit o oră la 330°C ;
c — călit în apă după menținere în argon 30 minute la 830°C revenit o oră la 330°C și stabilizat 48 ore la 100°C ;
d — călit în apă după menținere în argon 30 minute la 900°C ;
e — călit în apă după menținere în argon 30 minute la 900°C și revenit o oră la 330°C ;
f — călit izoterm în baie de plumb și staniu la 310°C după menținere în argon 30 minute la 830°C ;
g — călit în apă după menținere în argon 30 minute la 830°C și răcire 30 de minute în azot lichid.

Pentru analiza dilatometrică s-a folosit un dilatometru „Weiss" cu înregistrare mecanică, viteza de încălzire fiind între 1° și 3°C/minut. Prin această metodă s-au determinat coeficienții reali de dilatare termică la diferite temperaturi $\left(\alpha_{real} = \frac{dl}{dt} \cdot \frac{1}{l} \right)$ și coeficienții medii de dilatare termică $\left(\alpha_{mediu} = \frac{\Delta l}{\Delta T} \cdot \frac{1}{l_0} \right)$

Analiza microscopică a fost efectuată atît pe probele turnate cît și pe cele forjate sau forjate și tratate termic. Avînd în vedere că diferențele mari dintre cantitatea de fază γ și α_1 specifice acestui aliaj fac ca faza α să nu fie în toate cazurile decelabilă pe cale microscopică, au fost efectuate determinări cantitative de fază γ și α pe cale roentgenostructurală folosind în acest scop un difractometru TUR M 61. Aceste determinări au fost efectuate prin metodele intensităților integrate descrise în lucrarea [5].

Potrivit acestei metode :

$$\frac{I_\gamma}{I_\alpha} = \frac{R_\gamma}{R_\alpha} \cdot \frac{P_\gamma}{P_\alpha} \tag{1}$$

unde I_γ și I_α sînt intensitățile integrate a 2 linii de pe difractogramă prima aparținînd fazei γ iar a doua fazei α_1 ; P_γ și P_α sînt cantitățile procentuale de fază γ și α iar R_γ și R_α sînt date de relațiile :

$$R_\gamma = \frac{1}{v_\gamma^2} \cdot F_\gamma^2 \cdot p_\gamma \frac{1 + \cos^2 2\theta_\gamma}{\sin^2\theta_\gamma \cdot \cos\theta_\gamma} \cdot e^{-2M} \tag{2}$$

$$R_\alpha = \frac{1}{v_\alpha^2} \cdot F_\alpha^2 \cdot p_\alpha \frac{1 + \cos^2 2\theta_\alpha}{\sin^2\theta_\alpha \cdot \cos\theta_\alpha} e^{-2M} \tag{3}$$

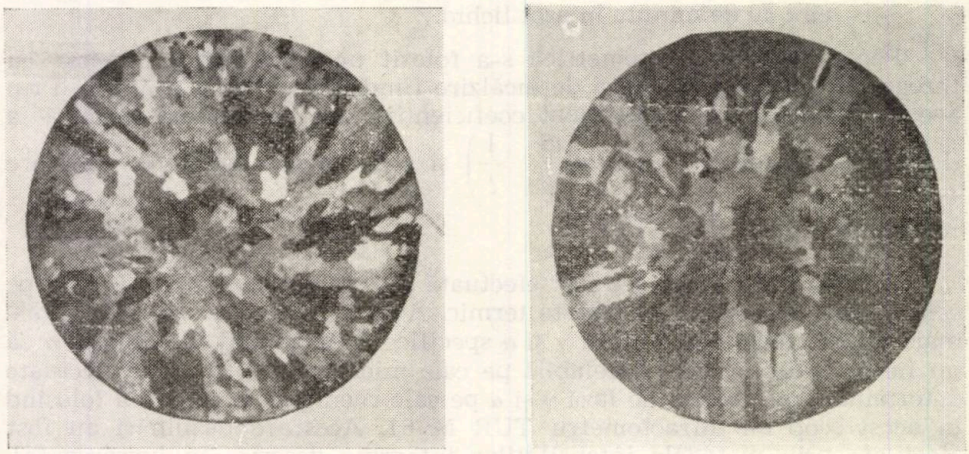
În aceste relații v_γ și v_α sînt volumele celulelor elementare ale fazelor γ și α ; F_γ și F_α sînt factorii de structură pentru planele cristaline corespunzătoare ; P_γ și P_α — factorii de repetiție ; θ_γ și θ_α unghiurile la care sînt situate liniile de difracție considerate ; e^{-2M} — factorul de temperatură. Mai departe ținînd seama că :

$$P_\alpha + P_\gamma = 100 \tag{4}$$

relațiile (1) și (4) permit să se determine ușor cantitățile de fază γ și α.

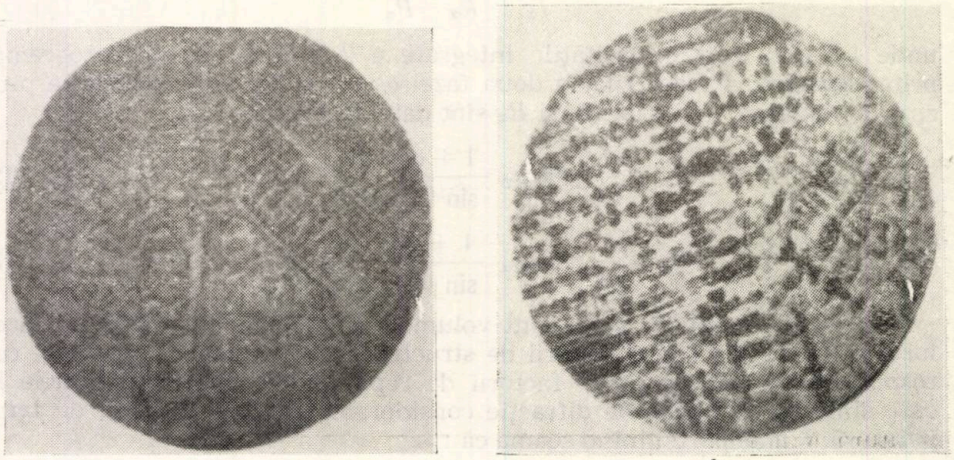
În determinările noastre au fost efectuate măsurători pe liniile $(111)_\gamma$ și $(110)_\alpha$; deoarece s-a folosit componenta K_α a razelor X emise de un tub cu anticatodă de fier rezultă că $R_\gamma = 1043$ iar $R_\alpha = 691$.

Rezultatele obținute. Aspectul macro și microstructural al aliajelor 1 și 2 în stare turnată este dat în figurile 3 și 4; atît macrostructura (fig. 3a și b) cît și microstructura (fig. 4a și b) scot în evidentă că în stare turnată aliajele studiate prezintă granulație grosolană. În figurile 4a și b se văd structuri dendritice neomogene, caracteristice stării turnate. Aspectul microscopic pune în evidență prezența unei singure faze, fără a preciza natura ei. Analiza roentgenostructurală arată însă că dendritele sînt din fază γ, alături de ele găsindu-se în proporție redusă și faza α.



a *b*

Fig. 3. Macrostructura aliajelor 1 și 2 în stare turnată
a — aliajul 1scara 2 : 1 ; b — aliajul 2 scara 2 : 1



a *b*

Fig. 4. Microstructura aliajelor 1 și 2 în stare turnată
a — aliajul 1 scara 70 : 1 ; b — aliajul 2, scara 70 : 1.

Într-adevăr în figura 5, unde se dă o parte din difractograma obținută pe aliajul 1 în stare turnată, se văd foarte clar liniile $(111)_\gamma$ și $(110)_\gamma$. Datorită structurii grosolane, caracteristică stării turnate, nu au fost po-

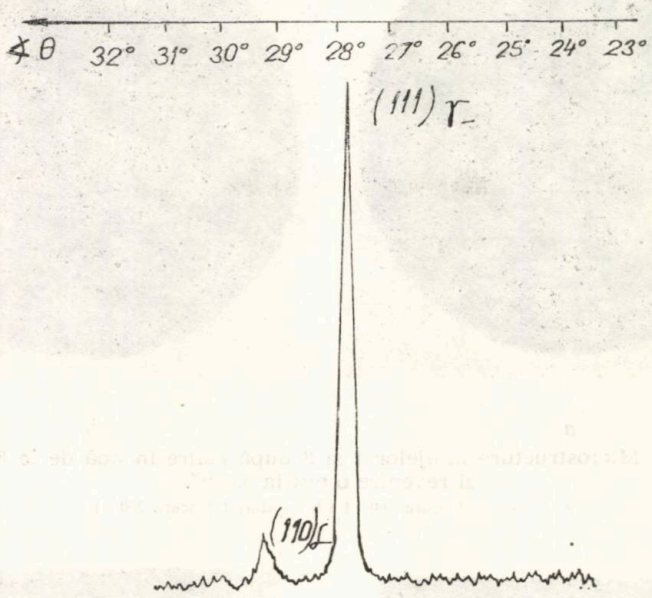
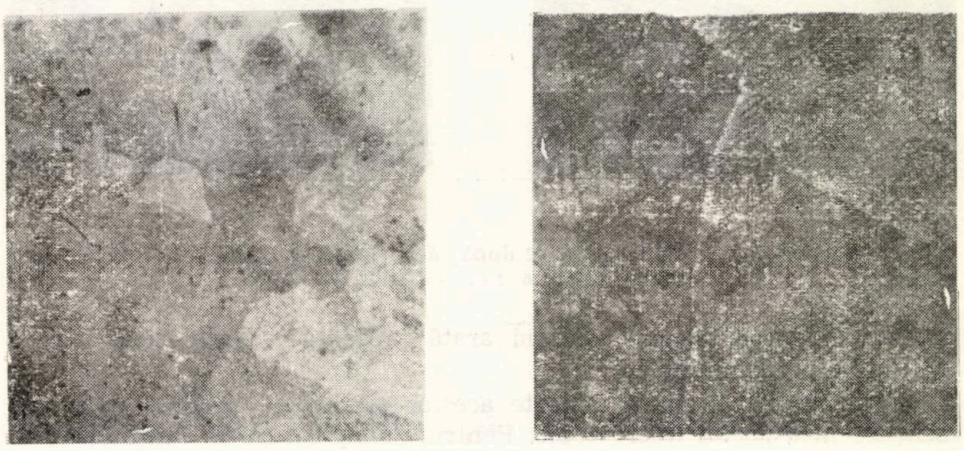


Fig. 5. Liniile .111) γ și (110) α de pe difractograma obținută pe aliajul 1 în stare turnată folosind radiația Kα emisă de un tub cu anticatodă de fier.

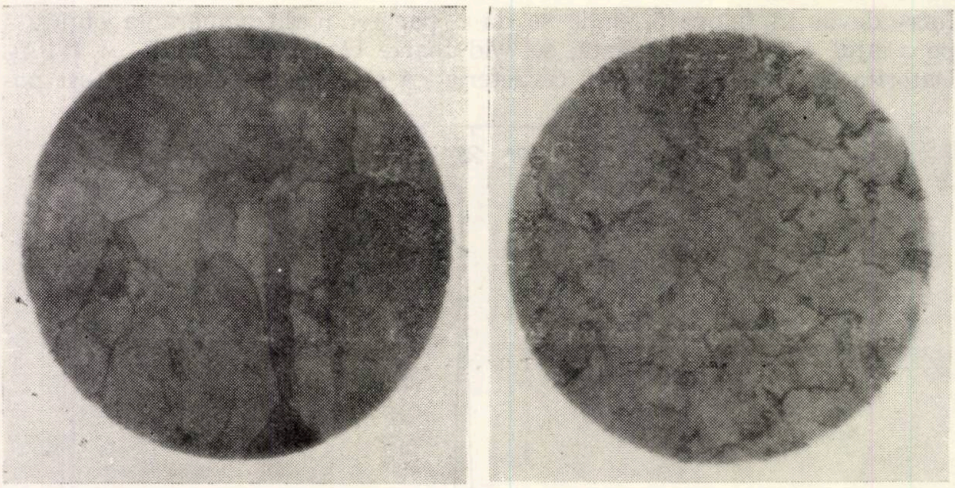
sibile calcule cantitative ; calitativ se poate aprecia însă că în aliajul 1 cantitatea de fază α este mai mare decît în aliajul 2.

Microstructura probelor 1 și 2 în stare forjată este dată în figurile 6a și b. Deși aspectul microscopic pare să indice și în acest caz o singură



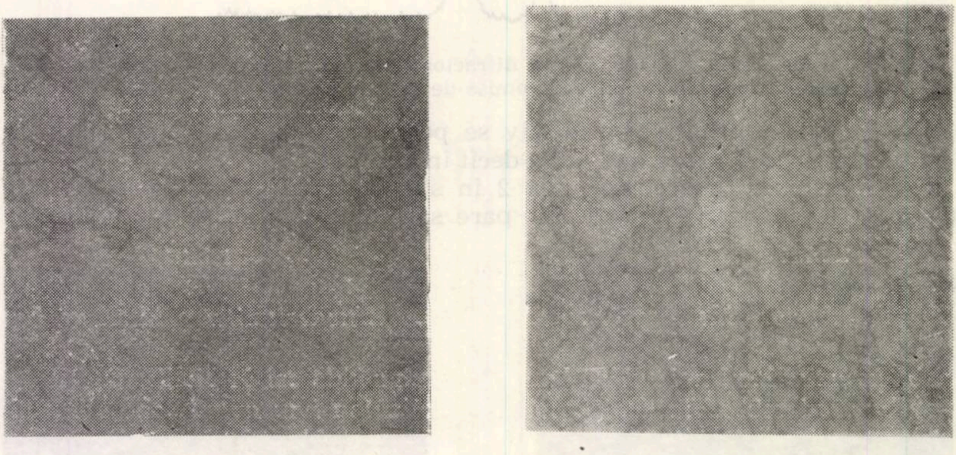
a b

Fig. 6. Microstructura aliajelor 1 și 2 forjate.
a) aliajul 1 scara 180 : 1 ; b — aliajul 2, scara 360 : 1



a *b*

Fig. 7. Microstructura aliajelor 1 şi 2 după călire în apă de la 830°C şi revenire o oră la 330°C.
a — aliajul 1 scara 200 : 1 ; b — aliajul 2 scara 200 : 1.



a *b*

Fig. 8. Microstructura aliajelor 1 şi 2 după călire în apă şi răcire în azot lichide.
a — aliajul 1, scara 200 : 1 ; b — aliajul 2, scara 200 : 1.

fază, analiza roentgenostructurală arată prezenţa a două faze, faza α şi γ ultima predominînd.

Tratamentele termice aplicate acestor aliaje nu produc diferenţe esenţiale în aspectul microscopic. Pentru exemplificare în figura 7a şi b se arată structurile micsroscopice ale aliajelor 1 şi 2 după călire în apă de la 830°C şi revenire o oră la 330°C iar în figura 8 a şi b structurile aliajelor 1 şi 2 după călire în apă de la 830°C urmată de răcire

în azot lichid. Remarcăm totuși că în structurile microscopice obținute prin unele tratamente termice (de pildă fig. 7b și 8b) se observă și faza α.

Rezultatele analizei roentgenostructurale cantitative de fază efectuată pe aliajele 1 și 2 se dau în tabelul 1. Examinarea acestui tabel arată că indiferent de tratamentul termic aplicat acestor aliaje, alături de faza γ se găsește și faza α, raportul cantitativ dintre ele variind cu tratamentul termic și cu compoziția chimică.

Coeficienții reali de dilatare termică α_{real}, în intervalul de temperaturi de la 20°C la 200°C pentru aliajele 1 și 2 sînt date în tabelul 2 iar coeficienții medii de dilatare termică α_{mediu} de la 20°C la 80°C și de la 20°C la 200°C sînt dați în tabelul 3.

Interpretarea rezultatelor. Din datele experimentale rezultă că dintre stările structurale studiate, cele mai mici valori pentru coeficienții de dilatare termică ai aliajelor Fe-Ni de tip invar corespund stărilor obținute prin călire urmată de revenire și stabilizare. Astfel în timp ce coeficienții reali de dilatație liniară la 20°C ai aliajelor 1 și 2 călite la 830°C, revenite la 330°C și stabilizate sînt egali cu $0{,}015.10^{-6}$ °C^{-1}, respectiv $0{,}19.10^{-6}$ °C^{-1} pentru aceleași aliaje călite de la 830°C, $\alpha_{real} = 0{,}54.10^{-6}$ °C^{-1}; pentru aliajele călite de la 830°C și revenite la 330°C $\alpha_{real} = 0{,}47.10^{-6}$ °C^{-1} și respectiv $0{,}53.10^{-6}$ °C^{-1}; pentru aliajele călite izoterm la 310°C de la 830°C $\alpha_{real} = 0{,}84.10^{-6}$ °C^{-1} și $0{,}68.10^{-6}$ °C^{-1} etc.

Temperatura de călire joacă un rol important în determinarea coeficienților de dilatare termică; prin creșterea temperaturii de călire de la 830°C la 900°C coeficientul real de dilatare termică la 20°C a crescut de la $0{,}54.10^{-6}$ °C^{-1} la $0{,}92.10^{-6}$ °C^{-1}.

Se constată de asemenea că în funcție de compoziția chimică există un raport optim între cantitatea de fază γ și α care corespunde celor mai mici valori ale coeficienților de dilatare termică; pentru aliajul 1 acest raport este aproximativ 15 iar pentru aliajul 2 aproximativ 12. Acest fapt scoate în evidență că asupra coeficienților de dilatare termică influențează și compoziția chimică a fazelor.

Concluzii

1. În aceleași condiții de tratament termic aliajul cu 35,92% Ni are coeficienții de dilatare termică mai mici decît aliajul cu 34,54% Ni.

2. Pentru aliajele Fe-Ni de tip invar tratamentul termic optim este: călire urmată de revenire și stabilizare.

3. Temperatura de călire influențează coeficienții reali de dilatare termică; în cazul aliajelor studiate temperatura de călire indicată fiind de 830°C.

4. Indiferent de starea lor: turnate ,forjate, tratate termic, materiale studiate conțin două faze — faza γ predominantă și faza α.

5. În funcţie de compoziţia chimică cele mai mici valori pentru coeficienţii de dilatare termică liniară corespund unui raport optim între cantitatea de fază γ şi cantitatea de fază α; pentru aliajul cu 35,92% Ni raportul optim este aproximativ 15 iar pentru aliajul cu 34,54% Ni aproximativ 12.

Catedra de metalurgie fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Lement S. B., Averbach L. B., Cohen M.*, The Dimensional Behavior of Invar. Transactions of American Society for Metals vol. 43, pg. 1072, 1951.
2. *Houdremont E.*, Speţialnîe stali, vol. 1, pg. 660 Gosudarstvennoe Naucino-tehniceskoe Izdatelstvo, Moskva, 1959.
3. * * * Spravocinik po Maşinostroitelnîm Materialam Vol. 1, pg. 794. Gosudarstvennoe Naucino-tehniceskoe Izdatelstvo, Moskva 1959.
4. * * * Metallovedennie i termiceskaia obrabotka, pg. 955. Metallurgizdat 1956.
5. *Geru N.* Determinarea austenitei reziduale prin metoda roentgenografică. Metalurgia nr. 8, pg. 470, 1966.
6. *Chevenard P.*, Trav. et. Mem. du Bureau International des Poids et Mesures, Paris, 17, 1927, p. 83.

Tabelul 1

Compoziția de fază a aliajelor 1 și 2 în diferite stări structurale

Nr. probei	Aliajul	Tratamentul aplicat	Cantitatea de fază γ, P_γ %	Cantitatea de fază α, P_α %	$\frac{P_\gamma}{P_\alpha}$
1	1	Turnat	—	—	—
2	1	Forjat la cald	—	—	—
3	1	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C	94,5	5,5	17,15
4	1	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C, revenit o oră la 330°C	93,7	6,3	14,85
5	1	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C, revenit o oră la 330°C, stabilizat 48 ore la 100°C.	—	—	—
6	1	Călit în apă după menținere 30 minute la 900°C	84	16	5,25
7	1	Călit în apă după menținere 30 minute la 900°C, revenit o oră la 330°C.	83,2	16,8	4,95
8	1	Călit izoterm la 310°C după menținere 30 minute la 830°C.	91	9	10,1
9	1	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C, răcit 30 minute în azot lichid.	93	7	13,3
10	2	Turnat	—	—	—
11	2	Forjat la cald	—	—	—
12	2	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C	94	6	15,7
13	2	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C, revenit o oră la 330°C.	92,5	7,5	12,3
14	2	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C, revenit o oră la 330°C, stabilizat 48 ore la 100°C.	—	—	—
15	2	Călit în apă după menținere 30 minute la 900°C	89,5	11,5	7,8
16	2	Călit în apă după menținere 30 minute la 900°C, revenit o oră la 330°C.	72	28	2,6
17	2	Călit izoterm la 310°C după menținere 30 minute la 830°C.	89,5	10,5	8,5
18	2	Călit în apă după menținere 30 minute la 830°C, după care a fost răcit 30 minute în azot lichid.	91,8	8,2	11,15

Tabelul 2

Coeficienţii medii de dilatare termică, $\alpha_{real} \times 10^6$, ai aliajelor de tip invar

t°C	Numărul probei																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
20	1,6	0,90	0,54	0,47	0,015	0,92	0,55	0,84	0,82	1,54	1,30	0,54	0,53	0,19	0,86	0,84	0,68	0,70
40	1,30	1,00	0,55	0,48	0,020	0,92	0,55	0,91	0,90	1,58	1,35	0,54	0,55	0,20	0,88	0,88	0,73	0,71
60	1,50	1,10	0,57	0,51	0,15	0,92	0,61	1,34	1,04	1,70	1,50	0,56	0,91	0,98	0,91	1,32	1,55	0,74
80	1,75	1,20	0,75	0,63	0,56	1,00	0,72	1,84	1,23	1,90	1,70	0,72	1,9	1,80	1,32	1,84	2,11	1,22
100	2,10	1,35	0,86	0,77	0,77	1,18	0,96	1,94	1,47	2,30	2,14	1,43	2,15	2,16	1,73	2,15	2,37	1,98
120	2,25	1,80	1,08	1,08	1,10	1,30	1,15	2,0	1,70	2,60	2,80	2,10	2,30	2,45	2,02	2,60	2,59	2,40
140	2,30	2,10	1,35	1,38	1,53	1,34	1,28	2,08	1,77	3,00	3,00	2,32	2,72	2,73	2,20	3,60	2,82	2,68
160	2,50	2,35	1,59	1,73	2,00	1,47	1,59	2,28	1,82	3,30	3,50	2,83	2,80	3,13	2,68	4,32	3,08	2,95
180	2,90	2,85	1,87	2,01	2,66	1,82	2,13	2,58	1,97	4,35	4,10	3,55	3,60	3,75	4,80	4,44	3,55	3,26
200	3,15	3,05	2,20	2,65	3,00	2,65	2,95	2,95	2,44	5,14	4,74	4,90	4,70	6,80	5,18	6,80	6,90	6,90

Tabelul 3

Coeficienţii reali de dilatare termică, $\alpha_{mediu} \times 10^6$, ai aliajelor de tip invar

Interv. de temp.	Numărul probei																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
20—80°C	1,25	1,05	0,60	0,52	0,28	0,9	0,62	1,30	1,00	1,70	1,50	0,62	1,01	1,4	1,08	1,42	1,56	1,08
20—200°C	2,21	2,04	1,25	1,42	1,73	1,49	1,79	1,86	1,36	2,88	2,82	2,02	2,06	2,69	2,42	3,08	2,98	2,60

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 5

C.Z. : 541.128:669

CATALIZA HETEROGENĂ ÎN PROCESELE HIDROMETALURGICE SUB PRESIUNE *

FL. OPREA, P. MOLDOVAN

1. Introducere

Procedeele care se bazează pe oxidarea sulfurilor în suspensie apoasă, în prezența oxigenului, joacă un rol important în metalurgia modernă. Una din primele realizări a fost patentarea tehnologiilor de leșiere a concentratelor de Cu-Zn și a concentratelor zincoase prin metoda „Sheritt-Gordon". În ultimii ani leșierea în autoclavă sub presiune de oxigen a fost extinsă și asupra minereurilor și concentratelor sulfuroase complexe, de exemplu Co-Ni-Cu.

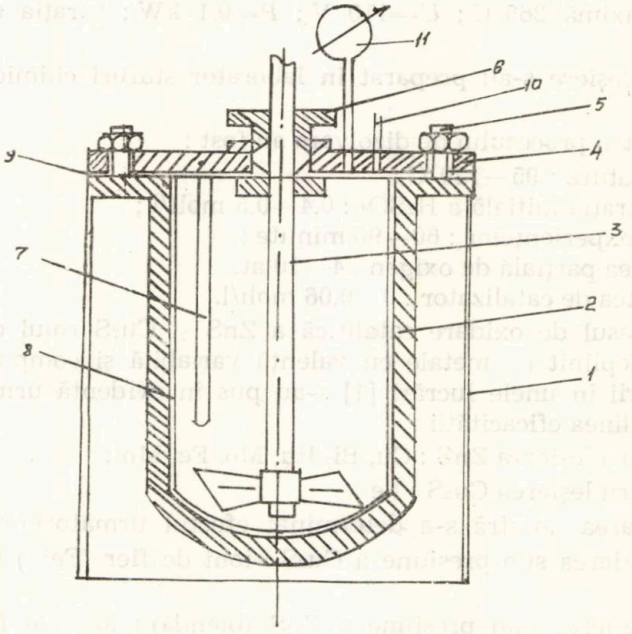


Fig. 1 — Autoclavă de laborator

* Manuscris predat la redacție la data de 10 iulie 1970.

Metodele de oxidare sub presiune sînt deosebit de indicate pentru tratarea minereurilor sulfuroase sărace şi complexe care nu pot fi supuse flotaţiei din considerente economice. În astfel de cazuri, pentru obţinerea unor randamente maxime, la leşiere este necesar să se treacă prin reactoare cantităţi mari de reziduuri. Pentru a scurta ciclul de leşiere este necesar să se adauge substanţe care catalizează procesul de oxidare al sulfurilor în autoclavă, dacă aceste substanţe nu sînt conţinute în minereu sau conţinutul lor este prea redus pentru a avea o eficienţă ridicată.

Prezenta lucrare îşi propune un studiu experimental al mecanismului acţiunii catalitice a unor ioni metalici în procesul de oxidare a sulfurilor pure de Cu şi Zn în soluţii acide cu oxigen sub presiune, în autoclave. Obiectivul principal constă în identificarea ionilor care accelerează viteza de reacţie şi a efectului concentraţiei catalizatorului asupra dizolvării sulfurilor de cupru şi zinc. Un alt obiectiv al prezentei investigări este de a folosi rezultatele experimentale pentru a lărgi cunoştinţele despre mecanismul reacţiei care are loc la leşierea sulfurilor sub presiune de oxigen.

2. Aparatura utilizată şi condiţiile de lucru

Autoclava (fig. 1) : construcţia germană, G. Neuman (Heidenau) Sachs tip S-5 MG-50 ; volum total : 3,85 l ; presiune maximă 50 at ; temperatura maximă 265°C ; U=110 V ; P=0,1 kW ; turaţia 6000/71 ture/minut.

Pentru leşiere s-au preparat în laborator sulfuri chimic pure : ZnS, Cu_2S.

Parametrii procesului de dizolvare au fost :

Temperatura : 95—120°C ;

Concentraţia iniţială a H_2SO_4 : 0,4—0,5 moli/l ;

Durata experienţelor : 60—90 minute ;

Presiunea parţială de oxigen : 4—10 at.

Cantitatea de catalizator : 0—0,06 moli/l.

În procesul de oxidare catalitică a ZnS şi Cu_2S rolul de catalizator poate fi îndeplinit de metale cu valenţă variabilă şi compuşii lor. După aceste criterii în unele lucrări [1] s-au pus în evidenţă următorii catalizatori, în ordinea eficacităţii :

— pentru leşierea ZnS : Cu, Bi, Ru, Mo, Fe, Mn ;

— pentru leşierea Cu_2S : Fe

În lucrarea noastră s-a determinat efectul următorilor catalizatori :

a) la leşierea sub presiune a Cu_2S : ioni de fier (Fe^{2+}) sub formă de $FeSO_4.7H_2O$;

b) la leşierea sub presiune a ZnS (blendă) : ioni de fier (Fe^{3+})sub formă de $Fe_2(SO_4)_3.9H_2O$, Mn^{2+} sub formă de $MnSO_4.H_2O$, Bi sub formă de $Bi_2(SO_4)_3$, Cu sub formă de $CuSO_4.5H_2O$.

3. Rezultatele experimentale şi interpretarea lor

S-a constatat că prin adăugarea ionilor Fe^{2+} extracţia cuprului creşte considerabil (tab. 1, fig. 2). În soluţia care conţine oxigen, ionii Fe^{2+} se oxidează la ioni Fe^{3+} care apoi acţionează suplimentar asupra CuS rezultat în primul stadiu, conform reacţiei :

$$CuS + 2Fe^{3+} \rightarrow Cu^{2+} + S^0 + 2Fe^{2+} \qquad (1)$$

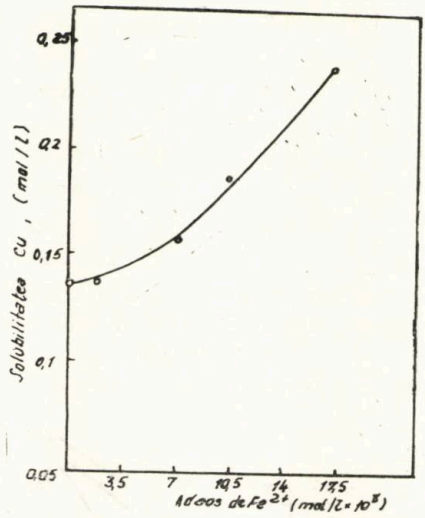


Fig. 2 — Influenţa ionilor de Fe^{2+} asupra leşierii Cu_2S.

Reoxidarea ionilor feroşi la ioni ferici are loc astfel :

$$2Fe^{2+} + 1/2O_2 + 2H^+ \rightarrow 2Fe^{3+} + H_2O \qquad (2)$$

În condiţiile experimentale leşierea ZnS s-a efectuat în prezenţa ionilor Fe^{3+} în intervalul de concentraţii : 0,005—0,06 moli/l.

Tabela 1

Influenţa ionilor de Fe^{2+} asupra leşierii Cu_2S

$T = 120°C$; $P_{O_2} = 10$ at ; aciditatea 0,408 moli/l H_2SO_4 ; durata = 1 oră

Nr crt.	Adaos de ioni Fe^{2+} moli/l	Concentraţia Cu în soluţie	
		moli/l	%
1.	0	0,136	54,2
2.	0,00175	0,138	55,0
3.	0,007	0,158	63,0
4.	0,0105	0,186	74,0
5.	0,0175	0,238	95,0

La o concentraţie de peste 4—6% ioni Fe^{3+} începe să se manifeste vizibil efectul lor catalitic asupra dizolvării ZnS. Pentru 10% cataliza-

tor de fier se constată (tab. 2, fig. 3) o extracție a Zn în soluție de cca. 6 ori mai mare decît extracția Zn fără catalizator.

Influența catalizatorului de mangan asupra lesierii ZnS *Tabela 2*

$t = 1{,}5$ ore; $T = 95°C$; $P_{O_2} = 10$ at; $H_2SO_{4in} = 0{,}5$ moli/l; Zn inițial 0,5 moli/l.

Nr. exp.	Ioni de fier		Zinc în soluție	
	moli/l	%	moli/l	%
1	0,005	1	0,055	11,0
2	0,010	2	0,065	13,1
3	0,015	3	0,089	17,9
4	0,020	4	0,097	19,4
5	0,030	6	0,184	36,8
6	0,040	8	0,200	40,0
7	0,050	10	0,306	61,2
8	0,060	12	0,372	74,35

Efectul catalitic al ionilor de Fe^{3+} asupra vitezei de dizolvare a ZnS, prin urmare, se manifestă numai la concentrații destul de ridicate de

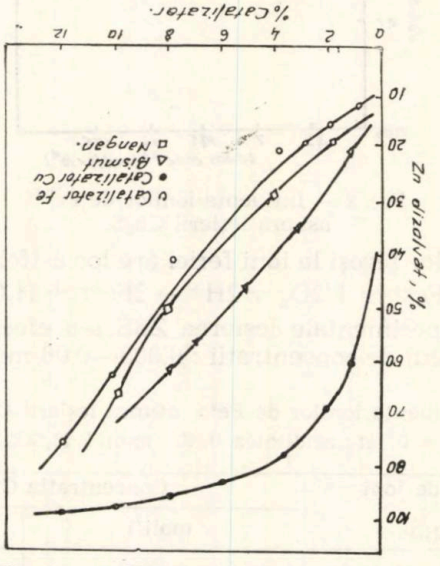


Fig. 3 — Influența catalizatorilor asupra anioni la un semiconductor de tip n.

Fe^{3+} în soluție. Acest fenomen s-ar putea explica astfel Hidrogenul sulfurat care ia naștere în urma reacției :

$$ZnS + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2S \quad (3)$$

și care constituie o otravă pentru catalizator în prima etapă, intră în reacție cu catalizatorul :

$$H_2S + Fe^{3+} \rightarrow S^0 + 2\,Fe^{2+} + 2\,H^+ \quad (4)$$

$$H_2S + 8\,Fe^{3+} + 4\,H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 8\,Fe^{2+} + 1\,OH^+ \quad (5)$$

În acest mod se produce purificarea reactanţilor de otrava de configuraţie H : $\ddot{\underset{..}{S}}$: H, obţinîndu-se combinaţia netoxică $\left[\begin{array}{c} O \\ O:\ddot{\underset{..}{S}}:O \\ O \end{array}\right]^{-2}$ sau S elementar.

După atingerea echilibrului reacţiei (4) sau (5) (la concentraţii mai mari de fier), ionii de fier pot fi adsorbiţi pe suprafaţa semiconductorului preluîndu-şi adevăratul rol catalitic. Comportarea ionilor de Mn este aproape identică cu a ionilor de fier, un efect catalitic mai important obţinîndu-se la cca. 8—10% adaos de Mn (tab. 3, fig. 3).

Tabela 3

Influenţa catalizatorului de bismut asupra leşierii ZnS

$t = 90$ min.; $P_{O_2} - 10$ at; $T = 95°C$; $H_2SO_{4_{in}} = 0,5$ moli/l; $Zn_{in} = 0,5$ moli/l

Nr. exp.	Ioni de Mn		Zinc în soluţie	
	moli/l	% faţă de Zn_{in}	moli/l	%
1	0,01	2	0,088	17,7
2	0,02	4	0,134	26,7
3	0,03	6	0,171	34,2
4	0,04	8	0,235	48,0
5	0,05	10	0,326	65,1

S-a constatat de asemenea că ionii de cupru exercită o importantă influenţă catalitică asupra reacţiei de leşiere a ZnS (tab. 4, fig. 3), chiar la concentraţii relativ mici de catalizator (2%) obţinîndu-se randamente de leşiere foarte mari (~70%) la aceeaşi durată de reacţie.

Tabela 4

Influenţa catalizatorului de cupru asupra leşierii ZnS

$t = 90$ min.; $P_{O_2} = 10$ at; $H_2SO_{4_{in}} = 0,5$; moli/l $T = 95°C$; $Zn_{in} = 0,5$ moli/l

Nr. exp	Ioni de cupru		Zinc în soluţie	
	moli/l	% faţă de Zn_{in}	moli/l	%
1	0,005	1	0,301	60,1
2	0,010	2	0,340	68,0
3	0,020	4	0,386	77,1
4	0,030	6	0,408	81,7
5	0,040	8	0,419	83,9
6	0,050	10	0,456	91,2
7	0,060	12	0,459	91,8

Chiar la temperatura camerei poate avea loc reacția :

$$ZnS + CuSO_4 = ZnSO_4 + CuS \quad (6)$$

Dacă se trece prin soluție oxigen sub presiune și la temperaturi de peste 90°C sulfura de cupru se oxidează la sulfat sau S° elementar (dacă concentrația H_2SO_4 este mai mare decît 0,7 moli/l) :

$$CuS + 2O_2 = CuSO_4 \quad (7)$$

$$CuS + 1/2O_2 + H_2SO_4 = CuSO_4 + S^0 + H_2O \quad (7')$$

Sulfatul de cupru astfel format reacționează din nou cu ZnS prezent în autoclavă, avînd deci un efect catalitic important.

În ce privește efectul catalitic al ionilor de bismut se poate afirma (tab. 5, fig. 3) că în practica leșierii nu este rentabilă cataliza cu acești ioni pentru că necesită adaosuri destul de importante de catalizator.

Tabela 5

Influența catalizatorului de bismut asupra leșierii Zns

$t = 90$ min; $T =$ $O_2 = 10$ at; $H_2SO_{4_{in}} = 0,5$ moli/l; $Zn_{in} = 0,5$ moli/l

Nr. exp.	Ioni de bismut		Zinc în soluție	
	moli/l	% față de Zn_{in}	moli/l	%
1	0,005	1	0,100	20,0
2	0,015	3	0,164	32,6
3	0,025	5	0,221	44,1
4	0,035	7	0,278	55,7
5	0,040	8	0,304	60,6

Se pot obține efecte mai importante în condiții industriale cu catalizatori de cupru și fier deja existenți în concentratele zincoase sau cuprozincoase care se supun prelucrării hidrometalurgice sub presiune de oxigen. În acest caz, efectul combinării acțiunii catalitice a ionilor de cupru și fier poate fi studiat conform mecanismului :

$$ZnS + 2Fe^{3+} \rightarrow Zn^{2+} + S^0 + 2Fe^{2+} \quad (8)$$

$$2Fe^{2+} + 2Cu^{2+} \rightarrow 2Fe^{3+} + 2Cu^{+} \quad (9)$$

$$2Cu^{+} + 1/2O_2 + 2H^{+} \rightarrow 2Cu^{2+} + H_2O \quad (10)$$

$$ZnS + 1/2O_2 + 2H^{+} = Zn^{2+} + S^0 + H_2O \quad (11)$$

4. Considerații privind mecanismul acțiunii catalitice

Oxidarea ZnS și a Cu_2S la presiuni de oxigen ridicate în soluții acide se poate considera că a avut loc în autoclavă conform reacției totale :

$$MeS + 1/2O_2 + H_2SO_4 \rightarrow MeSO_4 + S^0 + H_2O \quad (12)$$

în care Me=Zn, Cu.

Reacția (12) decurge relativ lent în cazul sulfurilor reactante pure și la temperaturi relativ mici, dar poate fi însemnat accelerată la adaosul unor catalizatori corespunzători.

Schimbarea bruscă de reactivitate prin adaosul de catalizator sugerează mecanismul galvanic pentru reacțiile de lesiere sub presiune și interpretarea rezultatelor experimentale poate fi realizată deci pe aceste baze, considerînd următoarele reacții de electrod :

reacția anodică : $\begin{cases} Cu_2S = 2Cu^+ + S^0 + 2\bar{e} & (13) \\ ZnS = Zn^{2+} + S^0 + 2\bar{e} & (14) \end{cases}$

reacția catodică : $O_2 + 4H^+ + 4\bar{e} = 2H_2O$ (15)

Expresia clasică ce face legătura între viteza de reacție v și condițiile desfășurării ei este de forma :

$$v = Z \cdot e^{-E/RT} \cdot F(c) \tag{16}$$

în care : $z = A \cdot e^{\Delta S/R}$; A — factorul de frecvență ; E — energia de activare ; ΔS — entropia de activare ; R — constanta gazelor perfecte ; T — temperatura absolută ; $F(c)$ — o funcție de concentrațiile componenților amestecului de reacție.

Din relația (16) rezultă că accelerarea reacției chimice (12) poate fi realizată fie prin micșorarea energiei de activare, fie prin mărirea probabilității interacțiunii moleculelor „activate", adică a entropiei complexului activat. Micșorarea energiei de activare sub acțiunea catalizatorului este o consecință a formării unor compuși intermediari și complecși activați și, corespunzător, a modificării formei suprafeței energiei potențiale.

Accelerarea reacțiilor de dizolvare a ZnS și Cu_2S cu ajutorul catalizatorilor este determinată de chemosorbția prealabilă a oxigenului și a catalizatorului pe suprafața sulfurilor pure.

În lipsa catalizatorilor [2], la chemosorbția anionilor de oxigen pe suprafața semiconductorilor de tip n-ZnS și Cu_2S — electronii care provin din centrele de donori ale straturilor superficiale ale semiconductorilor, tind să treacă spre oxigen, datorită caracterului electronegativ al acestuia din urmă. Dar această trecere încetează o dată cu golirea centrilor de donori și cu formarea unei sarcini spațiale în stratul limită, care constituie o barieră de potențial. Starea de echilibru se atinge numai atunci cînd energia potențială a electronilor în semiconductor, care este determinată de energia Fermi (E_F), devine egală cu potențialul (M) electronilor în adsorbat. Pentru această „teorie a stratului limită al chemosorbției" se poate stabili [3] o relație analoagă celei folosite de Schottky pentru modelul contactelor semiconductori-metale :

$$N_a = \left[\frac{}{2\pi} \cdot r_0 . V_f \right]^{1/2} \tag{17}$$

unde : N_a — numărul de molecule de O_2 adsorbite la echilibru ;
$\varkappa$ — constanta dielectrică ; n_0 — concentrația centrilor de impurități în semiconductor ; V_f — bariera de potențial.

$$H_2S + Fe^{3+} \rightarrow S^0 + 2Fe^{2+} + 2H^+ \quad (4)$$

$$H_2S + 8Fe^{3+} + 4H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 8Fe^{2+} + 10H^+ \quad (5)$$

După cum se vede din relația (17), numărul de molecule adsorbite poate fi mărit, fie prin mărirea concentrației de impurități în semiconductor, fie prin modificarea nivelului „Fermi".

In practica leșierii concentratelor zincoase cu conținut de sfalerit, prima cale de acțiune este realizată deliberat ; sfalerita (ZnS) este însoțită frecvent în soluție solidă de o mare cantitate de FeS care prezintă

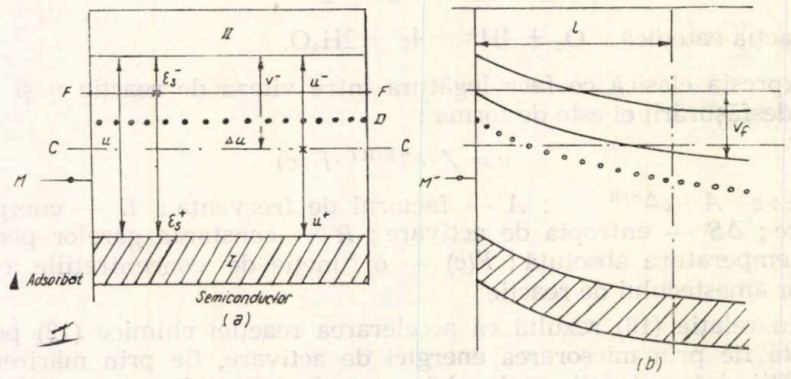


Fig. 4 — Reprezentarea schematică a chemosorbției de anioni la un semiconductor de tip n.

un efect catalitic important conducînd la creșterea conductibilității ZnS și ca urmare la accelerarea reacției de dizolvare a sfaleritei.

Modificarea nivelului „Fermi" se poate realiza practic la dizolvarea sulfurilor pure de Zn și Cu prin adaosuri de ioni catalitici potențiali, cărbune activ sau prin iradiere cu raze ultraviolete [2]. Transferul electronului particulei adsorbite, în zona de conducție [4] care se produce la formarea legăturii donoare puternice necesită energia v^-(fig. 4).

Din această cauză, conform statisticii Fermi-Dirac, raportul dintre numărul de particule legate de suprafață printr-o legătură donoare puternică (N^-) și numărul total de particule legate de suprafață printr-o legătură donoare puternică și una slabă ($N^- + N^\circ$) se exprimă prin relația :

$$\frac{N^-}{N^- + N^0} = \frac{1}{1 + e^{\frac{\varepsilon_s^- - v^-}{RT}}} \quad (18)$$

În mod analog, numărul relativ de particule legate de suprafață printr-o legătură acceptoare puternică este :

$$\frac{N^+}{N^+ + N_0} = \frac{1}{1 + e^{\frac{\varepsilon_s^+ - W^+}{RT}}} \quad (19)$$

Introducînd notațiile $\beta^- = \frac{N^-}{N}$; $\beta^0 = \frac{N^0}{N}$; $\beta^+ = \frac{N^+}{N}$ (20)

(în care N — numărul total de particule chemosorbite) şi ţinînd seama că :

$$\beta^- + \beta^0 + \beta^+ = 1 \tag{21}$$

se obţine :

$$\beta^0 = \frac{1}{1 + 2e^{-\frac{\Delta u}{RT}} ch \frac{\varepsilon_s^+ - u^+}{RT}} \tag{22}$$

$$\beta^- = \frac{e^{-\frac{\Delta u}{RT} + \frac{\varepsilon_s^+ - u^+}{RT}}}{1 + 2e^{-\frac{\Delta u}{RT}} ch \frac{\varepsilon_s^+ - u^+}{RT}} \tag{23}$$

$$\beta^+ = \frac{e^{-\frac{\Delta u}{RT} - \frac{\varepsilon_s^+ - u^+}{RT}}}{1 + 2e^{-\frac{\Delta u}{RT}} ch \frac{\varepsilon_s^+ - u^+}{RT}} \tag{24}$$

Din relaţiile (22), (23) şi (24) rezultă că, la echilibrul electronic stabil, conţinuturile relative de particule chemosorbite β^0, β^-, β^+ şi deci viteza reacţiei catalitice, legată de concentraţia formelor reactive, depind de poziţia nivelului Fermi, de intervalul energetic dintre zona de valenţă şi cea de conducţie, precum şi de poziţia nivelului local al particulelor chemosorbite.

Particula chemosorbită legată de suprafaţă printr-o legătură puternică, reţine electronul sau golul liber al reţelei cristaline. Aceasta duce la modificarea densităţii sarcinii electrice de suprafaţă şi prin urmare la deplasarea poziţiei nivelului Fermi pe suprafaţa cristalului.

Cataliza electronică sau oxido-reducătoare (cu transfer de electroni) s-a realizat în cazul prezentat pe corpuri solide-semiconductoare ZnS şi Cu_2S. Reacţia de oxidare catalitică cuprinde următoarele etape :

— formarea legăturii electronice dintre molecula reactantului şi catalizator (chemosorbţia catalizatorului) ;

— chemosorbţia oxigenului pe suprafaţa semiconductorului ;

— transmiterea de către catalizator a electronilor de la donor (reactant-semiconductor) spre acceptor (oxigen).

Rezultă deci că principalele condiţii pe care trebuie să le îndeplinească un catalizator sînt :

— cristalele de semiconductor (Cu_2S şi ZnS) să fie activate prin pătrunderea şi încorporarea ionilor de catalizatori în locul Cu şi Zn în straturile superficiale ale reţelei ;

— catalizatorul să fie capabil să formeze un cuplu redox care să participe la reacţiile chimice dintre sulfuri şi oxigen.

În particular, activarea sulfurii de Zn ar putea fi realizată de către ionii de fier întrucît razele ionice ale Fe^{2+} şi Zn^{2+} sînt apropiate ($r_{Fe^{2+}} = 0{,}75$ Å, $r_{Zn^{2+}} = 0{,}70$ Å). O imagine preferată în practica leşierii, a coroziunii galvanice, ar fi aceea a pătrunderii inegale a ionului cata-

lizator în rețeaua sulfurilor cu cît mai puține zone rămase relativ neafectate și cu o penetrare de mari proporții în adîncimea cristalelor de-a lungul dislocațiilor și a rupturilor rețelei.

Solubilizarea ZnS se produce cu o viteză mare la adaosul catalizatorului de cupru și continuă să se accelereze cu creșterea adaosului, probabil din cauza fărîmițării fizice a cristalelor care are loc de-a lungul planelor de mică rezistență, prin aceasta mărindu-se aria suprafeței efective. În aceste condiții, cantitatea de sulfură rămasă nesolubilizată (A) se micșorează conform relației [9] :

$$A = A_0 - \frac{C_0}{m_A}(1 - e^{-m_A \cdot K_A \cdot S_A \cdot t}) \qquad (25)$$

Din analiza reziduului și a soluției finale de la leșierea ZnS s-a constatat că cea mai mare cantitate de cupru se află în solid, soluția conținînd cantități de cupru de ordinul microgramelor.

Pentru a obține același efect catalitic este necesară o cantitate mult mai mare de ioni de fier în comparație cu cantitatea de catalizator de cupru, la leșierea ZnS.

În condițiile leșierii acide a concentratelor de cupru și zinc în autoclavă sub presiune de oxigen, alegerea unei compoziții corespunzătoare a materialului care se supune dizolvării din punct de vedere al conținutului de elemente catalitice potențiale : Fe, Cu etc. este o problemă de o deosebită importanță, de care depinde economicitatea procedeului.

Catedra de metalurgie neferoasă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Scott T. R., Dyson N. F.*, Trans. TMS of AIME, 1968, vol. 242, p. 1815—1821.
2. *Exner F. ș.a.*, Erzmetall, 22, nr. 5, 1969, p. 219—227.
3. *Stone F. S.*, Chemistry of solid state. Ed. W. Garner, p. 15.
4. *Joffe I. I., Pismen L. M.*, Cataliza heterogenă în ingineria chimică. Trad. din lb. rusă. Ed. Tehnică — București 1967.
5. *Bjorling G.*, Metall. 1954, vol. 8, p. 781—784.
6. *Forward F. A., Veltman H.*, J. Metalls, 1959, vol. 11, p. 836—840.
7. *Garner, W. E.*, Chemisorption (1957), p. 181—188.
8. *Dobrohotov G. N. ș.a.*, Izv. VUZ Țvetnaia met. 7 (1964), p. 51—57.
9. *Fl. Oprea, I. Nagy*, Mecanismul și cinetica diferitelor faze la leșierea minereurilor în hidrometalurgie, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1970.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 11840

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text si se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40830

1872 NOV 2 5

1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII NUMĂRUL 6 ANUL 1971
NOIEMBRIE — DECEMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIII — NUMĂRUL 6

NOIEMBRIE — DECEMBRIE

1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

ECONOMIE POLITICĂ

C. Lazăr

Considerații cu privire la conceptul de industrializare în condițiile revoluției științifice tehnice contemporane 17

MATEMATICĂ

Ef. Grecu Nicoleta Vînosu-Mihu

Asupra unui sistem de ecuații funcționale 23

D. S. Theil

Densități într-un calcul tensorial mixt 31

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

F. M. Albert, Maria Stoia, Maria Văleanu

Massanalytische Bestimmung aromatischer Aldehyde mit Natriumchlorit 37

I. Ștefănescu

La situation actuelle et les perspectives des nouvelles methodes pour la fabrication du coke 43

AVIAȚIE

C. Guță

Dirijarea aparatelor cosmice, comandate de motoare rachetă de mică tracțiune, evoluînd în planul traiectoriei inițiale . . . 59

St. Staicu

Aripi delta de ordin superior cu separația curentului la bordurile de atac subsonice 67

ORGANE DE MAȘINI

R. Iatan, M. Renert

Contribuții la studiul dinamicii ciururilor cu ruliu (I) . . . 79

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

T. Dudaș

Ciclul termic optim al motorului cu aprindere prin comprimare cu admisie normală 93

ENERGETICĂ

N. Dănilă, G. Chercea

Considerații asupra influenței pierderilor de presiune pe partea de vapori în condensatoarele de vapori 111

METALURGIE

M. Protopopescu, A. Aloman,
Alexandra Dobre, Ionela Vișa

Contribuții la studiul macro și microstructurii compușilor semiconductori 131

Резюме

MŰSZAKI EGYETEM

Д. К. 338

К. Лазэр

Соображения о понятии индустриализации в условиях научной и технической современной революции

Доказывая что одновременное революционирование средств работы и также и предметов работы, энергетической базы, технологии производства, места человека в процессе изготовления, вызывает необходимость индустриализации для всех стран, разрабатывается понятие о индустриализации в условиях научной и технической революции. На этом основании выявляются некоторые существенные черты процесса индустриализации Румынии в период создания социалистического общества многосторонне развитого.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д.К. 517

Е Греку, Н. Виносу — Миху

Осцстеме функциональных уравненцй

Решена система функциональных уравений при нахождении множества непрерывных решений на всей действительн й оси. Далее при допу щении производности решенний в начале, демонстрируется безконечно производность и интегрируется система.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 517

Д. С. Тейл

Плотности в смешанном тензориальном расчете

Работа представляет собой введение в систематическое изучение тензорных плотностей в смешанное тензориальное исчисление.

Пункт 1 дает определение и некоторые альгебрагические свойства этих геометрических количеств.

В пункте 2 изучаются некоторые дифференциальные свойства смешанных скалярных плотностей.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 547.571

Фр. Алберт, Мария Стоя, Мария Вэляну

Объемное определение ароматных алдегидов с хлоритом натрия

Было исследовано 10 ароматических альдегидов, в этанольных растворах 0,025 М и 0,01 М и были выяснены условия для их определения хлоритом натрия.

Определение основано на йодометрическом титровании избытка реактив в кислой среде. Разультаты представлены на диаграммах, на которых получены прямые, позволяющие скорое и простое определение альдегидов.

Ошибки не превышают 0,5 %.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Summary

C. Lazăr

D.C. 338

Considerations Concerning the Ideals of Industrialisation in the Conditions of the Scientific and Technical Contemporaly Revolution

It is argued that the simultaneans revelation, the means of mark, the energetic basis, the technology of fabrication, the place of man in the manufactureng process, determine the necessity of industrialisation for all countries, it is elaborated the conceipt of industrialisation in the conditions of the technical and scientific revolution.

On this basis it renered evident in the industrialisations process in Roumania some characteristic featires in the stage of creation of the socialist society multilateral developed.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 517

E. Grecu, Nicoleta Vînosu-Mihu

About a Functional Equations System.

It is solved a functional equations system, being found the lots of continuous solutions on whole real axis. Then, supposing derivability in origin it is demonstrated infinite derivability and it is integrated in the system.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 517

D. S. Theil

Densities in Mixed Tensor Calculus

The paper represents an introduction to the systematic study of the tensor densities whithin a mixed tensor calculus.

Point 1 gives the definition and some algebrical properties of these geometrical quantities.

Point 2 studies some differential properties of the mixed scalar densities.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 547.571

Fr. M. Albert, M. Stoia, M. Văleanu

Volumetric Determination of Aromatic Aldehydes by Sodium Chlorite

10 aromatic aldehydes in 0.025 M and 0.1 M ethanolic solution are examined and the conditions for determination with natrium chlorit are established. The determination is based on the iodometric titration of the excess of the reagent in acid medium. The results are expressed in diagrams, whose linear dependence permit the rapid and easy determination of aldehydes. The errors are less than 0.5%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 629.13

К. Гуца

Управление космическими аппаратами при помощи реактивных двигателей малой силы в плане первичной траектории

Создание силы управления при помощи электрических реактивных двигателей является актуальной проблемой с большой перспективой в технике ракет.

В настоящей работе рассматривается решается вопрос маневрирования в плане первичной траектории.

Величины управления указаны в формулах (19) и (34).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 533

Ст. Стайку

Крыля дельта высшего порядка с разделением потока на передних подзвуковых кромках.

Работа рассматривает сверхзвуковое течение вокруг крыла дельта конического и тонкого высшего порядка, с симметрическим падением, считая что отделения потока происходит на передних кромках.

Определяется осевая скорость пертурбации и распределение давления на крыльях.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К 66.02

Р. Иатан, М. Ренерт

Контрибуции на изучение динамики подвижных грохотов

В работе устанавливаются необходимые условии за страховать устойчивость движения одного подвижного грохоты, с собственном представление. Эти зависят с массе пьес в движение и с характеристике эластичной подпорки.

Формули добиты иллюстрируваются в случай данной постройки.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 629.13

C. Guță

Control of Spacecrafts by Means of Rocket Engines of Small Thrust Evolving in the Initial Path Plane

The creation of the control forces by means of electric rocket engines is an actual and high prospective problem in the rocket technics.

In the present work the problem is solved for a manoeuvre included in the initial path plane.

The control magnitudes are shown by the formula (19) and (34).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 533

St. Staicu

High Order Delta Wings with Current Separation at the Subsonic Leading Edges

The paper deals with the supersonic flow around the high order bevel thin delta wing of symmetric incidence, considering the air current separations at the 1 leading edges.

The axial disturbance speed and the pressure distribution on wing are determined.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 66.02

R. Iatan M. Renert

On the Dynamics of Sieves with Rolling Movement (I)

There are established the necessary conditions to ensure the movement stability of a sieve with rolling movement, of author's own conception. These conditions are depending on the movement pieces masses and the elasticity of supports.

Using of the established formulae is illustrated for the case of a given construction.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 621.431

Т. Дудаш

Оптимальный тепловой цикл двигателя с зажиганием посредством сжатия с нормальным впуском

Определяя оптимальный тепловой цикл двигателя с зажиганием посредством сжатия, цикл реализующий оптимальные показатели специфической механической работы и оптимальный тепловой коэффициент полезного действия, в соответствии с законом изменения давления во время сгорания, в работе разрабатывается модель температурного цикла, принимающая во внимание свойства этого закона. Таким образом, были допущены следующие параметры как основные, для охарактеризирования давления во время сгорания максим. давление; средняя скорость возрастания давления во время сильного горения; соотношение роста давления во время сильного горения; соотношение теплоты реакции.

Работа развивает математическую модель теплового цикла, позволяющего производить исследование влияния указанных параметров на специфическую механическую работу, в условиях родственных действительным, так как принимается во внимание, в оригинальной манере все категории потерь, характеризующих цикл.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 621.311.2

Н. Даниле, Г. Керча

Соображения о влиянии потери давления в части паров в конденсаторах паров

Статья дает новый способ изложения процесса отдачи тепла при конденсации паров, который отличается от способа предложенного Нусселт-ом рассматриваем эффект потери давления появляющийся при потоке паров. На основе высказанных соображений делаются выводы о влиянии величин этих потерь давления на процесс передачи тепла в конденсатор паров, а именно: пользы присутствия «паровых карманов» в таком теплообменнике.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Д. К. 669017 : 621.351.592

М. Протопопеску, А. Аломан, А. Добре, И. Виша

Вклад к изучению макро и микроструктуры соединений полупроводников

Были исследованы металлографические аспекты некоторых соединений полупроводников промышленного интереса. Приготовление проб для изучения макро и микроструктуры представляет некоторые особенности специфичные, зависящие от состава и состояния материала. В случае полукристалльных материалов была определена форма и величина кристаллов. Осадки пленочных полупроводников были изучены на электронном микроскопе. Определение структуры соединений полупроводников и интегрированных цепей является действительным способом для контроля качества.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 621.431

T. Dudaș

Optimal Thermal Cycle of the Compression Ignition Engine with Normal Admission

Defining the optimal thermal cycle of the compression ignition engine that cycle achieving optimal specific mechanical work and thermal efficiency performances with respect to the pressure variation law during combustion, a model of thermal cycle is drawn up in this work, where the peculiarities of this law are taken into consideration. Thus, it was admitted that the following parameters are essential for characterizing the pressure variation law during combustion : maximum pressure, mean pressure increasing speed during violent combustion ; reaction heat ratio.

The work develops the mathematical model of the thermal cycle allowing the research of the influence of the specified parameters on the specific mechanical work and thermal efficiency in similar conditions to the actual ones, as all the categories of losses characterizing the cycle are taken into consideration in an original manner.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 621.311.2

N. Dănilă, G. Chercea

Considerations on the Influence of Pressure Losses on the Steam Condenser Vapour Side

The paper shows a new manner of treating the heat transfer process with vapour condensing, which is different from that suggested by Nusselt as it considers the effect of pressure loss occuring with the vapour current flow. Conclusions are drawn on basis of the considerations thus made on the influence of the values of these pressure losses on the process of heat transfer in steam condensers, i.e. the opportuneness of the presence of "steam pockets" in such a heatexchanger.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.C. 669.017:621.315.592

M. Protopopescu, A. Aloman,
A. Dobre, I. Vișa

Contribution to the Study of the Macro- and Microstructure of Semi-conductor Compunds

The metallographical aspects of some semiconductor compounds of industrial interest have been studied. The sample preparation for the study of the macro- and microstructure shows some specific peculiarities depending on the material composition and condition. In case of polycrystal line materials the crystal shape and magnitude have been determined. The film semi-conductor deposits have been studied with the electron microscope. The determining of the semi-conductor compound and integrated circuit structure is an efficient method for the quality control.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Résumé

D.C.338

C. Lazăr

Considerations concernant le concept de l'industrialisation dans les conditions scientifiques et techniques contemporaines

En argumentant que la revolution simultané des objets de travail, moyens de travail, de la base energetique, de la techonologie de la fabrications dans le processus de la production determine la necessité de l'industrialisation pour tous les pays on elabore le concept de l'industrialisation dans les conditions de la révolution scientifique et techniques. En s'appuyant ces faits on remarque des traits characteristiques du processus de l'industrialisation de la Roumanie dans l'etape de la realisation de la societé socialiste multiple developé.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 517

E. Grecu, Nicoleta Vînosu-Mihu

Sur un système d'équations fonctionelles

Il est solutionné un système d' quations fonctionelles, etant trouvé un grand nombre de solutions, continues sur toute l'axe réelle. Ensuite, supposant la dérivabilité des solutions dans l'origine, on démontre l'infini dérivabilité et on intégre le système.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 517

D. S. Theil

Densites dans un calcul tensoriel mixte

L'ouvrage représente une introduction dans l'étude systématique des densités tensorielles dans un calcul tensoriel mixte.

Le point 1 énonce la définition et quelques propriétés algébriques de ces quantités géométriques.

Au point 2 on étudie quelques propriétés différentielles des densités scalaires mixtes.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 547.571

Fr. M. Albert, M. Stoia, M. Văleanu

Determination volumetrique des aldéhides aromatique au chlorite de sodium

On a examiné dix aldéhides aromatiques dans des solutions alcooliques 0,025 m et 0,1 m. On a étabei les conditions pour la détermination avec le chlorite de natrium. Le dosage des aldehides est basé sur la titration iodométrique de l'excès du reâctif dans des solutions acides. Les resultats des analyses sont représentés sur des diagrammes ce qui permet la détermination rapide et aisée des aldehides. Les éreurs ne dépassent pas 0,5%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

Zusammenfassung

D.K. 338

C. Lazăr

Uberlegungen über den Begriff der Industrialisierung in den Bedengungen der Wissenschaftlichen und technischen eggenwärtigen Revolution

Es ist begrundet dass die gleichzeitige Revolution der Arbeitsziele die Arbeitsmittel, die energetische Basis, die Herstellungstechnologie, der Platz des Menschen in der Produktion-prozess bestimmt die Notwendigkeit d r Industrialisierung für alle Länder wird ausgearbeitet der Überlegungen der Industrialisierung in der technischen und wissenschaftlichen bedingungen.

Auf diesem Grund wird ausgezeichnet manche bezeichnende Züge der Industrialisierungprozess Rumäniens indie Etappe der Erschaffung des sozialistischen Gesellschaft vielsaitig entwickelt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 517

E. Grecu, Nicoleta Vînosu-Mihu

Über das Funktionalgleichungssystem.

Ein Funktionalgleichungssystem ist gelöst, wenn die Vielzahl der Stetigkeitslösungen auf der gesammten reelen Achse gefunden sind. Wenn wir die Ableitbarkeit der Lösungen in ihrem Ursprung voraussetzen, können wir die Unbegreuztheit der Ableitbarkeit demonstrieren und das System integrieren.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 517

D. S. Theil

Dichten im einem gemischten Tensorkalkül

Die Arbeit stellt eine Einführung in das systematische Studium der tensoriellen Dichten in einem gemischten Tensorkalkül dar.

Unter Punkt 1 wird die Definition und einige algebraische Eigenschaften dieser geometrischen Mengen formuliert.

Unter Punkt 2 werden einige Differentialeigenschaften der gemischten Skaladichten untersucht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 5457.571

Fr. M. Albert, M. Stoia, M. Văleanu

Massanalytische Bestimmung aromatischer Aldehyde mit Natriumchlorit

Es werden zehn aromatische Aldehyde in 0,025-m und 0,1 m — äthylalkoholische Lösungen untersucht und die Bedingungen für Bestimmung mit Natriumchlorit festgestellt. Die Bestimmung beruht auf iodometrische Titrierung des Reagenzüberschusses, in sauren Lösungen. Die Ergebnisse sind in Diagrame wiedergegeben, die zu schnellen und leichten Bestimmung der Aldehyde führen. Die fehle überschreiten nicht 0,5%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 629.13

C. Guță

Direction des appareils cosmiques commandés par des moteurs-fusée de petite traction, qui évoluent dans le plan de la trajectoire initiale

La création de la force de direction au moyen des moteurs-fusée électriques est un problème actuel de grande perspective pour la technique des fusées.

Dans le travail présent on résoud le problème pour une manoeuvre inclue dans le plan de la trajectoire initiale.

Les grandeurs de direction sont indiquées dans les formules (19) et (34).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 533

St. Staicu

Ailes en delta d'ordre superieur a detachement du courant aux bords d'attaque subsoniques

Le travail traite de l'écoulement supersonique autour de l'aide en delta mince conique d'ordre supérieur, à incidence symétrique, en considérant les détachements de courant aux bords d'attaque.

On détermine la vitesse axiale de perturbation et la distribution de pression sur l'aile.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 66.02

R. Iatan M. Renert

Contributions à l'étude de la dynamique des tamis à roulis (I)

L'on établir les conditions necessaires pour assurer la stabilité du mouvement d'un tamis à roulis de conception propre. Celles-ci sont en dépendance de la masse des pièces en mouvement et de la caractéristique de l'appui élastique.

L'utilisation des formules déduites est exemplifiée pour le cas d'une construction donnée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 629.13

C. Guță

Fuhrung von durch Raketenantriebe keiner traktion angetriebenen und in der ebene der Anfangstrajektorie kreisenden Kosmischen geräten

Die Erzeugung der Führungskraft mittels elektrischen Raketenantriebe ist eine aktuelle und aussichtsreiche Frage in der Raketen technik.

In der vorliegengenden Behandlung wird das Problem für ein innerhalb der Ebene der Anfangstrajektorie eingehaltenes Manöver gelöst.

Die Führungsgrössen werden in den Formeln (19) und (34) angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 533

St. Staicu

Delta-Flügel hoheren Ranges mit trennung des stromes an den Unterschall-Angriffskanten

Hier wird die Überschallsanströmung um einen dünnen, konischen Delta-Flügel höheren Ranges ,von symetrischer Inzidenz, unter Annahme des Stromabreissens an den Angriffskanten studiert.

Es wird die axiale Störungsgeschwindigkeit sowie die Druckverteilung (am Flügel) bestimmt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 66.02

R. Iatan M. Renert

Über das dynamische verhalten von Taumelsieben (I)

Das dynamische Verhalten eines Taumelsiebes neuer Banart wird untersucht. Die Stabilität der Bewegung hängt von der Masse der schwingenden Teile und von der Federkonstante der elastischen Lagerung ab.

Die Anwendung der abgeleiteten Beziehungen wird an einem Rechenbeispiel dargestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 621.431

T. Dudaş

Cycle thermique optimal du moteur a allumage par combustion a admission normale.

En définissant le cycle thermique optimal du moteur allumage par compression le cycle qui réalise les performances optimales de travail mécanique spécifique et de rendement thermique en rapport avec la loi de la variation de la pression pendant la combustion, on élabore dans ce travail un modèle de cycle thermique qui prend en considération les particularités de cette loi. Ainsi, on a admis que les paramètres suivants sont essentiels pour caractériser la loi de la variation de la pression pendant la combustion : pression maximale, vitesse moyenne d'augmentation de la pression pendant la combustion violente ; rapport des chaleurs de réaction.

Le travail développe le modèle mathématique du cycle thermique qui permet la recherche de l'influence des paramètres énocés sur le travail mécanique spécifique et le rendement thermique, en conditions similaires à celles réelles, car on prend en considération d'une manière originale toutes les catégories de pertes qui caractérisent le cycle.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 621.311.2

N. Dănilă, G. Chercea

Considérations sur l'influence des pertes de pression de la partie de vapeurs dans les condenseurs à vapeur

L'article présente une nouvelle manière de traiter le processus de transmission de chaleur à la condensation des vapeurs, qui est différent de ce lui proposé par Nusselt, par la considération des effets des pertes de pression qui apparaissent à l'écoulement du courant de vapeurs. En se basant sur les considération faites on tire des conclusions sur l'influence des valeurs de ces pertes de pression sur le processus de transmision de la chaleur dans les condenseurs à vapeur, à savoir l'opportunité de la présence des „poches de vapeur" en un tel échangeur de chaleur.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

C.D. 669.017:621.315.592

M. Protopopescu, A. Aloman,
A. Dobre, I. Vişa

Contributions à l'étude de la macro- et micro-structure des composes semi-conducteurs

O a étudié les aspects métallographiques de quelques composés semi-conducteurs d'intérêt industriel. La préparation des échantillons pour l'étude de la macro- et de la micro-structure présente certaines particularités spécifiques qui dependent de la composition et de l'état du matériau. Dans le cas des matériaux polycristallins on a déterminé la forme et la grandeur des cristaux. Les dépôts de semiconducteurs pelliculaires ont été étudiés au microscope électronique. La détermination de la structure des composés semi-conducteur et des circuits intégrés constitue une méthode efficace pour le contrôle de la qualité.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 621.431

T. Dudaş

Optimaler Wärmerkreislauf des Verbrennungsmotors mit Kompressionzündung under normaler Aufladung

Als optimaler Wärmekreislauf eines Verbrennungsmotors mit Kompressionszündung wird derjenige thermische Zyklus definiert, der im Verhältnis zur Druckänderung währendeder Verbrennung optimale spezifische Arbeit und optimalen thermischen Wirkungsgrad erzielt. Im vorliegenden Beitrag wird ein Wärmekreislauf-Modell entwickelt, das die Eigentümlichkeiten dieses Gesetzes berücksichtigt. Es wurden als wesentlich bestimmend folgende Parameter eingesetzt, die das Gesetz der Druckänderung während der Verbrennung charakterisieren: Maximaldruck, Verhältnis der Drucksteigerung während der scharfen Verbrennung, Werhältnis der Reaktionswärme.

Es wird das mathematische Modell des Wärmekreislaufes entwickelt, das Untersuchungen über den Einfluss der oben angeführten Parameter auf die spezifische Arbeit und den thermischen Wirkungsgrad, unter wirklichkeitsnahen Bedingungen gestattet, da auf eine neuartige Weise sämtliche den Wärmekreislauf charakterisierenden Verlustarten berücksichtigt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 621.311.2

N. Dănilă, G. Chercea

Betrachtungen über den einfluss der Druckverluste am dampfteil in Dampfkondensatoren

Der Artikel veranschaulicht ein neues sich von dem von Nusselt vorgeschlagenen unterscheidendes Behandlungsverfahren des Wärmeübertragung bei der Dampfkondensierung, welches auf der Berücksichtigung der Einwirkung von bei Dampfströmungen auftretenden Durckverlusten beruht. Auf Grund der babei gemachten Betrachtungen, werden Ruckschlüsse über dem Einfluss des Wertes dieser Druckverluste auf dem Wärmeübertragungsvorgang in Dampfkondensatoren gezogen, unde zwor wird die zweckmässigkeit der Anwessenheit von „Dampfbeutel" in derartigen Wärmeaustauschern gezeigt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

D.K. 669.017:621.315.592

M. Protopopescu, A. Aloman,
A. Dobre, I. Vişa

Beitrag zum Studium der Makro- und Mikrostruktur der Halbleiterbestandteile

Es wurden die metallographischen Ansichten einiger Halbleiterbestandteile, die in der Industrie von Interesse sind. Die Vorbereitung der Proben für das Studium der Makro -und Mikrostruktur weist einige spezifischen Eigenheiten auf in Abhängigkeit der Zusammenstellung und dem Zustand des Materials. Im Falle des Polykristallwerkstoffes wurde die Form und Grösse der Kristalle bestimmt. Ablagerungen von Schicht-Halbleiter wurden mit dem elektronischen Mikroskop studiert. Die Strukturbestimmung der Halbleiterbestandteile sowie der integrierten Schaltung bildet ein wirksames Verfahren der Qualitätskontrolle.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIII Nr. 6/1971

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

ECONOMIE POLITICĂ

C.Z. : 338

CONSIDERAȚII CU PRIVIRE LA CONCEPTUL DE INDUSTRIALIZARE ÎN CONDIȚIILE REVOLUȚIEI ȘTIINȚIFICE-TEHNICE CONTEMPORANE *

COSTINEL LAZĂR

Revoluțiile în știință și tehnică, care zguduie producția socială, sînt inerente dezvoltării forțelor de producție, iar industrializarea a apărut la ordinea zilei pe o anumită treaptă a evoluției acestora, o dată cu marea industrie, cu trecerea la mașinism. În orînduirile precapitaliste, dezvoltarea forțelor de producție nu a pus această problemă în fața societății. O dată cu revoluțiile în tehnică și știință apare, pe o anumită treaptă a dezvoltării societății, ca o problemă practică și procesul industrializării ; acesta este modul însușirii forțelor de producție corespunzătoare.

Punctul de plecare al revoluției tehnice de la sfîrșitul secolului al XVIII-lea și începutul secolului al XIX-lea, l-a constituit mașina-unealtă, înlocuirea uneltelor simple cu mașini, respectiv cu mașini unelte ; a pus bazele creării marii industrii mecanizate, a procesului industrializării. Desigur, gradul și modul în care s-au aplicat aceste cuceriri, în care s-a înfăptuit industrializarea, a fost foarte diferit de la o țară la alta, în funcție de puterea economică a statelor, de gradul de maturizare a relațiilor economice burgheze.

Revoluției științifice-tehnice actuale îi sînt specifice shimbări profunde, calitative în forțele de producție, tendința fiind automatizarea și cibernetizarea producției. Condițiile de tehnicitate, viteză, complexitate, pun cerințe cu totul noi și tot mai pretențioase față de mijloacele de muncă, obiectele muncii și forța de muncă. Se manifestă tot mai pregnant caracterul de instalație al mijloacelor de muncă ; se mărește gradul de diferențiere, crescînd și complexitatea lor, ca și a elementelor componente. Marea industrie automatizată și cibernetizată își extinde rapid aria de răspîndire în toate ramurile producției materiale și în alte domenii ale activității sociale ; apare tendința de trecere la automatizarea complexă și cibernetizarea întregii economii, lucru ce reprezintă o expresie deosebit de concludentă a saltului calitativ în domeniul tehnicii de producție.

În același timp, în condițiile revoluției științifice-tehnice actuale crește rolul și importanța obiectelor muncii, lărgindu-se considerabil gama lor; se ridică ponderea obiectelor muncii obținute pe calea prelucrării indus-

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

triale, cu proprietăți mecanice, fizice, chimice deosebite, necunoscute cu cîteva zeci de ani în urmă.

Însemnate schimbări au loc și în baza energetică ; energia atomică, termonucleară etc., au început practic să fie în mod treptat folosite în procesul de producție, importanța acestor surse de energie sporind considerabil în producția modernă ; resursele energetice, în general, sînt solicitate în cel mai înalt grad.

Din implicațiile pe tărîmul tehnicii de producție a revoluției științifice-tehnice contemporane, rezultă că *dezvoltarea forțelor de producție moderne reprezintă de fapt o stare calitativ nouă a acestora,* cu consecințe importante asupra întregii vieți economice din zilele noastre ; *marchează și impune transformări radicale a întregii structuri a industriei și, pe această bază, a întregii economii* ; aceasta cu atît mai mult dacă avem în vedere și faptul că actuala etapă în dezvoltarea automatizării poate fi considerată doar ca o fază de început a schimbării din temelii a structurii și amploarei producției sociale și, o dată cu aceasta, a poziției omului în cadrul procesului de producție. Electronica, automatica, cibernetica fac ca unealta de viitor să fie calculatorul.

Procesul revoluționar care are loc în cadrul forțelor de producție este un fenomen mondial. Importanța și actualitatea lui se manifestă și prin faptul că *o serie de probleme ale acestui proces sînt într-o indisolubilă legătură cu problemele contemporane ale industrializării.* De aici rezultă necesitatea studierii sistematice a tendințelor progresului tehnic, a urmărilor sale, precum și revederea și aprofundarea unor teze teoretice, care să folosească în stabilirea și orientarea măsurilor de politică economică.

Fiind vorba de un salt, de o cotitură în cadrul forțelor de producție, acesta nu se poate înfăptui practic în nici o țară altfel decît prin industrializare ca un proces de însușire rapidă a forțelor contemporane de producție. *Osatura industriei moderne și a economiei moderne nu mai poate fi alcătuită de metalurgie, construcții de mașini, chimie și energetică „în general"*, cu fizionomia lor așa cum a rezultat ea în urma revoluției în tehnică de la sfîrșitul secolului al XVIII-lea și începutul secolului al XIX-lea, sau chiar cu fizionomia lor actuală din țările dezvoltate. Prin transformarea științei într-o forță nemijlocită de producție, apar rapid o serie de ramuri întregi ale industriei și mai ales subramuri, cu totul noi. Ele trec pe primul plan, determinînd caracterul și nivelul progresului tehnic în întreaga economie. Automatizarea, ca lege a dezvoltării forțelor de producție, a tehnicii industriale contemporane, duce la crearea unui aparat nou de producție : sistemul automat de mașini. Pe această bază putem afirma că, aflîndu-ne în epoca unor profunde și rapide schimbări în producția mijloacelor de producție și, în primul rînd, a mijloacelor de muncă, *ramurile de bază ale industriei grele* pe care le cunoaștem (metalurgia, construcțiile de mașini, energetica, chimia) *încep să aibă o altă structură, altă fizionomie, principial diferită, să fie practic „alte ramuri" decît acum cîteva decenii.* Așa dar, revoluția științifică-tehnică contemporană impune crearea unei baze tehnice de producție calitativ diferită decît cea existentă pînă la începuturile ei. Osatura aceasta nouă a industriei moderne, cu influențe hotărîtoare asupra dezvoltării celorlalte ramuri, a întregii economii, se explică tocmai prin revoluționarea simultană a sistemului mijloacelor de muncă, a obiectelor muncii,

a bazei energetice, a tehnologiei de fabricație, a locului omului în procesul de producție.

Or, practic, această fizionomie trebuie abia făurită în toate țările — desigur pornind de la un nivel foarte diferit — lucru ce evidențiază că *industrializarea este, în condițiile contemporane, o necesitate pentru toate țările.* Adică, este vorba *de a făuri acea industrie metalurgică și a metalelor neferoase, acea industrie a construcțiilor de mașini, chimică, energetică, care să prezinte temelia materială a civilizației moderne,* să asigure mijloacele de producție care să facă posibilă înfăptuirea reproducției în condițiile calitative impuse de progresul științifico-tehnic contemporan. Este în afară de orice îndoială, că numai acele țări care vor poseda o asemenea industrie grea vor putea fi beneficiari ai automatizării, ciberneticii, chimiei contemporane, energeticii, deci beneficiari ai cuceririlor revoluției științifice-tehnice contemporane. Astfel, *sub impulsul acestei ample revoluții științifice-tehnice, problemele complexe ale economiei moderne și ale eficienței producției în condițiile actuale, pentru toate țările, trec prin industrializare.*

În această viziune, *industrializarea apare inevitabil ca o legitate generală a societății moderne, ca o necesitate pentru toate țările,* ca echivalentul progresului în societatea contemporană. De aceea, într-o largă confruntare internațională se află în mod practic în prezent tocmai modalitățile concrete de înfăptuire a ei, făurirea acelei structuri a industriei și a economiei care să se înscrie pe traiectoria cerințelor revoluției științifice-tehnice .Chiar în țări capitaliste dezvoltate, industrializarea este apreciată ca un fenomen de actualitate. În literatura economică din aceste țări se vorbește tot mai des despre saltul spre industrializare, ca temelie a politicii de independență.

Industrializarea în condițiile revoluției științifice-tehnice nu poate fi definită decît ca fiind procesul de creare și dezvoltare a marii industrii, făuritoare a tehnicii automate și cibernetice și, pe această bază, automatizarea și cibernetizarea întregii industrii și economii naționale. Acest proces chiar în țările dezvoltate economic, este la începuturile sale. Însăși necesitatea unei rate înalte a acumulării pentru țările dezvoltate economic, ca și mutațiile de structură, uneori cu adevărat spectaculoase, în ierarhia și în cadrul ramurilor industriale mai ales, reprezintă argumente importante în sprijinul celor de mai sus ; și anume că linia generală, hotărîtoare pentru toate țările, este concretizată prin preocupările pentru industrializare, cu toate că scopul acestei dezvoltări este radical diferit în cele două orînduiri sociale existente astăzi în lume.

Desigur că *sarcinile concrete privind înfăptuirea industrializării și în condițiile revoluției științifice-tehnice actuale, sînt diferite de la țară la țară.* Altele sînt sarcinile concrete de înfăptuit pentru țările cu o industrie avansată și cu totul altele pentru acelea care nu posedă o industrie puternică, sau este insuficient dezvoltată ; și eforturile vor fi în consecință diferite. Pentru acestea din urmă, este evident că revoluția științifică-tehnică amplifică necesitatea industrializării, imprimîndu-i unele particularități. Aceste țări nu trebuie însă să mai treacă prin etape intermediare ale tehnicii de producție și ale tehnologiei care sînt azi învechite, depășite, ci — bineînțeles cu eforturi susținute — să înfăptuiască industrializarea specifică actualei epoci. Rezultă *caracterul concret istoric al*

industrializării, mai intîi ținînd seama de nivelul dezvoltării economice a diferitelor țări.

Însă, așa cum spune Karl Marx, forțele de producție devenind reale numai în societate, numai în cadrul relațiilor și legăturilor dintre indivizi [1] este în afară de orice îndoială faptul că modul cum se transpun în viață cerințele revoluției științifice-tehnice, cum se manifestă în fiecare țară, depinde în mare măsură de relațiile sociale de producție, de felul în care se rezolvă contradicțiile inerente unei asemenea dezvoltări. De aceea, *nu putem vorbi nici în condițiile actuale de un tip general de industrializare, de industrializare în general, ci de industrializare cu un anumit conținut social-economic precis determinat, cu un scop distinct și consecințe specifice.*

Studiind trăsăturile industrializării României în condițiile făuririi societății socialiste multilateral dezvoltate, nu putem face abstracție de cele arătate pînă acum, de profunzimea și consecințele revoluției științifice-tehnice contemporane asupra forțelor de producție, asupra bazei tehnico-materiale ; trebuie cunoscute și avute în vedere tocmai elementele noi ce apar în forțele contemporane de producție, tendințele de lungă perspectivă din economia mondială. „În centrul eforturilor întregului popor — se arată în Raportul C.C. al P.C.R. la Congresul al X-lea — va sta continuarea consecventă a industrializării pe baza cuceririlor revoluției științifice-tehnice contemporane" [2]. Făurirea bazei tehnice-materiale a societății socialiste multilateral dezvoltate, crearea condițiilor pentru trecerea la construirea societății comuniste, este de neconceput fără aplicarea tot mai amplă a celor mai noi realizări ale științei și tehnicii, fără folosirea mijloacelor de muncă, obiectelor muncii, tehnologiei de fabricație pe care le presupune producția modernă. *Baza tehnico-materială a societății socialiste multilateral dezvoltate nu poate fi concepută decît ca un sistem armonios dezvoltat al marii producții automatizate și cibernetizate.* Ca urmare, în stabilirea sarcinilor industrializării socialiste în etapa actuală, P.C.R. ține seama de faptul că deși revoluția științifică-tehnică are un caracter internațional, ea se desfășoară însă în condițiile unor economii naționale independente și suverane, a complexelor economice naționale organic sudate, istoricește formate. Prin urmare, *desfășurîndu-se în cadrul granițelor naționale ale fiecărei țări socialiste,* independente și suverane, *diversitatea condițiilor obiective din fiecare țară, diversitatea punctului de plecare, determină în mod inevitabil căi, metode și forme specifice diferite de manifestare a revoluției științifice-tehnice și implicit și a industrializării socialiste.*

Directivele Congresului al X-lea al P.C.R. cu privire la planul de dezvoltare economico-socială a României pe anii 1971—1975 și liniile directoare ale acestei dezvoltări pe perioada 1976—1980, au meritul de a înscrie această problemă fundamentală pentru prezentul și viitorul țării într-o viziune de largă perspectivă. Se are în vedere faptul că deși dispunem de o industrie puternică care își aduce un aport substanțial la utilarea și modernizarea ramurilor economiei, mai avem de învins un decalaj important față de țările dezvoltate economic, față de nivelul atins deja pe plan mondial. În același timp, lichidarea acestui decalaj, nu poate fi realizat numai prin reproducerea a ceea ce s-a realizat deja în țările dezvoltate din punct de vedere economic ; ar duce la un anumit fel de

permanentizare a unei rămîneri în urmă în însușirea forțelor de producție înaintate ale epocii noastre, în crearea acelor forțe de producție care definesc socialismul și care constituie ultimul cuvînt al științei și tehnicii. Totodată, în strictă dependență de realitățile țării, se ține seama de resursele de care dispunem în prezent și în perspectivă, de rezervele patrimoniului nostru național. *Concepția unitară și de lungă perspectivă cu privire la industrializarea României, este astfel ridicată pe o treaptă superioară,* pornind de la experiența națională acumulată și de la tendințele pe plan mondial, de la faptul că industrializarea apare ca o legitate generală, ca echivalentul progresului în societatea contemporană. Toate acestea evidențiază laturi calitative ale etapei actuale în domeniul lărgirii și dezvoltării bazei tehnico-materiale a socialismului.

În acest context putem desprinde că *o trăsătură de bază a industrializării României în etapa actuală a edificării socialismului, o constituie cercetarea atentă a cerințelor generale ale progresului tehnic contemporan și raportarea lor la condițiile țării noastre.* În acest fel, îmbunătățirea structurii industriei, creșterea accentuată a ramurilor moderne, strîns legate de progresul științific-tehnic contemporan, pentru a asigura valorificarea superioară a resurselor materiale și a capacității tehnice a forței de muncă, ridicarea productivității muncii sociale, reprezintă o direcție fundamentală a industrializării României. Industria noastră va căpăta tot mai evident acea caracteristică proprie unei economii moderne în condițiile revoluției științifice-tehnice și anume aceea a marii mobilități a structurii producției, asigurarea capacității tehnice de adaptare rapidă, potrivit cerințelor, prin separarea de noi subramuri, grupe de produse, prin stimularea ramurilor de avangardă. Avem în fond clar conturată imaginea proporțiilor și corelațiilor economice, a echilibrului economiei noastre în condițiile unei structuri moderne, a complexității mult sporite a mecanismului economic.

Toate cele arătate subliniază *contribuția Congresului al X-lea la stabilirea contururilor concrete ale industrializării, întemeiată pe afirmarea ramurilor care dau profilul economiei contemporane.* Acest proces constă, de fapt, în însușirea forțelor de producție ale epocii contemporane, rezultate din revoluția științifică-tehnică ce se desfășoară astăzi în lume ; reprezintă o latură fundamentală a progresului țării, deoarece se referă la schimbarea acelor elemente care au rol determinant în evoluția forțelor de producție și care, prin efectul simplu sau efectul propagat, provoacă dezvoltarea rapidă a întregii economii ; este în același timp, un indiciu al stadiului înalt atins în dezvoltarea forțelor de producție, în mobilizarea resurselor materiale și umane ale țării.

Concepția unitară și de largă perspectivă a P.C.R. de industrializare a țării se vădește și în ritmul înfăptuirii acestui proces, în trăsăturile pe care le îmbracă ritmul. Ritmul înalt al dezvoltării industriei și al înfăptuirii industrializării este condiția hotărîtoare a realizării într-un timp cît mai scurt a unui progres deosebit pe toate tărîmurile vieții materiale și spirituale ; de fapt, prin însăși esența, prin conținutul ei, prin obiectivele urmărite și în noua etapă, continuarea industrializării României este de neconceput în afara înfăptuirii ei în ritmuri înalte. Toate sarcinile industrializării, pentru o perspectivă îndelungată, sînt sarcini care pot fi duse la bun sfîrșit numai în condițiile unui dinamism rapid al industriei.

Altfel nu se pot cuceri treptele adecvate dezvoltării forţelor de producţie în condiţiile revoluţiei ştiinţifice-tehnice actuale. Ritmul înalt al industrializării are astfel adînci semnificaţii economice, sociale şi politice, corespunzînd unor necesităţi primordiale ale dezvoltării complexului economic naţional.

Evidenţierea trăsăturilor principale ale industrializării României în etapa făuririi societăţii socialiste multilateral dezvoltate, subliniază resorturile profunde ale progresului multilateral al ţării. Este lesne de înţeles că numai în condiţiile şi ca urmare a unui asemenea mers al industrializării pentru încorporarea cuceririlor revoluţiei ştiinţifice-tehnice actuale, progresul ţării se va caracteriza prin multilateralitatea, prin dezvoltarea ascendentă, amplă, a tuturor domeniilor vieţii economice şi sociale.

Catedra de economie politică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Karl Marx, Fr. Engels,* Opere, Vol. 3, ,Editură politică, 1958, p. 38.
2. *Nicolae Ceauşescu,* Raport la cel de al X-lea Congres al Partidului Comunist Român. Editura politică, 1969, p. 17.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

MATEMATICĂ

C.Z. : 517

ASUPRA UNUI SISTEM DE ECUAȚII FUNCȚIONALE *

EF. GRECU, NICOLETA VÎNOSU-MIHU

Se știe că funcțiile trigonometrice sinus și cosinus pot fi caracterizate simultan ca fiind soluția unui sistem de două ecuații funcționale cu două funcții necunoscute. Abel este acela care a abordat, printre primii, această problemă [1]. Dintre cercetătorii mai recenți, J. Tanery este acela care a considerat sistemul funcțional

$$\begin{cases} \varphi(x+y) = \varphi(x)\,\varphi(y) - \psi(x)\,\psi(y) \\ \psi(x+y) = \psi(x)\cdot\varphi(y) + \varphi(x)\,\psi(y) \end{cases} \tag{1}$$

unde variabilele x și y sînt presupuse reale. Sistemul (1) a fost integrat în ipoteza

$$\lim_{x\to 0} \frac{\psi(x)}{x} = 1 \tag{2}$$

Se recunosc în (1), formulele de adiție ale funcțiilor cosinus și sinus.

Th. Angheluță [2] a reluat sistemul (1) în cazul soluțiilor reale, fără ipoteza (2), arătînd că prin substituția :

$$f(x) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}}, \quad g(x) = \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}} \tag{3}$$

sistemul (1) devine

$$\begin{cases} f(x+y) = f(x)\,f(y) - g(x)\cdot g(y) \\ g(x+y) = g(x)\cdot f(y) + f(x)g(y) \\ f^2(x) + g^2(x) = 1 \end{cases} \tag{4}$$

cu alte cuvinte, dacă $[\varphi(x), \psi(x)]$ este o soluție a sistemului (1), atunci $[f(x), g(x)]$ constituie o nouă soluție a aceluiași sistem și verifică ultima relație (4).

Se arată de asemenea că funcția f satisface ecuația lui D'Alembert-Poisson :

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)\cdot f(y)$$

* Manuscris predat la redacție la data de 27 noiembrie 1969.

de unde se deduc soluțiile

$$f(x) = \cos a\,x, g(x) = \sin a\,x$$

(unde a este o constantă arbitrară).

Pentru a determina toate soluțiile sistemului (1) se consideră :

$$\varphi(x) = h(x)\cdot\cos a\,x, \psi(x) = h(x)\sin a\,x$$

de unde rezultă că funcția h satisface ecuația $h(x+y)=h(x)\cdot h(y)$ a cărei soluție continuă pe toată axa reală este $h(x)=b^n$, unde b este o constantă pozitivă arbitrară.

S-a demonstrat în felul acesta următoarea proprietate :

Mulțimea soluțiilor continue ale sistemului funcțional (1) este dată de

$$\varphi(x) = b^n\cos ax,\ \psi(x) = b^n\sin ax$$

unde a și $b>0$ sînt constante arbitrare.

Th. Angheluță aplică aceeași metodă sistemului

$$\begin{cases}\varphi(x+y) = \varphi(x)\cdot\varphi(y) + \psi(x)\,\psi(y)\\ \psi(x+y) = \psi(x)\cdot\varphi(y) + \varphi(x)\cdot\psi(y)\end{cases} \tag{5}$$

Se recunosc în (5) formulele de adițiune a funcțiilor cosinus hiperbolic și sinus hiperbolic.

În nota de față vrem să arătăm că sistemele (1) și (5) se pot trata dintr-un punct de vedere unitar și anume să considerăm sistemul funcțional :

$$\begin{cases}\varphi(x+y) = \varphi(x)\cdot\varphi(y) + \varepsilon\,\psi(x)\cdot\psi(y)\\ \psi(x+y) = \psi(x)\cdot\varphi(y) + \varphi(x)\cdot\psi(y)\end{cases} \tag{6}$$

unde $\varepsilon=\pm 1$.

Este clar că sistemele (1) și (5) corespund lui $\varepsilon=-1$, respectiv $\varepsilon=+1$.

Vom demonstra cîteva proprietăți ale soluțiilor sistemului funcțional. Mai întîi :

Proprietatea 1. Condiția necesară și suficientă ca funcțiile φ și ψ, ce satisfac sistemul (6), să fie respectiv pară și impară este ca să avem

$$\varphi^2(x) - \varepsilon\,\psi^2(x) = 1$$

Demonstrație. Facem în (6) $x = y = 0$ și obținem sistemul

$$\begin{cases}\varphi(0) = \varphi^2(0) + \varepsilon\,\psi^2(0)\\ \psi(0) = 2\varphi(0)\cdot\psi(0)\end{cases}$$

Soluția banală $\varphi(0) = \psi(0) = 0$ nu interesează ; rezultă că trebuie să avem

$$\varphi(0) = 1, \psi(0) = 0. \tag{7}$$

Făcînd în (6) $y = -x$ și ținînd seama de (7), obținem

$$\begin{cases}\varphi(x)\,\varphi(-x) + \varepsilon\,\psi(x)\,\psi(-x) = 1.\\ \psi(x)\cdot\varphi(-x) + \varphi(x)\cdot\psi(-x) = 0\end{cases}$$

Aplicînd regula lui Cramer, avem

$$\varphi(-x)=\frac{\varphi(x)}{\varphi^2(x)-\varepsilon\,\psi^2(x)},\ \psi(-x)=-\frac{\psi(x)}{\varphi^2(x)-\varepsilon\,\psi^2(x)}$$

Aceste relaţii demonstrează proprietatea 1.

Fiind dată soluţia $[\varphi(x), \psi(x)]$ a sistemului (6), se pune problema să determinăm funcţia $\lambda(x)$ în aşa fel încît funcţiile.

$$f(x)=\lambda(x)\varphi(x) \text{ şi } g(x)=\lambda(x)\psi(x)$$

să constituie o nouă soluţie a sistemului (6).

Din condiţiile

$$f(x+y)=f(x)\cdot f(y)+\varepsilon\, g(x)\cdot g(y)$$
$$g(x+y)=g(x)\cdot f(y)+f(x)\cdot g(y)$$

obţinem

$$\lambda(x+y)\varphi(x+y)=\lambda(x)\cdot\lambda(y)[\varphi(x)\varphi(y)+\varepsilon\,\psi(x)\psi(y)]$$
$$\lambda(x+y)\psi(x+y)=\lambda(x)\cdot\lambda(y)[\psi(x)\varphi(y)+\varphi(x)\psi(y)]$$

Ţinînd seama de (6) obţinem că funcţia λ satisface ecuaţia

$$\lambda(x+y)=\lambda(x)\lambda(y)$$

a cărei unică soluţie continuă pe toată axa reală este

$$\lambda(x)=a^x$$

unde $a>0$ este o constantă arbitrară.

Avem astfel :

Proprietatea 2. Dacă $[\varphi(x), \psi(x)]$ este o soluţie a sistemului (6), atunci funcţiile $[a^x\cdot\varphi(x), a^x\cdot\psi(x)]$ constituie o nouă soluţie a aceluiaşi sistem.

Proprietatea 3. Dacă $[\varphi(x), \psi(x)]$ este o soluţie a sistemului (6) atunci funcţiile

$$f(x)=\frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-\varepsilon\,\psi^2(x)}},\ g(x)=\frac{\psi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-\varepsilon\,\psi^2(x)}}$$

constituie o nouă soluţie a sistemului (6) şi verifică relaţia evidentă :

$$f^2(x)-g^2(x)=1$$

Demonstraţie. Avem

$$f(x+y)=\frac{\varphi(x+y)}{\sqrt{\varphi^2(x+y)-\varepsilon\,\psi^2(x+y)}},\ g(x+y)=\frac{\psi(x+y)}{\sqrt{\varphi^2(x+y)-\varepsilon\,\psi^2(x+y)}}$$

Să calculăm deci, expresia de sub radical. Avem

$$\varphi^2(x+y)-\varepsilon\,\psi^2(x+y)=\varphi^2(x)\varphi^2(y)+\psi^2(x)\psi^2(y)+2\varepsilon\,\varphi(x)\varphi(y)\psi(x)\psi(y)-$$
$$-\varepsilon[\psi^2(x)\varphi^2(y)+\varphi^2(x)\psi^2(y)+2\varphi(x)\varphi(y)\psi(x)\psi(y)]=$$
$$=\varphi^2(x)\varphi^2(y)+\psi^2(x)\psi^2(y)-\varepsilon\,\psi^2(x)\varphi^2(y)-\varepsilon\,\varphi^2(x)\psi^2(y)=$$
$$=[\varphi^2(x)-\varepsilon\,\psi^2(x)]\cdot[\varphi^2(y)-\varepsilon\,\psi^2(y)].$$

Înlocuind, avem

$$\begin{cases} f(x+y) = \dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-\varepsilon\psi^2(x)}} \cdot \dfrac{\varphi(u)}{\sqrt{\varphi^2(y)-\varepsilon\psi^2(y)}} + \varepsilon \dfrac{\psi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-\varepsilon\psi^2(x)}} \cdot \\ \qquad \cdot \dfrac{\psi(y)}{\sqrt{\varphi^2(y)-\varepsilon\psi^2(y)}} \\ g(x+y) = \dfrac{\psi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-\varepsilon\psi^2(x)}} \cdot \dfrac{\varphi(y)}{\sqrt{\varphi^2(y)-\varepsilon\psi^2(x)}} + \dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-\varepsilon\psi^2(x)}} \cdot \\ \qquad \cdot \dfrac{\psi(y)}{\sqrt{\varphi^2(y)-\varepsilon\psi^2(y)}} \end{cases}$$

și în definitiv, obținem

$$f(x+y) = f(x)f(y) + \varepsilon g(x)g(y)$$
$$g(x+y) = g(x))f(y) + f(x)g(y)$$

adică tocmai ceea ce era de demonstrat.

Să considerăm acum sistemul funcțional

$$\begin{cases} f(x+y) = f(x)f(y) + \varepsilon g(x)g(y) \\ g(x+y) = g(x)f(y) + f(x)g(y) \\ f^2(x) - \varepsilon g^2(x) = 1 \end{cases} \tag{8}$$

și să presupunem că funcțiile f, g sînt continue în origine, deci

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0) = 1, \lim_{x\to 0} g(x) = g(0) = 0$$

Fie un punct $z \neq 0$, oarecare. Ținînd seama de ultima ecuație din (8), rezultă că $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$ și avem

$$f(x-z) = f(x)f(z) - \varepsilon g(x)g(z)$$
$$g(x-7) = g(x)f(z) + f(x)g(z)$$

Acest sistem este liniar în $f(x)$, $g(x)$. Aplicînd regula lui Cramer și ținînd seama de ultima ecuație din (8) obținem

$$f(x) = f(z)f(x-z) + \varepsilon g(z)g(x-z)$$
$$g(x) = f(z)g(x-z) + g(z)f(x-z)$$

Trecînd la limită cînd x tinde către z și ținînd seama că funcțiile f și g sînt continue în origine, obținem :

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(z), \lim_{x\to 0} g(x) = g(z)$$

care ne arată că f, g sînt continue în punctul z.
Rezultă deci :

Proprietatea 4. Orice soluție a sistemului (8) continuă în origine este continuă pe toată dreapta.

Să înlocuim acum în prima ecuaţie (8) pe y cu $(-y)$. Avem

$$f(x-y)=f(x)f(y)-\varepsilon g(x)g(y)$$

de unde obţinem prin adunare membru cu membru

$$f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y). \tag{9}$$

care este ecuaţia lui D'Alembert-Poisson.

Ecuaţia (9) are, după cum se ştie [3], două soluţii continue pe toată axa reală şi anume

$$f(x)=\cos ax \text{ sau } f(x)=\operatorname{cha} x$$

Din ultima ecuaţie (8) rezultă pentru funcţia g una din expresiile

$$\begin{cases} g(x)=\sin ax, \text{ sau} \\ g(x)=\operatorname{sh} ax \end{cases}$$

după cum $\varepsilon=-1$ sau $\varepsilon=+1$.

Deci sistemul (8) are soluţiile

$$[f(x),g(x)]=\begin{cases}[\cos ax, \sin ax], \text{ dacă } \varepsilon=-1 \\ [\operatorname{cha} x, \operatorname{sh} ax], \text{ dacă } \varepsilon=+1\end{cases}$$

Pentru a determina toate soluţiile sistemului (6) ne vom folosi de proprietatea 2.

Rezultă astfel soluţiile :

$$[\varphi(x),\psi(x)]=\begin{cases}[b^x\cos ax, b^x\sin ax], \text{ dacă } \varepsilon=-1 \\ [b^x \operatorname{ch} ax, b^x \operatorname{sh} ax], \text{ dacă } \varepsilon=+1\end{cases} \tag{10}$$

unde a şi $b>0$ sînt constante arbitrare.

Am demonstrat în felul acesta :

Proprietatea 5. Mulţimea soluţiilor continue pe toată axa reală ale sistemului funcţional (6) este dată de (10).

Vom demonstra acum

Proprietatea 6. Orice soluţie a sistemului (6) derivabilă în origine este derivabilă pe toată dreapta.

Demonstraţie. Presupunem deci că avem

$$\begin{cases} \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\varphi(h)-\varphi(0)}{h}=\varphi'(0)=a, \text{(există şi este finit)} \\ \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\psi(h)-\psi(0)}{h}=\psi'(0)=b \text{ (există şi este finit)} \end{cases} \tag{11}$$

Fie $x\in R$ un punct oarecare.

Avem

$$\varphi'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\varphi(x+h)-\varphi(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\varphi(x)\varphi(h)+\varepsilon\psi(x)\psi(h)-\varphi(x)}{h}$$

$$\psi'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\psi(x+h)-\psi(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\psi(x)\varphi(h)+\varphi(x)\psi(h)-\psi(x)}{h}$$

sau grupînd convenabil, rezultă :

$$\varphi'(x) = \varphi(x) \lim_{h\to 0} \frac{\varphi(h)-1}{h} + \varepsilon\,\psi(x) \lim_{h\to 0} \frac{\psi(h)}{h}$$

$$\psi'(x) = \psi(x) \lim_{h\to 0} \frac{\varphi(h)-1}{h} + \varphi(x) \lim_{h\to 0} \frac{\psi(h)}{h}$$

Ținînd seama că $\varphi(0)=1$, $\psi(0)=0$, precum și de (11), obținem

$$\begin{cases} \varphi'(x) = a\,\varphi(x) + \varepsilon\, b\,\psi(x) \\ \psi'(x) = a\,\psi(x) + b\,\varphi(x) \end{cases} \tag{12}$$

Aceste relații demonstrează proprietatea 6.

Formulele (12) ne mai arată că funcțiile φ, ψ sînt indefinit derivabile pe toată dreapta, în particular în origine, dacă ele sînt derivabile în punctul 0. Mai mult, funcțiile φ, ψ sînt funcții analitice. Vom integra sistemul funcțional (6) în condiția că funcțiile φ, ψ sînt derivabile în origine. Atunci sistemul funcțional (6) este echivalent cu sistemul (12), care este un sistem liniar de două ecuații diferențiale cu două funcții necunoscute φ, ψ.

Căutăm soluții de forma

$$\varphi(x) = Ae^{rx}\,,\ \psi(x) = Be^{rx}$$

unde A, B, r sînt constante. Derivînd și ordonînd convenabil, avem

$$\begin{cases} (a-r)A + \varepsilon bB = 0 \\ bA + (a-r)B = 0 \end{cases} \tag{13}$$

care este un sistem liniar și omogen în A, B.
Pentru a avea soluții nebanale, trebuie ca

$$\begin{vmatrix} a-r & \varepsilon b \\ b & a-r \end{vmatrix} = 0, \text{ sau } (r-a)^2 - \varepsilon b^2 = 0 \to r = a \pm b\sqrt{\varepsilon}.$$

Fie $r_1 = a + b\sqrt{\varepsilon}$ Înlocuind în (13), obținem $B_1 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} A_1$

Avem soluția

$$\varphi_1(x) = A_1 e^{(a+b\sqrt{\varepsilon})x}\,,\ \psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} A_1 b^{(a+b)\sqrt{\varepsilon}\,x}$$

Fie și : $r_2 = a - b\sqrt{\varepsilon}$ Obținem din (13) $B_2 = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} A_2$.

Rezultă

$$\varphi_2(x) = A_2 e^{(a-b\sqrt{\varepsilon})x}\ ;\ \psi_2(x) = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} A_2 e^{(a-b\sqrt{\varepsilon})x}$$

Soluţia sistemului (12) se scrie deci

$$\varphi(x) = e^{ax}\left(A_1 e^{\sqrt{\varepsilon}\,bx} + A_2 e^{-\sqrt{\varepsilon}\,bx}\right),\quad \psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} e^{ax}\left(A_1 e^{\sqrt{\varepsilon}\,bx} - A_2 e^{-\sqrt{\varepsilon}\,bx}\right)$$

Dacă ţinem seama de condiţiile $\varphi(0)=1$, $\psi(0)=0$, rezultă

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 1 \\ A_1 - A_2 = 0 \end{cases}$$

de unde

$$A_1 = A_2 = \frac{1}{2}$$

Soluţia sistemului (12) se scrie în definitiv, astfel :

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} e^{ax}\left(e^{\sqrt{\varepsilon}\,bx} + e^{-\sqrt{\varepsilon}\,bx}\right),\quad \psi(x) = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} e^{ax}\left(e^{\sqrt{\varepsilon}\,bx} - e^{-\sqrt{\varepsilon}\,bx}\right)$$

sau

$$[\varphi(x), \psi(x)] = \begin{cases} [c^x \cos bx, c^x \sin bx], \text{ dacă } \varepsilon = -1 \\ [c^x \operatorname{ch} bx, c^x \operatorname{sh} bx], \text{ dacă } \varepsilon = +1 \end{cases}$$

unde am pus

$$c = e^{b}$$

Catedra de matematici III
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Abel, N. H.*, Méthode générale pour trouver des fonctions d'une seule variable — Oeuvres OSLO, 1881 — vol. I.
2. *Th. Angheluţă*, Asupra unei ecuaţii funcţionale, Gazeta matematică şi fizică seria A, 1958.
3. *M. Ghermănescu*, Ecuaţii funcţionale, pag. 473—477, Ed. Acad. R.P.R. 1960.
4. *Th. Angheluţă*, Sur deux systèmes d'écuations fonctionels. Mathematica, 29, 19-22; 1943.
5. *V. Alaci*, Sur deux équations fonctionelles. Mathematica, 19, 23—25; 1943
6. *M. Ghermănescu* — Sur la caractérisation fonctionelle des fonctions trigonométriques, Bull, Ec. Polyt. Jassy, 352—368; 1949.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

C.Z. : 517

DENSITĂȚI ÎNTR-UN CALCUL TENSORIAL MIXT *

D. S. THEIL

1. Fie X_n un spațiu cu n dimensiuni, raportat la două tipuri de coordonate : x^n și s^a, legate între ele prin relațiile

$$ds^a = \lambda_i^a \, dx^i . \tag{1}$$

Formele Pfaff din membrul drept sînt presupuse neintegrabile și de aceea coordonatele s^a se numesc „neolonome". În aceste formule și în tot restul lucrării se presupune că toți indicii variază de la 1 la n; indicii $a,b,..$ se vor referi la variabilele neolonome în timp ce $i,j,..$ se referă la cele olonome. Presupunînd că cele două tipuri de coordonate se transformă prin formulele

$$x^{i'} = x^{i'}(x^1, \ldots, x^n) \tag{2}$$

$$ds^{a'} = A_a^{a'}(x^1, \ldots, x^n)\, ds^a \tag{3}$$

cu condițiile

$$D = |A_i^{i'}| = \partial_i x^{i'} | \neq 0 , \quad \Delta = |A_a^{a'}| = |\partial_a s^{a'}| \neq 0 .$$

Prof. *Gh. Th. Gheorghiu* introduce în lucrările [1], [2], [3] un calcul tensorial mixt față de care λ_i^a este un tensor contravariant neolonom și covariant olonom, transformîndu-se după legea

$$\lambda_{i'}^{a'} = A_a^{a'} \, A_{i'}^i \, \lambda_i^a , \tag{4}$$

unde $A_{i'}^i$, sînt definiți prin relațiile

$$A_{i'}^i , \; A_j^{i'} = \delta_j^i$$

În cursul lucrării prezente se vor folosi și funcțiile $A_{a'}^a$, definite analog A_a^a, $A_b^{a'} = \delta_b^a$.

Se presupune că în (2) și (3) $A_a^{a'}$ sînt invarianți față de o schimbare a coordonatelor olonome și tot așa $A_i^{i'}$ sînt invarianți față de o schimbare a variabilelor neolonome. De asemenea

$$\mathfrak{D} = |\lambda_i^a| \neq 0$$

---

* Seminarul de geometrie diferențială, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

astfel încît formulele (1) se pot inversa

$$dx^i = \lambda_a^i \, ds^a$$

unde

$$\lambda_i^a \, \lambda_b^i = \delta_q^a, \quad \lambda_i^a \, \lambda_a^j = \delta_i^j.$$

Componentele neolonome ale unui tensor $T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_p}$ dat în coordonatele olonome, vor fi

$$T_{a_1 \dots a_p}{}^{b_1 \dots b_q} = \lambda_{a_1}^{i_1} \cdot \dots \cdot \lambda_{a_p}^{i_p} \lambda_{j_1}^{b_1} \cdot \dots \cdot \lambda_{j_q}^{b_q} T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_q}$$

Pornind de la lucrarea [4] în care prof. *Gh. Th. Gheorghiu* a considerat o densitate scalară neolonomă, în cele ce urmează se propune un studiu al densităților într-un calcul tensorial mixt raportat la coordonate reale.

Prin definiție o cantitate geometrică de p ori covariantă și de q ori contravariantă este o *densitate mixtă* de pondere olonomă r și neolonomă r' (sau, mai scurt, de pondere (r,r')), dacă la o schimbare de coordonate se transformă după legea :

$$T_{i'_1 \dots i'_p}{}^{j'_1 \dots j'_q} = D^{-r} \Delta^{-r'} A_{i'_1}^{i_1} \cdot \dots \cdot A_{i'_p}^{i_p} \cdot A_{j_1}^{j'_1} \cdot \dots \cdot A_{j_q}^{j'_q} T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_q} \qquad (5)$$

Această definiție este invariantă față de tipul componentelor în care este exprimată. Într-adevăr, componentele neolonome ale densității tensoriale considerată mai sus vor fi

$$T_{a'_1 \dots a'_p}{}^{b'_1 \dots b'_q} = \lambda_{a'_1}^{i'_1} \cdot \dots \cdot \lambda_{a'_p}^{i'_p} \cdot \lambda_{j'_1}^{b'_1} \cdot \dots \cdot \lambda_{j'_q}^{b'_q} T_{i'_1 \dots i'_p}{}^{\dots j'_q}$$

$$= D^{-r} \Delta^{-r'} \lambda_{a_1}^{i'_1} A_{i_1}^{i_1} \cdot \dots \cdot \lambda_{a_p}^{i'_p} A_{i_p}^{i_p} \lambda_{j_1}^{b'_1} A_{j_1}^{j'_1} \cdot \dots \cdot \lambda_{j_q}^{b'_q} A_{j_q}^{j'_q} T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_q} =$$

$$= D^{-r} \Delta^{-r'} A_{a'_1}^{a_1} \lambda_{a_1}^{i_1} \cdot \dots \cdot A_{a'_p}^{a_p} \lambda_{a_p}^{i_p} A_{b_1}^{b'_1} \lambda_{j_1}^{b_1} \cdot \dots \cdot A_{b'_q}^{b_q} \lambda_{j_q}^{b_q} T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_q} =$$

$$= D^{-r} \Delta^{-r'} A_{a_1}^{a_1} \cdot \dots \cdot A_{a'_1}^{a} \cdot A_{b_1}^{b'_1} \cdot \dots \cdot A_{b'_q}^{b'_q} T_{a_1 \dots a_p}{}^{b_1 \dots b_q}.$$

Deci componentele neolonome ale densității tensoriale considerate se transformă după aceeași lege ca și cele olonome.

Din definiția dată rezultă următoarele proprietăți :

a) Suma a două densități de aceeași pondere (r,r') este o densitate de pondere (r,r').

b) Produsul exterior sau interior a două densități de ponderi (r,r') și (q,q') este o densitate de pondere $(r+q, r'+q')$.

c) Densitățile tensoriale se supun legii cîtului, adică dacă $T_{i_1 \dots i_p}^{\ \ j_1 \dots j_q} U^{i_1 \dots i_p}{}_{j_1 \dots j_q}$ este o densitate scalară de pondere (r,r') oricare ar fi densitatea tensorială $U^{i_1 \dots i_p}{}_{j_1 \dots j_q}$ de pondere (q,q'), atunci $T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_q}$ este o densitate tensorială de pondere $(r-q, r'-q')$. Aceasta afirmație rezultă din

$$T_{i'_1 \dots i'_p}{}^{j'_1 \dots j'_q} U^{i'_1 \dots i_p}{}_{j'_1 \dots j'_q} = D^{-r} \Delta^{-r'} T_{i_1 \dots i_p}{}^{j_1 \dots j_q} U^{i_1 \dots i_p}{}_{j_1 \dots j_q}$$

care implică

$$T_{i'_1 \dots i'_p}^{\quad j'_1 \dots j'_q} D^{-r} \Delta^{-r'} \cdot A^{i'_1}_{i_1} \cdot \dots \cdot A^{i'_p}_{i_p} A^{j_1}_{j'_1} \cdot \dots \cdot A^{j_p}_{j'_q} U^{i_1 \dots i_p}_{\quad j_1 \dots j_q} =$$

$$= D^{-r} \Delta^{-r_1} T_{i_1 \dots i_p}^{\quad j_1 \dots j_q} U^{i_1 \dots i_p}_{\quad j_1 \dots j_q}$$

Această relație în virtutea ipotezei este o identitate și conduce la

$$T_{i'_1 \dots i'_p}^{\quad j'_1 \dots j'_q} = D^{-r+q} \Delta^{-r'+q'} A^{i_1}_{i'_1} \cdot \dots \cdot A^{i_p}_{i'_p} \cdot A^{j'}_{j_1} \cdot \dots \cdot A^{j'_q}_{j_q} T_{i_1 \dots i_p}^{\quad j_1 \dots j_q} \tag{6}$$

Relația (6) se poate transpune în componente neolonome în același mod ca și (5).

Formularea de mai sus a legii cîtului nu este cea mai generală, dar ea poate fi demonstrată în toate cazurile.

Un exemplu de densitate mixtă de pondere $(+1, -1)$ este determinantul $\mathfrak{D} = |\lambda^a_i|$ care se transformă după regula

$$\mathfrak{D}' = D^{-1} \Delta \mathfrak{D} \tag{4'}$$

2. În cele ce urmează se va folosi denumirea de „cantitate geometrică" pentru tensori și densități tensoriale ([5], p. 68).

Operatorul δ aplicat cantității geometrice Φ definită într-o vecinătate a unui punct al varietății mixte X_n se numește *diferențială covariantă* dacă îndeplinește următoarele condiții :

a) $\delta\Phi$ se transformă după aceeași lege ca și Φ

b) $\delta(\Phi + \tau) = (\delta\Phi) + \delta\tau$ (dacă Λ și τ se pot aduna)

c) $\delta(\Phi\chi) = (\delta\Phi)\,\chi + \Phi\delta\chi$ (unde χ este un tensor sau o densitate tensorială oarecare, iar produsul poate fi exterior sau interior).

d) dacă Φ este un scalar $\delta\Phi = d\Phi$ unde „d" este operatorul de diferențiere ordinară.

e) $\delta\Phi$ este o funcție liniar omogenă în diferențialele variabilelor sistemului de coordonate considerat.

Pentru a evidenția mai ușor proprietățile diferențialei covariante se consideră într-un sistem de coordonate al varietății X_n, n^3 parametri Γ^k_{ij} care la o transformare de coordonate (2) se schimbă după legea

$$\Gamma^{k'}_{i'j'} = A^i_{i'}\, A^j_{j'}\, A^{k'}_k \quad \Gamma^k_{ij} - A^i_{i'}\, A^{i'}_{j'}\, \partial_i\, A^{k'}_j \tag{7}$$

iar la trecerea într-un sistem de coordonate neolonome (1) vor fi

$$\gamma^c_{ab} = \lambda^i_a\, \lambda^j_b\, \lambda^c_k\, \Gamma^k_{ij} - \lambda^i_a\, \lambda^j_b\, \partial_i\, \lambda^c_j \tag{8}$$

Din (7) și (8) rezultă că la o transformare de coordonate (3) noii coeficienți $\gamma^{c'}_{a'b'}$ vor avea expresia :

$$\gamma^{c'}_{a'b'} = A^a_{a'}\, A^b_{b'}\, A^{c'}_c\, \gamma^c_{ab} - A^a_{a'}\, A^b_{b'}\, \partial_a\, A^{c'}_b .$$

În vederea construirii diferențialei covariante a unei densități scalare P de pondere mixtă (r, r') se diferențiază legea de transformare a acestei cantități geometrice :

$$P' = D^{-r}\, \Delta^{-r'}\, P \tag{9}$$

$$dP' = -rD^{-r-1}\, dD\, \Delta^{-r'}\, P - r' D^{-r}\, \Delta^{-r-1}\, d\Delta\, P + D^{-r}\, \Delta^{-r'}\, dP \tag{10}$$

Dar

$$dD = d\,|\,A_{i}^{i'}\,| = (\partial_i A_j^{i'})\,A_{i'}^{i} D\,dj =$$
$$= (A_k^{i'}\,\Gamma_{ji}^{k} - A_j^{i'}\,A_q^{q'}\,\Gamma_{j'i'}^{i'})\,A_{i'}^{i} D\,dx^j =$$
$$= (\Gamma_{ji}^{i} - A_j^{i'}\,\Gamma_{j'i'}^{i'})\,D\,dx^j$$

și deci

$$dD = D\,(\Gamma_{ji}^{i}\,dx^j - \Gamma_{j'i'}^{i'}\,dj)\,. \tag{11}$$

Analog

$$d\Delta = d\,|\,A_{a}^{a'}\,| = \Delta\,(\gamma_{ba}^{a}\,ds^b - \gamma_{b'a'}^{a'}\,ds^{b'}) \tag{12}$$

Introducînd (11) și (12) în (10) și grupînd se obține

$$dP' - rP'\,\Gamma_{j'i'}^{i'}\,dx^{j'} - r'\,P'\,\gamma_{b'a'}^{a'}\,ds^{b'} = D^{-r}\Delta^{-r'}\,(dP - rP\,\Gamma_{ji}^{i}\,dx^j -$$
$$- r'\,P\,\gamma_{ba}^{a}\,ds^b).$$

Se observă direct că expresia

$$\delta P = dP - rP\,\Gamma_{ji}^{i}\,dx^j - r'\,\gamma_{ba}^{a}\,ds^b$$

satisface condițiile a) și e) din definiția diferențialei covariante. Condițiile b) și c) sînt și ele îndeplinite dacă χ este o densitate scalară sau un tensor. În cazul în care χ este o densitate tensorială, condiția c) servește drept definiția diferențialei covariante a acestei cantități geometrice.

Derivata covariantă în raport cu o variabilă olonomă x^j (resp. neolonomă s^a) se definește analog cu diferențiala covariantă și se deduce din (9) calculînd mai întîi derivata ordinară a relației în raport cu variabila $x^{j'}$:

$$P' = -rD^{-r-1}\,\partial_j D\,A_{j'}^{j}\,\Delta^{-r'}\,P - r'\,D^{-r}\,\Delta^{-r'-1}\,\partial_b \Delta\,\lambda_b^j\,A_{j'}^{j}\,P +$$
$$+ D^{-r}\,\Delta^{-r'}\,\partial_j P \cdot A_{j'}^{j}, \tag{13}$$

unde

$$\partial_j D = (\partial_j A_i^{i'})\,A_{i'}^{i} D = D\,(\Gamma_{ji}^{i} - \Gamma_{j'i'}^{i'} A_j^{j'}) \tag{14}$$

și

$$\partial_b \Delta = (\partial^a A_a^{a'})\,A_{a'}^{a}\,\Delta = \Delta\,(\gamma_{ba}^{a} - \gamma_{b'a'}^{a'} A_b^{b'}) \tag{15}$$

Introducînd (14) și (15) în (13) și grupînd se obține

$$\partial_{j'} P' - rP'\,\Gamma_{j'i'}^{i'} - r'P'\,\gamma_{b'a'}^{a'}\,\lambda_{j'}^{b'} = D^{-r}\,\Delta^{-r'}\,A_{j'}^{j}\,(\partial_j P -$$
$$- rP\,\Gamma_{ji}^{i} - r'P\,\gamma_{ba}^{a}\,\lambda_j^b) \tag{16}$$

Din (16) rezultă că

$$P_{,\,j} = \partial_j P - rP\,\Gamma_{ji}^{i} - r'P\,\gamma_{ba}^{a}\,\lambda_j^b$$

este o densitate vectorială cu indice de covarianță olonomă și de aceeași pondere cu P. $P_{,\,j}$ satisface toate condițiile cerute de definiția derivatei covariante.

Derivata covariantă a unei densități scalare mixte în raport cu o variabilă neolonomă s^a se introduce sub forma :

$$P_{,\,b} = \lambda_b^j\,P_{,\,j} = \lambda_b^j\,\partial_j\,P - rP\,\Gamma_{ji}^{i}\,\lambda_b^j - r'P\,\gamma_{ca}^{a}\,\lambda_j^c\,\lambda_b^j =$$
$$= \partial_b P - rP\,\Gamma_{ii}^{i}\,\lambda_b^j - r'P\,\gamma_{ba}^{a}$$

și satisface de asemenea cerințele definiției.

Avînd în vedere că orice densitate tensorială se poate scrie ca un produs dintre un tensor și o densitate scalară, diferențialele și derivatele covariante ale densităților tensoriale mixte vor fi consecințele celor expuse mai sus.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Th. Gheorghiu*, Sur un calcul tensoriel mixte. Atti della Acc. Sci. di Bologna, Rendiconti, Serie XII t. III, 1965—66, p. 49.
2. *Gh. Th. Gheorghiu*, Des coordonnées normales dans un calcul absolut mixt relativement à un espace riemannien. Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées. XIII, 1968, p. 451.
3. *Gh. Th. Gheorghiu*, Des coordonnées normales mixtes dans un espace à connexion affine. Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, vol. XXXVIII, 1968.
4. *Gh. Th. Gheorghiu*, O clasă particulară de spații cu conexiune afină, Studii și Cercetări Matematice, Tomul 21, nr. 8, p. 1157, București 1969.
5. *J. A. Schouten*, Ricci Calculus, Springer Verlag Berlin 1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 547.571

MASSANALYTISCHE BESTIMMUNG AROMATISCHER ALDEHYDE MIT NATRIUMCHLORIT *

F. M. ALBERT, MARIA STOIA, MARIA VĂLEANU

In früheren Arbeiten (1—2) haben wir das Natriumchlorit als Oxydationsmittel für Bestimmung aromatischer Amine verwendet.

In der vorliegenden Arbeit haben wir die Massanalytische Bestimmung mit Natriumchlorit auf die Aldehyde übergetragen.

Ausser den klassischen, für die Bestimmung Carbonylverbindungen, verwendeten Methoden (mit Hydroxyamin, Phenylhydrazin sowie seine nitrierten und bromierten Verbindungen, komplexometrische Methoden u.a.), wurden in den letzten Jahren in der Fachliteratur auch andere vorgeschlagen, die sich auf Oxydation (3, 4) oder auf Bestimmung der Turbiditätin Gegenwart von iso-Buthylalkol (5) beruhen.

Die von uns ausgarbeitete Methode besteht aus Zugabe eines Überschusses von Chlorit in die mit Chlorwasserstoffsaüre angesaüerten Aldehydlösung und iodometrisches Rücktitrieren des Überschusses mit Natriumthiosulfat.

Es wurden die Arbeitsbedingungen festgestellt : pH, Konzentration der Chlorit und der Aldehydlösung, Reaktionszeit.

Es wurden untersucht : Benzaldehyd, Anisaldehyd, Salicylaldehyd, Furfurol, o-, m- und p-Nitrobenzaldehyd, o-, m- und p-Chlorbenzaldehyd.

Für jedes der zehn untersuchten Aldehyde wurde mit 0,025 m und 0,1 m äthanolische Lösungen gearbeitat.

Die Reaktionszeit bei pH 1 ist 5 min.

Wen man die Ergebnisse der Bestimmungen auf ein Diagram aufträgt und zwar die verbrauchte Thiosulfatlösung $\Delta = V_2 - V_1$ (Differenz zwischen Titrierung der Blind und Hauptprobe) zum Gewicht des Aldehyds A in der Analysenprobe, so entstehen Geraden din in den Abb. 1—6 wiedergegehen sind.

Man stellt die Gleichungen der erhaltenen Geraden, für jedes Aldehyd und für alle Konzentrationen, auf. Die Gleichungen haben die Form

$$\text{mg } A = a\Delta - b.$$

* Eingegangen am 6 April 1970.

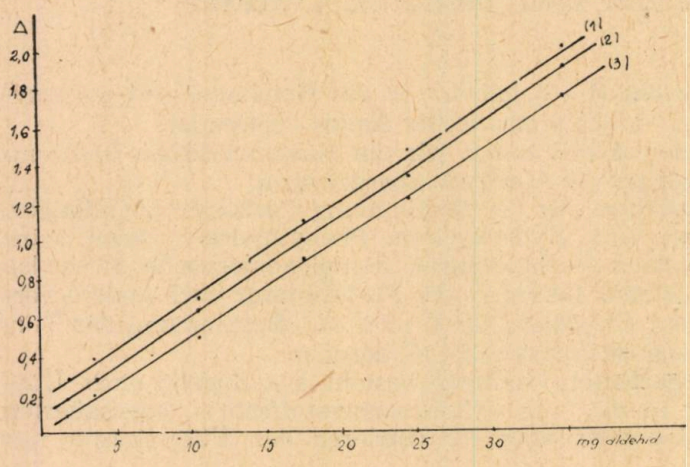
Die Werte von a und b sind in der Tabelle 1 eingetragen.

Die Ergäbnisse können auch in Prozente Aldehyd ($\%A$), mit Hilfe der Gleichung ausgedrückt werden :

$$\% A = \frac{100 (a\Delta - b)}{V}$$

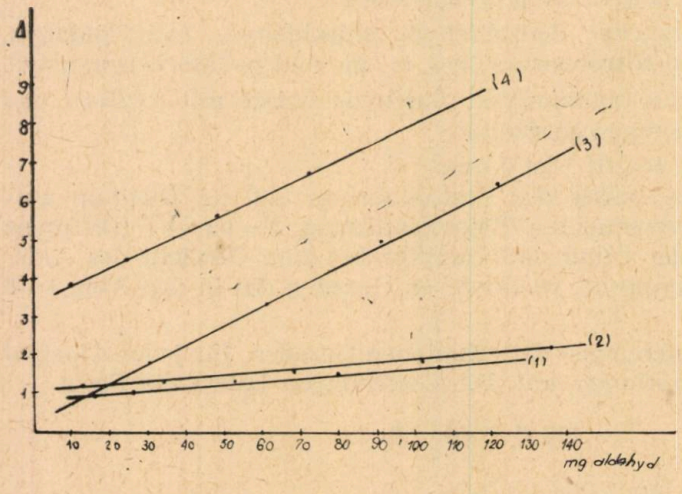
wo V das Volumen der Aldehydlösung bedeutet.

Aus den Diagramen kann man schliessen dass für alle untersuchten Aldehyden in 0,05 m — Lösungen gute Ergebnisse erhalten werden können. Die Ergebnisse sind auch für 0,1 m — Lösungen, mit Ausnahme von Benzaldehyd und Anisaldehyd, gut. In meisten Fällen überschreiten die Fehler nicht 0,5 %.



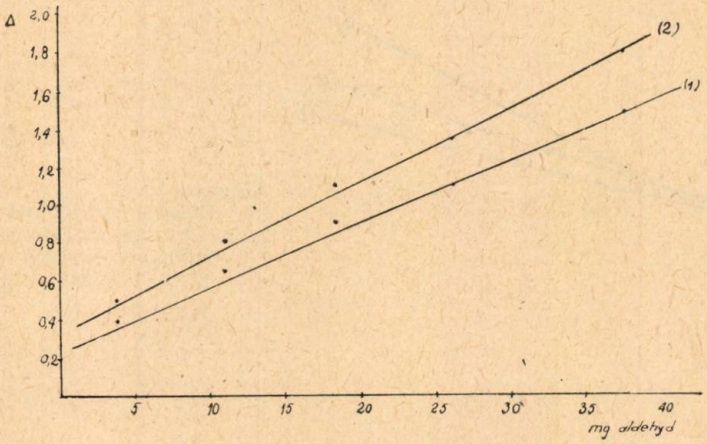
Aldehyd 0,025 M
1. o. Chlorbenzaldehyd
2. m. Chlorbenzaldehyd
3. p. Chlorbenzaldehyd
Δ — $Na_2S_2O_3$ 0,1 N verbraucht (ml)

Abb. 1



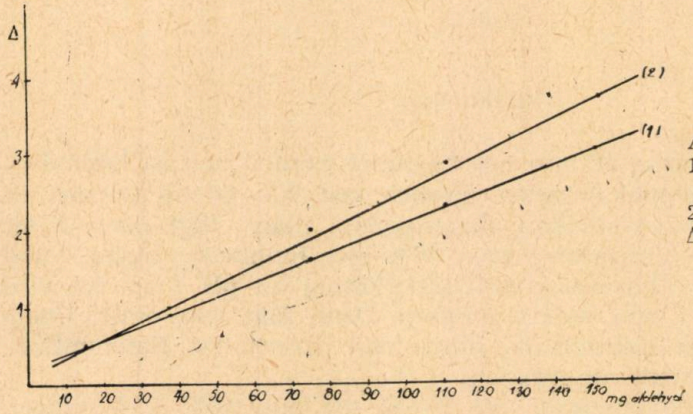
Aldehyd 0,1 N
1. Benzaldehyd
2. Anisaldehyd
3. Salicylaldehyd
4. Furfurol
Δ — $Na_2S_2O_3$ 0,1 N verbraucht (ml)

Abb. 2



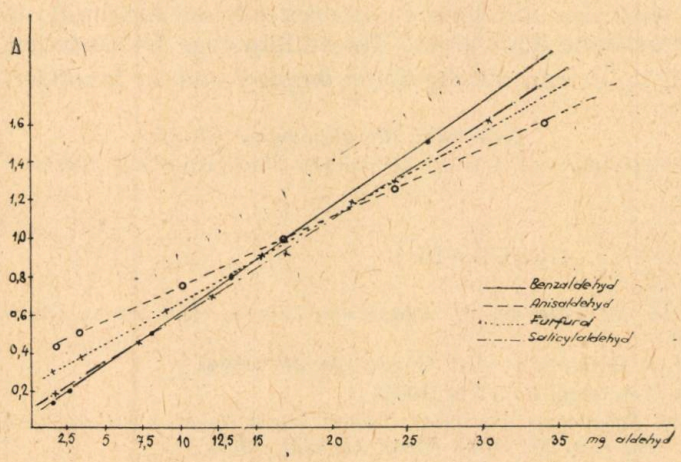
Aldehyd 0,025 N
1.0 — und m-Nitrobenzaldehyd.
2. p-Nitrobenzaldehyd
Δ-$Na_2S_2O_3$ 0,1 N verbraucht (ml)

Abb. 3



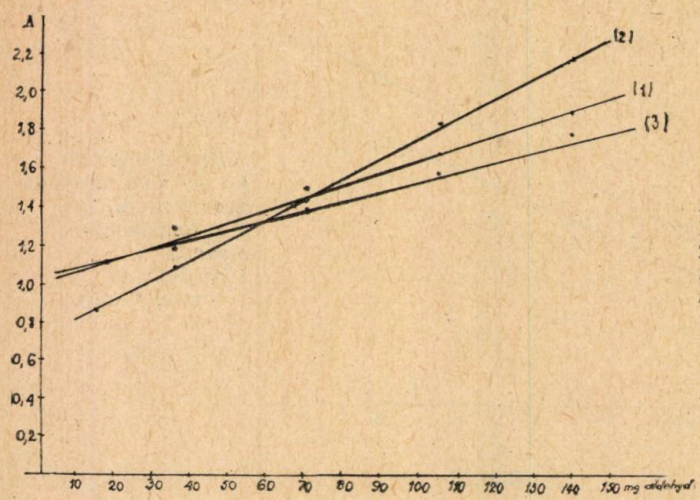
Aldehyd 0,1 N
1. o — und m-Nitrobenzaldehyd
2. p — Nitrobenzaldehyd
Δ — $Na_2S_2O_3$ 0,1 N verbraucht (ml)

Abb. 4



Aldehyd 0,025 N
Benzaldehyd
Anisaldehyd
Furfurol
Salicylaldehyd
Δ — $Na_2S_2O_3$ 0,1 N verbraucht (ml)

Abb. 5



Aldehyd 0,1 N
1. o - Chlorbenezaldehyd
2. m - Chlorbenzaldehyd
3. p- Chlorbenzaldehyd
A — $Na_2S_2O_3$ verbraucht (ml)

Abb. 6

Ausführung

Die methode kann in 10 min durchgeführt werden und ist besonders und Auflösen in Äthanol erhalten. Proben von 0,5—10 ml werden in verschlossenen Erlenmeyerkolben eingetragen, man fügt dann 5 ml 1,13%-igen Natriumchloritlösung (von 80%-iger Reihheit) hinzu, und saüert mit 20%-iger Chlorwasserstoffssäuerlösung bis pH 1 an. Es wird gut umgerührt und 5 min stehen gelassen. Dann fügt man einen Überschuss von 10%-igen Kaliumiodid hinzu und titriert mit Natriumthiosulfat 0,1 m in Gegenwart von Amidon.

Es wurden Aldehydmengen von 1—35 mg aus 0,025 m-Lösungen und 10—150 mg aus 0,1 m-Lösungen bestimmt.

In gleicher Weise wird eine Blindprobe vorbereitet (ohne Aldehyd) um die dem Chlorit entsprechende äquivalente Thiosulfatmenge festzustellen.

Die methode kann in 10 min durchgeführt werden und ist besonders einfach.

Lehrstuhl für allgemeine Chemie
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *F. M. Albert, V. Cimpu, M. Văleanu, El. Rădulescu-Grigore,* Rev. Roum. Chim. 11 (2). 1443 (1966).
2. *Gr. Popa, F. M. Albert, E. Grigore,* Z. anal. Chem. 199. 210 (1964).
3. *Tikhonova V. I.,* Khim. Tehnolog. 6 (5) 744 (1963).
4. *A. S. Maslenikov, G. N. Pajavaeva,* Sb. Trud. Tsentr. Nauk. Isled. i Proekt. Inst. Lesokhim. Prom. 1965 (15). 93 ; Anal. Abstr. 12. 4631 (1965).
5. *I. Ja. Gaivoronskaia, E. K. Miketin,* Zh. anal. Khim. 22 (3) 461 (1967).

Tabelle 1

Aldehyd	Konzentration (moli/l)	*a*	*b*
Benzaldehyd	0,1	113,62	88,54
	0,025	18,94	1,89
Aldehyd anisic	0,1	123,69	126,78
	0,025	27,68	10,28
Salicilic aldehyd	0,1	19,97	5,77
	0,025	22,01	4,58
Furfurol	0,1	21,82	74,16
	0,025	19,76	1,69
o-Nitro-benzaldehyd	0,1	53,94	10,79
	0,025	30,90	8,58
m-Nitro-benzaldehyd	0,1	53,94	10,79
	0,025	30,90	8,58
p-Nitro-benzaldehyd	0,1	41,96	4,20
	0,025	26,65	8,12
o-Clor-benzaldehyd	0,1	175,62	193,18
	0,025	19,85	4,19
m-Clor-benzaldehyd	0,1	95,80	70,25
	0,025	19,75	2,19
p-Clor-benzaldehyd	0,1	175,62	175,62
	0,025	20,39	0,56

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GEORGHIU DEJ"
BUCUREŞTI
Volumul XXXIII — 1971. Numărul 6

C.Z. : 669.162.16

LA SITUATION ACTUELLE ET LES PERSPECTIVES DES NOUVELLES METHODES POUR LA FABRICATION DU COKE *)

IOAN ŞTEFĂNESCU

1. La conjoncture actuelle du marché mondial du combustible sidérurgique

Le plus ardent problème du développement actuel de l'industrie sidérurgique et minière la crise du marché mondial du coke et des charbons cokéfiables, la discrépance entre la demande et l'offerte.

Quelles sont les causes de cette situation et comment y est-on arrivé ?

Pendant les dernières 10—15 années, à la suite du perfectionnement de la techniques des haute fourneaux, la mise au mille a enregistré des considérables abaisemente ,en arrivant, de 800—1000 kg coke/t fonte, à des avleurs d'environ 450 kg/t fonte, près de la valeur théorique minime.

Dans ces conditions, dans les pays avec une industrie minière et cokière développée et caractérisée par des rythmes lentes d'accroissement de la production du métal, i est apparu un evcédent de coke, qui a provoqué la fermeture denombreuses cokeries et mines et la perte totale de l'intérêt pour les investissements dans ces secteurs ; la situation a été aggravée par les difficultés économiques de lindustrie cokière, comme suite de la pression exercitée par les prix des produits petro-chimiques, beaucoup plus compétitifs que ceux des produits chimiques équivalents, provenant des cokeries.

Ainsi par exemple, dans les pays de la Communauté Européene du Charbon et le l'acier, la production du coke a baissé de 84 mille tones en 1961 à seulement 70 mille tones en 1970.

Mais, concomitant à l'approfondissement de cette conjoncture défavorable du marché du charbon et du coke, la production de l'acier a enregistré des rythmes accentués d'accroissement.

Le tableau1présente l'évolution de la production mondiale de coke, fonte et acier pendant les dernières 69 années.

*) Conférenece présentée à la Faculté de sciences appliquées de l'Université de Gand/Belgique, mars 1971.

Tableau 1

La production de coke et métal
— mille tones —

	Annee	Coke	Fonte	Acier
	1900	53.500	41.000	28.400
	1969	320.000	405.000	565.000
Accroissement	1969/1900	6,2 fois	9,9 fois	20,1 fois

Récement, le rythme d'augmentation de la production d'acier a atteint des valeurs encore plus grandes.

Mais non seulement ça : sur cette puissante augmentation de la production de l'acier s'est superposé un autre phénomène, le développement du procédé d'élaboration de l'acier dans les convertisseurs à l'oxygène, qui est devenu la technologie dominante dans les aciéries. Or, les convertisseurs sont alimentés — on peut dire integrallement — avec de la fonte liquide, comparatif au vieux procédé des fourneaux Martin, où la fonte liquide constitue en général au dessous de 40% de la charge métallique. Cette augmentation de la production de l'acier, associée à l'accroissement de la consommation de la fonte pour l'acier a conduit, en dépit de la diminution sensible de la mise au mille de coke par tone de fonte, a l'enregistrement d'une brusque et très prononcée augmentation du nécessaire absolut de coke métallurgique.

Ainsi, les nouveaux demandes de coke sidérurgique ont trouvé les industries cokières et minières au pied levé, épuisées de plusieurs années sans investissements et sans renouvellements : des cokeries et mines fermées, la dotation technique des unités existentes vieillie, des réserves de charbon indisponibles à cause d umanque de préparation de nouvelles mines et de fronte d'abatage pour ouverture et exploitation.

Plus encore, dans la période 1967—1968, on été fermées, pour la raison d'avoir dépassé la durée maxime de service, un important nombre de batteries de fours à coke. Or, cest justement ce complexe de situations et de processus qui a transformé le coke et le cahrbon cokéfiant, de produits excédentaires en marchandises rares, de plus en plus solicités et chers.

L'industrie du coke est subitement devenue, d'un secteur statique, déficitaire, maintenu en grande partie par les subventions de l'Etat, un secteur dinamique, en pleine ascension et progrès technique et scientifique ; on remet en oeuvre des unités fermées, on prend des mesures d'augmentation de la productivité des cokeries existentes et on construit des nouvelles capacités.

2. La technologie classique de cokéfaction — limites et insuffisances

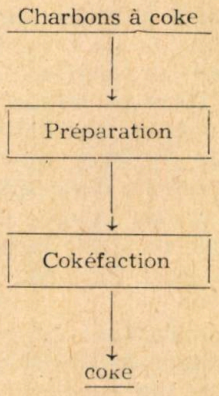
On sait que, le processus de cokéfaction représente le chaffage du charbon, en absence de l'air, à des températures de 950—1000°C.

Dans le cas de charbons cokéfiables, caractérisés par l'atteinte d'un certain stade d'éovlution de la structure intime, leur masse se ramolisse pendant la décomposition pyrogénétique à des températures de 350—400°C.

passe par un état plastique plus ou moins visqueux et puis subit une resolidification ; après la formation du semi-coke, à des températures de plus de 450—500°C, sa substance se dégase et en même temps a lieu un processus d'augmentation de da résistence mécanique du matériel, aussi que des processus de contraction et fissuration.

Il en résulte donc évidemment que, pour la fabrication du coke par la méthode habituelle, classique, conventionelle, on ne peut pas utiliser des charbons quelconques, mais seulement des charbons ou des mélanges qui atteignent un certain niveau de capacité d'agglutination-cokéfication, c'est à dire les charbons cokéfiables.

Principe du procédé classique de cokéfaction



La figure 1 présente le principe du procédé classique de cokéfication, consistant de la préparation des charbons (broyage, dosage-mélange, enfournement) et la cokéfaction dans des fours parallélipipédiques longues et étroites, où le chaffage de la charge s'effectue indirectement, par les parois latérales céramiques.

Cette technologie classique de la fabrication du coke présente de nombreaux inconvénients, qui, spécialement dans les conditions actuelles de la crise du coke, imposent soit une urgente et efficiente amélioration, soit la recherche de nouvelles solutions pour la fabrication du coke.

Parmi les mesures ayant comme but le perfectionnement de la technologie classique, on peut mentionner :

a. L'élargissement, en certaines limites, de la gamme des matières pour la cokéfaction et par conséquence la réduction des frais de l'approvisionnement avec des charbons, cause du prix d'acquisition des houilles à faible pouvoir agglutinant, qui est plus bas que celui des charbons cokéfiables (presque 40%).

La réalisation de ces mesures est possible par la préparation appropriée du charbon, par l'emploi des additions correctives à la charge et par la cokéfaction en régime thermique plus rapide.

b. Concentration de la production en grandes unités (plus de 4000 t/jour), en grandes batteries (plus de 70 ou même 100 fours), aussi que l'emploi des fours à grandvolume(accroissement de 20 à 30 ou même 40 m^3).

c. La troisième voie c'est l'augmentation de la productivité des fours pardes mesures constructives ou d'exploitation.

d. La quatrième voie d'amélioration c'est l'extension des automatisation partielles, la manutention centralisée, l'application des méthodes statistique-mathématiques dans la choix des pâtes optimes et dans le réglage du régime thermique.

e. Enfin, la cinquième mesure c'est l'amélioriationde l'économicité, en établissant le meilleur assortiment des sous-produits chimiques de la cokéfaction.

Lefficacité de ces mesures est indubitablement importante ; pourtant elle restent seulement des mesures correctives, a application et résultats limités, sans resoudre intégralement les manques de la technologie classique de cokéfaction.

Pour une solution radicale, on doit reccurir à des voies nouvelles, en abandonnant la méthode classique de la fabrication du coke.

Parmi ces solutions radicales, on peut mentionner :

a. La métallurgie sans coke (u'électrométalurgie, la réduction directe des minerais etc.) ; mais les diverses méthodes de cette catégorie, dont quelqu'unes sont arrivées à la phase semiindustrielle ou industrielle restreinte, n'ont pas l'universalité du haut fourneau, ne peuvent pas servir comme pase pour le développement dune sidérurgie indépendante ; elles peuvent tout au plus constituie des sources auxiliaires de métal. D'après les plus optimistes évaluations, en 1980 la proportion de métal produit par d'autres méthodes que le haut fourneau ne dépassers pas 5% de la production totale de fonte.

b. La deuxième solution radicale est constituée par des méthodes de la fabrication du coke, fondamentalement différentes de la technologie classique de cokéfaction, en ce qui concerne les bases théoriques et les principes technologiques.

Sur ces méthodes, qui constituent, à mon avis, la meilleure solution de perspective du problème du coke, je vous propose de nous arrêter d'avantage en ce qui suit.

3.Nouveaux procédés de cokéfaction — bases théoriques, principes, classification

En partant du mécanisme de la formation de coke classique à base de charbons cok-fiables, les nouvelles méthodes de fabrication du coke cherchent la mise en valeur, du point de vue technologique, de l'une ou de l'autre caractéristique de scharbons, en utilisant diverses solutions d'agglomération et de durcissement, liants et plastifiants, diverses additions correctives, en appliquant l'agglomération — tassement par briquettage ou pelletisation, le chaffage rapides, les traitements thermiques et oxydants préalables ou postérieurs à la cokéfaction proprement dite ; elles se proposent d'obtenir comme produit final un matériel semblable ou supérieur au coke classique, ayant tout àla fois comme but de supprimer les manques de la technologie conventionnelle de cokéfaction.

En fait, la nécessité du développement des nouvelles méthodes de la fabrication du coke c'est le résultat de quatre considération :

a. L'insuffisance des ressources de charbon à coke et la disponibilité plus large des autres charbons ; du total des charbons, seulement 18—20% représentent aujourd'hui la proportion des réserves de charbon à coke.

De plus, les charbons faible pouvoir agglutinant sont beaucoup moins chers, comme on a déja mentionné ; leur prix est de 40% plus bas que celui des charbons à coke.

b. Une deuxième considération c'est la faible efficacité économique du processus classique de cokéfaction, discontinu, compplqué, rigide, à productivité réduite, cher.

c. Les préocupations pour la développement des nouvelles technologies de cokéfaction sont aussi générés par les exigences pour la qualité du coke, sourtout en ce qui concerne d'unifomité granulométrique, la forme régulière, la résistance mécanique augmentée.

d. Enfin, on prévoit que quelqu'unes des nouvelles méthodes de cokéfaction resolvent les problèmes de la pollution de l'atmosphère et des ceux, que la technologie classique ne peut pas résoudre.

La variété des nouveaux procédés de la fabrication du coke est particullièrement grande ; notamment, dans les dernières dix années ont apparu un grand nombre de nouvelles méthodes.

Conformément à une sistématisation popre, originale, élaborée à partir des principes théoriques et technologiques communs, on groupe selon la figure 2 — les différents procédés non-conventionelles de cokéfaction en trois catégories, en fonction du nombre des opérations de traitement pyrogénétique :

— procédés à une seule étape de traitement thermique ;

— procédés à deux ou plusieurs étapes de traitement thermique ;

— procédés à un traitement thermique partiel, où seulement une partie de la matière premiére est soumise à un traitement thermique partiel, préalable à la cokéfaction proprement dite.

Parmi les nombreuses méthodes mentionnées, seulement quedqu'une sont arrivées aux étapes avancées de développement, en phase sémiindustrielle ou même industrielle, avec la vérification du comportement du coke dans le haut fourneau et présentant de sérieuses perspectives d'application.

Nous nous arrêterons en ce qui suit sur quelqu'uns des plus caractéristiques, intérésantes et de perspective procédés de cokéfaction, en présentant brièvement leur principe technologique et l'étape actuelle de développement.

Ainsi :

a. *La cokéfaction sur grilles-chaines* est caractérisé par la continuité du processus et par le chauffage rapide, qui favorise l'agglutination du charbon. La schéma technologique est très simple (figure 3). Ainsi, dans les différentes variantes du procédé Shawinigan, le charbon brut ou préconcassé, est cokéfie en couche mince sur une grille-chaine métallique, mobile, avec soufflage inférieur d'air chad pour la combustion partielle du charbon et des matièeres volatiles, en vue de réaliser l'apport thermique des avleurs d'environ 450 kg/t fonte, près de la valeur théorique minime

La productivité de l'installation est très grandes (180—300 kg charbon par m^2 chaine et heure, tandis que dans les fours classiques à coke, la productivité est de 10—12 kg/m^2h).

Classification des nouveaux procédés pour la fabrication du coke

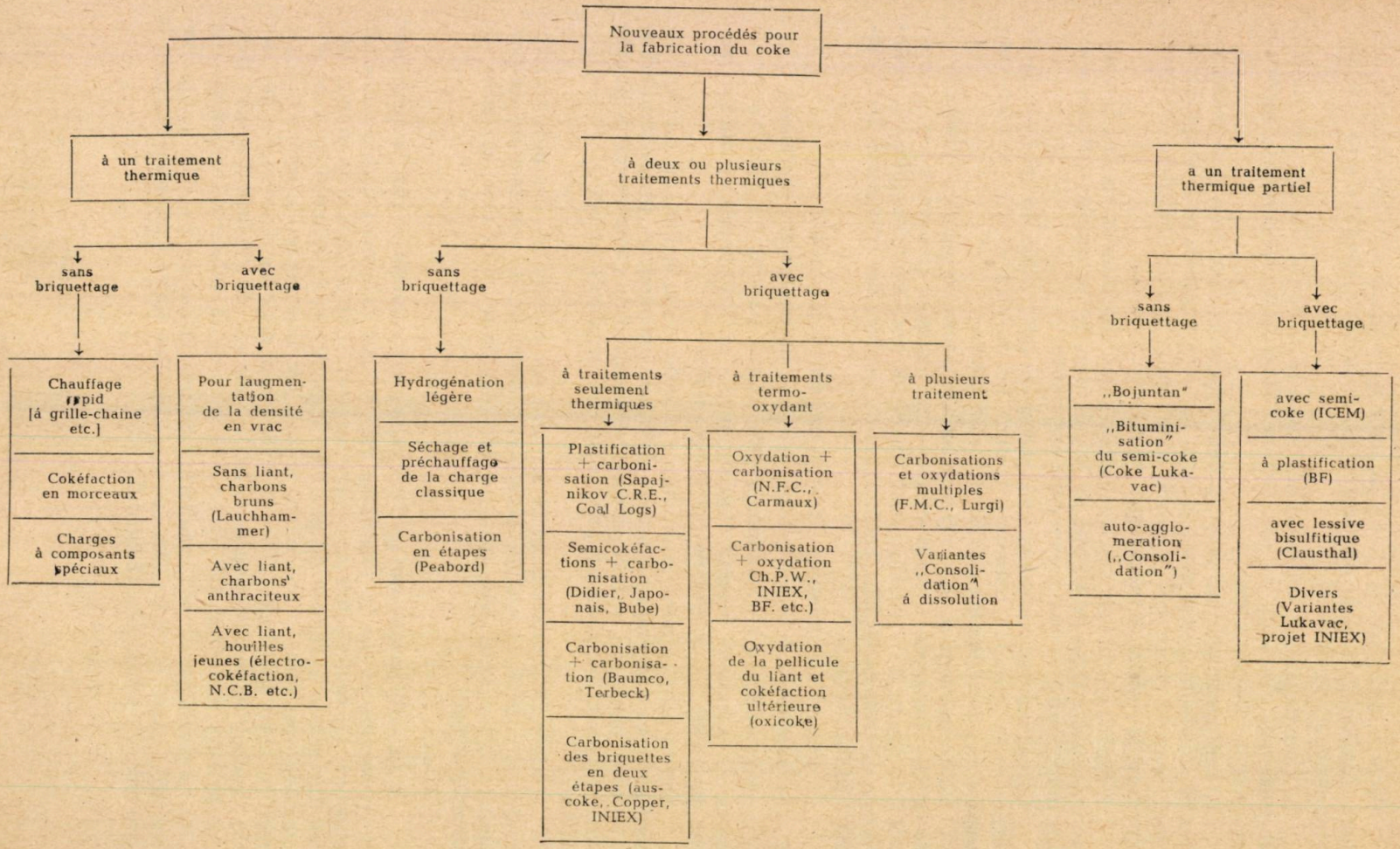
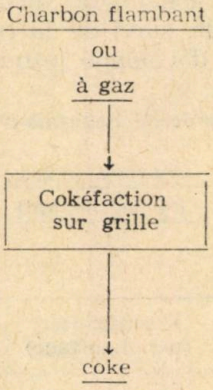


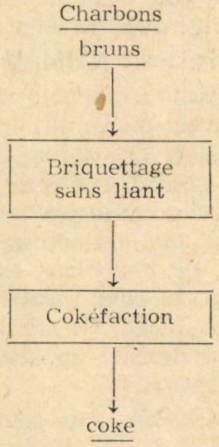
Schéma technologique de la cokéfaction rapide sur grille-chaine



Le coke obtenu est utilisé dans l'industrie chimique ; en Canade sont sont en fonctionnement plusieurs installations et en SUA trois installations ont une capacité de 125.000 t/an.

b. *Le procédé Rammler,* réalisé en phase industrielle à la cokerie de Lauchhammer — République Démocratique d'Alemagne (capacité 1 million t/an) est une méthode dans une étape, à briquettage sans liant. La technologie (figure 4) comprend la cokéfaction en régime thermique lent des briquettes sans liant, fabriquées de charbons bruns amorphes. La formation de la structure des briquettes carbonisées est le résultat d'un processus de simple contraction et tassement, sans rambilissement et agglutination. On obtient un coke peu résistent du point de vue mécanique, utilisable dans l'industrie chimique et aux fourneaux à cuve basse.

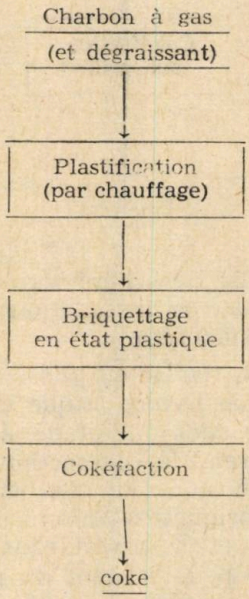
Schéma technologique du procédé Rammler de cokéfaction des briquettes sans liant



c. *Le procédé soviétique Sapojnikov* fait partie de la groupe des méthodes à deux étapes de traitement thermique, du type *plastification et carbonisation* et consiste du chauffage des charbons à gas avec addition

de houilles dégraissantes jusqu'à la température de plastification (environ 350°C), le briquettage àchaud du matériel en état plastique, sans apport de liant de l'extérieur, suivi de la cokéfaction finale des boulets (figure 5). Le procédé a été développé jusqu'au niveau d'une installation

Le processus technologique du procédé Sapojnikov à briquettage en état plastique

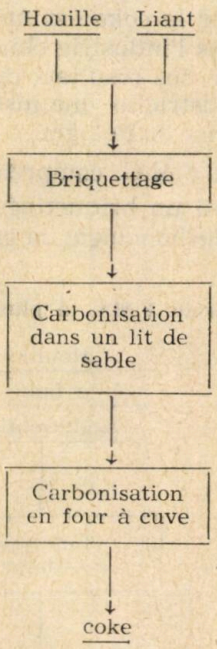


semiindustrielle de 120 t/jour et en présent on établit les plans pour une unité prototype industrielle ; le coke a été expérimenté avec bons résultats, en 1966—1967, dans un haut fourneau de 700 mc, à une proportion de 25% coke moulé dans le mélange avec du coke classique.

d. *Le procédé belge de l'Institut National de l'Industrie Extractive de Liège* représente une carbonisation des briquettes en deux etapes (fig. 6). On part du charbon maigre avec une addition eventuelle de charbon gras, briqueté avec du brai de cokerie. La carbonisation des boulets, conformément à une certaine lois de chaffe, est réalisée en deux étapes (la première — en lit de sable fluidisé comme porteur de chaleur et milieu dense la deuxième en four vertical, en équicourant avec des fumées chaudes comme porteurs de chaleur). Le processus est développé en phase de 5—6 t/h et ont lieu des essais du coke dans le fourneau expérimental de 8,6 cm de Cokérill-Oougrée à Liège ; il semble que le coke produit est trop compact, avec une grande densité apparente et on envisage des nouveaux programmes d'ammélioration.

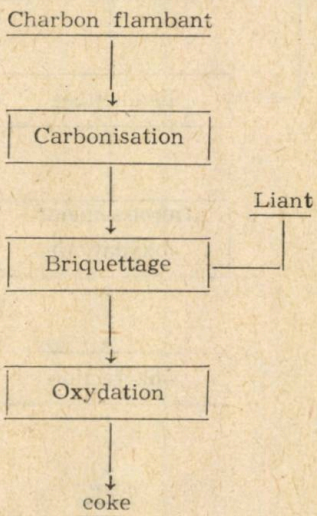
e. *Le procédé polonais I.Ch.P.W.* fait partie du groupe des méthodes en deux étapes, à traitement oxydant, de type „carbonisation + oxydation". Cette méthode apporte un nouveau élément dans la technologie de la fabrication du coke, par le fait que l'opération finals du processus ne représente pas une carbonisation des boulets, mais seulement une oxy-

Le processus technologique du procédé belge (INIEX) à deux carbonisations des briquettes



dation à 240—270°C (figure 7), Le traitement final a effet seulement sur le liant, en provoquant la condensation de ses composants, pour former une réseau carboïdique résistante qui englobe les granules inertes de coke.

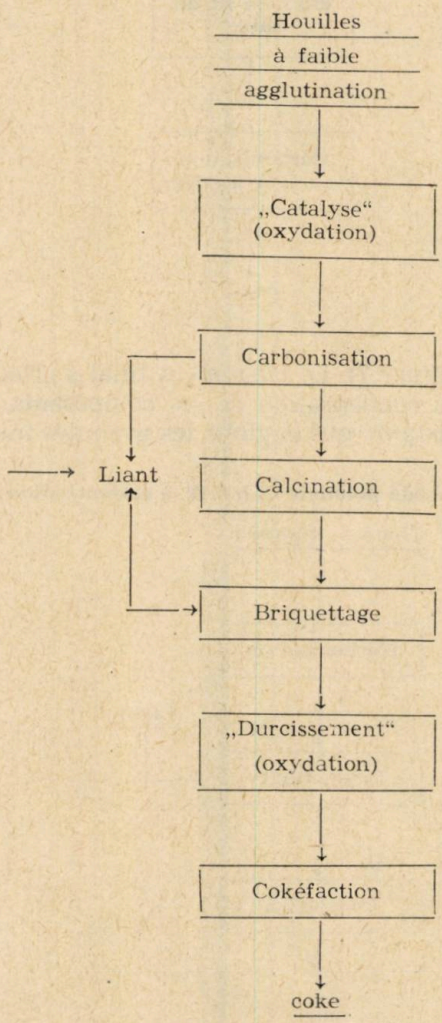
Schéma du procédé polonais I.Ch.P.W. à carbonisation-oxydation



Il en résulte des boulets très résistants du point de vue mécanique, compacts, ayant une réactivité relativement faible, mais à 8—10% matières volatiles (tandis que le coke classique a 1—2% matières volatiles) ; pour cette dernière raison, cuoique le coke est utilisé avec des résultats excellents dans la fonderie et dans l'industrie chimique, les essais dans le haut fourneau n'ont pas eu encore des résultats concluants. La procédé est développé jusqu'à la phase industrielle, une installation d'environ 500 milles tones par année étant en service en Pologne.

f. *Le procédé americain F.M.C.* comprend cinq étapes de traitement thermique et oxydant et aussi un briquettage (figure 8). Il parait que, en dépit de la complexité de la techonologie, la grande productivité des instal-

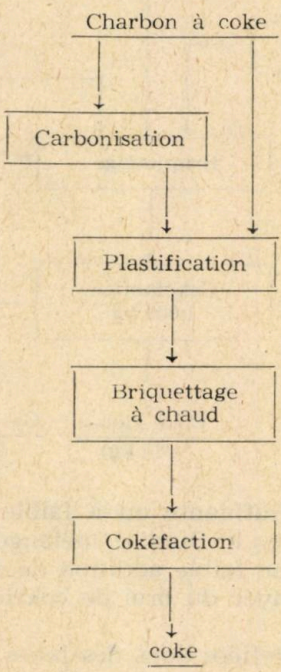
Schéma du procédé américain F.M.C. à plusieurs étapes de traitement



lationse conduit à des investissements spécifiques reduite (d'après les indications de la firme F.M.C., 50% des investisements spécifiques des cokeries classiques). Une installation semi-industrielle de 250 t/jour est en service à Kemmerer, état Wyoming. Le coke mould F.M.C. est utilisé avec de bons résultats dans l'industrie chimique (fours électriques pour phosphore et carbide), mais, quelque les essais à une petit haut fourneaux de 100 t fonte/jour ont été prométants, ils ne sont pas confirmés à une plus grande échelle.

g. *Le procédé ouest-allemand de l'Institut Bergbau-Forschng* fait partie de la catégorie des procédés à un traitement thermique partiel, avec briquettage. Comme matière première on utilise des charbons gras ou à coke ; le but du procédé n'est pas l'élargissement de la gamme des charbons pour la fabrication du coke, mais la réalisation d'un processus de cokéfaction continu, productif et avantageuv. Environ 2/3 du charbon est carbonisé en lit fluidisé et le semicoke résulté est mélangé à chaud aves le reste du charbon non-traité, qui se rammolit, en se comportant comme liant (figure 9). Les boulets sont cokéfiés dans un four vertical avec du

Schéma du procédé à un traitement thermique partiel, avec briquettage, Bergbau-Forschung



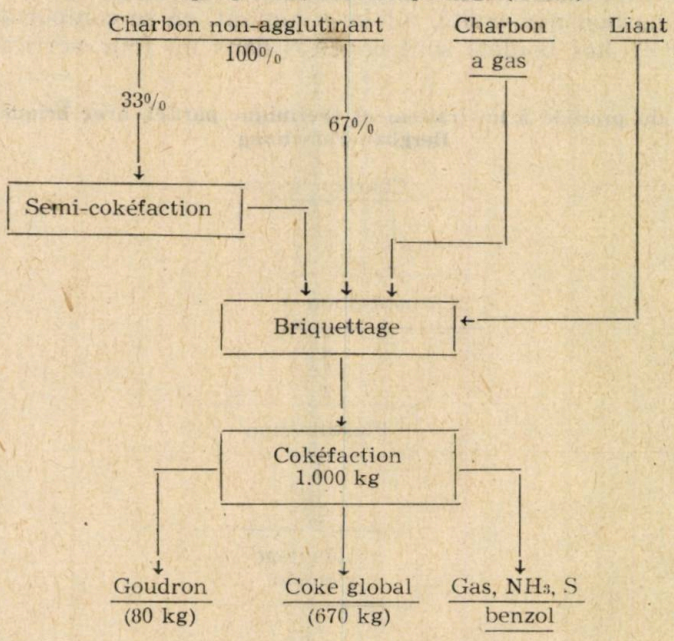
sable qui joue le role deproteur de chaleur. Le procédé est réalisé à l'échelle semi-industrielle (5 t/h) à l'installation Königin-Elisabeth, Essen. On a fait des essais avec ce coke dans le fourneau expérimental de Liège ; des essais dans des haute fourneaux de grandes dimensions sont en cours, à résultats prométants.

4. Essais roumaine pour la mise au point d'un nouveau procédé de cokéfaction

Après cette description raccourcie des nouveau procédé de cokéfaction, dont on a choisi les plus significatifs et de perspective, seront prèsentées les recherches roumains pour l'élaboratior d'une nouvelle méthode de fabrication du coké à partir des charbons à faible pouvoir agglutinant. Le procédé, qui est l'objet de plusieurs brébvets en Roumanie et à l'étranger, fait partie du groupe des procédés à un traitement thermique partiel, avec briquettage ; il a été réalisé par un collectif de l'Institut des Recherches Métallurgiques et de l'Ecole Polytechnique de Bucarest.

La figure 10 présente le schéma technologique et le bilan sommaire des matériaux.

Processus technologique et bilan des matériaux du procédé roumain à un traitement thermique partiel, avec briquettage (ICEM)



De la houille nonagglutinante ou à faible pouvoir agglutinant, environ 1/3 est semicokéfiée en lit fluidisé, mélangé avec le reste de la houille non-traité et puis, avec une faible addition de charbon à gas (max. 20%) le mélange est briquetté avec du brai de cokrie dans des presses à tambours.

Les briquetts sont cokéfiées dans des fours adéquats, en résultant du coke et des produits chimiques normales de cokerie (à l'exception du goudron pour qui le rendement est 2,5—3 fois plus grand que celui de la cokéfaction classique).

La composition des boulets est choisi d'une telle façon que, en fonction des caractéristiques des composants, le procesuss de cokéfaction mène à une „micro-agglutination" dans l'intérieur de chaque briquette, en repro-

duisant les conditions de l'agglutination des charbons à coke et en arrivant à la formation d'une structure fondue et poreuse, eimilaire à celle du coke classique.

Le mélange contient des composants qui, chacun à son tour, sont intertes du point de vue de la plastification (le charbon non-agglutinant et le semicoke) ; le brai et le charbon à gas constituent les composants actifs, qui forment le reseau de résistence du boulet cru et de celui cokéfié.

Le processus ne doit pas être conçu comme une simple sintérisation-cimentation des particles inertes par la phase plastique formée de la houille et du liant. Cette phase plastique actionne sur la surface des grains de charbon à faible pouvoir agglutinant, en provoquant au commencement le ramollissement et la plastification des portions superficielles ; puis, le phénomène de ramollissement avance vers l'intérieur des grains de charbon.

Donc, dans le processus de plastification, le charbon non-agglutinant joue aussi un röle, l'agglomération des grains étant une conséquence du ramollissement des surfacees et de leur agglutination dans la masse du boulet. Cette conception a un support expérimental et d'ailleur elle a été amplement étudiée et vrifiée dans le cas de certaines variantes de mélanges contenant coke de pétrole, pour la fabrication des sortiments spéciaux de coke moulé. Ainsi ,les recherches à l'aide de la balance thermogravimétrique, du plastomètre Gieseler, du dilatomètre Ruhr, du plastograph Brabender, de la porosimétrie à mercure, de la microscopie en lumière polarisée, ont permis de connaître le mécanisme du processus de la formation de la structure du coke moulé ICEM. Les études de diffraction des rayons Roentgen, avec le calcul de certains paramètres réticulaires (la distance entre les couches, le taux de graphitation, l'épaisseur de la cristallite) aussi que l'analyse Warren-Averbach avec le développement de séries Fourier d'après le profil des reflexes, ont confirmé le schéma présenté.

Dans la composition des briquettes, le semi-coke joue le rôle d'amaigrissant, de réducteur de la contraction, de la fissuration, de la déformation et du collage des boulets pendant la cokéfaction ; en plus, le semi-coke actionne favorablement sur la densité volumétrique et sur la porosité du coke.

Le procédé ICEM a été développé entre 1962 et 1965 jusqu'au niveau d'une station semi-industrielle, de 50.000 t/an.

Pour définir la composition de la charge, le format des boulest et le régime technologique optimum, ont été effectuées des amples recherches de caractérisation des qualités physiques et physique-chimiques du coke moulé ICEM, comparatif au coke roumain classique et aux cokes moulés produits par d'autres procédés ; ces recherches on confirmé les considérations théoriques en ce qui corncerene le mécanisme de la formation du coke moulé ICEM, la ressemblance avancée de ses qualités à celles du coke classique.

Le tableau 2 présente quelqu'unes des caractéristiques du coke moulé ICEM, comparatif au coke classique roumain.

Tableau 2

Caractéristiques du coke classique roumain et du coke moulé ICEM

Caractéristique	UM	Coke classique roumain	Coke moulé ICEM
Analyse technique :			
Teneur en cendres (sur sec)	%	13,0	2,0
Teneur en soufre total (sur sec)	%	2,0	12,8
Teneur en matières volatiles (sur sec)	%	1,2	1,1
Resistance au tambour :			
— Micum M_{40}	%	74	77
— Micum M_{10}	%	6	7,5
Granulometrie			
+80 mm	%	11	13
40—80 mm	%	57	54
25—40 mm	%	25	25
10—25 mm	%	6	7
—10 mm	%	1	1
Densite volumetrique :			
(sur humide)	kg/m³	506	627
Caractéristiques physique-chimiques :			
Porosité	%	43	42
Réactivité Koppers	%	52	66

La similitude des qualités de ces cokes n'est pas seulement une ressemblance des caractéristiques chimiques et physique-chimiques ; étant donnée la plastification du matériel dans l'intérieur du boulete, suivie de la resolidification de la masse, la similitude de ces deux cokes va jusqu'au niveau des structures microscopiques et du mode d'organisation des réseaux pregraphiques.

Le coke moulé ICEM a été expérimenté entre 1959—1964 dans des haute fourneaux de 150—300 mc et en 1965 un haut foruneau de 700 mc a fonctionné pendant plus de 30 jours avec un mélange de 30% coke et 70% coke classique.

On doit mentionner la priorité roumaine dans ce domaine, de tels essais à grande échelle dans un haut fourneau n'étant pas faits, à la date respective, dans aucun pays. Le spécialiste belge Limpach, le spécialiste français Thibaut et toute la littérature technique de spécialité des années 1966—1967 relèvent cette priorité.

Après une période d'adaptation du fonctionnement et de l'étendue de la zone de combustion au nouveau combustible, dans le haut fourneau s'est installée une marche normale qui s'est maintenue pour toute le durrée de l'utilisation de coke moulé.

Le tableau 3 présente les principales caractéristiques de la période de référence (coke classique) et de la période de fonctionnement avec 30% coke moulé.

Tableau 3

Les principaux indices de la marche du haut fourneau avec du coke classique et avec 30% coke moulé

Indicateur	UM	Référencé avec coke classique roumain	30% coke moulé
Production de fonte	t/jour	843,0	825,4
Fonte brute en porcents du lit de fusion	%	44,5	44,2
Mise au mille de coke technique totale (sur sec)	kg/t	640	637
Mise au mille de méthane	m^3N/t	79,1	66,7
Température du vent	°C	877	845
Silicium dans la fonte	%	0,89	1,13

Il en résulte donc, en dépit des conditions faiblement défavorables pour la période de fonctionnement avec du uoke moulé (lit de fusion plus faible, température du vent et consommation de méthane diminuàes, fonte plus chaude), que les paramètres de fonctionnement et de production ne diffèrent essentiellement de ceux de la période de référence.

Les études effectuées ont démontré la grande élasticité de la méthode ICEM, qui a pu être adoptée aux plus differentes matières premières — commençant avec le charbon brun et le charbon de bois et finissant avec l'anthracite et le coke de pétrole — de même qu'au plus diverses utilisations du coke.

Ainsi, en utilisant des variantes adéquates des compositions du boulet, on a produit des lots industriels de coke pour la fonderie, l'électrométallurgie, ou pour d'industrie des électrodes et desanodes.

D'ailleurs, dans les derniers 5 ans. l'installation de coke moulé a produit justement ces assortiments de cokes spéciaux, de grande valeur.

En présent, étant donnés les résultats favorables obtenus, ainsi que la crise du marché du coke, on a décidé de doubler la capacité de l'installation, dans le but de raliser 100.000 t/an coke moulé pour le haut fourneau. Dans la plus proche période on prévoit la construction d'une nouvelle installation industrielle de grande capacité.

*
* *

En revenant à l'idée initiale concernant le déficit du coke, on doit souligner en conclusion que pour la majorité des pays, à rares exceptions, ce sont justement l'élaboration et le développement des nouveaux procédés de cokéfaction qui représentent la plus efficiente et la plus sure voie pour solutionner la crise de l'industrie cokière et sidérurgique.

BIBLIOGRAPHIE

1. *W. Bellano* — Perspectives du marché mondial pour le charbon à usage métallurgique 1970—1980, Revue de Métallurgie Nr. 1/1971, 17—25.
2. *K. G. Beck, W. Weskamp* — Accroissement de la productivité des batteries de fours à coke, Journées d'Informations, Luxembourg, avril 1970, 119—138.
3. *D. E. Wolfson* — Development in continuous carbonization in the United States, Congres internationale „Le coke en siderurgie", Charleroi, sept. 1966.
4. *I. B. Tiutiunikov, I. L. Tihomirov* — Svoistva formovannogo koksa, Koks i Himia Nr. 1/1971, 18—24.
5. *P. Ledent, G. Burton, M. Marcourt* — Le développement du procédé INIEX pour la fabrication du coke moulé, Journées d'Informations, Luxembourg, avril 1970, 187—205.
6. *H. Zielinski* — Wspolczesne metody koksowania, Edit. Slask, Katowice 1967, 231—253.
7. * * * — FMC coke process, FMC Corporation, 1969.
8. *W. ePters, E. Ahland, J. Langhoff* — Développement d'un procédé continu de fabrication de coke moulé par la Bergbau Forschng GmbH, Journées d'Informations, Luxembourg, avril, 1970, 207—230.
9. *I. Ştefănescu, I. Barbu* — Vergleichende Betrachtungen über das ICEM — Verfahren zur Herstellung von Hüttenkoks, Freiberger Forschungshefte A443, 1968, 21—35.
10. *I. Ştefănescu, I. Barbu, C. Avram* — Verhüttungsversuche mit Formkoks in einem Betriebshochofen, Stahl und Eisen nr. 7/1968, 342—345.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

AVIAȚIE

C.Z. : 629.13

DIRIJAREA APARATELOR COSMICE, COMANDATE DE MOTOARE RACHETĂ DE MICĂ TRACȚIUNE, EVOLUÎND ÎN PLANUL TRAIECTORIEI INIȚIALE *

C. GUȚĂ

Motoarele rachetă de mică tracțiune, care se perfecționează în prezent în laboratoare și în condiții de zbor real, în spațiul cosmic, vor avea un domeniu de aplicare foarte vast în tehnica dirijării aparatelor cosmice. În această categorie de motoare vom include motoarele rachetă pentru care raportul $\frac{F}{G} \ll 1$, unde F este forța de tracțiune dezvoltată de motorul respectiv iar G este greutatea totală a navei, în momentul intrării în funcțiune a motorului.

Comanda navelor cosmice se poate face fie prin motoare auxiliare (aeroreactoare, motoare rachetă cu combustibil solid sau lichid), în care caz sînt dspuse concetric, la periferia corpului rachetei, deobicei cît mai departe de centrul de greutate al vehiculului fie prin motoare rachetă electrice.

Aceste motoare se împart în trei mari grupe :

1 — Motoare rachetă electrotermice (cu plasmă).
2 — Motoare rachetă electrostatice (ionice).
3 — Motoare rachetă electromagnetice (bazate pe acțiunea forței lui Lorentz asupra particolelor avînd sarcină electrică).

Motoarele rachetă electrice se preconizează a fi folosite pentru corectarea traiectoriilor vechiculelor cosmice, laboratoarelor spațiale sau orbitale, constituind motorul de bază al ultimei trepte a complexului respectiv.

Aceste motoare au în prezent raportul $\frac{F}{G}$ cuprins între 10^{-3} și 10^{-5}, ceea ce înseamnă că un motor rachetă cu plasmă dezvoltînd o tracțiune de 10 N, poate să corecteze traiectorii ale navelor avînd greutăți între una și 100 tf.

Mărimile de bază asupra cărora se intervine în procesul de dirijare sînt de obicei componentele accelerației, care vor fi menținute în limitele

* Manuscris predat la redacție la data de 10 ianuarie 1971.

valorilor programate, astfel încît rolul instalației de dirijare este de a anula în orice moment perturbațiile care apar, cu alte cuvinte, de a reduce la zero, diferența dintre valorile reale ale componentelor accelerației și cele programate.

Trebuie reținut că fiecare kilogram al navei cosmice plasat pe orbită costă enorm și de aceea se impune un criteriu de optimizare a mișcării, acela al consumului minim de agent de lucru pe toată durata de dirijare.

De reținut că în cazul motoarelor rachetă electrice nu se poate vorbi de consum de combustibil, ci de consumul unei substanțe anumite, care se ionizează, se transformă în plasmă iar prin scurgerea acesteia prin dispozitive speciale (în particular prin ajutaje Laval) se creiază forța de tracțiune.

Exprimînd debitul de agent de lucru consumat în timpul unei manevre necesare schimbării orbitei prin m_a, iar prin m_0, masa rachetei la start, se poate introduce [1] parametrul adimensional.

$$\mu = \frac{m_a}{m_0} \tag{1}$$

Debitul de agent de lucru m_a poate fi dedus din expresia evidentă :

$$m_a = \int_0^{t_f} \dot{m} dt \tag{2}$$

unde $\dot{m}$ este debitul masic injectat în unitatea de timp, iar t_f este timpul de funcționare al motorului pentru a produce efectul dorit.

Dacă $\dot{m}$=const. și presupunem că motorul va trebui să execute n corecții, atunci se poate scrie relația (1) astfel :

$$\mu = \sum_{k=0}^{n} \frac{\dot{m}}{m_0} \Delta t_k ; (\Delta t_k = t_{f_k} - t_{i_k}) \tag{3}$$

In relația (3) $t_{i_0} = 0$.

Introducînd accelerația datorită forței de tracțiune $\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m_0}$ și ținînd seama că putem scrie $\bar{F} = \dot{m}\,\bar{c}$, unde

$\bar{c} = \bar{w} + \frac{A_s}{m_0} (p_s - p_a)\,\bar{e}_n$, este viteza efectivă a gazelor în secțiunea de ieșire din motor (As), care pentru cazul destinderii complete ($p_s = p_a$) se identifică cu viteza de scurgere (w) a gazelor.

Mai sus s-a notat prin $\bar{e}_n$ versorul normal pe secțiunea de ieșire din motor.

În acest fel puterea jetului va fi :

$$N = \frac{1}{2}(-\dot{m})\,c^2 \tag{4}$$

Semnul minus din fața debitului masic indică scăderea masei totale a rachetei în timp.

În baza celor de mai sus se poate scrie expresia :

$$\frac{a^2}{2N} = -\frac{1}{m_0^2}\frac{dm}{dt} \tag{5}$$

Integrînd relaţia (5) pe durata de funcţionare a motorului rachetă ($t_{f\,1}$) şi ţinînd seama că la sfîrşitul acestei perioade, masa rachetei a devenit : $m_1 = m - m_{a_1}$, se obţine conform relaţiei (1).

$$\mu = \frac{m_{a_1}}{m_0} = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{m_0}{2N}\displaystyle\int_0^{t_{f1}} a^2\,dt}} \tag{6}$$

Notînd : $\displaystyle\int_0^{t_{f1}} a^2\,dt = \varepsilon_n$, expresia (6) pentru corecţia n devine :

$$\mu_n = \frac{1}{1 + \dfrac{2N}{m_0 \varepsilon_n}} \tag{7}$$

Din (7) este evident că păstrînd puterea constantă a jetului, minimul de agent de lucru se consumă pentru valorile minime ale lui ε_n, ceea ce înseamnă, conform relaţiei (3) un timp minim de funcţionare a motorului.

Rezolvarea problemei în cazul manevrei de transfer între două orbite concentrice a fost făcută în lucrarea [1, 2], considerîndu-se cazul general.

Dacă se particularizează problema, admiţîndu-se un sistem de axe intrinsec componenta radială a acceleraţiei ($\bar{a}_r$) va fi îndreptată după raza vectoare, componenta tangenţială ($\bar{a}_t$) după tangenta la traiectoria iar componenta orizontală (a_φ) va fi normală pe planul determinat de celelalte două componente.

Ca restricţie suplimentară se consideră segmentul traiectoriei de transfer cuprins în planul traiectoriei iniţiale.

Acceleraţia totală, datorită forţelor de dirijare va avea expresia :

$$a^2 = a_r^2 + a_t^2 + a_\varphi^2 \tag{8}$$

Ecuaţia mişcării plane a navei cosmice sub acţiunea componentei radiale a acceleraţiei de dirijare în coordonate polare este de forma [3, 4, 5, 6],

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \frac{\nu}{r^2} = a_r \tag{9}$$

$$r^2\frac{d\varphi}{dt} = ct. \tag{10}$$

În relaţia (9), ν este parametrul gravitaţional şi are următoarele valori :

$\nu_P = 3{,}98.11^{14}$ m^3/s^2 pentru Pămînt.

$\nu_L = 4{,}89.10^9$ m^3/s^2 pentru Lună.

$\nu_V = 6{,}24.10^{14}/s^2$ pentru Venus și

$\nu_M = 4{,}29.10^{13}\ m^3/s^2$ pentru Marte.

Ecuațiile (9) și (10) pot fi transcrise într-o formă adimensională, astfel :

$$\frac{d^2\bar{r}}{d\bar{t}^2} - \bar{r}\left(\frac{d\varphi}{d\bar{t}}\right)^2 + \frac{1}{\bar{r}^2} = \bar{a}_r \tag{11}$$

$$\bar{r}^2 \frac{d\varphi}{d\bar{t}} = 1 \tag{12}$$

unde s-au făcut următoarele notații :

$$\bar{r} = \frac{r}{r_i} ; \bar{t} = \frac{t}{t_i}\sqrt{\frac{\nu}{r_i}} ; \bar{a}_r = a_r \frac{r_i^2}{\nu} \tag{13}$$

Înlocuind (12) în (11) și integrînd ecuația ce se obține, ținînd seama că :

$\bar{r}(0) = 1 ; r = r_i$, deducem ;

$$\frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} = \sqrt{\frac{2}{\bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}^2} + 2\bar{a}_r(\bar{r} - 1) - 1} \tag{14}$$

Ecuația diferențială (14) poate fi scrisă sub forma :

$$\frac{\bar{r}\, d\bar{r}}{\sqrt{(\bar{r}^3 + b\bar{r}^2 + c\bar{r} + d)\, 2\bar{a}_r}} = d\bar{t} \tag{15}$$

sau :

$$P(\bar{r}) = (\bar{r}^3 + b\bar{r}^2 + c\bar{r} + d) \tag{16}$$

unde :

$$b = -\left(\frac{1}{2ar} + 1\right) ; c = \frac{1}{\bar{a}_r} ; d = -\frac{1}{2\bar{a}_r} \tag{17}$$

Polinomul $P(\bar{r})$ din (16) după înlocuirea coeficienților b, c, d, din (17) devine :

$$P(\bar{r}) = (\bar{r} - 1)[2\bar{a}_r\bar{r}^2 - (\bar{r} - 1)] \tag{18}$$

ceea ce ne conduce la soluțiile :
$\bar{r}_1 = 1$, care reprezintă momentul inițial, traiectoria inițială, considerată circulară.

$$\bar{r}_{2,3} = \frac{1 + \sqrt{1 - 8\bar{a}_r}}{4\bar{a}_r} \tag{19}$$

Din (19) se deduce condiția ca discriminantul să fie pozitiv și anume :

$$\bar{a}_r \leqslant \frac{1}{8} \tag{20}$$

Această este condiția care este îndeplinită de către motoarele de comandă de mică tracțiune. În cazul limită $\bar{a}_r = \frac{1}{8}$, $\bar{r}_{2,3} = 2$. Se deduce că pornind de la o traiectorie circulară $\bar{r}_2 = 1$, se poate modifica traiectorie prin modificarea excentricității acesteia, ajungîndu-se în final la o traiectorie cu o valoare dublă a apogeului.

În acest caz, pentru $\bar{a}_r = 1/8$ și $\bar{r}_{2,2} = 2$, se observă din ecuațiile (11) și (12) că $\frac{d^2\bar{r}}{d\bar{t}^2} = 0\,(\bar{r} = 0)$. Din cele de mai sus rezultă pentru $\bar{r}$ domeniul de existență al razei vectoare adimensionale.

$$\bar{r} \in [1,2] \tag{21}$$

Ecuația diferențială (14), cu condiția (20), devine :

$$\int \frac{\bar{r}\, d\bar{r}}{(\bar{r}-2)\sqrt{\bar{r}-1}} = \int d\bar{t} \tag{22}$$

Integrala din membrul stîng are ca soluție expresia :

$$\int \frac{\bar{r}\, d\bar{r}}{(\bar{r}-2)\sqrt{\bar{r}-1}} = 4\left[\sqrt{\bar{r}-1} + \ln \frac{\sqrt{\bar{r}-1}-1}{\sqrt{\bar{r}-1}+1}\right] \tag{23}$$

Durata de funcționare a motorului pentru a se trece de pe o orbită $r_1 = 1$, pe o orbită $\bar{r}_n$, este :

$$\Delta\bar{t}_n = 4\left(\sqrt{\bar{r}_n - 1} + \ln \frac{\sqrt{r_n - 1} - 1}{\sqrt{\bar{r}_n - 1} + 1}\right) \tag{24}$$

După cum s-a văzut mai sus, rădăcinile polinomului $P(\bar{r})$ dat de relația (18) sînt reale și distincte, iar pentru cazul particular $\bar{a}_r = 1/8$ două din ele sînt identice. Din condițiile fizice s-a dedus domeniul de existență al acestora, relația (21).

Se notează rădăcinile polinomului $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3$ care sînt distincte și îndeplinesc condiția :

$$\bar{r}_1 < \bar{r}_2 < \bar{r}_3 \tag{25}$$

Integrînd în ambele părți, ecuația (15) devine :

$$\frac{1}{\sqrt{2ar}} \int \frac{\bar{r}\, d\bar{r}}{\sqrt{\bar{r}^3 + b\bar{r}^2 + c\bar{r} + d}} = \int d\bar{t} \tag{26}$$

În membrul stîng al ecuației (26), se pot pune în evidență integralele de tip eliptic.

Astfel, dacă se face schimbarea de variabilă :

$$\bar{r} = \bar{r}_1 + (\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\sin^2\psi \tag{27}$$

și se descompune polinomul în funcție de rădăcini.

$$P(\bar{r}) = \bar{r}^3 + b\bar{r}^2 + c\bar{r} + d = (\bar{r} - \bar{r}_1)(\bar{r} - \bar{r}_2)(\bar{r} - \bar{r}_3) \tag{28}$$

Factorii $(\bar{r} - \bar{r}_1)...(\bar{r} - \bar{r}_3)$ din (28) se calculează cu ajutorul relației (27). Din (27) se deduce, de asemenea :

$$d\bar{r} = 2(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\sin\psi\cos\psi\,d\psi \tag{29}$$

Trecînd peste calculele evidente se obține în (26)

$$\frac{2}{\sqrt{2a\bar{r}(\bar{r}_2-\bar{r}_1)}}\int_0^{\psi}\frac{\bar{r}_1+(\bar{r}_2-\bar{r}_1)\sin^2\psi\,d\psi}{\sqrt{1-K^2\sin^2\psi}} = \int_{\bar{t}_i}^{\bar{t}_n} d\bar{t} \tag{30}$$

unde :

$$K^2 = \frac{\bar{r}_2-\bar{r}_1}{\bar{r}_3-\bar{r}_1}$$

De asemenea s-a luat ca interval de variație pentru $\psi \in [0, \psi]$ și $t \in [t_i, t_n]$, t_i fiind timpul corespunzător începutului manevrei iar t_n la sfîrșitul acesteia.

În ecuația (30) pot fi ușor puse în evidență integralele eliptice ale lui Legendre de speța întîia $F(K, \psi)$ și de speța a doua $E(K, \psi)$, știind că :

$$\int_0^{\varphi}\frac{\sin^2\psi\,d\psi}{\sqrt{1-K^2\sin^2\psi}} = \frac{1}{K^2}[F(K,\psi)-E(K,\psi)] \tag{31}$$

unde :

$$F(K,\psi) = \int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\sqrt{1-K^2\sin\psi}} \tag{32}$$

$$E(K,\psi) = \int_0^{\psi}\sqrt{1-K^2\sin^2\Psi'}\,d\psi \tag{33}$$

În final soluția ecuației (30) este :

$$\bar{r}_3F(K,\psi) - (\bar{r}_3-\bar{r}_1)E(K,\psi) = \sqrt{\frac{\bar{a}_r}{2}(\bar{r}_2-r_1)(\bar{t}_n-\bar{t}_i)} \tag{34}$$

Valorile integralelor eliptice F și E se iau din tabele pentru modulul K și argumentul ψ dat.

În general, integralele eliptice nu fot fi exprimate prin combinații finite de funcții elementare, deci soluția obținută pe această cale, practic nu este închisă.

Se poate trece, pe baza unor calcule algebrice obișnuite de la soluțiile adimensionale (19), (24) sau (34), la mărimile fizice corespunzătoare, care se explicitează de obicei în funcție de mărimea de dirijare $\bar{a}_r$.

Funcția : $\bar{a}_r = \bar{a}_r(t)$ este tocmai valoarea programată, care se compară, tot timpul, cu cea obținută în zbor, determinată de aparatura de bord, diferența între acestea reprezintă eroarea de dirijare.

Dacă mișcarea pe segmentul de transfer se face astfel, încît componenta radială a accelerației să fie cu mult mai mare decît celelalte ($\bar{a}_r \gg \bar{a}_\varphi ; \bar{a}_r \gg \bar{a}_t$), atunci relațiile stabilite (19) și (34) introduse în (7) trebuie să conducă la obținerea de valori minime pentru t_n. Aceasta înseamnă că manevra se efectuează cu consum minim de agent de lucru.

În cazul cînd componentele tangențiale și orizontale nu pot fi neglijate ele pot fi deduse și introduse în dispozitive de comparat separat, unde

se compară cu valorile reale ale acestora primite de la accelerometrele corespunzătoare dispuse după cele trei axe de coordonate.

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Guță, Al. Marinescu* — Considerații asupra unor manevre optime ale aparatelor cosmice propulsate de motoare reactive de mică tracțiune. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXX, 1968, nr. 3—4.
2. *C. Guță, Al. Marinescu* — Optimalnîe manevrî stîcovki dvux kosmiceskix apparatov s minimalnîm zapasom topliva, letaiuscih po krugovîm orbitam. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXIX, 1967, nr. 1.
3. *G. Leitman* — Optimization Techniques, New-York, London. Academic-Press 1962.
4. *G.Schindler* — SUA — Exact Solution for the Gravitational Field within a Large Space Structure in a Circular Orbit. Comunicare la Congresul al XX-lea de Astronautică, Mar del Plata, octombrie 1969.
5. *J. M. Whisnant și alții* — Orbital Deployement of Very Long Tethered Structures, The John Hopkins University. Comunicare la Congresul al XX-lea de Astronautică, Mar del Plata, octombrie 1969.
6. *V. M. Ponomarev* — Teoria upravlenia dvijeniem Kosmiceskix apparatov, Moscova 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

C.Z. : 533

ARIPI DELTA DE ORDIN SUPERIOR CU SEPARAȚIA CURENTULUI LA BORDURILE DE ATAC SUBSONICE *

ȘTEFAN STAICU

1. Introducere

Într-o serie de lucrări anterioare [1], s-au determinat caracteristicile aerodinamice ale aripilor delta în regim supersonic.

În cele ce urmează se face un studiu al scurgerii supersonice în jurul aripii delta subțiri conice de ordin superior cu *incidența simetrică*, considerînd desprinderile de curent la bordurile de atac.

În acest scop vom considera o aripă triunghiulară raportată la un sistem de referință $Ox_1x_2x_3$ (fig. 1), cu origina în vîrful aripii și cu axa Ox_1 dirijată după direcția curentului neperturbat U_∞. În ipoteza micilor perturbații, mișcarea în jurul aripii considerate este omogenă de ordinul n, iar viteza verticală de perturbație w va fi reprezentată sub forma unui polinom omogen de ordinul $(n-1)$

$$w(x_1, x_2) = \sum_{k=0}^{n-1} w_{n-k-1,k}\, x_1^{n-k-1} x_2^k = x_1^{n-1} \sum_{k=0}^{n-1} w_{n-k-1,k}\, y^k, \left(y = \frac{x_2}{x_1}\right). \tag{1}$$

Deoarece se studiază o aripă delta, aceasta este *simetrică*, în raport cu planul de simetrie Ox_1x_3, astfel încît w satisface relația

$$w(x_1,x_2) = w(x_1, -x_2). \tag{2}$$

Această simetrie se obține luînd în relația (1) termenii cu puteri pare $(k=2\chi)$

$$w(x_1, x_2) = \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} w_{n-2\chi-1,2\chi}\, x_1^{n-2\chi-1} x_2^{2\chi}, \tag{3}$$

care definește aripa cu *simetrie naturală*. Dacă se consideră în relația (1) numai termenii impari $(k=2\chi+1)$, ceea ce definește aripa cu *simetrie*

* Manuscris predat la redacție la data de 10 februarie 1970.

forţată, viteza w are expresia :

$$w(x_1, x_2) = \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} (\pm)\, w_{n-2\chi-2,2\chi+1}\, x_1^{n-2\chi-2}\, x_2^{2\chi+1}, \tag{4}$$

în care luăm semnul (+) pentru coeficienţii lui w din dreapta aripii ($x_2>0$) şi semnul (—) pentru coeficienţii lui w din stînga aripii ($x_2<0$).

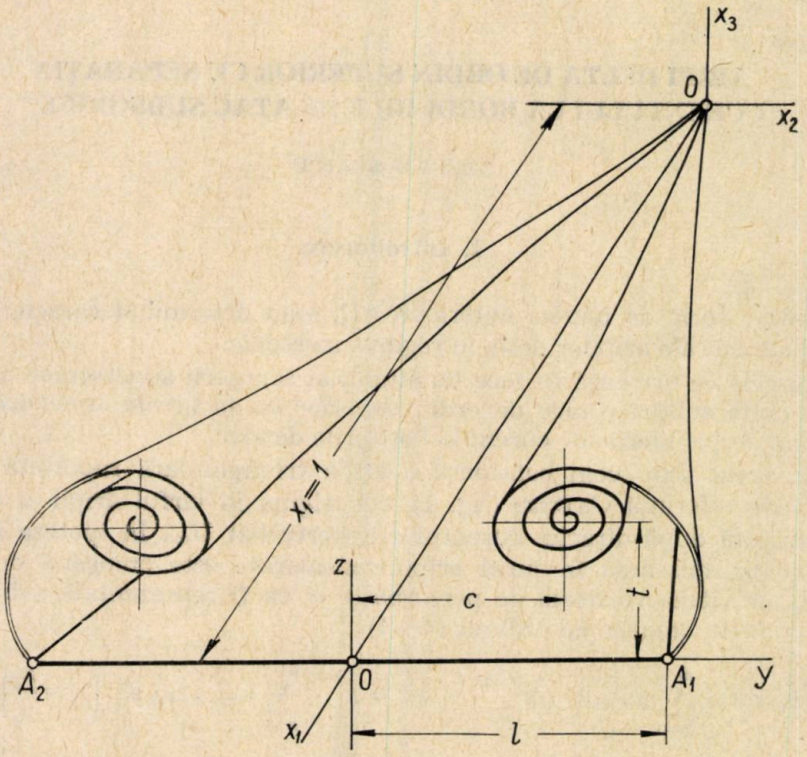


Fig. 1

Se constată că atît timp cît coeficienţii $w_{n-k-1,k}$ care determină incidenţele locale ale aripii, sînt foarte mici, presiunile pe aripă urmăresc aproximativ legile stabilite în ipoteza perturbaţiilor mici.

Pe măsură ce incidenţele locale cresc, datorită unor arcuiri sau torsionări mai accentuate, curentul se desprinde la bordurile de atac, avînd ca efect modificarea presiunilor faţă de cele teoretice. Separaţia curentului este însoţită de apariţia unui sistem complex de vîrtejuri care se localizează pe spaţiul dinspre extradosul aripii sub forma unui strat de vîrtejuri.

Vom observa că axa cornetului de vîrtejuri este o linie dreaptă în cazul aripii plane.

În cazul celorlalte aripi obţinute pentru $n>1$, axa nucleelor de vîrtejuri este influenţată de creşterea incidenţei bordului de atac, devenind

curbă. Pentru simplificare, axa pe care se situează nucleele de vîrtejuri ale fiecărei aripi de ordinul n, va fi considerată ca fiind o linie dreaptă.

În felul acesta cîmpul scurgerii este modificat de existența a două nuclee de vîrtejuri de aceeași intensitate și același semn, situate simetric în raport cu axa de simetrie Ox_1, la abscisa c și ordonata t (fig. 1).

Scurgerea în jurul aripii rămîne în continuare *conică de ordinul n* (ca și aripa) și se poate trata utilizînd metodele din teoria mișcărilor conice de ordin superior [1].

Pentru aceasta vom admite că efectul desprinderii curentului la bordurile de atac este de a crea un cîmp complex de viteze axiale și orizontale, care vor aduce modificări asupra cîmpului scurgerii.

Vom considera o distribuție de viteze verticale care să corespundă cazului real al unei aripi delta subțiri cu incidența variabilă și cu vitezele finite la bordurile de atac. Vom admite că aripa reală subțire, care are vitezele finite la borduri prin efectul desprinderilor de curent, este echivalentă, din punct de vedere aerodinamic, cu o *aripă subțire fictivă*, avînd variația de incidențe pe care am definit-o mai sus.

Pentru a putea aplica metoda mișcărilor conice vom descompune aripa fictivă de mai sus în trei aripi componente :

1) Aripa subțire avînd variația de incidență convenabil aleasă pentru a respecta oarecum fenomenul modificării presiunii pe suprafața aripii. Se obține în acest mod o aripă subțire fictivă cu vitezele finite la bordurile de atac, dar egale și de sens contrar pe cele două fețe.

2) Aripa de „grosime" simetrică, avînd panta egală și de același semn cu incidența primei aripi. Această aripă combinată cu cea de la 1) va avea presiunile diferite pe cele două fețe.

3) Aripa a treia va avea grosimea simetrică cu panta variabilă, însă astfel încît combinată cu aripa 2) să se obțină o pantă medie nulă.

Prin suprapunerea celor trei aripi, vom obține aripa rezultantă fictivă echivalentă din punct de vedere aerodinamic cu aripa delta.

2. Determinarea vitezelor axiale de perturbație

În continuare vom determina pentru cele trei aripi componente vitezele axiale de perturbație, care sînt necesare la calculul distribuției de presiuni și al caracteristicilor aerodinamice ale aripii delta subțiri reale.

Pentru aceasta vom nota cu

$$w'_u = -\alpha'_u U_\infty, \; w'_l = -\alpha'_l U_\infty, \tag{5}$$

vitezele verticale pe extradosul respectiv intradosul primei aripi componente, iar cu w viteza verticală pe aripa reală, dată de relația

$$w = \frac{1}{l}\int_0^l w'_u \, d\eta. \tag{6}$$

Mișcarea în jurul aripii fiind conică, vom utiliza metodele cunoscute [1] considerînd planul fizic Oyz (fig. 1) avînd

$$y = \frac{x_2}{x_1}, \; z = \frac{x_3}{x_1}. \tag{7}$$

Mai departe vom face transformarea (fig. 2) :

$$\mathcal{Y} = \frac{y}{1 - B^2 z^2}, \quad \mathcal{Z} = \frac{z\sqrt{1 - B^2 (y^2 + z^2)}}{1 - B^2 z^2}, \quad (B = \sqrt{M_\infty^2 - 1}), \tag{8}$$

obținînd un plan ce are proprietatea de a păstra urma aripii ($\mathcal{Y}=y$, $z=\mathcal{Z}=0$) în adevărata mărime. În acest plan, derivatele de ordinul n—1, ale vitezelor de peturbație u, v, w sînt funcții armonice și li se pot asocia niște funcții conjugate pentru a obține funcțiile de variabilă complexă

$$x = \mathcal{Y} + i\mathcal{Z}. \tag{9}$$

Astfel se pot scrie funcțiile analitice [1] :

$$F_{n-k-r,k,r} = \frac{\partial^n F}{\partial x_1^{n-k-r} \partial x_2^{k} \partial x_3^{r}} = \Phi_{n-k-r,k,r} + i\Phi_{n-k-r,k,r}, (k + r \leqslant n), \tag{10}$$

în care Φ reprezintă potențialul vitezelor de perturbație, $\Phi_{n-k-r,k,r}$ — funcție omogenă de ordinul zero, iar $\Phi'_{n-k-r,k,r}$ — funcție armonică asociată cu cea precedentă.

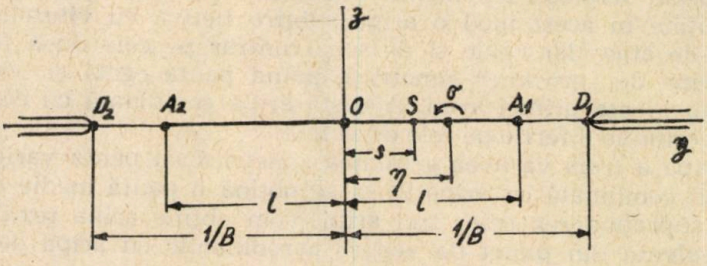


Fig. 2

1. *Aripa subțire*. Ca urmare a efectului celor două nuclee de vîrtejuri, se modifică viteza verticală pe prima aripă componentă. Astfel pe intervalele ($-l$, $-s$) și (s, l) viteza verticală se exprimă prin relația

$$w'(x_1, x_2) = \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} w'_{n-2\chi-1,2\chi}(\eta)\, x_1^{n-2\chi-1} x_2^{2\chi} \pm$$

$$\pm \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} w'_{n-2\chi-2,2\chi+1}(\eta)\, x_1^{n-2\chi-2} x_2^{2\chi+1}, \tag{11}$$

în care parametrii $w'_{n-2\chi-1,2\chi}(\eta)$ și $w'_{n-2\chi-2,2\chi+1}(\eta)$ se obțin cu ajutorul unei distribuții de singularități de ordin superior (surse), de intensitate $q'_{n,k}$, plasate pe urma aripii din planul x. Intensitățile $q'_{n,k}$ pot fi reprezentate cu ajutorul funcției liniare

$$q'_{n,k}(\eta) = q^*_{n,k}\left(1 - \frac{|\eta|}{l}\right), \quad (s \leqslant \eta \leqslant l)\, U\, (-l \leqslant \eta \leqslant -s). \tag{12}$$

În felul acesta obținem viteza $w^{(1)}$ pe bordul de atac al aripii și viteza w' pentru punctele de pe aripă cuprinse între $\eta=0$ și $\eta=s$,

$$w'(x_1, x_2) = \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} w^{(0)}_{n-2\chi-1,2\chi}(\eta) x_1^{n-2\chi-1} x_2^{2\chi} \pm$$

$$\pm \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} w'_{n-2\chi-2,2\chi+1}(\eta) x_1^{n-2\chi-2} x_2^{2\chi+1}, \tag{13}$$

în care $w^{(0)}_{n-2\chi-1,2\chi}$ și $w^{(0)}_{n-2\chi-2,2\chi+1}$ sînt niște constante.

Variația vitezelor verticale în intervalul ($y=\pm s, y=\pm l$) corespunde unei distribuții de muchii elementare situate pe aripă, care dau în fiecare punct $y=\eta$ saltul elementar al vitezei

$$\left(\frac{dw'}{dy}\right)_{y=\eta} d\eta. \tag{14}$$

Aplicînd metoda analogiei hidrodinamice [1], contribuția în expresia vitezei de perturbație a unei muchii elementare va fi

$$dU_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} q'_{n,k}(\eta) x^k_{argch} \sqrt{\frac{(l+\eta)(l-x)}{2l(\eta-x)}}\, d\eta. \tag{15}$$

Pornind de la repartiția de surse (12), vom însuma contribuțiile tuturor muchiilor elementare distribuite cu ale bordurilor subsonice, [1] și vom obține următoarea expresie a vitezei axiale de perturbație a primei aripi componente

$$\frac{1}{x_1^{n-1}} U_l = U_{n-1,l} = \frac{\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} A_{n,2k} x^{2k}}{\sqrt{l^2-x^2}} + \frac{2}{\pi}\int_s^l \sum_{k=0}^{n-1} q'_{n,k} x^k \left[argch \sqrt{\frac{(l+\eta)(l-x)}{2l(\eta-x)}} + \right.$$

$$\left. + (-1)^k argch \sqrt{\frac{(l+\eta)(l+x)}{2l(\eta+x)}} \right] d\eta + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} A_{2k} x^{2k} argch \sqrt{\frac{l^2}{x^2}} \tag{16}$$

care după efectuarea calculelor, devine

$$U_{n-1,l} = \frac{\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} A_{n,2k} x^{2k}}{\sqrt{l^2-x^2}} - \frac{1}{\pi}\left\{ \sum_{k=0}^{n-1} q^*_{n,k} x^k \left[(s-x)\left(1-\frac{s+x}{2l}\right) argch \frac{l^2-sx}{l(s-x)} + \right.\right.$$

$$\left. + (-1)^k (s+x)\left(1-\frac{s-x}{2l}\right) argch \frac{l^2+sx}{l(s+x)} \right] + \left[\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} q^*_{n,2k} x^{2k} \left(\sqrt{1-\frac{s^2}{l^2}} - \right.\right.$$

$$-2\,arc\cos\frac{s}{l}\Big)+\frac{1}{l}\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n}{2}\right)}q^{*}_{n,2k-1}\,x^{2k}\,arc\cos\frac{s}{l}\Big]\sqrt{l^2-x^2}\Big\}+$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)}A_{2k}x^{2k}\,argh\sqrt{\frac{l^2}{x^2}}\,, \tag{17}$$

în care ultimul termen corespunde muchiei de pe centrul aripii cu simetrie forţată.

2. *Aripa de grosime simetrică, cu panta egală cu incidenţa aripii subţiri*

Prin introducerea acestei aripi de grosime simetrică se înlătură vîrfurile accentuate de presiuni pe intradosul aripii. Urmînd metoda generală a mişcărilor conice [1], vom obţine pentru viteza axială de perturbaţie următoarea expresie

$$\frac{1}{x_1^{n-1}}U_t=U_{n-1,t}=\frac{2}{\pi}\int_s^l\sum_{k=0}^{n-1}q'(\eta)\,x^k\Big[argch\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-Bx)}{2B(\eta-x)}}+$$

$$+(-1)^k\,argch\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+Bx)}{2B(\eta+x)}}\Big]d\eta+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)}Q^{*}_{n,2k}\,x^{2k}\,argch\sqrt{\frac{1}{B^2x^2}}+$$

$$+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)}D^{*}_{n,2k}\,x^{2k}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2}}+L, \tag{18}$$

care devine

$$U_{n-1,t}=\frac{1}{\pi}\Big\{\sum_{k=0}^{n-1}q^{*}_{n,k}\,x^k\Big[(l-x)\left(1-\frac{l+x}{2l}\right)argch\frac{1-B^2lx}{B(l-x)}+$$

$$+(-1)^k(l+x)\left(1-\frac{l-x}{2l}\right)argch\frac{1+B^2lx}{B(l+x)}-$$

$$-(s-x)\left(1-\frac{s+x}{2l}\right)argch\frac{1-B^2sx}{B(s-x)}-$$

$$-(-1)^k(s+x)\left(1-\frac{s-x}{2l}\right)argch\frac{1+B^2sx}{B(s+x)}\Big]+$$

$$+\frac{1}{Bl}\Big[2l\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)}q^{*}_{n,2k}\,x^{2k}\left(arc\sin Bl-arc\sin Bs+\frac{\sqrt{1-B^2l^2}-\sqrt{1-b^2s^2}}{2Bl}\right)-$$

$$-\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n}{2}\right)}q^{*}_{n,2k}\,x^{2k}\,(arc\sin Bl-arc\sin Bs)\Big]\sqrt{1-B^2x^2}\Big\}+$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} Q^{*}_{n,2k}\, x^{2k}\, \operatorname{argch}\sqrt{\frac{1}{B^2x^2}}+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} D^{*}_{n,2k}\, x^{2k}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2}}+L, \tag{19}$$

unde termenul L este dat de panta bordului de atac al aripii.

Aripa de grosime simetrică compensatoare de pantă

Prin introducerea efectului aripii de la punctul 2), aripa rezultantă a devenit aripă de „grosime simetrică". De aceea vom introduce o nouă distribuție de surse care va reduce aripa la o grosime medie nulă. Se obține astfel la bordul aripii viteza verticală : $-w^{(1)}$. Rezultă o variație de viteze verticale care va anula efectul L al bordului de atac și panta medie a aripii 2). Pentru a obține acest rezultat vom admite următoarea lege de distribuție a surselor

$$q''_{n,k} = \pm\, q^{**}_{n,k}\,\eta\,(1+q^{**}_{n-1,k}\,|\eta|)\,,\ (-l\leqslant\eta\leqslant l). \tag{20}$$

Astfel, am obținut, ca cele două „aripi groase" să formeze una singură, avînd panta medie nulă. Pentru această aripă, expresia vitezei axiale de perturbație $U_{n-1,c}$, va fi

$$\frac{1}{x_1^{n-1}}U_c = U_{n-1,c} = \frac{2}{\pi}\int_0^l \sum_{k=0}^{n-1} q''_{n,k}(\eta)\,x^k\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-Bx)}{2B(\eta-x)}}+\right.$$

$$\left.+(-1)^k\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+Bx)}{2B(\eta+x)}}\right]d\eta+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} Q^{**}_{n,2k}\,x^{2k}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1}{B^2x^2}}+$$

$$+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} D^{**}_{n,2k}\,x^{2k}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2}}-L, \tag{21}$$

care se poate exprima sub forma :

$$U_{n-1,c} = \frac{1}{2\pi B^2}\left\{\sum_{k=0}^{n-1} q^{**}_{n,k}\,x^k\,B^2(l^2-x^2)\left[\operatorname{argch}\frac{1-B^2lx}{B(l+x)}+\right.\right.$$

$$\left.+(-1)^k\operatorname{argch}\frac{1+B^2lx}{B(l+x)}\right]+2\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} q^{**}_{n,2k}\,x^{2k}\left[B^2x^2\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1}{B^2x^2}}+\right.$$

$$\left.\left.+(1-\sqrt{1-B^2l^2})\sqrt{1-B^2x^2}\right]+2\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} q^{**}_{n,2k-1}\,x^{2k-1}\,Bx\sqrt{1-B^2x^2}\,\operatorname{arc\,sin}Bl\right\}+$$

$$+\frac{1}{3B^3\pi}\left\{\sum_{k=0}^{n-1} q^{**}_{n,k}\,q^{**}_{n-1,k}\,x^k\left[B^3(l^3-x^3)\operatorname{argch}\frac{1-B^2lx}{B(l-x)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+(-1)^k\,B^3(l^3+x^3)\operatorname{argch}\frac{1+B^2lx}{B(l+x)}\right]+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} q^{**}_{n,2k}\,q^{**}_{n-1,2k}\,x^{2k}\left(2B^2x^2\operatorname{arc\,sin}Bl+\right.\right.$$

$$+ arc\sin Bl - Bl\sqrt{1-B^2l^2}\Big)\sqrt{1-B^2x^2} +$$

$$+2\sum_{k=1}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} q^{**}_{n,2k}\, q^{**}_{n-1,2k-1}\, x^{2k-1}\, Bx\left[B^2x^2\, argch\sqrt{\frac{1}{B^2x^2}} + \right.$$

$$\left. +\left(1-\sqrt{1-B^2l^2}\right)\sqrt{1-B^2x^2}\right]\Big\} + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} Q^{**}_{n,2k}\, x^{2k}\, argch\sqrt{\frac{1}{B^2x^2}} +$$

$$+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} D^{**}_{n,2k}\, x^{2k}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2}} - L. \tag{22}$$

3. Determinarea constantelor

Pentru determinarea constantelor $q^{*}_{n,k}$, vom porni de la condiţiile la limită deduse din teoria mişcărilor conice [2],

$$-I_m(-1)^{n-k}\int x^{n-k-2}\sqrt{1-B^2x^2}\,\frac{d^n}{dx^n}\left(\frac{dU_{n-1}}{d\eta}\right)dx = \frac{(n-1)!}{C^k_{n-1}}\left(\frac{dw'_{n-k-1,k}}{d\eta}\right), \tag{23}$$

integrarea fiind efectuată pe un semicerc σ de rază foarte mică în jurul unui punct oarecare $y=\eta_1$ de pe aripă, (fig. 2). Ţinînd seama de (15), relaţia (23) devine

$$-I_m(-1)^{n-k}\int_\sigma x^{n-k-2}\sqrt{1-B^2x^2}\,\frac{d^n}{dx^n}\left[\left(1-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\eta}{l}\right)\sum_{k=0}^{n-1} q^{*}_{n,k}\, x^k\left(argch\sqrt{\frac{(l+\eta)(l-x)}{2l(\eta-x)}} + (-1)^k\, argch\sqrt{\frac{(l+\eta)(l+x)}{2l(\eta+x)}}\right)\right]dx =$$

$$= \frac{(n-1)!}{C^k_{n-1}}\left(\frac{dw'_{n-k-1,k}}{d\eta}\right). \tag{24}$$

Pornind de aici deducem variaţia vitezei verticale $\frac{dw'_{n-k-1,k}}{d\eta}$ şi punem condiţiile la limită în punctele $\eta_1=s$ şi $\eta=l$ pentru viteza verticală $w(x_1, x_2)$ pentru a obţine primele $n-1$ relaţii dintre constantele $q^{*}_{n,k}\, w^{(0)}_{n-k-1,k}$ şi $w^{(1)}_{n-k-1,k}$. Constantele A_{2k} se determină din relaţia (23) făcînd integrarea pe un semicerc din jurul originii.

Pe de altă parte, incidenţa medie

$$\alpha(x_1, x_2) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_{n-k-1,k}\, x_1^{n-k-1}\, x_2^k, \tag{25}$$

este egală cu incidenţa primei aripi componente sau cu cea a aripii rezultante fictive. Ţinînd seama că cele două aripi groase se compensează

reciproc, vom putea scrie relația

$$\int_0^l \sum_{k=0}^{n-1} w'_{n-k-1,k}(\eta)\,\eta^k\,d\eta = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{w_{n-k-1,k}}{k+1}\,l^{k+1}, \tag{26}$$

corespunzătoare numai aripii subțiri.

Constantele $A_{n,2k}$, care apar în expresia (16) a vitezei axiale de perturbație, le vom determina considerînd variația vitezei verticale $w'(x_1, x_2)$ de la un punct de pe aripă x_w pînă la unul de viteză verticală nulă x_0. Pentru a evita calculele laborioase vom considera că sursele distribuite în intervalul (s, l) sînt concentrate în $y=s'$, avînd intensitățile $Q_{n,k}$ astfel încît

$$s' = s + \frac{l-s}{3},\quad Q_{n,k} = \frac{1}{2}\,q^*_{n,k}\,l\left(1-\frac{s}{l}\right)^2. \tag{27}$$

Procedînd în acest mod, condiția la limită (23) devine

$$-R_e(-1)^{n-k}\,i\int_{x_v}^{x_0} x^{n-k-2}\sqrt{1-B^2x^2}\,\frac{d^n U'_{n-1,l}}{dx^n}\,dx = \frac{(n-1)!\,w^{(0)}_{n-k-1,k}}{C^k_{n-1}}, \tag{28}$$

unde $U'_{n-1,l}$ este viteza axială de perturbație pentru cazul sursei concentrate în $y=s'$:

$$\frac{1}{x_1^{n-1}}\,U'_l = U'_{n-1,l} = \frac{\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} A_{n,2k}\,x^{2k}}{\sqrt{l^2-x^2}} + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} A_{2k}\,x^{2k}\,\operatorname{argch}\sqrt{\frac{l^2}{x^2}} +$$

$$+\frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{n-1} Q_{n,k}\,x^k\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+s')(l-x)}{2l(s'-x)}} + (-1)^k\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+s')(l+x)}{2l(s'+x)}}\right]. \tag{29}$$

Datorită separației curentului la borduri, vom impune condiția ca viteza să fie finită la bordurile de atac subsonice, și vom obține următoarea ecuație

$$\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} A_{n,2k}\,l^{2k} = 0, \tag{30}$$

care, împreună cu cele de mai sus, determină constantele $q^*_{n,k}$.

Ținînd seama de condiția (30) vom scrie

$$\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{A_{n,2k}\,x^{2k}}{\sqrt{l^2-x^2}} = \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} A_{n,2k}\,x^{2k}\sqrt{l^2-x^2}. \tag{31}$$

Constantele $q^{**}_{n,k}$ se determină luînd în considerație rolul compensator al celei de a treia aripi componente care va avea panta medie — $w(x_1, x_2)$. Vom avea asemănător cu (26):

$$\int_0^l \sum_{k=0}^{n-1} w''_{n-k-1,k}(\eta)\,\eta^k\,d\eta = -\sum_{k=0}^{n-1} \frac{w_{n-k-1,k}}{k+1}\,l^{k+1}. \tag{32}$$

Considerînd pentru $q^{**}_{n-1,k}$ valorile convenabile

$$q^{**}_{n-1,k} = -\frac{1}{2l}, \tag{33 a}$$

sau

$$q^{**}_{n-1,k} = 0, \tag{33, b}$$

vom obține din relațiile (26) și (30) valorile constantelor $q^{**}_{n\,k}$.

Constantele $D^{*}_{n,2k}$, $D^{**}_{n,2k}$ se determină din unele condiții caracteristice mișcării conice de ordin superior [1] :

$$\left(\sqrt{1-B^2x^2}\ \frac{d^p\,U_{n-1,t}}{dx^p}\right)_{x=\pm 1/B} = 0. \tag{34 a}$$

$$\left(\sqrt{1-B^2x^2}\ \frac{d^p\,U_{n-1,c}}{dx^p}\right)_{x=\pm 1/B} = 0,\ p = 1,2,...,(n-1), \tag{34 b}$$

iar $Q^{*}_{n,2k}$, $Q^{**}_{n,2k}$ se determină considerînd semireziduurile expresiilor

$$\frac{d^p\,U_{n-1,t}}{dx^p},\ \frac{d^pU_{n-1,c}}{dx^p},\ p = 1,2,...,(n-1), \tag{35}$$

în jurul originii ($x=0$).

4. Distribuția de presiuni și caracteristicile aerodinamice

Pentru calculul coeficientului de portanță vom porni de la formula coeficientului de presiune

$$C_p^{(n)} = \frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = -2\frac{u_{n-1,l}}{U_\infty}\,x_1^{n-1} = -2Re\,\frac{U_{n-1,l}}{U_\infty}\,x_1^{n-1}, \tag{36}$$

pentru aripa portanță subțire. Diagramele distribuției de presiuni pentru $n=1$ și $n=2$ sînt date în [2], [3], [6].

Introducînd această expresie în formula coeficientului de portanță C_z, vom obține

$$C_z^{(n)} = \frac{8}{(n+1)\,lU_\infty}\int_0^l u_{n-1,l}\,dy. \tag{37}$$

În ceea ce privește însă distribuția de presiuni, trebuie să considerăm viteza axială totală :

$$U_{n-1} = U_{n-1,l} + U_{n-1,t} + U_{n-1,c}, \tag{38}$$

unde semnul lui $U_{n-1,l}$ de pe extrados este diferit de cel de pe intrados.

5. Asupra poziției nucleului de vîrtej

Pentru a defini parametrul $\frac{s}{l}$ care determină limitele distribuției de surse, vom remarca că poziția de maxim a distribuției de presiuni coincide cu abscisa $y=c$ a centrului nucleului de vîrtej. Dar făcînd calculul pe baza distribuției liniare de surse, se constată că vîrful depresiunilor de pe extradosul aripii cade aproximativ la jumătatea distanței dintre centrul de greutate al intensității surselor și punctul de abscisă s pe care urmărim să-l determinăm.

În modul acesta putem deduce relația între s și c :

$$c = s + \frac{1}{6}(l - s) \ , \quad \left(\frac{s}{l} = 1{,}2\,\frac{c}{l} - 0{,}2\right). \tag{39}$$

Vom admite că la incidențe foarte mici ale aripii, adică atunci cînd parametrul $a_{n-k-1,k} \to 0$, poziția nucleului de vîrtej va fi $c=l$.

La incidențele mai mari ale aripii vom admite că firele de vîrtejuri evoluează proporțional cu deschiderea aripii și se înfășoară pe o axă, astfel încît putem scrie relația

$$\frac{c}{l} = \frac{n+1}{n+2} \, . \tag{40}$$

Vom remarca totuși că intensitatea nucleului de vîrtej este mai mică decît intensitatea turbionară totală, restul (cca. 20%) fiind în stratul subțire care formează suprafața cornetului de lîngă bordul de atac.

De aceea, orientîndu-ne după experiențele efectuate, poziția minimă a centrului vîrtejului, corespunzătoare unor incidențe mari, va fi

$$\frac{c}{l} \approx 0{,}8\,\frac{n+1}{n+2} \, . \tag{41}$$

Pentru o aripă de un ordin oarecare este greu de dat o formulă pentru calculul lui $\frac{c}{l}$. De aceea, această relație trebuie stabilită în cazul fiecărei aripi conice.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli*, High-Speed Aerodynamics. București, Ed. tehnică, 1956.
2. *E. Carafoli, Șt. Staicu*, Antisymmetrical thin Delta Wing with Flow Separation at the Leading Edges. Rev. Roum. Sc. Tech. Mécanique Appliquée, XI. 6 (1966).

3. *E. Carafoli, Şt. Staicu*, Sur un modèle théorique concernant l aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque. Journal de Mécanique, vol. 6, no. 2, Juin, 1967, Paris.

4. *E. Carafoli, Şt. Staicu*, On the Flow Separation from the Edges of the Antisymmetrical Delta Wing in Supersonic Regime. Anniv. Vol. ded. Prof. L. I. Sedov Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics, Moscow, 1969, pp. 257—272.

5. *R. Legendre*, Vortex Sheets Rolling-up Along Leading Edges of Delta Wings. Progr. Aeronaut. Sci., 1966, v. 7, p. 7—33.

6. *L. C. Squire*, The Estimation of the Non-linear Lift of Delta Wings at Supersonic Speed. J.R.A.S., aug., 1963.

7. *W. Mangler, J. H. Smith*, A Theory of the Flow Past a Slender Delta Wing with Leading Edge Separation. Proc. Roy. Soc., May 1959.

8. *Şt. Staicu*, Contribuţii la teoria aripilor în regim supersonic cu separaţia curentului la bordurile de atac. Teză de doctorat, Bucureşti, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

ORGANE DE MAȘINI

C.Z. : 66.02

CONTRIBUȚII LA STUDIUL DINAMICII CIURURILOR CU RULIU *

R. IATAN, M. RENERT

I

Printre ultimele tipuri de ciururi ce s-au introdus în uzul industrial sînt și ciururile cu ruliu, a căror mișcare caracteristică, ce imită ciuruirea cu mîna (mișcare de ruliu), permite o separare relativ precisă după granulometria diferitelor fracțiuni. În ultimul timp, ciururile cu ruliu sînt tot mai apreciate pentru clasarea materialelor dificile de ciuruit și fin dispersate. Mai departe, se încearcă ciuruirea unor materiale care pînă acum erau considerate ca neputînd fi ciuruite sau ca fiind greu de ciuruit : materiale umede, fin dispersate, încărcate electrostatic și fibroase.

Traiectoria materialului pe sită, tipică pentru acest gen de mașini, a fost determinată teoretic și experimental. Calculele teoretice făcute pînă în prezent nu pot prinde încă toți parametrii ce condiționează această traiectorie.

II

Principiul de funcționare al ciururilor cu ruliu rezultă din fig. 1 [1].

Cel mai simplu caz este cel al sitei ale cărei puncte descriu traiectorii circulare în jurul axei sistemului, însă fără ca ea însăși să se rotească (fig. 1, b). Axa sitei se află de cele mai multe ori oblic în spațiu față de axa sistemului ; ea trece la distanța e_0 de la aceasta și este înclinată cu unghiul α față de ea, astfel încît, în general, descrie un hiperboloid de rotație (fig. 1, d).

Numai în cazul particular cînd axele sitei și sistemului se întîlnesc, suprafața descrisă este conică (fig. 1, c).

Pe lîngă schemele prezentate în fig. 1, mai pot fi luate în considerație și alte scheme, ca de exemplu cea din fig. 2, de concepție proprie [2]. Această schemă permite, spre deosebire de celelalte, o variație continuă a excentricității centrului sitei între anumite limite (prin modificarea excentricității e, a dimensiunii l_2, a turației de acționare și eventual prin schimbarea masei m). Se poate determina astfel excentricitatea optimă a centrului sitei necesară pentru obținerea unei calități maxime a

* Manuscris predat la redacție la data de 17 noiembrie 1970.

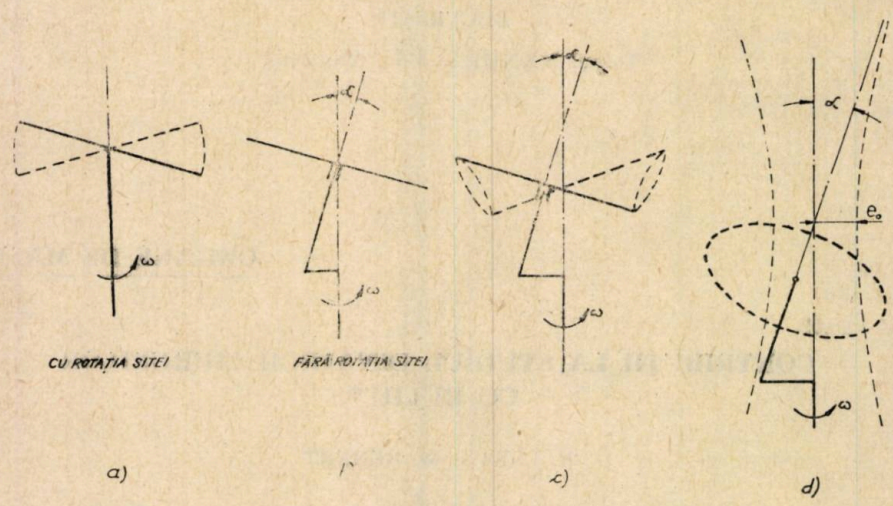


Fig. 1. Scheme de ciururi cu ruliu.

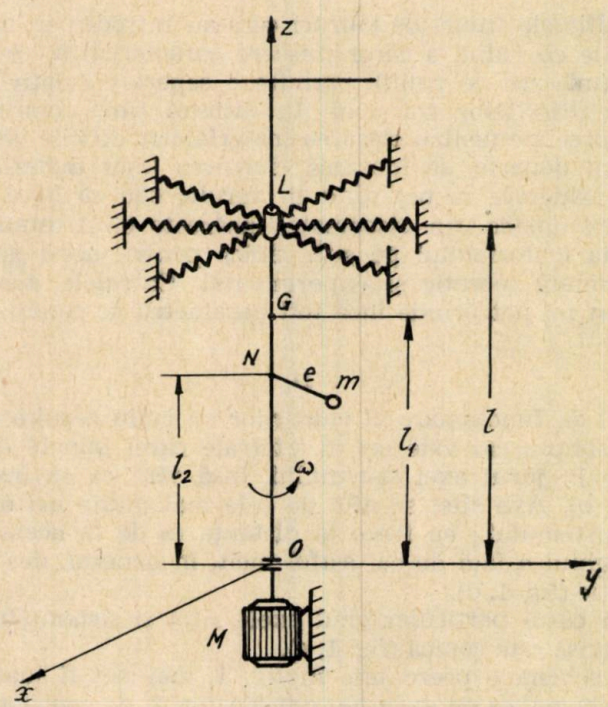


Fig. 2. Schema unui ciur cu ruliu.

L — lagăr elastic ; G — centrul de greutate al sistemului mobil ; m — masă excentrică ; O — cuplaj mobil ; M — motor de acționare.

separării, pentru fiecare sort de material, din practică rezultînd că selectivitatea este mai redusă cînd excentricitatea centrului sitei față de axa sistemului este prea mare sau prea mică.

III

Studiul analitic al mișcării unui astfel de ciur se poate face alegînd un triedru de referință fix *Oxyz* și altul mobil *OABC*, legat de sistemul vibrator [3].

La un moment dat poziția *OC* a arborelui este determinată de unghiul γ dintre axă și proiecția sa *OC'* în planul *Oxz* și de unghiul β făcut de această proiecție cu axa *Oz* (fig. 3).

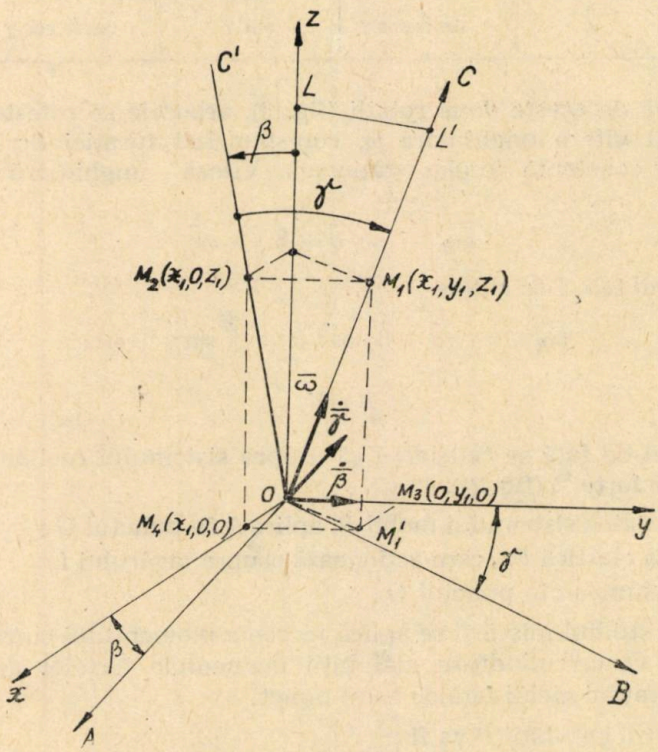


Fig. 3. Sistemele de referință Oxyz, OABC.

Coordonatele punctelor M_1, M_2, M_3 și O satisfăcînd condiția de coplanaritate, rezultă că semidreptele *OC*, *OC'*, *Oy* se găsesc în același plan.

Celelalte două axe ale triedrului mobil *OA* și *OB* se aleg în planul *xOz*, respectiv planul determinat de *OC*, *OC'*, *Oy*, rezultînd :

$$\begin{aligned} \sphericalangle C'Oz &= \sphericalangle AOx = \beta ; \\ \sphericalangle COC' &= \sphericalangle BOy = \gamma . \end{aligned} \tag{1}$$

Cosinusurile directoare ale axelor triedrului *OABC* față de *Oxyz* sînt prezentate în tab. 1.

Rotația sistemului mobil în jurul axei *Oz* poate fi exprimată cu ajutorul unghiurilor β și γ, descompunîndu-se în două oscilații de-a lungul axelor *Ox* și *Oy*.

Tabela 1

	$\bar{i}$	$\bar{j}$	$\bar{k}$
$\bar{a}$	$\cos\beta$	0	$-\sin\beta$
$\bar{b}$	$-\sin\beta\sin\gamma$	$\cos\gamma$	$-\cos\beta\sin\gamma$
$\bar{c}$	$\sin\beta\cos\gamma$	$\sin\gamma$	$\cos\beta\cos\gamma$

În afară de aceste două rotații (fig. 3), arborele se rotește și în jurul axei OC cu viteza unghiulară ω, corespunzînd turației de acționare și considerată constantă (regim staționar). Viteza unghiulară rezultantă va fi :

$$\bar{\omega}_R = -\dot{\gamma}\bar{a} + \dot{\beta}\bar{j} + \omega\bar{c}. \tag{2}$$

Utilizînd tab. 1 se obține :

$$\bar{\omega}_R = -\dot{\gamma}\bar{a} + \dot{\beta}\cos\gamma\,\bar{b} + (\dot{\beta}\sin\gamma + \omega)\,\bar{c}. \tag{3}$$

IV

În cazul de față se consideră că asupra sistemului oscilant acționează următoarele forțe *) (fig. 2) :

— greutatea sistemului mobil P, aplicată în punctul G ;
— forța elastică F_e, care acționează asupra lagărului L ;
— reacțiunea din punctul O.

Pentru studiul mișcării se aplică teorema momentului cinetic în raport cu punctul O, calculîndu-se mai întîi momentele forțelor ce acționează asupra sistemului mobil față de acest punct.

Momentul greutății P va fi :

$$\bar{M}_P = \overline{OG} \times \bar{P} = -l_1 P\,(\bar{c} \times \bar{k}). \tag{4}$$

Dacă notăm cu L' poziția punctului L de pe axa arborelui la un moment dat, atunci forța elastică ce acționează asupra lagărului L este :

$$\bar{F}_e = K\,\overline{L'L} = K\,(\overline{OL} - \overline{OL'}), \tag{5}$$

unde K este constanta elastică din planul orizontal [4].

Momentul acestei forțe în raport cu punctul O este :

$$\bar{M}_{F_e} = \overline{OL} \times K\,(\overline{OL} - \overline{OL'}) = Kl^2\,(\bar{c} \times \bar{h}). \tag{6}$$

*) Pentru un studiu mai aprofundat pot fi luate în considerație forța centrifugă datorită masei m, forța de frecare dintre arbore și cuzinetul lagărului L, precum și momentul giroscopic al sitei.

Produsul $\bar{c} \times \bar{k}$ care apare în calculul momentelor forțelor P și F_e se determină cu ajutorul proiecțiilor lui c, obținîndu-se :

$$\bar{c} \times \bar{k} = \sin\gamma\,\bar{i} - \sin\beta\cos\gamma\,\bar{j}.$$

Deoarece unghiurile β și γ sînt mici (4—8°), se poate scrie :

$$\sin\beta \approx \beta\,;\ \cos\beta \approx 1\,;\ \sin\gamma \approx \gamma\,;\ \cos\gamma \approx 1. \tag{7}$$

Se obține :

$$\bar{c} \times \bar{k} = \gamma\bar{i} - \beta\bar{j}. \tag{8}$$

Notînd cu J_1 momentul de inerție al sistemului mobil în raport cu axa OC, cu J_2 momentul de inerție în raport cu axele OA și OB (secțiunile fiind circulare momentele de inerție în raport cu cele două axe sînt egale) și ținînd seama că axele triedrului $OABC$ sînt axe principale de inerție, momentul cinetic în raport cu punctul fix O va fi :

$$\overline{\mathfrak{M}} = -J_2\dot{\gamma}\bar{a} + J_2\dot{\beta}\cos\gamma\,\bar{b} + J_1(\dot{\beta}\sin\gamma + \omega)\,\bar{c}. \tag{9}$$

Proiecțiile momentului cinetic pe axele fixe se calculează ținînd seama de cosinusurile dierctoare (tab. 1). Avîndu-se în vedere că unghiurile β și γ sînt mici (7) și neglijînd termenii mici de grad mai mare decît 1, se obține :

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_x &= -J_2\dot{\gamma} + J_1\omega\beta\,; \\ \mathfrak{M}_y &= J_2\dot{\beta} + J_1\omega\gamma\,; \\ \mathfrak{M}_z &= J_1\omega \end{aligned} \tag{10}$$

Pentru stabilirea ecuației ce caracterizează mișcarea sistemului mobil, se utilizează a doua teoremă a impulsului [5] :

$$\dot{\overline{\mathfrak{M}}} = -\overline{M}_t\,, \tag{11}$$

unde $\mathfrak{M}$ este momentul cinetic total în raport cu punctul fix O, iar M_t este momentul total al forțelor ce acționează asupra sistemului mobil, în raport cu același punct.

Ținîndu-se seama de relația (11) se poate scrie :

$$\begin{aligned} -J_2\ddot{\gamma} + J_1\omega\dot{\beta} - (l_1P - Kl^2)\gamma &= 0\,; \\ J_2\ddot{\beta} + J_1\omega\gamma + (l_1P - Kl^2)\beta &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Proiecția pe axa Oz, neprezentînd interes pentru problema de față, nu a mai fost scrisă în sistemul de ecuații (12).

Între coordonatele unghiulare β, γ și cele carteziene x, y, z există relațiile (13), care au fost scrise cu utilizarea aproximațiilor (7) :

$$\begin{aligned} x &= l\sin\beta\cos\gamma \approx l\beta\,; \\ y &= l\sin\gamma \approx l\gamma\,; \\ z &= l\cos\beta\cos\gamma \approx l. \end{aligned} \tag{13}$$

Deoarece :

$$\beta \approx \frac{x}{l} ; \gamma \approx \frac{y}{l}, \tag{14}$$

urmează din ecuațiile (12) (pentru cazul vibrațiilor de amplitudine mică), ecuațiile diferențiale ale mișcării punctului L' :

$$\begin{aligned} J_2\ddot{y} - J_1\omega\dot{x} + (l_1P - Kl^2)\,y = 0\,; \\ J_2\ddot{x} + J_1\omega\dot{y} + (l_1P - Kl^2)\,x = 0. \end{aligned} \tag{15}$$

V

Admițînd pentru sistemul de ecuații diferențiale (15) soluții de forma :

$$\begin{aligned} x = A\cos pt\,; \\ y = B\sin pt, \end{aligned} \tag{16}$$

se obține după efectuarea înlocuirilor și neglijarea soluțiilor banale $\sin pt = 0$ și $\cos pt = 0$:

$$\begin{aligned} J_1\omega pA + (l_1P - Kl^2 - J_2p^2)\,B = 0\,; \\ (l_1P - Kl^2 - J_2p^2)\,A + J_1\omega pB = 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Valorile amplitudinilor A și B ale soluțiilor (16), considerate, se obțin ca soluții ale sistemului de ecuații (17). Pe de altă parte ecuațiile (17) dau ecuația seculară a sistemului :

$$\begin{vmatrix} J_1\omega p & l_1P - Kl^2 - J_2p^2 \\ l_1P - Kl^2 - J_2p^2 & J_1\omega p \end{vmatrix} = 0. \tag{18}$$

Se constată astfel că se obțin patru valori ale pulsației p, care satisfac ecuația (18). Substituirea acestor valori în relațiile (17) dă expresia coeficienților de distribuție :

$$\mu_i = \frac{B}{A} = -\frac{l_1P - Kl^2 - J_2p_i^2}{J_1\omega p_i}\,;\ i = 1, 2, 3, 4 \tag{19}$$

Rădăcinile ecuației pulsațiilor (18) se pot găsi mai simplu adunînd și scăzînd membru cu membru ecuațiile sistemului (17), Rezultă ·

$$\begin{aligned} (l_1P - Kl^2 + J_1\omega p - J_2p^2)\,(A + B) = 0\,; \\ (l_1P - Kl^2 - J_1\omega p - J_2p^2)\,(A - B) = 0. \end{aligned} \tag{20}$$

Ecuația (18) este echivalentă cu :

$$\begin{aligned} J_2p^2 - J_1\omega p - (l_1P - Kl^2) = 0\,; \\ J_2p^2 + J_1\omega p - (l_1P - Kl^2) = 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Din aceste ecuații se obțin pulsațiile proprii de prima categorie :

$$p_{1,2} = \frac{J_1\omega \pm \sqrt{J_1^2\omega^2 + 4\,J_2(l_1P - Kl^2)}}{2J_2}, \tag{22}$$

și cele de a doua categorie :

$$p_{3,4} = \frac{-J_1\omega \pm \sqrt{J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2)}}{2J_2}. \tag{23}$$

Pulsațiile de prima categorie nu anulează primul factor din cea de a doua ecuație a sistemului (20), trebuind ca $A-B=0$. Se obțin astfel coeficienții de distribuție :

$$\mu_1 = \mu_2 = 1. \tag{24}$$

Pulsațiile de a doua categorie nu anulează primul factor din prima ecuație a sistemului (20), trebuind ca $A+B=0$. Se obțin coeficienții de distribuție :

$$\mu_3 = \mu_4 = -1. \tag{25}$$

Pentru ca oscilațiile armonice mici conform relațiilor (16) să existe (pentru ω dat), trebuie îndeplinită condiția :

$$J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2) \geqslant 0. \tag{26}$$

Se consideră mai întîi cazul cînd :

$$J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2) > 0. \tag{27}$$

Această condiție poate fi îndeplinită după cum urmează :

1) pentru orice valoare a lui ω, dacă $l_1P-Kl^2>0$;

2) pentru $\omega>\omega_0=\frac{2}{J_1}\sqrt{J_2(Kl^2-l_1P)}$ dacă $l_1P-Kl^2<0$.

Studiind relațiile pentru pulsații se observă :

Tabela 2

condiție impusă		condiție impusă	
$l_1P-Kl^2>0$		$l_1P-Kl^2<0$ $\left\|\frac{4J_2}{J_1^2\omega^2}(l_1P-Kl^2)\right\|<1$	
pulsații de prima categorie	pulsații de a doua categorie	pulsații de prima categorie	pulsații de a doua categorie
$p_1>0$	$p_3>0$	$p_1>0$	$p_3<0$
$p_2<0$	$p_4<0$	$p_2>0$	$p_4<0$
$p_1=-p_4>0$; $-p_2=p_3>0$		$p_1=-p_4>0$; $p_2=-p_3>0$	
$p'=p_1=-p_4$			
$p''=-p_2=p_3$		$p''=p_2=-p_3$	

Din analiza tab. 2 rezultă următoarele concluzii :

1) Există două pulsații (pozitive) notate cu p' și p''. Valorile negative $-p'$ și $-p''$ ale rădăcinilor ecuațiilor pulsațiilor conduc la soluții liniar dependente de cele găsite anterior și deci nu aduc nimic nou.

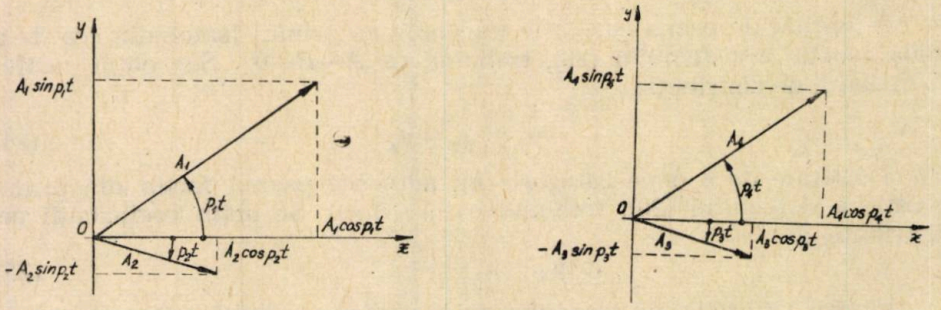


Fig. 4. Reprezentarea grafică a modurilor de vibrație pentru cazul 2).
a — moduri de vibrație pentru pulsațiile de prima categorie ; b — moduri de vibrație pentru pulsațiile de a doua categorie.

2) În cazul cînd $l_1P\text{-}Kl^2>0$, se observă că pulsațiile de prima categorie p_1, p_2 și cele de a doua categorie p_3, p_4 sînt de semne contrare. Ținîndu-se seama de relațiile (16), (24), (25), rezultă că există mișcare de precesie directă pentru pulsațiile p_1, p_4 și mișcarea de precesie inversă pentru pulsațiile p_2, p_3. Pot exista astfel patru moduri de vibrație :

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos p_1 t\,; & x_2 &= A_2 \cos p_2 t\,; \\ y_1 &= A_1 \sin p_1 t\,; & y_2 &= -A_2 \sin p_2 t\,; \\ x_3 &= A_3 \cos p_3 t\,; & x_4 &= A_4 \cos p_4 t\,; \\ y_3 &= -A_3 \sin p_3 t\,; & y_4 &= A_4 \sin p_4 t, \end{aligned} \tag{28}$$

a căror reprezentare grafică este redată în fig. 4.

3) În cazul cînd $l_1P-Kl^2<0$, $\left|\frac{4J_2}{J_1^2\omega^2}(l_1P-Kl^2)\right|<1$ și ținînd seama de relațiile (16), (24), (25), rezultă că pulsațiile de prima și a doua categorie conduc la mișcarea de precesie directă. Modurile de vibrație care pot exista sînt :

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos p_1 t\,; & x_2 &= A_2 \cos p_2 t\,; \\ y_1 &= A_1 \sin p_1 t\,; & y_2 &= A_2 \sin p_2 t\,; \\ x_3 &= A_3 \cos p_3 t\,; & x_4 &= A_4 \cos p_4 t\,; \\ y_3 &= A_3 \sin p_3 t\,; & y_4 &= A_4 \sin p_4 t, \end{aligned} \tag{29}$$

reprezentarea lor grafică fiind redată în fig. 5.

4) Oscilațiile rezultante ca urmare a combinării mișcărilor de pulsații p_1, p_2 pe de o parte și cele de pulsații p_3, p_4 pe de altă parte, au o frecvență mai ridicată (perioada de oscilație mai mică) în cazul 2) decît în 3).

Variaţia amplitudinii (în jurul unei valori medii) oscilaţiilor din cazul 2) este şi ea mai mare decît a celor din cazul 3). Se constată că oscilaţiile rezultante din cazul 2) sînt mai favorabile pentru procesul de separare decît cele din cazul 3).

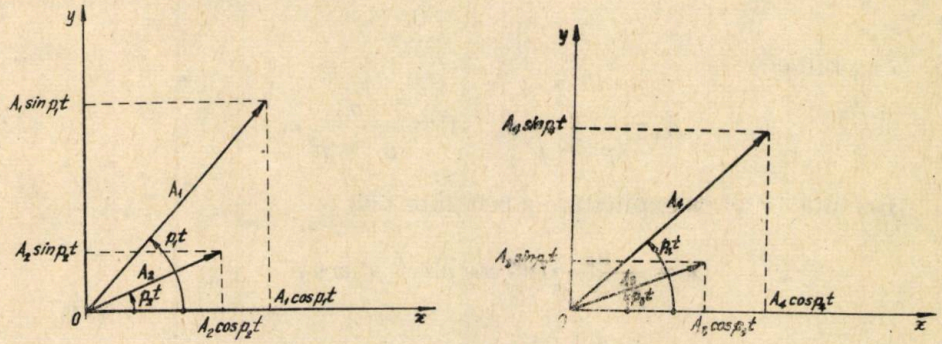


Fig. 5. Reprezentarea grafică a modurilor de vibraţie pentru cazul 3).
a — moduri de vibraţie pentru pulsaţiile de prima categorie ; b — moduri de vibraţie pentru pulsaţiile de a doua categorie.

Astfel, soluţia generală a ecuaţiilor care descriu vibraţiile libere ale sistemului mobil, se obţine din suprapunerea a două soluţii parţiale, reflectînd două moduri de vibraţie :

$$x = A' \cos p't + A'' \cos p''t;$$
$$y = A' \sin p't - A'' \sin p''t. \tag{30}$$

unde

$$A' = A_1 + A_4;$$
$$A'' = A_2 + A_3. \tag{31}$$

Reprezentarea grafică a modurilor de vibraţie este redată în fig. 6.

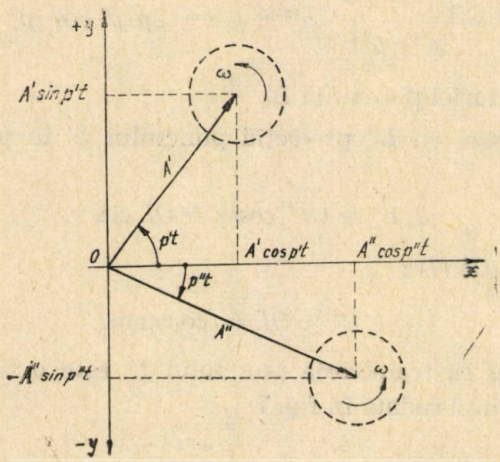


Fig. 6. Moduri de vibraţie ale sistemului mobil.

Constantele A', A'' se determină punînd condiţiile iniţiale (32) în sistemul (30) :

$$t = 0;\ x = a_0;\ y = 0;$$
$$\dot{x} = \dot{y} = 0. \tag{32}$$

Se obţine :

$$A' = \frac{p''}{p' + p''} a_0;\quad A'' = \frac{p'}{p' + p''} a_0. \tag{33}$$

Rezultă astfel ca explicitare a relaţiilor (30) :

$$x = \frac{a_0}{p' + p''}(p'' \cos p't + p' \cos p''t);$$
$$y = \frac{a_0}{p' + p''}(p'' \sin p't - p' \sin p''t). \tag{34}$$

În primul mod de vibraţie punctul L' va descrie un cerc cu raza $A' = \frac{p''}{p' + p''} a_0$ în jurul punctului L de pe axa Oz. Sensul rotaţiei punctului L' va fi acelaşi cu sensul rotaţiei proprii a rotorului, mişcarea fiind cea de precesie directă.

În cel de-al doilea mod de vibraţie punctul L' descrie un cerc cu raza $A'' = \frac{p'}{p' + p''} a_0$ în jurul aceluiaşi punct L, însă în sens invers cu sensul rotaţiei imprimate rotorului, mişcarea fiind cea de precesie inversă.

Relaţiile (34) dau :

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{a_0}{p' + p''}\right)^2 [p'^2 + p''^2 + 2p' p'' \cos (p' + p'')t], \tag{35}$$

ca ecuaţie a traiectoriei punctului L'.

Dacă se notează cu L'' proiecţia punctului L' în planul xOy se obţine :

$$L'L'' = OL' \cos \gamma = OL \cos \gamma,$$

sau utilizînd relaţiile (7) :

$$L'L'' \approx OL = \text{constant}. \tag{36}$$

Rezultă astfel că traiectoria punctului L' este o traiectorie plană *), reprezentarea ei fiind redată în fig. 7.

*) În realitate există mici ondulaţii ale traiectoriei punctului L' (deci şi ale centrului sitei) în plan vertical, ondulaţii ce favorizează procesul de separare.

Punctele extreme ale traiectoriei punctului L' se găsesc pe două cercuri cu razele r_1 și r_2 (fig. 7), care se obțin după cum urmează :

$$\begin{aligned} &\cos(p' + p'')t = 1; && r_1 = a_0; \\ &\cos(p' + p'')t = -1; && r_2 = \frac{p' - p''}{p' + p''} a_0. \end{aligned} \tag{37}$$

Unghiul γ variază între două valori :

$$\gamma_{min} \approx \frac{p' - p''}{p' + p''} \cdot \frac{a_0}{l}; \quad \gamma_{max} \approx \frac{a_0}{l}, \tag{38}$$

care se obțin ținînd seama de relațiile (14) și (37).

În cazul cînd $l_1P - Kl^2 > 0$ și viteza unghiulară este nulă, ecuația pulsațiilor devine :

$$J_2 p^2 - (l_1 P - Kl^2) = 0, \tag{39}$$

din care rezultă o singură pulsație :

$$p_0 = \sqrt{\frac{l_1 P - Kl^2}{J_2}}. \tag{40}$$

Se constată că $p'' < p_0 < p'$. O dată cu creșterea vitezei unghiulare a arborelui, pulsațiile p' și p'' diferă din ce în ce mai mult de p_0 (fig. 8).

În acest caz traiectoria punctului L' este redată de relațiile :

$$\begin{aligned} x &= a_0 \cos p_0 t; \\ y &= 0, \end{aligned} \tag{41}$$

care arată că ea se reduce la o mișcare liniară de-a lungul axei Ox, în jurul punctului de echilibru.

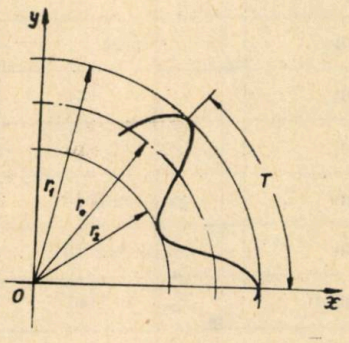


Fig. 7. Traiectoria punctului L'.

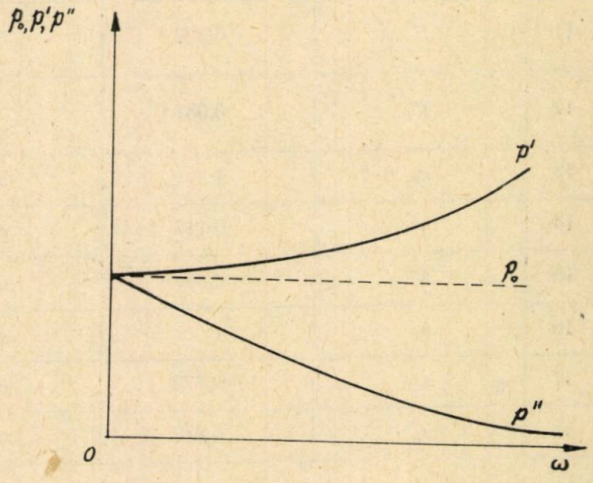


Fig. 8. Variația pulsațiilor cu viteza unghiulară.

Tabela 3

$P = 13{,}5$ kgf ; $K = 1{,}5\ K_1^* = 1{,}5 \times 0{,}3 = 0{,}45$ kgf/cm ; $J_1 = 5{,}1$ kgf cm s^2 ;
$J_2 = 44{,}15$ kgf cm s^2 ; $l_1 = 168$ mm ; $l = 177$ mm ; $\omega = 31{,}4 \frac{1}{s'}$

Nr. crt.	notație	valoare	unități	observații
1	$l_1P - Kl^2$	86	kgf cm	>0
2	ω_0	26,1	$\frac{1}{s}$	$\omega > \omega_0$
3	p^9	1,41	$\frac{1}{s}$	
4	p_1	4	$\frac{1}{s}$	>0
5	p_2	$-0{,}51$	$\frac{1}{s}$	<0
6	p_3	0,51	$\frac{1}{s}$	>0
7	p_4	-4	$\frac{1}{s}$	>0
8	$p' = 4\frac{1}{s}$; $p'' = 0{,}51\frac{1}{s}$			$p' > p''$
9	T'	1,57	s	$T'' > T'$; $T = 1{,}39\ s$; $T' > T < T''$
10	T''	12,3	s	
11	f'	0,637	$\frac{1}{s}$	$f' > f''$; $f = 0{,}7183\frac{1}{s}$
12	f''	0,0813	$\frac{1}{s}$	
13	a_0	1	cm	ales
14	A'	0,113	cm	
15	A''	0,887	cm	
16	r_1	1	cm	$\gamma_{max} \approx 3°14'$
17	r_2	0,773	cm	$\gamma_{min} \approx 2°30'$
18	r_0	0,887	cm	$\gamma_a \approx 2°40'$

*K_1 — constanta elastică a unui arc, rezemarea elastică realizîndu-se prin patru sau șase arcuri cilindrice elicoidale de compresiune.

Se studiază acum cazul cînd :

$$J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2) = 0, \tag{42}$$

condiție realizată numai dacă $l_1P - Kl^2 < 0$.

Rezultă viteza unghiulară $\omega = \omega_0 = \frac{2}{J_1}\sqrt{J_2(Kl^2 - l_1P)}$ și o singură pulsație proprie :

$$p_0' = \frac{J_1\omega_0}{2J_2} = \sqrt{\frac{Kl^2 - l_1P}{J_2}}. \tag{43}$$

Și în acest caz este verificată inegalitatea $p'' < p_0' < p'$, iar traiectoria punctului L' are coordonatele :

$$\begin{aligned} x &= a_0 \cos p_0' t; \\ y &= 0. \end{aligned} \tag{44}$$

Pentru exemplificare se consideră dimensiunile din [6], obținîndu-se rezultatele din tab. 3.

În acest caz ecuația (35) devine :

$$x^2 + y^2 = 3{,}6 + 0{,}9 \cos 4{,}51\, t. \tag{45}$$

VI

Studiul dinamicii unui ciur cu ruliu conform schemei din fig. 2 permite determinarea parametrilor constructivi și de regim și corelarea lor, astfel încît să se asigure funcționarea în regim stabil a sistemului vibrator.

Analiza unor cazuri de instabilitate a mișcării sistemului mobil va fi efectuată într-o lucrare ulterioară.

Colectivul de utilaj chimic
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Schmidt, P.*, Taumelsiebmaschinen, Aufbereitungs technik *7*, nr. 5, 1966, p. 265—273.
2. *Iatan, R.*, Probleme de dinamica ciururilor cu ruliu, Comunicare prezentată la Sesiunea științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 22—24 mai 1970.
3. *Silaș, Gh., Rădoi, M., Brîndeu, L., Klepp, H., Hegĕdus, A.*, Culegere de probleme de vibrații mecanice, vol. 1, Ed. tehnică, București 1967.
4. *Renert, M.*, Calculul și construcția utilajului chimic, vol. 2, p. 162—164, Ed. didactică și pedagogică, București 1961.
5. *Stoenescu, Alex., Silaș, Gh.*, Mecanica teoretică, p. 292—301, 418—420, Ed didactică și pedagogică, Buc. 1963.
6. *Iatan, R.*, Ciur cu ruliu, proiect de diplomă, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. : 621.431

CICLUL TERMIC OPTIM AL MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE CU ADMISIE NORMALĂ

TRAIAN DUDAȘ

Creșterea în continuare a indicilor de perfecțiune ai motoarelor depinde într-o măsură însemnată de legea de variație a presiunii în timpul arderii. Particularitățile acesteia, determinate de condițiile de formare a amestecului aer-combustibil și de mecanismele fizico-chimice ale arderii au un rol hotărîtor asupra randamentului termic și lucrului mecanic specific, asupra nivelului de solicitare termică și mecanică (solicitare statică și de șoc), asupra zgomotului, fumului și funcționării brutale. De aceea, în lucrarea de față autorul și-a propus să studieze influența pe care o exercită particularitățile legii de variație a presiunii în timpul arderii la motoarele rapide cu aprindere prin comprimare cu admisie normală, asupra randamentului și lucrului mecanic specific.

Prin ciclul termic optim al motorului cu aprindere prin comprimare se înțelege în cele ce urmează, acele cicluri termice care realizează performanțe energetice (lucru mecanic specific) și economice (randament, termic), optime în raport cu legea de variație a presiunii în timpul arderii.

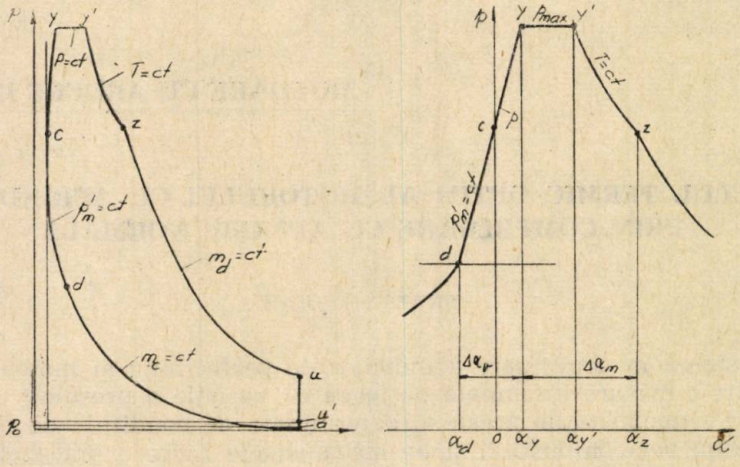
Pentru caracterizarea legii de variație a presiunii în timpul arderii s-a ținut seama de posibilitatea divizării procesului de ardere în două faze distincte : faza de ardere violentă, $\Delta\alpha_m$ și faza de ardere moderată $\Delta\alpha_v$ (fig. 1) în concordanță cu mecanismele fizico-chimice, care acționează cu preponderență pe fiecare fază [2].

S-a admis că următorii parametri sînt esențiali pentru a caracteriza legea de variație a presiunii în timpul arderii (fig. 1) : a — presiunea maximă, p_{max}; b — viteza medie de creștere a presiunii în timpul arderii violente p'_m ; c — raportul de creștere a presiunii în timpul arderii violente π ; d— raportul căldurilor de reacție, q.

Mai multe considerente pledează pentru cercetarea influenței acestor parametri asupra performanțelor ciclului.

Presiunea maximă a ciclului determină nivelul solicitărilor statice ale organelor mecanismului motor, precum și nivelul lucrului mecanic specific și al randamentului termic. De aceea, presiunea maximă apare ca un parametru fundamental care trebuie evaluat chiar din faza de concepție a unui motor, în concordanță cu formula constructivă care urmează să fie adoptată.

Viteza medie de creștere a presiunii constitue un al doilea parametru fundamental al ciclului, care are mai multe implicații pentru motor, deoarece ea determină nivelul solicitărilor de șoc, al trepidațiilor motorului și al zgomotelor.



Influența directă a acestui factor asupra indicilor de performanță ai ciclului motoarelor cu aprindere prin comprimare n-a fost încă cercetată. Este cunoscut că faza de ardere violentă caracteristică mai ales pentru motoarele rapide cu aprindere prin comprimare, este schematizată în ciclurile termice printr-o evoluție termodinamică simplă și anume printr-o izocoră. Dificultățile de calcul și cunoștințele insuficiente nu au stimulat în trecut cercetarea unei evoluții de tipul $p'_m = ct$.

Față de amploarea care caracterizează investigația experimentală și teoretică a fazei de ardere violentă în ultimile două decenii, absența vitezei de creștere a presiunii dintr-o cercetare analitică apare ca o mare discordanță între realitatea fizică și metodele de calcul. Autorul speră că încercarea de față, care ia în considerare viteza de creștere a presiunii chiar și sub forma unei mărimi medii, va constitui un punct de plecare pentru cercetări viitoare.

Dacă pentru cercetarea legăturii dintre faza de ardere violentă și anumite performanțe ale motorului este necesară adoptarea criteriului de viteză medie de creștere a presiunii, acest criteriu se dovedește insuficient pentru definirea completă a fazei de ardere violentă. Din punctul de vedere al randamentului prezintă interes fracțiunea din căldura totală de reacție care se eliberează în această fază. Alegerea acestei fracțiuni drept parametru creează însă dificultăți mari de calcul.

Analizînd această dificultate s-a constatat [1] că ea poate fi depășită prin alegerea raportului de creștere a presiunii π în timpul arderii violente. Soluția a fost preferată în plus pentru că π reprezintă un parametru cu care se operează în proiectare.

Analiza diagramelor indicate arată că faza de ardere moderată ($\Delta\alpha_m$) se poate diviza la rîndul ei în două subfaze, în raport cu variația presiu-

nii în cilindru și anume : o evoluție izobară și o evoluție izotermă (mai exact o evoluție $p.v^{n}=ct$). Multă vreme evoluția izotermică a fost neglijată în calcule deși durata ei depășește, cel puțin la motoarele rapide, de cîteva ori durata evoluției izobare.

Repartiția căldurii de reacție pe cele două evoluții are implicații contradictorii. Astfel, arderea la presiunea constantă este mai eficientă decît arderea la temperatură constantă din punctul de vedere al randamentului și lucrului mecanic specific. Ea devine mai obiecționabilă pentru încărcarea termică a pieselor, deoarece în acest caz se ajunge la o creștere a nivelului temperaturii medii pe cursa de destindere și deci la amplificarea fluxului termic prin organele mecanismului motor. În consecință, autorul a apreciat că raportul dintre căldura de reacție dezvoltată pe evoluția izotermă (Q_{rv_z}) și căldura de reacție dezvoltată pe evoluția izobară ($Q_{rvv'}$).

$$q=\frac{Q_{rv'_z}}{Q_{rvv'}}$$

trebuie cercetat ca un parametru independent pentru influențele pe care le are asupra performanțelor energetice, economice și de fiabilitate ale motorului.

În condițiile caracterizării arderii printr-un număr mare de parametri, optimizarea ciclurilor termice înseamnă determinarea acelei combinații raționale între parametrii care este interesantă din punctul de vedere al indicilor de performanță și realizabilă din punct de vedere practic. Numai după efectuarea acestei operații se poate trece la determinarea legii de ardere pe care constructorul urmează să o realizeze, fie prin corelarea legii de injecție cu arhitectura camerei de ardere, fie prin dirijarea procesului de formare a amestecului și controlul mecanismelor fizico-chimice de ardere, fie prin alegerea reglajelor.

Pînă relativ recent cercetările s-au dezvoltat pe o cale opusă. Astfel, au fost elaborate diferite tipuri de legi de ardere [5], [13], [16] pe baza cărora s-a determinat legea de variație a presiunii în timpul arderii.

După opinia autorului o asemenea cale nu este eficientă, deoarece factorii primari ai ciclului, în legătură directă cu performanțele motorului, cu nivelul solicitărilor statice, termice sau de șoc, sînt tocmai acei factori care caracterizează legea de variație a presiunii în timpul arderii. Ca urmare, a alege inițial o lege de ardere înseamnă a efectua o infinitate de tatonări pentru a găsi o diagramă de presiune convenabilă. Parcurgîndu-se această cale se ajunge nu numai la amplificarea enormă a volumului de lucru, dar cercetarea în sine devine nesigură. Aceste considerente l-au îndemnat pe autor să urmeze în lucrarea de față o cale nouă — de la legea optimă de variație a presiunii în timpul arderii la legea de ardere — cu convingerea că se va obține astfel, în mod operativ, rezultate mai certe și mai eficiente pentru nevoile practice.

Condițiile inițiale ale ciclului — parametri de stare în punctul a (fig. 1) — au fost definite luîndu-se în considerație particularitățile proceselor de schimbare a gazelor : pierderile de presiune, încălzirea aerului proaspăt în contact cu pereții, prezența gazelor reziduale. Considerarea gazelor reziduale reprezintă o problemă relativ delicată, întru-cît temperatura acestora depinde de evoluțiile parcurse de fluidul motor în ciclul anterior, adică de evoluțiile care urmează abia să fie de-

terminate prin calculul ciclului care face obiectul studiului. Ponderea gazelor reziduale într-un ciclu este relativ redusă. Această împrejurare justifică numai evaluarea mărimilor lor de stare, mai mult sau mai puțin precis, dar nu justifică eliminarea completă din calcul a gazelor reziduale. În consecință, în lucrarea de față mărimile de stare ale gazelor reziduale au fost alese arbitrar, pentru începerea calculului. La finele fiecărui ciclu se testează mărimile de stare obținute și se reia calculul dacă nu este satisfăcut un test de precizie.

Evoluțiile fluidului motor în ciclurile reale au loc cu pierderi de căldură la pereți.

În lucrare s-au luat în considerare pierderile de căldură în fiecare fază distinctă a ciclului. O atenție deosebită s-a acordat pierderilor de căldură în timpul arderii, dat fiind influența lor însemnată asupra randamentului și lucrului mecanic specific. Spre deosebire de ciclurile clasice, în care transferul de căldură în timpul arderii este evaluat ca o fracțiune din căldura de reacție, în lucrarea de față schimbul de căldură cu pereții este evaluat în raport cu nivelul presiunii și temperaturii fluidului motor, precum și în raport cu durata evoluțiilor caracteristice. Autorul a considerat că o asemenea evaluare a transferului de căldură este indispensabilă atunci cînd se cercetează o multitudine de legi de variație a presiunii, deoarece pierderile de căldură, depind de aceste legi. Formulele de calcul (41), (51), (57), folosite în această lucrare, au fost demonstrate în lucrarea [1].

Ținînd seama de aceste particularități ale modelului ciclului termic, studiul este *astfel conceput încît să fie realizat cu ajutorul calculatoarelor numerice*. De altfel, autorul a avut în vedere de la început că fără tehnica modernă de calcul nu se poate efectua explorarea unui mare număr de soluții și determinarea variantelor optime de ciclu. Ca urmare a fost elaborat un program de calcul adecvat, prezentat detaliat în lucrarea [1].

Pentru precizarea condițiilor inițiale de stare ale ciclului motor, în lucrarea de față s-a preferat metoda de calcul dezvoltată în [3]. Relațiile de calcul sînt :

$$\eta_v = \frac{1 - ba}{k\theta}\left[k - \frac{bu' + ba}{1 - ba} \cdot \frac{1}{\varepsilon - 1}\right], \tag{1}$$

$$\gamma = \frac{1}{\eta_v(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{p_{u'}}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T_{u'}}, \tag{2}$$

$$T_a = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{1 - ba}{p_0} \cdot \frac{T_0}{\eta_v(1 + \gamma)}, \tag{3}$$

$$p_a = p_0(1 - ba) \tag{4}$$

unde η_v este coeficientul de umplere ; γ — coeficientul gazelor reziduale ; T_a — temperatura la finele admisiei ; p_a — presiunea la finele admisiei; ba — reducerea de presiune în timpul procesului de admisie ; bu' — creșterea de presiune în timpul procesului de evacuare ; ε — raportul de comprimare ; p_0 — presiunea mediului ambiant ; T_0 — temperatura mediu-

lui ambiant ; $p_{u'}$ — presiunea gazelor reziduale ; $T_{u'}$ — temperatura gazelor reziduale.

Determinarea coeficientului γ cu relația (2) pretinde cunoașterea mărimilor de stare $p_{u'}$ și $T_{u'}$ Dacă presiunea $p_{u'}$ se poate evalua ușor, prin precizarea rezistențelor gazo-dinamice ale sistemului de evacuare, temperatura $T_{u'}$ reprezintă un parametru care poate fi precizat numai după parcurgerea ciclului. Pentru a limita erorile la determinarea temperaturii $T_{u'}$ în lucrarea de față s-a adoptat următoarea metodă de calcul.

Se admite că în perioada evacuării libere — evoluția uu' (fig. 1) — gazele arse se destind în cilindru izentropic. Raportul $p_{u'}/T_{u'}$ din relația (2) rezultă astfel :

$$\frac{T_u}{T_{u'}} = \left(\frac{p_u}{p_{u'}}\right)^{1-1/k_u} \tag{5}$$

de unde :

$$\frac{p_{u'}}{T_{u'}} = \frac{p_u}{T_u}\left(\frac{p_{u'}}{p_u}\right)^{1/k_u}$$

Ca urmare coeficientul γ devine

$$\gamma = \frac{1}{\eta_v(\varepsilon - 1)} \cdot E_{tu} \tag{6}$$

unde :

$$E_{tu} = \frac{T_0}{p_0} \cdot \frac{p_u}{T_u}\left(\frac{p_{u'}}{p_u}\right)^{1/k_u} \tag{6'}$$

Expresia E_{tu} este o funcțiune de temperatura T_u inclusiv prin exponentul adiabatic k_u. De aceea pentru declanșarea calculului este de preferat adoptarea pentru expresia (6') a unei valori arbitrare, apropiată de valorile reale. După parcurgerea unui ciclu, fiind cunoscută temperatura T_u se recalculează E_{tu} și se verifică următorul test de precizie :

$$\frac{|E_{tu_1} - E_{tu}|}{E_{tu_1}} < 0{,}2 \tag{7}$$

unde E_{tu_1} este valoarea expresiei E_{tu} rezultată din prima parcurgere a ciclului.

Dacă nu este îndeplinită condiția (7) se refac calculele cu valoarea $E_{tu} = E_{tu_1}$. În expresia (7) gradul de precizie a fost stabilit ținînd seama de ponderea coeficientului γ în ecuație.

Cantitatea de amestec inițial pe ciclu se determină ținîndu-se seama că este convenabil să se efectueze calculul arderii pentru un kilogram de combustibil.

Notînd cu L_{min} — cantitatea minimă de aer necesară arderii teoretice și cu λ — coeficientul excesului de aer, cantitatea molară de aer proaspăt admis pe ciclu ν_i va fi

$$\nu_i = \lambda\, L_{min} [\text{k moli k/g}] \tag{8}$$

Dacă ν_g este cantitatea de gaze reziduale pe ciclu, atunci cantitatea de amestec inițial ν_{ai} va fi

$$\nu_{ai} = \nu_i + \nu_g$$

sau

$$\nu_{ai} = \lambda L_{min} (1 + \gamma) \text{ [k moli/kg]} \tag{9}$$

Începutul arderii — punctul d (fig. 1) — se plasează în cadrul ciclului înaintea punctului mort interior. Parametri de stare ai punctului d se determină considerînd că evoluția de comprimare a-d este o transformare politropă :

$$p_d = p_a \left(\frac{V_a}{V_d}\right)^{m_c} \tag{10},$$

$$T_d = T_a \left(\frac{V_a}{V_d}\right)^{m_c - 1} \tag{11}$$

unde : p_d, T_d, V_d sînt presiunea, respectiv temperatura și volumul în punctul d, iar m_c este exponentul politropic.

Prin definiție

$$\pi = \frac{p_{max}}{p_d} \tag{12}$$

astfel că pentru calculul presiunii p_d, relația (10) se poate evita, p_{max} și π fiind parametrii inițiali.

Relațiile (10) și (11) conțin ca necunoscute volumul V_d și exponentul m_c. Pentru determinarea acestora se propune următoarea metodă de calcul.

Se notează cu δ_d raportul

$$\delta_d = \frac{V_d}{V_c}, \tag{13}$$

atunci :

$$\frac{V_a}{V_d} = \frac{V_a}{V_c} \cdot \frac{V_c}{V_d} = \frac{\varepsilon}{\delta_d} \tag{14}$$

unde V_a este volumul inițial, V_c este volumul minim al camerei de ardere, iar V_a/V_c este raportul de comprimare.

Substituind relațiile (10) și (14) în (12) se obține :

$$\frac{\varepsilon}{\delta_d} = \left(\frac{p_{max}}{\pi p_a}\right)^{1/m_c} \tag{15}$$

Se notează :

$$E_1 = \frac{p_{max}}{\pi p_b} \tag{16}$$

și se observă că expresia E_1 este cunoscută, întru-cît p_{max}, π reprezintă parametri inițiali ai ciclului (v. cap. 1), iar presiunea p_a se determină din relația (4). Astfel pentru calculul raportului E/δ_d din relația (15) rămîne să se determine exponentul politropic m_c.

Căldura schimbată cu pereții de fluidul motor într-o transformare politropică Q_{wad}, este precizată de relația

$$Q_{wad} = \frac{k_c - m_c}{k_c - 1} AL \Big|_a^d , \tag{17}$$

unde k_c este exponentul adiabatic al transformării ; L — lucrul mecanic politropic pe evoluția a-d ; A — echivalentul caloric al lucrului mecanic.

Lucrul mecanic politropic este definit de relația :

$$L = \nu_{ai} T_a \frac{1}{m_c - 1} \left[\left(\frac{\varepsilon}{\delta_d} \right)^{m_c - 1} - 1 \right] \tag{18}$$

Pe de altă parte căldura transferată la pereți pe evoluția a-d se exprimă ca o fracțiune ξ_c din căldura de reacție a combustibilului astfel încît

$$Q_{wad} = \xi_c Q_i , \tag{19}$$

unde Qi [kcal/kg] este puterea calorifică inferioară a combustibilului.

Substituind în ecuația (17) mărimile definite de relațiile (9), (15), (16), (18), (19) se obține

$$1 + \frac{k_c - 1}{\lambda(1 + \gamma)} \cdot \frac{\xi_c Q_{iam}}{1{,}986\, T_a} \cdot \frac{m_c - 1}{k_c - m_c} = (E_1)^{1 - 1/m_c} , \tag{20}$$

unde Q_{iam} — este puterea calorifică a amestecului, adică $Q_{iam} = Q_i / L_{min}$.

Ecuația (20) se poate rezolva dacă se cunoaște exponentul adiabatic k_c . Întrucît k_c depinde de temperatură el poate fi precizat numai pe baza ecuației de bilanț energetic al transformării a-d pentru care schimbul de căldură este nul.

Variația energiei interne în transformarea adiabatică a-d este :

$$\Delta U_{ad} = \nu_{ai} [a_c + 0{,}5 b_c (T_d + T_a)] (T_d - T_a), \tag{21}$$

unde a_c, b_c sînt coeficienții căldurii specifice a aerului.

Lucrul mecanic în transformarea adiabatică a-d este :

$$AL_{ad} = 1{,}986\, \nu_{ai} T_a \frac{1}{k_c - 1} [(E_1)^{1 - 1/k_c} - 1] \tag{22}$$

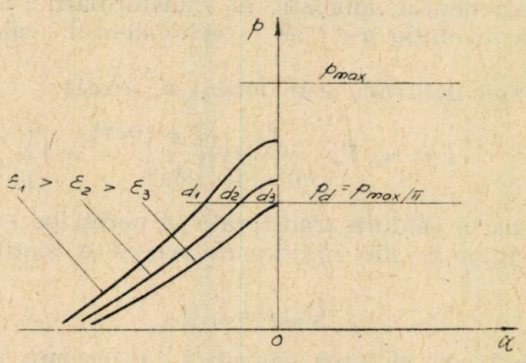
Egalînd relațiile (21) și (22) se obține următoarea ecuație

$$1 + (E_1)^{1 - 1/k_c} = \frac{2}{b_c T_a} \left(\frac{1{,}968}{k_c - 1} - a_c \right), \tag{23}$$

care determină necunoscuta k_c. Cu valoarea găsită se calculează m_c din ecuația (20) după care se precizează raportul ε/δ_d din relația (15) precum și temperatura T_d din relația (11).

Ciclul propus a fi studiat se bucură de o particularitate deosebită. În adevăr, se observă (fig. 2) că dacă se impune inițial presiunea maximă și raportul de creștere a presiunii, presiunea p_d este la rîndul ei, determinată inițial. Întru-cît valoarea presiunii de admisie p_a se precizează independent de condițiile de ardere, raportul maxim de creștere a presiunii de ciclu (p_{max}/p_a) va fi definit, de relația (15). Rezultă că pentru o

pereche de valori inițiale p_{max}, π se obține o infinitate de soluții dacă se declanșează adrerea mai devreme pe ciclu și se mărește corespunzător raportul de comprimare.



Pentru determinarea problemei autorul a ales în lucrarea de față următoarea cale. A exclus acele valori ale lui ε care nu interesează din punct de vedere practic motoarele rapide cu aprindere prin comprimare cu admisie normală. A reținut ca limite raționale de variație a raportului de comprimare, raportul de comprimare minim $\varepsilon_{min} = 13$ și raportul de comprimare $\varepsilon_{max} = 23$ și a cercetat apoi toate ciclurile care corespund rapoartelor de comprimare cuprinse între aceste limite. Întru-cît nu este practic posibil să se parcurgă în mod continuu șirul de valori raționale, în lucrarea de față s-a ales ca valori discrete ale lui ε numai numerele întregi. În consecință ε apare pentru ciclu ca un parametru inițial cunoscut, care parcurge șirul valorilor posibile cu un pas egal cu unitatea. O asemenea soluție este posibilă dacă se programează metoda de calcul pe calculatoare numerice.

Astfel se poate determina în continuare momentul declanșării arderii violente α_d. În acest scop se consideră rațional să se utilizeze relația de legătură între volume și unghiul de rotație al arborelui cotit, stabilită în lucrarea [4].

$$V = V_c [1 = a(\varepsilon - 1)\alpha^2], \tag{24}$$

Relația (24) precizează volumele cu o eroare mai mică de 1% — ceea ce este satisfăcător pentru ciclu propus ..... dacă unghiul α nu depășește 60°RAC. Cum această condiție este întotdeauna îndeplinită, relația (24) este de preferat pentru simplificările pe care le aduce ca și pentru faptul că nu pretinde precizarea caracteristicilor cinematice ale mecanismului motor. Coeficientul a din relația (24) este : $a = 0{,}9.10^{-4}$ pentru $\alpha = 0° ... 40°$; $a = 0{,}87.10^{-4}$ pentru $\alpha = 40° ... 60°$.
Pe baza relației (24) rezultă avansul la declanșarea arderii violente

$$\alpha_d = -\sqrt{\frac{\delta_d - 1}{a(\varepsilon - 1)}} \tag{25}$$

Parcurgerea tuturor valorilor inițiale ale lui $\varepsilon - \varepsilon_{min} \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_{max}$ nu este posibilă întotdeauna. Această particularitate a ciclului este precizată de relația (15), în raport cu valorile inițiale adoptate pentru p_{max}, π, p_a, precum și fracțiunea ξ_c care definește pe m_c. La limită, dacă se consideră că declanșarea arderii are loc chiar în punctul mort interior, rezultă $\alpha_d = 0$, $\delta_d = 1$ și deci din relația (15) se obține valoarea minimă admisibilă a raportului de comprimare :

$$\varepsilon_{ad} = \left(\frac{p_{max}}{\pi p_a}\right)^{1/m_c}, \tag{26}$$

Dacă $\varepsilon_{ad} < \varepsilon_{min}$ atunci evident trebuie cercetat tot șirul de valori raționale ale lui ε. Dacă $\varepsilon_{ad} > \varepsilon_{min}$, atunci evident nu este posibil de parcurs decît valorile cuprinse între $\varepsilon_{ad} \ldots \varepsilon_{max}$.

În faza arderii violente pistonul ajunge inevitabil la punctul mort interior. Parametrii de stare în punctul mort se definesc cu ușurință ținînd seama de variația liniară a presiunii cu unghiul RAC în această fază a arderii. Astfel, dacă se notează E_2 grupul de parametri

$$E_2 = \frac{\alpha_d p'_m}{p_d}, \tag{27}$$

se obține pentru presiunea în punctul c relația

$$p_c = p_d (1 - E_2), \tag{28}$$

sau cu relația (12)

$$p_c = \frac{p_{max}}{\pi} - \alpha_d p'_m \tag{29}$$

Relațiile (16) și (25) precizează următoarea expresie pentru unghiul

$$\alpha_d = -\sqrt{\frac{\varepsilon/(E_1)^{1/m_c} - 1}{a(\varepsilon - 1)}}$$

care poate duce la valori atît de mari pentru α_d încît presiunea p_c din relația (29) să depășească presiunea maximă. De exemplu pentru $p_{max} = 70$ kgf/cm², $p'_m = 3$ kgf/cm²grd, $\pi = 1{,}5$, $m_c = 1{,}346$; $\varepsilon = 23$ s-a obținut : $\alpha_d = -9{,}94°$RAC, $p_c = 76{,}5$ kgf/cm². Evident că această condiție este incompatibilă deoarece a rezultat $p_c > p_{max}$. Dacă în relația (29) se pune condiția ca $p_c \leqslant p_{max}$ rezultă o condiție restrictivă pentru α_d și anume

$$\alpha_d \leqslant \frac{p_{max}}{p'_m}\left(1 - \frac{1}{\pi}\right)$$

care diferă față de relația anterioară prin ε și p'_m. Ținînd seama de aceste elemente în programul de calcul este necesar să se introducă un test care să excludă fie valorile lui α_d care nu satisfac inegalitatea menționată, fie valorile presiunii p_c care depășesc presiunea maximă.

Temperatura T_c a fluidului motor se determină aplicînd ecuația de stare în punctele d și c :

$$T_d = \frac{p_d}{\nu_d} \cdot \frac{V_d}{R}\ ;\ T_c = \frac{p_c V_c}{\nu_c R}$$

După simplificări se obține

$$T_c = T_d (1 - E_2)/\delta_d \tag{30}$$

Relația (30) necesită o explicație suplimentară. Ea a fost obținută în ipoteza $\nu_d = \nu_c$ ori după declanșarea arderii datorită fenomenului de dilatare molară rezultă $\nu_c > \nu_d$

În unele lucrări [4], [5], [6], s-a propus să se introducă dependența coeficientului chimic de variație molară în funcție de diferiți factori (unghiul RAC, fracțiunea de combustibil care arde din momentul inițial) pentru a corecta valoarea presiunii și temperaturii. Dacă se consideră fluidul motor omogen termic o asemenea corecție este nejustificată pentru precizia calculului. În lucrarea de față s-a considerat că este suficient să se țină seama de dilatația molară doar în faza arderii moderate, cînd cea mai mare parte din combustibil a reacționat chimic.

La sfîrșitul arderii violente — punctul y — se cunoaște presiunea, din condiția evidentă $p_y = p_{max}$. Unghiul corespunzător punctului y se determină din relația

$$\alpha_y = \frac{p_y - P_c}{p'_m}, \tag{31}$$

iar raportul relativ al volumelor rezultă pe baza relației (24)

$$\delta_y = \frac{V_y}{V_c} = 1 + a(\varepsilon - 1)\alpha_y^2, \tag{32}$$

Aplicînd ecuația de stare în punctul y, și neglijînd încă o dată efectul variației molare se obține temperatura în punctul y

$$T_y = T_a \frac{p_{max}}{p_a} \cdot \frac{\delta_y}{\varepsilon} \tag{33}$$

Căldura de reacție în faza arderii violente, Q_{rdy} rezultă din ecuația bilanțului energetic

$$Q_{rdy} = AL_{dc} + \Delta U_{dy} + Q_{wdy} + AL_{cy} \tag{34}$$

unde L_{dc}, L_{cy} sînt lucrurile mecanice pe evoluție ; ΔU_{dy} — variația de energie internă între starea inițială și finală ; Q_{wdy} — căldura transferată la pereți.

Lucrul mecanic L_{dc}

$$L_{dc} = \int_d^c p\, dV\,, \tag{35}$$

se determină astfel.

Legea de variație a presiunii reprezintă o dependență liniară față de unghiul α, adică

$$p = p_d - p'_m \alpha \tag{36}$$

iar expresia volumului elementar se obține diferențiind relația (24)

$$dV = 2a(\varepsilon - 1)\, V_c \alpha d\alpha \tag{37}$$

Substituind expresiile (36), (37) în (35), după efectuarea calculelor se obține

$$AL_{dc} = 1{,}986\lambda\, L_{\min}(1+\gamma)\, a\,(\varepsilon - 1)\frac{T_d}{\delta_d}\left(1 - \frac{2}{3}\frac{p'_m \alpha_d}{p_d}\right) \tag{38}$$

Procedînd în mod analog pentru lucrul mecanic L_{cy}, se obține

$$AL_{cy} = 1{,}986\lambda\, L_{\min}\,(1+\gamma)\, a\,(\varepsilon - 1)\alpha_y^2 \frac{T_d}{\delta_d}\left(1 - \frac{p'_m \alpha_d}{p_d}\right)\left(1 + \frac{2}{3}\frac{p'_m \alpha_y}{p_c}\right), \tag{39}$$

La determinarea variației energiei interne s-au făcut următoarele considerații. Se cunoaște că în perioada arderii violente intră în reacție o fracțiune relativ redusă din doza de combustibil pe ciclu. De aceea s-a admis că în această fază a arderii compoziția fluidului motor rămîne nemodificată, adică este aceeași cu cea din momentul declanșării arderii violente. Pentru căldura specifică a aerului s-a admis o variație liniară cu temperatura, dar în scopul micșorării erorilor s-a determinat căldura specifică reală pentru cîmpul de temperatură caracteristic acestei faze de ardere. Astfel coeficienții căldurii specifice au fost determinați pentru intervalul de temperatură (773...1573)°K [1].

Variația energiei interne se calculează din relația

$$\Delta U_{dy} = \lambda L_{\min}\,(1+\gamma)[a_v + 0{,}5\, b_v(T_y + T_d)](T_y - T_d), \tag{40}$$

iar căldura transferată la pereți este [1]

$$Q_{wdy} = 0{,}0174\, K_p\, p_{\max}(\alpha_y - \alpha_d). \tag{41}$$

Substituind relațiile (38), (39), (40), (41) în expresia căldurii de reacție se obține

$$Q_{rdy} = \lambda L_{\min}(1+\gamma)\{[a_v + 0{,}5 b_v(T_y + T_d)]\,(T_y - T_d) - 1{,}986 \times$$

$$\times\, a\,(\varepsilon - 1)\alpha_d^2 \frac{T_d}{\delta_d}\left[\left(1 - \frac{2}{3}\frac{p'_m \alpha_d}{p_d} - \left(\frac{\alpha_y}{\alpha_d}\right)^2\left(1 - \frac{p'_m \alpha_d}{p_d}\right)\left(1 + \frac{2}{3}\frac{p'_m \alpha_y}{p_c}\right)\right] +$$

$$+ 0{,}0174\, K_p(\alpha_y - \alpha_d)\, p_{\max} \cdot \frac{1}{\lambda L_{\min}(1+\gamma)}\Bigg\}. \tag{42}$$

Soluționarea ecuației de bilanț energetic (42), și a ecuațiilor analoage (52) și (58) pretinde cunoașterea coeficientului excesului de aer. Dintre valorile posibile ale lui λ atrag atenția pentru motoarele rapide cu aprindere prin comprimare, cu admisie normală, acelea cuprinse între limitele (1,2...1,8). Precizarea coeficientului excesului de aer se face în raport de condițiile de formare a amestecului și de dirijare a arderii. De aceea studiul ciclurilor pentru o singură valoare a excesului de aer apare nesatisfăcător. Pentru anumite condiții restrictive ale ciclului este interesant să se cunoască, atît valorile coeficientului excesului de aer cu care el poate fi realizat, cît și acele valori care conduc la incompatibilitatea ecuațiilor de bilanț energetic. Primele valori vor fi supuse analizei, iar ulti-

mile vor feri pe cercetători de încercări inutile. Astfel se ajunge la concluzia investigării șirului de valori raționale ale lui λ pentru fiecare variantă de ciclu. Coeficientul excesului de aer devine un parametru inițial al ciclului care parcurge într-un program de calcul pentru fiecare variantă, șirul de valori cuprins între (1,2...1,8) cu un pas de 0,15, ales astfel încît să se evite, pe deoparte, multiplicarea exagerată a numărului de variante, iar pe de altă parte să se asigure suficiente informații pentru analiză.

Calculul arderii izobare se efectuează pe baza ecuației bilanțului energetic.

Cu notațiile din figura 1 ecuația de bilanț energetic pe evoluția izobară are expresia

$$Q_{ryy'} = \Delta I_{yy'} + Q_{wyy'} \tag{43}$$

unde $Q_{ryy'}$ este căldura de reacție pe evoluție ; $\Delta I_{yy'}$ — variația corespunzătoare de entalpie ; $Q_{wyy'}$ — căldura transferată la pereți.

Căldura de reacție pe evoluția izobară se parametrizează ținînd seama de considerațiile dezvoltate anterior. Bilanțul căldurii de reacție este:

$$Q_i - Q_{rdy} = Q_{ryy'} + Q_{ry'z}. \tag{44}$$

Ținînd seama că raportul căldurilor de reacție

$$q = \frac{Q_{ry'z}}{Q_{ryy'}} \tag{45}$$

reprezintă un parametru inițial, relația anterioară devine

$$Q_{ryy'} = \frac{1}{1+q}(Q_i - Q_{rdy}) \tag{46}$$

Variația de entalpie se determină ținînd seama de următoarele particularități ale evoluției : la sfîrșitul evoluției izobare în punctul y' cea mai mare parte din combustibil a reacționat chimic astfel că fluidul motor conține aproape întreaga cantitate de gaze arse rezultate din procesul arderii. Ca urmare la finele acestei evoluții trebuie să se ia în considerare fenomenul de dilatație moleculară precum și modificarea compoziției gazelor din cilindru. Ultima împrejurare este ilustrată de relația care precizează căldura specifică. La determinarea acesteia s-au avut în vedere următoarele elemente.

Ținînd seama de numărul mare de variante care trebuie calculat s-a apreciat că exprimarea căldurii specifice sub forma unei dependențe liniare este rațională. Pentru a reduce însă eroarea de calcul, nivelul de referință al entalpiei se precizează în punctul c, ceea ce restrînge limitele de variație ale temperaturilor la circa (1000...1200°). Astfel variația de entalpie se definește în felul următor :

$$\Delta I_{yy'} = (I_{y'} - I_c)_{ga} - (I_y - I_c)_{aer}, \tag{47}$$

primul termen reprezentînd variația de entalpie a gazelor arse, al doilea variația de entalpie a aerului proaspăt, iar I_c — reprezintă entalpia de referință precizată la temperatura T_c. Față de metoda clasică de calcul

soluția propusă permite reducerea la jumătate a intervalului de temperatură, ceea ce se reflectă favorabil asupra preciziei de calcul a căldurilor specifice.

Determinarea căldurilor specifice a gazelor arse în funcție de compoziția gazelor, pentru fiecare ciclu în parte, constituie o operație laborioasă chiar și pentru mașina de calcul, atunci cînd se urmăresc mii sau chiar zeci de mii de variante de cicluri în care coeficientul excesului de aer reprezintă un parametru variabil. De aceea autorul a stabilit formule pentru căldurile specifice ale gazelor care țin seama direct de modificarea compoziției gazelor prin intermediul coeficientului excesului de aer.

Pentru intervalul de temperatură (1100...2300)°K a rezultat următoarea expresie a căldurii specifice a gazelor arse

$$C_v = \left(5{,}339 + \frac{0{,}475}{\lambda}\right) + \left(0{,}701 + \frac{0{,}276}{\lambda}\right) \cdot 10^{-3}\, T, \tag{48}$$

care conduce la erori sub 1%.

Temperatura în punctul y' se exprimă aplicînd ecuațiile de stare în în punctele y, y' și ținînd seama de modificarea pe care o suferă compoziția gazelor arse. Se obține

$$T_{y'} = T_y \frac{\delta_p}{\mu_t} \tag{49}$$

unde μ_t este coeficientul total de variație molară, adică

$$\mu_t = \frac{\mu_c + \gamma}{1 + \gamma}$$

unde μ_t este coeficientul chimic de variație molară.

Pentru un combustibil de compoziție gravimetrică dată, c kg carbon/kg comb., h kg hidrogen/kg comb., o kg oxigen/kg comb., rezultă următoarea expresie pentru

$$\mu_c = \frac{\frac{c}{12} + \frac{h}{2} + 0{,}21(\lambda - 1) L_{\min} + 0{,}79\lambda L_{\min}}{\lambda L_{\min}}$$

adoptînd valorile : $c = 0{,}857$, $h = 0{,}133$, $o = 0{,}010$ s-a obținut

$$\mu_c = 1 + \frac{0{,}0678}{\lambda}$$

Deoarece γ are valori reduse se consideră că nu se cîștigă în precizie dacă se utilizează în calcule coeficientul μ_t, din care cauză s-a admis $\mu_c = \mu_t$

Explicitînd ecuația (47) se obține

$$\Delta l_{yy'} = \lambda L_{\min}(1 + \gamma)\left\{\mu_c\left[1{,}986 + a_p + 0{,}5\, b_p\left(T_y \frac{\delta_p}{\mu_c} + T_c\right)\right] \times \right.$$

$$\left. \times \left(T_y \frac{p}{\mu_c} - T_c\right) - [1{,}986 + a_p + 0{,}5\, b_p (T_y + T_c)](T_y - T_c\right\}, \tag{50}$$

Căldura transferată prin pereți are expresia [1]

$$Q_{wy_y'} = K_p \cdot p_{max} (\delta_p - 1) \tag{51}$$

Substituind relațiile (46), (50) și (51) în expresia bilanțului energetic (43) se obține următoarea ecuație

$$\frac{1}{1+q}(Q_i - Q_{rdy}) = \lambda L_{miu}(1+\gamma)\left\{\left[1{,}986\,\mu_c + a_p\,\mu_c + 0{,}5\,\mu_c\,b_p \times \right.\right.$$

$$\left.\times\left(T_y\frac{\delta_p}{\mu_c} + T_c\right)\right]\times\left(T_y\frac{\delta_p}{\mu_c} - T_c\right) - [1{,}986 + a_p + 0{,}5 b_p (T_y + T_c)](T_y - T_c) +$$

$$\left. + K_p p_{max}(\delta_p - 1)\frac{1}{\lambda L_{min}(1+\gamma)}\right\}. \tag{52}$$

care se rezolvă în raport cu δ_p.

Ultima evoluție de ardere y'—z, prezintă ca particularitate invariabilitatea compoziției fluidului motor. Ecuația bilanțului energetic este

$$Q_{ry'z} = AL_{y'z} + Q_{wy'z} \tag{53}$$

Căldura de reacție rezultă din relațiile (44), (45) :

$$Q_{ry'z} = \frac{q}{1+q}(Q_i - Q_{rdy}), \tag{54}$$

Lucrul mecanic pe evoluția izotermă va fi

$$AL_{y'z} = 1{,}986\,\lambda L_{min}\,T_y\,\delta_p \ln \delta_t, \tag{55}$$

unde

$$\delta_t = \frac{V_z}{V_{y'}} \tag{56}$$

În fine căldura pierdută prin pereți este definită de relația [1]

$$Q_{wy'z} = K_t p_{max}\frac{\delta_t - 1}{\delta_t}, \tag{57}$$

Substituind relațiile (54), (55), (57) în ecuația bilanțului energetic (53) se obține următoarea ecuație logaritmică :

$$\frac{q}{1+q}(Q_i - Q_{rdy}) = 1{,}986\,\lambda L_{min}\,T_y\,\delta_p \ln \delta_t + K_t p_{max}\frac{\delta_t - 1}{\delta_t}, \tag{58}$$

care se rezolvă în raport cu δ_t.

Evoluția de destindere a gazelor este considerată ca o transformare politropică. Exponentul politropic al transformării se determină, precizînd inițial pierderile de căldură Q_{wzu} ca o fracțiune ξ_d din căldură de reacție, adică

$$Q_{wzu} = \xi_d Q_i \tag{76}$$

Exponentul politropic m se calculează din ecuaţia

$$Q_{wzu} = \frac{k_d - m_d}{k_d - 1} AL \Big|_z^u , \tag{77}$$

unde k_d este exponentul adiabatic al transformării, iar L — lucrul mecanic pe evoluţia z-u.

Ecuaţia (77) se rezolvă după o metodologie asemănătoare cu cea precizată detaliat, la calculul evoluţiei de comprimare.

Explicitînd ecuaţia de bilanţ energetic pe evoluţia z-u fără transfer de căldură se obţine următoarea ecuaţie :

$$1 + \frac{1}{\delta_z^{k_d - 1}} = \left(\frac{1{,}986}{k_d - 1} - a_d \right) \frac{2}{b_d T_{y'}} , \tag{78}$$

din care se determină k_d.

În ecuaţia (78) a_d, b_d, reprezintă coeficienţii căldurii specifice, iar δ_d — volumul relativ, care este cunoscut după calculul arderii întrucît este definit de următoarea relaţie :

$$\delta_d = \frac{V_u}{V_z} = \frac{\varepsilon}{\delta_y \delta_p \delta_t} \tag{79}$$

Coeficienţii a_d, b_d, ţin seama de modificarea compoziţiei gazelor arse şi sînt definiţi de relaţia (48). După soluţionarea ecuaţiei (78) se trece la rezolvarea ecuaţiei (77) în m_d care se exprimă în final sub forma

$$1 - \frac{k_d - 1}{\lambda(1 + \gamma)} \cdot \frac{\xi_d Q_{iam}}{1{,}986\, T_z} \cdot \frac{m_d - 1}{k_d - m_d} = \frac{1}{\delta_z^{m_d - 1}} \tag{80}$$

Se calculează apoi, presiunea p_u şi temperatura T_u la sfîrşitul destinderii

$$p_u = p_z \delta_z^{m_d} \tag{81}$$

$$T_u = T_z \delta_z^{m_d - 1} \tag{82}$$

Pentru calculul expresiei E_{tu_1} în vederea efectuării testului de precizie (7) se calculează exponentul adiabatic k_u cu ecuaţia de definiţie.

$$k_u = 1 + \frac{1{,}986}{C_v} = 1 + \frac{1{,}986}{a_u + 0{,}5\, b_u (T_u + T_{u'})}$$

Substituind coeficienţii a_u, b_u din relaţia (48) şi temperatura $T_{u'}$, din relaţia (5) rezultă ecuaţia care defineşte exponentul adiabatic

$$1 + \left(\frac{p_{u'}}{p_u} \right)^{1 - 1/k_u} = \frac{2}{b_u T_u} \left(\frac{1{,}986}{k_u - 1} - a_u \right) \tag{84}$$

Se dispune în acest fel de toate datele necesare pentru calculul funcţiei de testare E_{tu} (relaţia 6), precum şi pentru determinarea testului de precizie (7).

Lucrul mecanic al ciclului rezultă din expresia

$$L = L_{cy} + L_{yy'} + L_{y'z} + L_{zu} + L_{ad} + L_{dc},$$

unde, termenii din membrul drept, reprezintă lucrurile mecanice corespunzătoare evoluțiilor definite în figura 1.

Explicitînd termenii din membrul drept, împărțind lucrul mecanic prin cilindreea V_S și efectuînd simplificările și reducerile corespunzătoare se obține în final expresia lucrului mecanic specific :

$$p_m = \frac{p_a \varepsilon^{m_c}}{\varepsilon - 1}\left\{\frac{a(\varepsilon - 1)\alpha_d^2}{\delta_d^{m_c}}\left[\left(\frac{\alpha_y}{\alpha_d}\right)^2 \times \left(1 - \frac{p'_m \alpha_d}{p_d}\right)\left(1 + \frac{2}{3}\frac{p'_m \alpha_y}{p_c}\right) - \right.\right.$$

$$\left. - \left(1 - \frac{2}{3}\frac{p'_m \alpha_d}{p_d}\right)\right] + \frac{\delta_y}{\delta_d^{m_c}}\pi(\delta_p - 1) + \frac{\delta_y}{\delta_d^{m_c}}\pi\delta_p \ln \delta_t +$$

$$\left. + \frac{\delta_y}{\delta_d^{m_c}}\frac{\pi\delta_p}{m_d - 1}(1 - \delta_z^{m_d - 1}) - \frac{1}{\delta_d^{m_c - 1}} \times \frac{1}{m_c - 1}\left[1 - \left(\frac{\delta_d}{\varepsilon}\right)^{m_c - 1}\right]\right\}. \quad (85)$$

Pentru randamentul termic rezultă următoarea expresie :

$$\eta_{it} = \frac{AL}{Q_i} = \frac{Ap_m V_S}{Q_i} = \frac{Ap_m \dfrac{V_0}{\eta_v}}{Q_i},$$

sau

$$\eta_{it} = 1{,}986 \frac{p_m}{p_0} \frac{\lambda L_{\min} \cdot T_0}{\eta_v Q_i} \quad (86)$$

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dudaș T.* — Contribuții la optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare. Teză de doctorat. Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1972.
2. *Grünwald B.* — Teoria, construcția și calculul motoarelor pentru autovehicule rutiere, București, Ed. Didactică și Pedagogică, 1969.
3. *Aramă C., Grünwald B.* — Motoare cu ardere internă. Procese și caracteristici. București, Ed. Tehnică, 1966.
4. *Vibe I. I.* — Novoe o rabocem țikle dvigatelei. Moskva, Mașghiz, 1962.
5. *Stecikin B. S. ș.a.* — Indikatornaia diagrama, dinamika teplovîdelenia i rabocii țikl bîstrohodnoge porșnevogo dvigatelia. Moskva, Izd. Akaad. Nauk. 1960.
6. *Woschni G.* — Einfluss des Brenngesetzes auf den Druckverlauf und die Wärmebelastung in Dieselmotoren. MAN Forschungsheft, 1963/1964, 11.
7. *Apostolescu N.* — Considerații asupra desfășurării arderii în motoarele cu aprindere prin comprimare rapide cu injecție directă. Bul. Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 4, 1965.

8. *Bărănescu G.* — Computation of the Real Cycle of four Stroke Engines with Compression Ignition and Direct Injection. Revue d'éléctrot. et d'énerg. Acad. RPR Tom. III (1958), nr. 2.

9. *Borman G. L., Myers P. S., Uyehara O. A.* — Some Problem Areas in Engine Simulation. The Internal Combustion Engines Conference Bucharest, 1970. Paper I.1.

10. *Dudaş Tr., Grünwald B.* — Posibilităţile de mărire a eficacităţii economice a motorului Diesel de locomotivă. Revista Metalurgia şi construcţia de maşini nr. 12/1961.

11. *Grünwald B., Dudaş Tr.* — Unele aspecte privind economicitatea motoarelor supraalimentate cu turbosuflantă. Revista Metalaurgia şi construcţia de maşini nr. 1/1963.

12. *Grünwald B., Apostolescu N.* — Influence de la vitesse moyenne d'augmentation de la pression dans la phase de combustion visibile sur certains indices de perfectionnement du cycle du moteur à allumage par étincelle. Internal Combustion Engines Conference, Bucharest 1967, Paper 1—11.

13. *Lyn W. T.* — Einige Probleme der Verbrennung in Diesel motoren MTZ, 27 (1966) nr. 4.

14. *Whitehouse N. D., Stotter A., Goudie G. O., Prentice B. W.* — Method of Predicting Some Aspects of Performance of a Diesel Engine Using a Digital Computer. Contents of proceeding, 9 — 1962.

15. *Whitehouse N. D., Way R.* — Rate of Heat Release in Diesel Engines and its Correlation with Fuel Injection Data. Paper 2, Symposium on diesel engine combustion. Instn. Mech. Engrs. London, 1970.

16. *Regnault T.* — Une méthode de calcul de la combustion progressive dans un moteur. Revue de l'Institute Français du Pétrole, 5, 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

ENERGETICĂ

C.Z. : 621.311.2

CONSIDERAȚII ASUPRA INFLUENȚEI PIERDERILOR DE PRESIUNE PE PARTEA DE VAPORI ÎN CONDENSATOARELE DE VAPORI *

N. DĂNILĂ, G. CHERCEA

1. Analiza fenomenului

În momentul de față aparatele de schimb de căldură care funcționează pe principiul condensării vaporilor, sînt dimensionate pe baza unui coeficient global mediu de transmitere a căldurii. Pe de altă parte, construcția aparatelor de dimensiuni mari destinate condensării vaporilor poate fi caracterizată printr-o dispoziție particulară a țevilor în fascicol. Particularitatea constă în existența așa numitelor „buzunare" de vapori. Este evident că la curgerea vaporilor prin fascicolul de țevi apare o pierdere de presiune, iar destinația acestor „buzunare" este tocmai menținerea valorii acestei pierderi de presiune în limite admisibile. O valoare mult prea ridicată a acestei pierderi de presiune conduce la o reducere apreciabilă a diferenței de temperatură între vaporii saturați și agentul de răcire. În aceste condiții, aparatul de schimb de căldură funcționează mai puțin bine și, în cazul condensatorului unei turbine cu abur, pentru aceeași putere devine necesar un supliment de suprafață de schimb de căldură.

Din bibliografia consultată nu a rezultat existența unei metode de calcul „pe zone" a aparatelor de schimb de căldură care funcționează pe principiul condensării vaporilor. Articolul de față își propune să prezinte o metodă de calcul, care ținînd seama de existența pierderilor de presiune, să permită stabilirea oportunității „buzunarelor de vapori".

2. Ipoteze

Pentru a simplifica studiul analitic al problemei se adoptă următoarele ipoteze de calcul :

a) Temperatura agentului de răcire este constantă. Cantitatea de agent de răcire disponibilă, nu poate fi infinit de mare și deci, în realitate, temperatura acestuia va fi variabilă. Pe de altă parte, numărul

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1969.

mare de drumuri parcurse de vapori și de agentul de răcire în aparatele de schimb de căldură, sau complicația schemei de circulație a agenților termici, fac practic imposibilă elaborarea unei metode generale de calcul care să țină seama de temperatura variabilă a agentului de răcire. Dacă însă se adoptă, ca temperatură a agentului de răcire, o valoare medie reprezentativă, ipoteza enunțată poate fi adoptată.

b) Supraîncălzirea vaporilor care se condensează este redusă. Ipoteza poate fi adoptată ținînd seama de modul în care sînt concepute și folosite marea majoritate a aparatelor de schimb de căldură care funcționează pe principiul condensării vaporilor.

c) Densitatea vaporilor și coeficientul caracteristic de rezistență hidraulică corespunzător acestora sînt constante. Avînd în vedere ipoteza b), rezultă că viteza vaporilor în fascicolul de țevi al unui aparat caracterizat printr-o pierdere de presiune, variază între limite atît de înguste, încît se poate adopta o valoare constantă medie a coeficientului caracteristic de rezistență. Adoptarea unei valori medii pentru densitatea vaporilor nu ridică probleme, deci ipoteza enunțată poate fi adoptată.

d) Energia cinetică a curentului de vapori este neglijabilă. În cursul procesului de condensare poate fi întîlnită situația în care viteza de curgere a vaporilor să fie variabilă. Avînd însă în vedere faptul că direcția de curgere este, de obicei, perpendiculară pe direcția țevilor, rezultă că valoarea căderii de presiune în fascicolul de țevi prezintă numeroase trepte, și deci energiile cinetice corespunzătoare acestor trepte pot fi neglijate iar ipoteza enunțată poate fi adoptată.

e) Entalpia vaporilor se reduce în mod continuu în timpul procesului de condensare. Ipoteza este admisă odată cu admiterea ipotezei b).

f) Valoarea coeficientului global de transmitere a căldurii este constantă. Coeficientul de cedare a căldurii prin convecție pe partea agentului de răcire, variază în limite foarte strînse, deci această ipoteză poate fi și ea adoptată.

Gama de aparate de schimb de căldură care funcționează pe principiul condensării vaporilor este foarte extinsă. Întrucît examinarea întregii game ar fi mult prea complicată, în lucrarea de față vor fi studiate următoarele cazuri tipice ;

I. Fascicol de țevi cu circulația transversală a vaporilor pe direcția țevilor ;

a) Vapori care pătrund lateral într-un fascicol prismatic de țevi. Secțiunea fascicolului de țevi este dreptunghiulară.

b) Vapori care pătrund sau ies dintr-un fascicol cilindric de țevi, țevile fiind paralele cu axa cilindrului.

II. Fascicol de țevi parcurs de vapori într-o direcție paralelă cu axa țevilor.

3. Analiza detaliată a cazurilor studiate

Analiza cazurilor tipice prezentate la punctul 2 își propune stabilirea unor relații care să permită efectuarea calculului termic „pe zone" al aparatelor de schimb de căldură condensatoare de vapori.

3.1. *Fascicol de țevi cu circulație transversală a vaporilor pe direcția țevilor (Cazul I).*

3.1.1. *Vapori care pătrund lateral într-un fascicol prismatic de țevi. Secțiunea fascicolului de țevi este dreptunghiulară (Cazul Ia)*

În fig 1. este prezentat schematic un fascicol prismatic de țevi și sînt indicate toate mărimile necesare calculului.

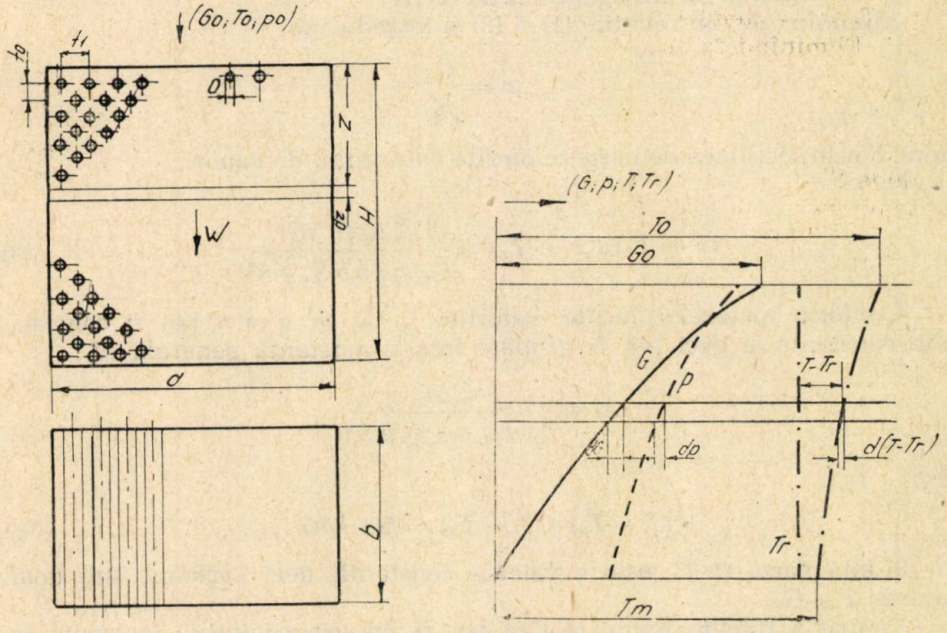


Fig 1

Datorită pierderilor de presiune care apar la curgerea vaporilor, presiunea acestora suferă o variație infinit mică dp, pe parcursul dz [1] :

$$dp = -\zeta \frac{dz}{t_2} \frac{\rho w^2}{2} = \omega \, dT \tag{1}$$

unde ζ este coeficientul de rezistență la curgerea vaporilor printre țevi;
t_2 — pasul longitudinal al așezării țevilor ;
ρ — densitatea vaporilor ;
w — viteza de curgere a vaporilor în secțiunea studiată ;
ω — raportul dp/dT care poate fi determinat de curba de saturație a vaporilor ;
dT — variația infinit mică a temperaturii vaporilor pe parcursul dz, ca urmare a variației presiunii acestora.

Din ecuația transmiterii căldurii se poate determina variația cantității de vapori care curge prin fascicolul de țevi, pe parcursul dz, sau cu alte cuvinte, cantitatea de condensat formată pe acest parcurs :

$$dG = -\frac{a \, b \, S_1 \, k}{\Delta i} (T - T_r) \, dz \tag{2}$$

unde a și b sînt lățimea și lungimea bazei fascicolului prismatic :

S_1 este suprafața de schimb de căldură a fascicolului de țevi corespunzătoare unității de volum ;
k — coeficientul de transmitere a căldurii ;
Δi — variația entalpiei vaporilor de apă în timpul condensării ;
T — temperatura vaporilor ;
T_r — temperatura agentului de răcire.

Eliminînd dz din relațiile (1) și (2) și introducînd :

$$w = \frac{G}{\rho S}$$

unde S este secțiunea de curgere oferită curentului de vapori ;
se obține :

$$(T - T_r)\, d(T - T_r) = \frac{\zeta\, \Delta i\, G^2\, dG}{2\omega\, t_2\, \rho\, a\, b\, S_1\, k\, S^2} \tag{3}$$

Conform ipotezelor făcute, valorile : ζ, Δi, ω, ρ și k pot fi considerate constante și deci pot fi grupate într-o constantă generală M :

$$M = \frac{\zeta\, \Delta i}{2\omega\, t_2\, \rho\, a\, b\, S_1\, k\, S^2}$$

deci

$$(T - T_r)\, d\,(T - T_r) = M\, G^2\, dG \tag{3a}$$

Pe de altă parte și T_r este o valoare constantă, deci variabile sînt doar valorile T și G.

Pentru a integra expresia (3a) pot fi impuse condițiile la limită la intrarea în fascicol :

$$T = T_0 \text{ și } G = G_0$$

deci

$$T - T_r = \sqrt{(T_0 - T_r)^2 - \frac{2}{3} M\, (G_0^3 - G^3)} \tag{4}$$

Constanta M poate fi adusă și ea la altă formă. Avînd în vedere că suprafața de schimb de căldură a fascicolului are valoarea :

$$F = n_1 n_2\, \pi\, D\, b$$

unde n_1 și n_2 sînt numerele de rînduri de țevi pe lățimea și în adîncimea fascicolului ;
D este diametrul exterior al țevii ;
iar volumul fascicolului de țevi are valoarea :

$$V = a\, b\, n_2\, t_2$$

dar,

$$n_1 = \frac{a}{t_1}$$

deci :

$$S_1 = \frac{F}{V} = \frac{\pi D}{t_1 t_2}$$

Secțiunea de curgere oferită curentului de vapori are valoarea :

$$S = a\,b - n_1 D b = a\,b\left(\frac{t_1 - D}{t_1}\right)^2$$

Deci constanta M poate fi adusă la forma :

$$M = \frac{\zeta t_1 \Delta i}{2\pi D\,\omega\,\rho\,a^3 b^3 k}\left(\frac{t_1}{t_1 - D}\right)^2$$

unde t_1 este pasul transversal al așezării țevilor.

În punctul în care nu are loc o curgere a vaporilor în fascicolul de țevi din cauza unui perete sau din motive de simetrie, deci pentru situația în care $G = 0$, relația (4) capătă forma :

$$|T - T_r|_{G=0} = T_m - T_r = \sqrt{(T_0 - T_r)^2 - \frac{2}{3} M G_0^3} \qquad (5)$$

iar din această relație rezultă :

$$G_0 = \sqrt[3]{\frac{3}{2M}\left[(T_0 - T_r)^2 - (T_m - T_r)^2\right]} \qquad (6)$$

Valoarea T_m are semnificația din fig. 1, adică temperatura vaporilor la ieșirea din fascicol.

Relația (6) permite calculul cantității de vapori care se condensează, cunoscînd în afara constantei M și următoarele valori :

— temperatura vaporilor la intrarea în fascicol T_0 ;
— temperatura vaporilor la ieșirea din fascicol T_m ;
— temperatura agentului de răcire T_r .

Examinînd expresia debitului G_0, se poate observa că valoarea maximă a cantității de condensat, adică $G_{0\,max}$, corespunde situației în care termenul $(T_m - T_r)$ este nul, deci în cazul în care adîncimea fascicolului este atît de mare, încît temperatura T_m a vaporilor a devenit egală cu temperatura T_r a agentului de răcire. În acest caz, cantitatea de condensat va fi egală cu cea de vapori care intră în fascicol și deci :

$$G_{0\,max} = \sqrt{\frac{3}{2M}(T_0 - T_r)^2} \qquad (7)$$

Revenind la cazul general și introducînd valoarea $(T - T_r)$ din relația (4) în relația (2) se obține :

$$\int \frac{dp}{\sqrt{1 + P^3}} = -Z + C$$

unde s-au adoptat notațiile :

$$P = \sqrt[3]{\left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r}\right)^2 - 1}$$

și

$$Z = \frac{a\,b\,S_1\,k\,z}{\Delta i} \sqrt[3]{\frac{2M}{3}(T_m - T_r)}$$

Impunînd condițiile la limită :

$$Z = 0 \; ; \; P = P_0$$

se poate determina constanta de integrare C. Dar pentru

$$Z = 0 \quad z = 0$$

și deci :

$$T = T_0$$

Atunci, relația (8) poate fi scrisă sub forma :

$$Z = \int_P^{P_0} \frac{dP}{\sqrt{1 + P^3}} \tag{9}$$

Făcînd o substituție convenabilă, această integrală poate fi adusă la o formă normală a integralei eliptice LEGENDRE de primul ordin. Această soluție a fost considerată mult prea greoaie și a fost preferată integrarea grafică. Procedînd în acest fel și avînd în vedere un domeniu:

$$P = 0...1{,}6$$

care acoperă de fapt toate cazurile întîlnite în practică, relația (9), poate fi scrisă sub forma :

$$Z = 0{,}998\ P \text{ pentru } P = 0...0{,}3$$

$$Z = P - 0{,}15\ (P - 0{,}2)^{5{,}2} \text{ pentru } P = 0{,}3...1{,}6$$

Funcția $Z = f(P)$ corespunzătoare acestor relații este reprezentată în fig. 2.

Prin definiție, funcția Z este proporțională cu lungimea z a parcursului străbătut de vapori. Pentru studiul problemei expuse, este interesantă din punct de vedere practic, stabilirea valorii Z_H pentru $z = H$. Valoarea H reprezintă, conform fig. 1, adîncimea fascicolului de țevi.

Dacă în această secțiune

$$G = 0 \text{ și } T = T_m$$

rezultă :

$$P = 0$$

și deci, pentru a obține valoarea Z_H din relația (9), este necesară integrarea acesteia între limitele $P = 0$ și $P = P_0$.

Considerînd că se urmărește reducerea temperaturii vaporilor în fascicolul de țevi de la T_0 la T_m, parametrul P_0 poate fi calculat pornind de la relația de definiție a acestuia și cunoscînd valoarea T_r, atunci :

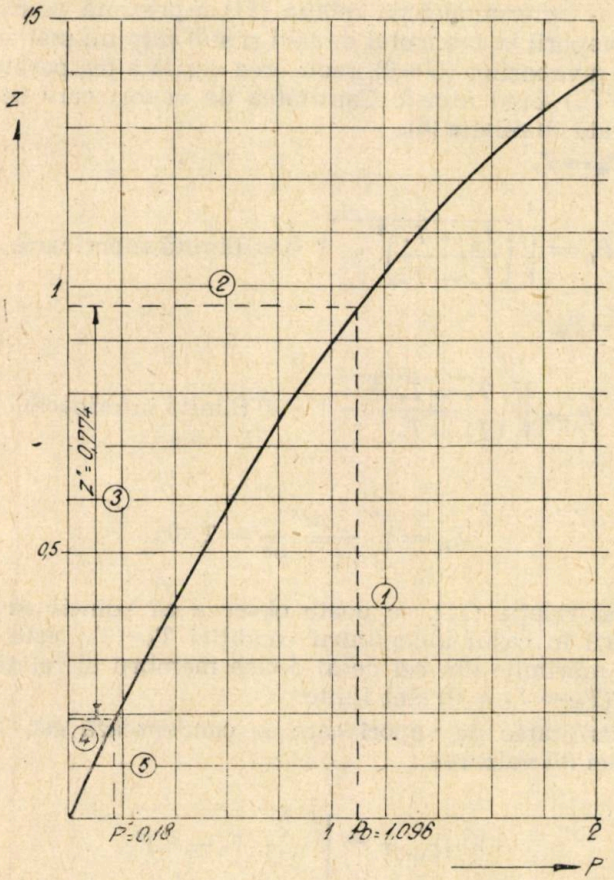


Fig. 2

$$P_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{T_0 - T_r}{T_m - T_r}\right)^2 - 1} \tag{10}$$

Folosind graficul din fig. 2 și marcînd limita superioară de integrare P_0, limita inferioară $P=0$ $(T=T_m)$ corespunde valorii Z_H.

Dar prin definiție :

$$Z_H = \frac{a\,b\,H\,S_1\,k}{\Delta i} \sqrt[3]{\frac{2M}{3}(T_m - T_r)}$$

de unde rezultă :

$$H = \frac{Z_H\,\Delta i}{a\,b\,S_1\,k} \sqrt[3]{\frac{3}{2M(T_m - T_r)}} \tag{11}$$

Valoarea H determinată cu relaţia (11) reprezintă adîncimea pînă la care pătrund vaporii în fascicolul de ţevi şi sub care nu mai are loc nici-un fel de curgere a vaporilor ($G=0$), reducerea dorită a temperaturii vaporilor saturaţi ($T_0 \to T_m$) fiind atinsă. Cantitatea de vapori care se condensează poate fi calculată cu relaţia (6).

Pentru $T_m = T_r$

$$P_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{T_0 - T_r}{T_r - T_r}\right)^2 - 1} = \infty \text{ (limită superioară)}$$

Pentru $T = T_m$

$$P = \sqrt[3]{\left(\frac{T_r - T_r}{T_r - T_r}\right)^2 - 1} = 0 \text{ (limită inferioară).}$$

Deci

$$Z_H = \int_0^{\infty} \frac{dP}{\sqrt{1+P^3}} = 2{,}805$$

Examinînd relaţia (11), se poate observa că adîncimea pînă la care pătrund vaporii în cazul îndeplinirii condiţiei $T_m = T_r$ este infinit mare, întrucît toate mărimile din cel de al doilea membru al relaţiei, cu excepţia diferenţei ($T_m - T_r = 0$) sînt finite.

Atunci, cantitatea de vapori care se condensează este finită, avînd, conform relaţiei (6) valoarea :

$$|G_0|_{T_m = T_r} = \sqrt[3]{\frac{3}{2M}(T_0 - T_r)^2}$$

Cu aceasta, problema este rezolvată.

În practică, se folosesc des, schimbătoare de căldură care funcţionează pe principiul condensării vaporilor de tipul constructiv din fig. 5. Pentru aceste aparate, calculul se efectuează pe etape pentru tronsoane de fascicol de ţevi parcurse de vapori în curent paralel şi încrucişat, conform delimitării făcute cu linia punctată. Prin urmare, pentru a stabili modul de comportare, din punct de vedere al transmiterii căldurii, al unui astfel de aparat, trebuie să se recurgă la întocmirea unui calcul pe zone şi să se determine mărimile necesare, alternativ pentru curent încrucişat şi curent paralel. Calculul începe prin stabilirea cantităţii totale de condensat corespunzătoare cazului în care nu are loc nici o reducere a temperaturii de saturaţie. În continuare, pentru un calcul de verificare, se va admite o valoare a cantităţii de condensat cu puţin mai redusă decît cea calculată. Folosind relaţia (5) şi admiţînd că primul tronson cu curent încrucişat are o adîncime suficientă pentru a permite condensarea întregii cantităţi de vapori, se stabileşte valoarea diferenţei de temperatură (T_0—T_m). Parametrul P_0 poate fi determinat din relaţia (10). În continuare se calculează valoarea Z_2 corespunzătoare ieşirii din primul tronson cu curent încrucişat, iar valoarea corespunzătoare P_2 se

citește din graficul prezentat în fig. 2. Deci se poate calcula temperatura T_2 cu relația :

$$P_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{T_2 - T_r}{T_m - T_r}\right)^2 - 1}$$

sau

$$T_2 = T_r + (T_m + T_r)\sqrt{1 + P_2^3} \tag{12}$$

Atunci cantitatea de vapori care iese din primul tronson în care curgerea are loc transversal pe direcția țevilor, poate fi calculată, conform expresiei (4), cu relația :

$$G_2 = \sqrt[3]{G_0^3 - \frac{3}{2M}[(T_0 - T_r)^2 - (T_2 - T_r)^2]} \tag{13}$$

Valorile G_2 și T_2 calculate pentru ieșirea din primul tronson cu curgere transversală pe țevi vor fi adoptate drept valorile G_0, T_0 corespunzătoare intrării în tronsonul următor. În sfîrșit, trebuie arătat că, la ieșirea din ultimul tronson, cantitatea de vapori trebuie să fie egală cu cea care trebuie evacuată pentru purjare sau eliminarea aerului. Dacă valoarea acestei ultime cantități este prea mare sau prea mică, se procedează la refacerea calculului, pornind de la cantități inițiale mai mici sau mai mari, după caz.

3.1.2. *Vapori care pătrund sau ies dintr-un fascicol cilindric de țevi, țevile fiind paralele cu axa cilindrului (Cazul Ib).*

Pierderea de presiune și deci coeficientul de rezistență la curgerea unui fluid printr-un fascicol de țevi au fost îndelung studiate, existînd în momentul de față un număr apreciabil de date experimentale. Indiferent dacă aceste date sînt mai vechi [2, 3] sau mai noi [4], ele pun în valoare un aspect important și anume faptul că valoarea coeficienților de rezistență este influențată într-o măsură neglijabilă de unghiul dintre direcția de curgere și axa dispoziției fascicolului de țevi. Pentru a evita complicarea calculului, în cele ce urmează, se va admite că valoarea coeficientului de rezistență este independentă în raport cu direcția de intrare a curentului de vapori, și deci rămîne constantă la valoarea medie. De la bun început, trebuie însă menționat faptul că chiar adoptînd această simplificare, este necesară o limitare la un calcul aproximativ.

— *Curgerea vaporilor are loc de la exteriorul fascicolului de țevi spre interiorul acestuia.*

Rezolvarea riguroasă a acestei probleme se lovește de dificultăți matematice insurmontabile. Problema poate fi rezolvată însă mai simplu, întrucît din punct de vedere tehnic, se poate considera că variația temperaturii vaporilor saturați este mică în raport cu diferența medie de tem-

peratură. Cazul în care această condiție nu este îndeplinită nu are interes practic, întrucît un schimbător de căldură dimensionat pe alte baze decît cele arătate este termodinamic imperfect și nu este oportună folosirea lui în practică.

Calculul în prima aproximație :

În baza celor expuse se pornește de la condiția economică :

$$T_0 - T_m \ll \Delta T$$

unde

T_0 este temperatura vaporilor la intrarea în fascicolul de țevi ;
T_m — temperatura vaporilor la ieșirea din acesta ;
ΔT — diferența medie de temperatură între vapori și agentul de răcire.

Dacă se admite că :

$$T = T_1 = \text{constant}$$

unde T este temperatura vaporilor într-un punct oarecare, rezultă :

$$\Delta T = \Delta T_1 = \text{constant}.$$

Indicii 1 și 2 se referă aici la valorile stabilite în prima, respectiv a doua aproximație, exceptînd bineînțeles, pașii așezării țevilor t_1 și t_2.

Într-un spațiu elementar al fascicolului cuprins între cercurile cu raze r și $r+dr$ (fig. 3), se formează cantitatea elementară de condensat :

$$dG_1 = \frac{2\pi L S_1 k \Delta T_1}{\Delta i} r\, dr$$

unde

L este lungimea fascicolului de țevi ;
S_1 — suprafața de schimb de căldură a fascicolului de țevi corespunzătoare unității de volum ;
k — coeficientul de transmitere a căldurii ;
Δi — variația de entalpie a vaporilor în timpul condensării.

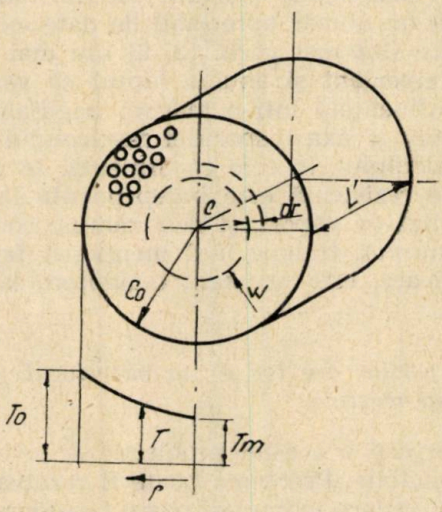


Fig. 3

Această ecuație poate fi integrată dacă se ține seama că în cazul în care raza fascicolului de țevi ar fi nulă, cantitatea de vapori care se condensează ar fi și ea nulă.

Deci :

$$G_1 = \frac{\pi L S_1 k \Delta T_1}{\Delta i} r^2 \tag{14}$$

și

$$C_{01} = \frac{\pi L S k \Delta T_1}{\Delta i} r_0^2 \tag{15}$$

Calculul în a doua aproximație :

Calculînd variația presiunii rezultată în urma existenței pierderilor de presiune la curgerea vaporilor, se poate determina variația temperaturii vaporilor saturați, deci :

$$dp_2 = \zeta \frac{dr}{t_2} \frac{\rho w^2}{2} = \omega \, dT_2 \tag{16}$$

unde ~

dp este variația elementară a presiunii vaporilor saturați corespunzătoare intervalului elementar dr ;

ζ — coeficientul de rezistență hidraulică ;

t_2 — pasul așezării țevilor ;

ρ — densitatea vaporilor ;

w_2 — viteza de curgere a vaporilor ;

ω — raportul dp/dT ;

dT — variația temperaturii vaporilor.

Folosind valoarea G_1 din relația (14) se obține :

$$w_2 = \frac{G_1 t_1}{2\pi L r \rho (t_1 - D)} = \frac{S_1 k t_1 \Delta T_1}{2 \rho \Delta i (t_1 - D)} \tag{17}$$

unde D este diametrul țevilor din fascicol.

Această expresie a vitezei w_2 va fi introdusă în relația (16), care, după integrare devine :

$$T_2 = \frac{C_1 r^2}{3} + \text{constantă}$$

unde termenul C_1 are valoarea :

$$C_1 = \frac{\zeta}{8 \rho t_2 \omega} \left[\frac{S_1 k t_1 \Delta T_1}{(t_1 - D) \Delta i} \right]^2 \tag{18}$$

Constanta de integrare poate fi determinată, avînd în vedere condiția la limită :

$$\text{pentru } r = r_0 \quad T_2 = T_0$$

deci

$$T_2 = T_0 - \frac{C_1}{3} (r_0^3 - r^3) \tag{19}$$

Prin definiție :

$$T_2 T_{m2} =$$

pentru valoarea razei

$$r=0$$

deci :

$$T_{m2}=T_0-\frac{C_1}{3}r_0^3 \tag{20}$$

Combinînd relaţiile (19) şi (20) se obţine :

$$T_2=T_{m2}+\frac{C_1}{3}r^3 \tag{21}$$

Pe de altă parte :

$$dG_2=\frac{2\pi L k S_1 (T_2-T_r)}{\Delta i}r\,dr \tag{22}$$

unde T_r este temperatura agentului de răcire.

Dacă se introduce valoarea T_2 din relaţia (21) în relaţia (22) şi se consideră drept condiţie la limită :

$$\text{pentru } r=0 \quad G_2=0$$

după integrare se obţine :

$$G_2=\frac{2\pi L k S_1}{\Delta i}\left[(T_{m2}-T_r)\frac{r^2}{2}+\frac{C_1}{15}r^5\right] \tag{23}$$

sau

$$G_{02}=\frac{2\pi L k S_1}{\Delta i}\left[(T_{m2}-T_r)\frac{r_0^2}{2}+\frac{C_1}{15}r_0^5\right] \tag{24}$$

Această nouă valoare a cantităţii de condensat conduce la obţinerea unei valori a diferenţei de temperatură ΔT_2 mai apropiate :

$$\Delta T_2=\frac{G_{02}}{G_{01}}\Delta T_1$$

deci constanta C_1 suferă o modificare şi devine :

$$C_2=C_1\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)^2=C_1\left(\frac{G_{02}}{G_{01}}\right)^2$$

Folosind relaţiile (20) şi (24) calculul poate fi reluat pînă se obţine aproximaţia dorită. Calculele efectuate de autori au pus în evidenţă faptul că aceasta este atinsă la capătul celui de al doilea calcul.

Bineînţeles că metoda expusă poate fi aplicată în continuare, şi pornind de la relaţia (25) se poate determina variaţia temperaturii vaporilor saturaţi într-o a treia aproximaţie. Sporul de precizie obţinut ar fi însă neînsemnat în raport cu complicarea operaţiilor de calcul.

Soluţia prezentată poate fi supusă şi unor particularizări cum ar fi, de exemplu, cazul practic în care o cantitate de vapori G_0 pătrunde în fascicol pe circumferinţa cu rază r_0, iar o cantitate de vapori G'' părăseşte fascicolul pe circumferinţa cu rară r'', rază mai mică decît r_0. Relaţiile analitice care s-ar obţine în acest caz ar fi mult prea complicate şi din acest motiv este poate indicată construirea unor nomograme.

— *Curgerea vaporilor are loc de la interiorul fascicolului către exteriorul acestuia.*

În acest caz, problema se poate rezolva tot prin metoda aproximațiilor succesive, relațiile obținute fiind însă mult mai complicate.

3.2. *Fascicol de țevi, parcurs de vapori într-o direcție paralelă cu axa țevilor (Cazul II).*

Procedînd în același fel ca în cazul I, se poate scrie și în cazul curgerii în lungul țevilor, variația infinit mică *dp* a presiunii vaporilor, rezultată în urma existenței pierderilor de presiune pe parcursul *dz* :

$$dp = -\zeta_L \frac{dz}{D_h} \frac{\rho w^2}{2} = \omega\, dT \tag{25}$$

unde $\sim$

ζ_L este coeficientul de rezistență hidraulică la curgerea vaporilor în lungul țevilor ;
D_h — diametrul hidraulic echivalent al secțiunii de curgere ;
ρ — densitatea vaporilor ;
w — viteza de curgere a vaporilor în secțiunea studiată ;
ω — raportul dp/dT care poate fi determinat pe curba de saturație a vaporilor ;
dT — variația infinit mică a temperaturii vaporilor pe parcursul dz, ca urmare a variației presiunii acestora.

Din ecuația transmiterii căldurii se determină variația cantității de vapori care curge prin fascicolul de țevi și care corespunde parcursului *dz* :

$$dG = -\frac{a\, b\, S_1 k}{\Delta i}(T - T_r)\, dz \tag{26}$$

unde *a* și *b* sînt lățimea și lungimea bazei fascicolului de țevi ;
S_1 este suprafața de schimb de căldură a fascicolului de țevi, corespunzătoare unității de volum ;
k — coeficientul de transmitere a căldurii ;
Δi — variația entalpiei vaporilor în timpul condensării ;
T — temperatura vaporilor ;
T_r — temperatura agentului de răcire.

Eliminînd *dz* din relațiile (25 și (26) și integrînd se obține :

$$T - T_r = \sqrt{(T_0 - T_r)^2 - \frac{2}{3} U (G_0^3 - G^3)} \tag{27}$$

și

$$T_m - T_r = \sqrt{(T_0 - T_r)^2 - \frac{2}{3} U G_0^3} \tag{28}$$

de unde rezultă :

$$G_0 = \sqrt[3]{\frac{3}{2U}(T_0 - T_r)^2 - (T_m - T_r)^2} \tag{29}$$

$$Z = \int_{P}^{P_0} \frac{dP}{\sqrt{1 + P^3}} \qquad Z_L = \int_{0}^{P_0} \frac{dP}{\sqrt{1 - P^3}} \tag{30}$$

unde

$$U = \frac{\zeta_L \Delta i}{2 \rho \omega a b S_h k D_h S_L^2}$$

$$Z = \frac{a b S_1 k z}{\Delta i} \sqrt[3]{\frac{2U}{3}} (T_m - T_r)$$

$$Z_L = \frac{a b S_1 k L}{\Delta i} \sqrt[3]{\frac{2U}{3}} (T_m - T_r)$$

iar S_L este secţiunea de curgere oferită vaporilor ;

S_h — secţiunea corespunzătoare diametrului echivalent D_h;

P şi P_0 au aceeaşi semnificaţie ca în cazul I.

Problema este deci rezolvată, stabilindu-se, în acest mod, relaţiile necesare cazului circulaţiei vaporilor în lungul ţevilor.

4. **Rezultate obţinute prin aplicarea relaţiilor stabilite**

Aplicînd rezultatele obţinute, la cîteva exemple practice pot fi trase cîteva concluzii remarcabile.

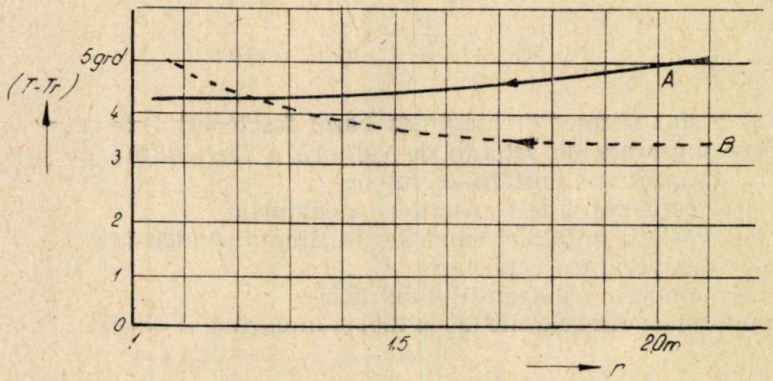


Fig. 4

În fig. 5 şi 6 sînt prezentate două tipuri de schimbătoare de căldură curent folosite. Diferenţa între cele două execuţii constă în forma plăcilor deflectoare care asigură schimbarea direcţiei curgerii. Tipul prezentat în fig. 5 are plăci în formă de segment de cerc, iar tipul prezentat în fig. 6 plăci circulare şi inelare. Pentru ambele tipuri s-a calculat, cu ajutorul relaţiilor prezentate, diferenţa de temperatură între vaporii saturaţi şi

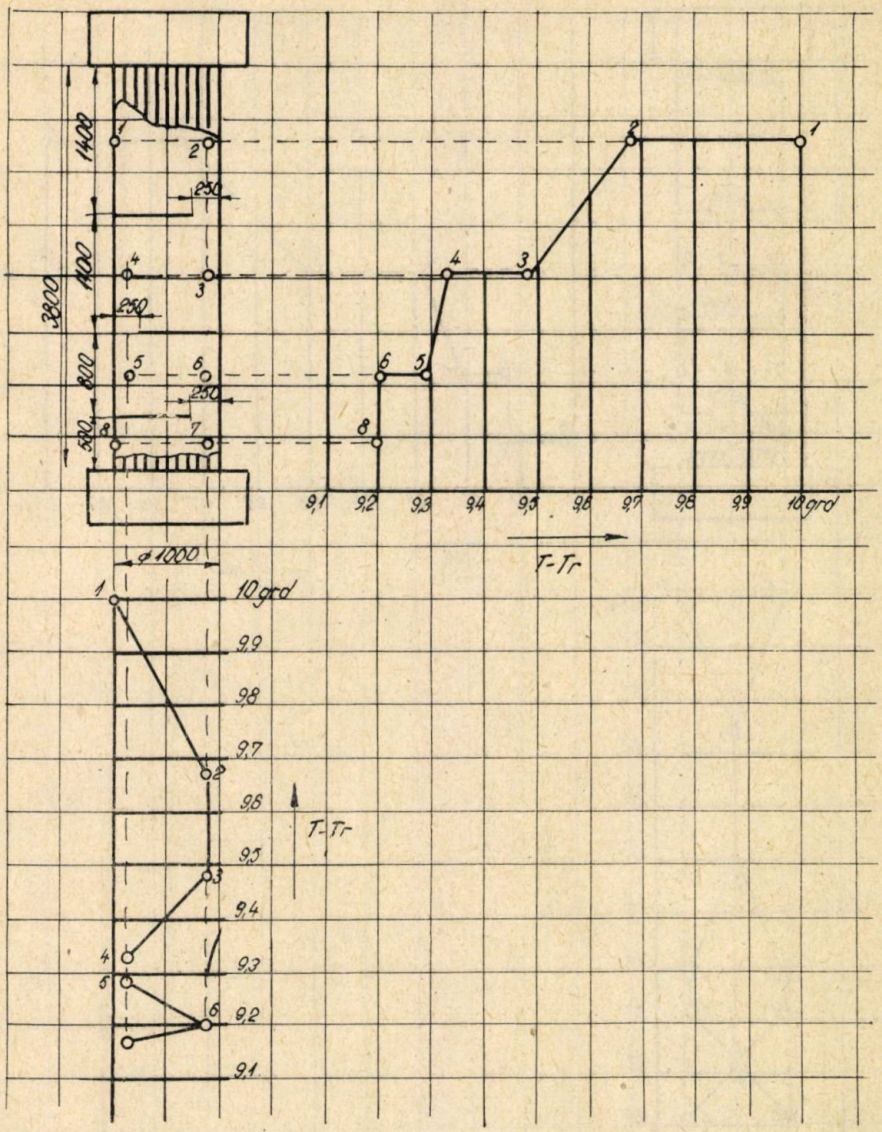


Fig. 5

agentul de răcire, precum și cantitatea de condensat produsă. Ipotezele de calcul au fost următoarele :

— diametrul exterior al țevilor $D = 0{,}02$ m
— pașii așezării țevilor :
transversal $t_1 = 0{,}03$ m
longitudinal $t_2 = 0{,}026$ m
— suprafața de schimb de căldură a fascicolului de țevi, corespunzătoare unității de volum : $S_1 = 80{,}8$ m^2/m^3

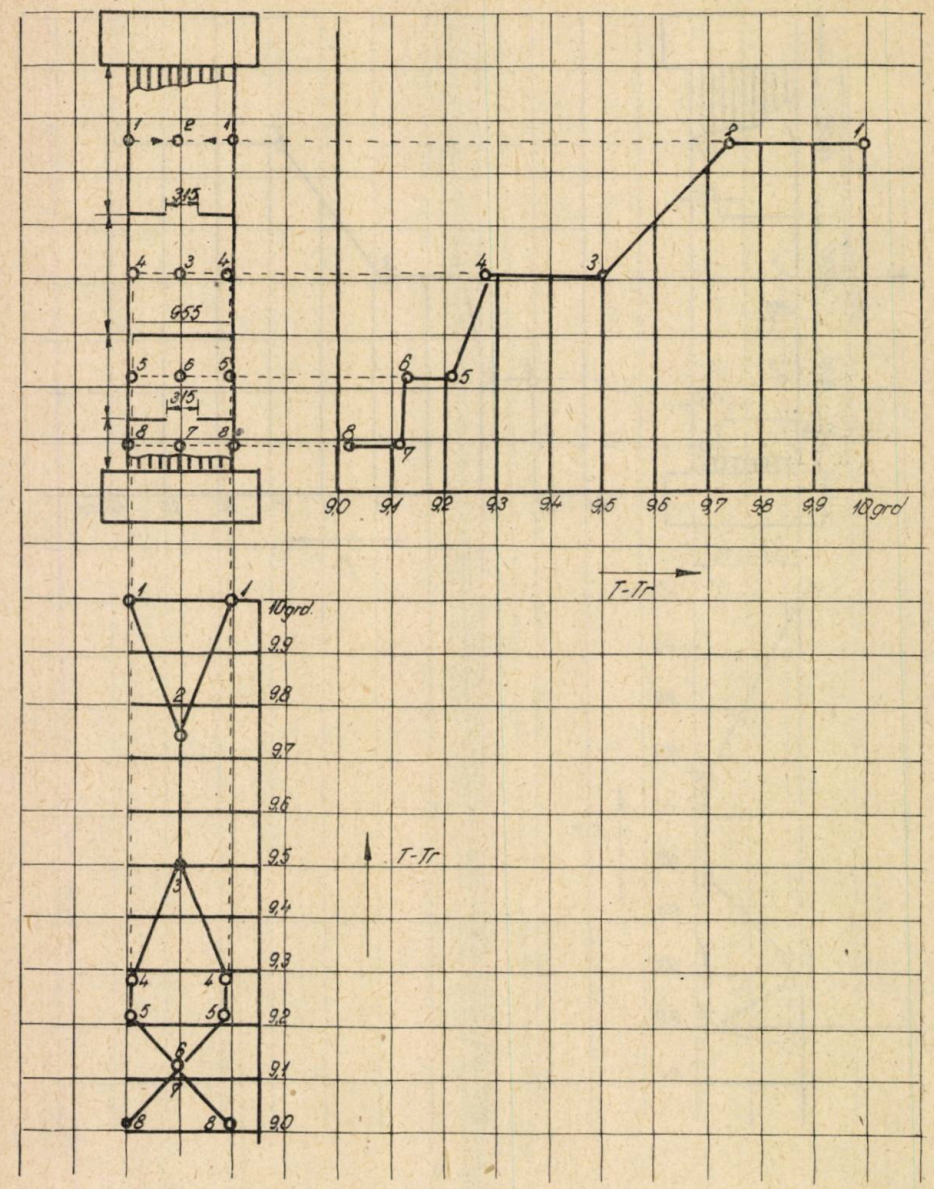


Fig. 6

— temperatura vaporilor saturaţi la intrare $T_0 = 83{,}25°C$
— temperatura agentului de răcire $T_r = 73{,}25°C$
— variaţia entalpiei vaporilor în timpul condensării $\Delta i = 2299$ kJ/kg
— raportul $\omega = 2050$ N/K m²
— coeficientul de rezistenţă $\zeta = 0{,}4$
— coeficientul de rezistenţă $\zeta_L = 0{,}0165$.

Prima dispoziție a plăcilor deflectoare (segmente de cerc) permite obținerea unei cantități de condensat cu 0,7% mai mare decît cealaltă (cercuri și inele circulare). Presupunînd că în ambele cazuri suprafața totală a plăcilor deflectoare este aceeași, rezultă ca oportună adoptarea soluției din fig. 5 ca urmare a tăieturilor de tablă mai mici. Variația diferenței de temperatură (T—T_r) este prezentată în aceleași figuri (5 și 6) cu schimbătoarele de căldură.

În fig. 4 este prezentat rezultatul unei comparații între situația curgerii vaporilor din exterior către interior (curba A) și din interior către exterior (curba B) în cazul unui fascicol cilindric de țevi, raportul între raza exterioară și cea interioară fiind 2 : 1. Curbele A și B reprezintă variația diferenței de temperatură între vaporii saturați și agentul de răcire, în funcție de valoarea r a razei. Examinînd aceste curbe se poate observa că în cazul A se obține o cantitate de condensat cu 25% mai mare în comparație cu cazul B.

În sfîrșit, ajungînd la problema principală a acestei lucrări și anume cea a „buzunarelor de vapori" se prezintă rezultatele unui calcul comparativ pentru două execuții de condensator (fig. 7 a și b) echivalente din punct de vedere termodinamic. Valorile care au stat la baza calculului sînt următoarele :

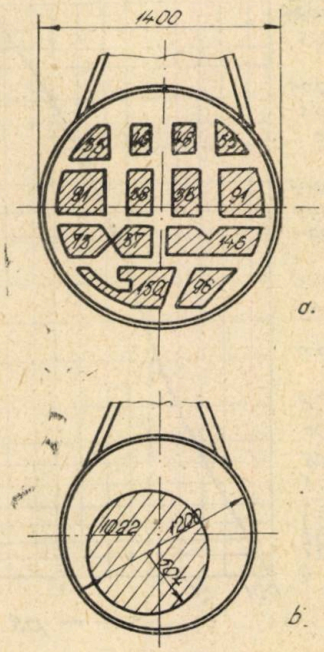


Fig. 7

— temperatura aburului la intrare $T_0 = 39{,}8°C$
— variația entalpiei aburului în timpul condensării $\Delta i = 2453$ kJ/kg
— temperatura agentului de răcire $T_r = 32{,}6°C$
— pașii așezării țevilor :

transversal $t_1 = 0{,}03$ m
longitudinal $t_2 = 0{,}026$ m
— diametrul țevilor $D = 0{,}019$ m
— coeficientul de rezistență $\zeta = 0{,}525$
— suprafața de schimb de căldură $S = 140$ m².

Calculul a arătat că, dacă se renunță la practicarea „buzunarelor" este necesară mărirea numărului de țevi cu circa 2% sau mai precis de la 1020 la 1022, dar totodată se realizează o reducere importantă de 14,3% a diametrului corpului condensatorului.

Prin urmare, pentru condensatoare suficient de mici, care condensează abur la presiune absolută foarte coborîtă, păstrarea „buzunarelor de vapori" este inutilă, chiar ținînd seama de pierderea de presiune a aburului la trecerea prin fascicolul de țevi.

Odată enunțată influența presiunii, este interesant de constatat care este valoarea raportului η_D dintre cantitatea efectivă de condensat și cantitatea de condensat care s-ar obține dacă procesul s-ar desfășura fără pierderi de presiune, pentru diferite valori ale presiunii. Curba $\eta_D = f(p_s)$ din fig. 8 este calculată pentru o diferență de temperatură $(T_0 - T_r) = 10$ K.

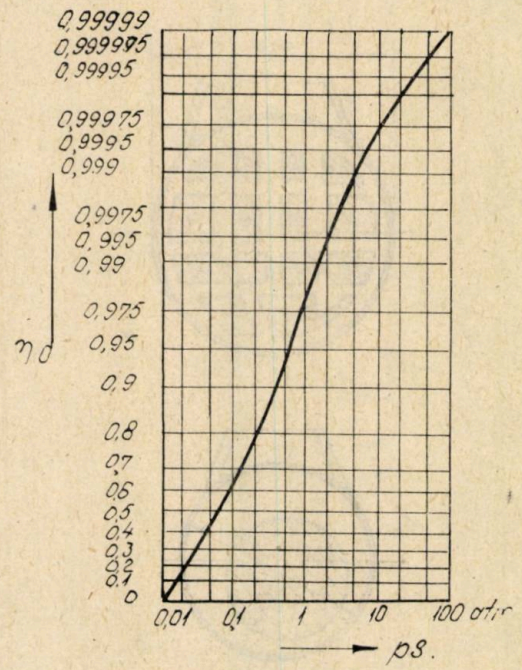


Fig. 8

Examinînd această curbă rezultă în mod clar că aparatele de schimb de căldură condensatoare, alimentate cu vapori de apă la presiuni ridicate nu trebuiesc prevăzute cu „buzunare de vapori" întrucît $\eta_D \simeq 1$, deci cîștigul realizabil ar fi neînsemnat.

5. Concluzii

Examinînd relațiile obținute și rezultatele aplicării acestor relații, se poate considera că este posibil calculul termic „pe zone" al aparatelor de schimb de căldură condensatoare de vapori. Totodată rezultă că, la calculul aparatelor de schimb de căldură care funcționează pe principiul condensării vaporilor nu poate fi neglijată influența pierderii de presiune pe partea de vapori, aceasta avînd o pondere însemnată în balanța oportunității adoptării unui anumit tip constructiv de aparat.

Lucrarea de față este o primă încercare în această direcție, reprezentînd baza pe care se poate elabora o metodă de calcul mai puțin laborioasă și eventual programe pentru calculatorul electronic.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Kern D. Q.* — Process Heat Transfer — Mc. Graw Hill, 1950.
2. *Grimison E. D.* — Corelation and utilization of new data on flow resistance and heat transfer for cross-flow of gases over tube banks — Transaction ASME 1937 (59) p. 583—594.
3. *Münzinger F.* — Dampfkraft — Springer Verlag, 1949.
4. *Fraas A. P., Ozisik M. N.* — Heat Exchanger Dezign — J. Wiley, 196.
5. *Gregorig R.* — Echangeurs de Chaleur — Béranger, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIII — 1971. Numărul 6

METALURGIE

C.Z. : 669.017:621.315.592

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MACRO ŞI MICROSTRUCTURII COMPUŞILOR SEMICONDUCTORI *

M. PROTOPOPESCU, A. ALOMAN,
ALEXANDRA DOBRE, IONELA VIŞA

1. Importanţa compuşilor semiconductori

Multe substanţe minerale (oxizi, sulfuri, seleniuri, telururi) şi o bună parte dintre substanţele organice prezintă însuşiri semiconductoare, care au devenit de mare interes pentru tehnica modernă. Unele elemente chimice posedă proprietăţi semiconductoare intrinseci : borul, siliciul, germaniul, arsenul, seleniul, telurul, fiind folosite, în prezent, pentru fabricarea dispozitivelor semiconductoare. Cîteva modificaţii alotropice ale unor metale sau elemente nemetalice, manifestă deasemenea însuşiri semiconductoare, spre exemplu : staniul (cenuşiu), grafitul, fosforul negru (obţinut sub presiuni mari), stibiul şi bismutul, sub formă de pelicule, depuse prin vaporizare în vid, sulful supus la presiuni de mii de atmosfere. Existenţa acestor modificaţii semiconductoare, dovedeşte că între starea metalică, semiconductoare şi nemetalică se pot realiza transformări succesive sub influenţa temperaturii, presiunii, radiaţiilor. Totuşi aceste elemente semiconductoare sînt relativ puţine iar proprietăţile lor nu acopăr un diapazon larg de valori. În schimb numărul substanţelor semiconductoare compuse este practic nelimitat şi proprietăţile lor variază între domenii extrem de largi.

Pînă în prezent industria de semiconductori în ţara noastră se bazează aproape în exclusivitate pe elemente semiconductoare : germaniul (diode, tranzistoare), siliciul (redresoare, diode, circuite integrate), seleniu (redresoare). Este în curs lărgirea gamei de dispozitive semiconductoare pe bază de ferite şi de semiconductori peliculari. Rămîn deschise perspective, de mare anvergură în alte ţări, cu privire la aplicarea compuşilor semiconductori pentru fabricarea termoelectrogeneratoarelor şi frigistoarelor, fotoelemente, traductoare Hall, detectoare de radiaţii, varistoare, laseri, baterii solare şi nucleare.

Într-un ciclu de lucrări ne-am propus să studiem macro şi microstructura materialelor semiconductoare. Primele studii au fost efectuate

*) Comunicată la sesiunea ştiinţfică cu prilejul sărbătoririi a 50 de ani de învăţămînt metalurgic superior în România, octombrie 1970.

pe materiale semiconductoare : germaniu și siliciu, fabricate industrial în țara noastră, iar rezultatele au fost prezentate într-o comunicare la Sesiunea științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București din mai 1970 [1]. În lucrarea prezentă s-a urmărit studiul macro și microstructurii compușilor semiconductori obținuți în cea mai mare parte în cercetările efectuate de noi în decursul anilor, publicate și citate pe plan internațional, dar care își așteaptă valorificarea în producție.

2. Clasificarea compușilor semiconductori

Întrucît diversitatea substanțelor semiconductoare este foarte mare, pînă în prezent nu s-a găsit încă un criteriu unic de clasificare. Încercări de clasificare mai mult sau mai puțin reușite au folosit drept criterii : natura legăturilor interatomice, compoziția chimică, structura cristalină, proprietățile fizice, destinația pentru fabricarea dispozitivelor semiconductoare și multe altele.

În compoziția substanțelor semiconductoare pot participa elemente metalice și semimetalice sau nemetalice, iar după numărul componenților se pot distinge compuși binari, ternari, cuaternari și mai complecși. Multe faze din sistemele de aliaje utilizate în metalurgie sînt de fapt elemente sau compuși semiconductori. Spre exemplu : grafitul din fontele cenușii și nodulare, siliciul din siluminuri, carburile din oțelurile aliate, incluziunile de oxizi, sulfuri, silicați, aluminați, precipitările de compuși intermetalici, compușii cu refractaritate și duritate înaltă (boruri, nitruri, carburi, siliciuri). În numeroase procese metalurgice se întîlnesc cazuri de interacțiuni între faze metalice și semiconductoare : metal-oxizi ; metal-sulfuri, seleniuri, telururi; metal-silicați, aluminați.

Considerăm că interpretarea acestor procese nu numai din punct de vedere termodinamic și chimic, ci și pe baza naturii cîmpurilor electrice creiate de legăturile interatomice metal-semiconductor, ar putea conduce la fundamentarea unor noi concepții în teoria proceselor metalurgice și metalurgia fizică, care ar permite a se putea prevedea proprietățile și obținerea de noi aliaje sintetice cu însușiri superioare.

În majoritatea lucrărilor de specialitate este mai mult utilizată clasificarea compușilor semiconductori pe baza poziției elementelor componente în grupele sistemului periodic și valența lor. Spre exemplu se disting compuși binari : $A^{III}B^{V}$ (BN, AlP, GaAs, InSb); $A^{II}B^{VI}$ (ZnS, CdSe, HgTe) ; $A^{I}B^{VII}$ (CuBr, AgI) și chiar $A^{IV}B^{IV}$ (SiC), cu structură cristalină de tip blendă sau würtzit, care sînt de fapt structuri derivate din configurația tetragonală a atomilor elementelor semiconductoare în structura de diamant (figura 1 și figura 2).

După anumite reguli se pot obține compuși ternari sau polinari cu structuri de tip calcopirită, famatinită sau stanit.

Deasemenea se cunosc compuși de tip $A_2^{II}B^{IV}$ (Mg_2Sn), $A^{II}B^{V}$ (ZnSb), $A_I\ B_3^{IV}$ (In_2Te_3), $A^{IV}B^{VI}$ (PbTe), $A_2^{V}B_3^{VI}$ (Bi_2Te_3) și mulți alții, de la care pot deriva multiple combinații complexe. O clasă deosebit de importantă este formată din semiconductorii oxidici, atît cei binari (Cu_2O, CdO) cît mai

ales feritele şi materialele segnettoelectrice ($BaTiO_3$) care posedă proprietăţi electrice şi magnetice speciale. Metalele de tranziţie formează numeroase combinaţii semiconductoare cu valenţe variabile şi structuri complexe. Ţinînd cont că între diferite elemente sau compuşi semicon-

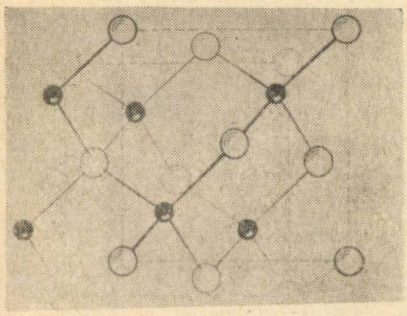


Fig. 1. Tipul structural blendă, ZnS, sistemul cubic.

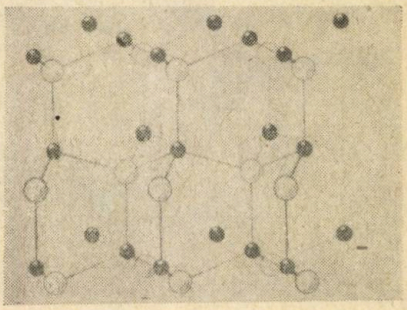


Fig. 2. Tipul structural würtzit, ZnS, sistemul hexagonal.

ductori se pot forma aliaje cu compoziţii constante sau variabile (soluţii solide) rezultă că numărul substanţelor compuse semiconductoare este practic nelimitat.

3. Pregătirea probelor pentru studiul structurii

Studiul macro şi microfotografiei compuşilor semiconductori necesită în prealabil o pregătire corespunzătoare a probelor, în mod asemănător cu practica metalografică.

Cercetarea macrostructurii se poate aplica atît materialelor policristaline sau monocristaline, cît şi dispozitivelor semiconductoare în diferite faze ale proceselor de fabricaţie sau produselor finite. Spre exemplu în figura 3 este fotografiat la mărimea 5:1 un conglomerat de cristale de carbură de siliciu, în figura 4 un tor de ferită de mangan şi magneziu, în figura 5 sînt prezentate în mărime naturală monocristale de telurură de mercur, crescute cu viteza de 10°C pe oră, iar în figurile 6 şi 7 sînt arătate cîte un monocristal de seleniură de mercur şi respectiv telurură de mercur, cu aspect de creştere omogenă sau creştere dendritică.

Cercetarea microstructurii necesită pregătirea unor suprafeţe pentru observarea şi fotografierea la microscopul metalografic sau microscopul electronic, prin metoda replicelor.

Pregătirea suprafeţelor impune o serie de operaţii de tăiere, lustruire fină şi atac cu reactivii corespunzători. Aceste operaţii trebuie să fie adaptate pentru compuşii semiconductori care se disting în general prin duritate şi friabilitate.

Tăierea se realizează cu discuri abrazive subţiri, cu pulbere de diamant, carborundum sau tăiere cu ajutorul ultrasunetelor.

Lustruirea se execută manual, mecanic sau electrolitic.

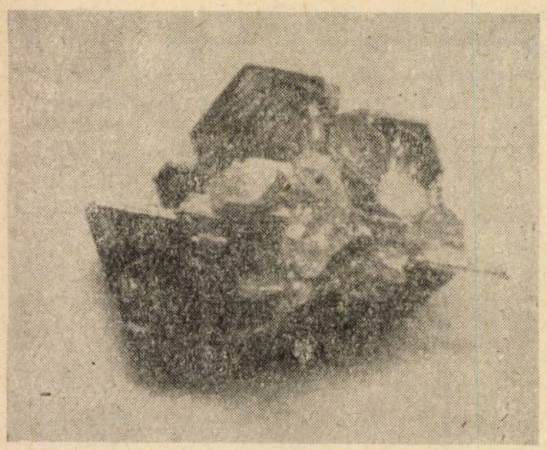


Fig. 3. Cristale de carbură de siliciu crescute din fază de vapori, 5:1.

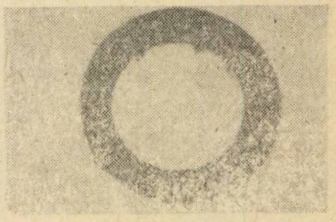


Fig. 4. Ferită de MnO şi MgO. Macrostructură 1:1.

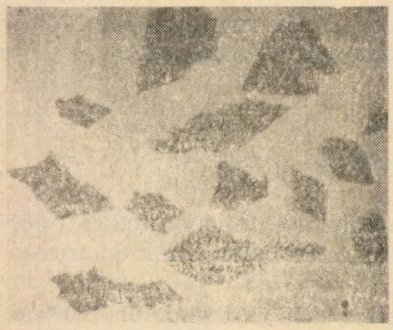


Fig. 5. Monocristale HgTe crescute la viteză de 10°/h 1:1.

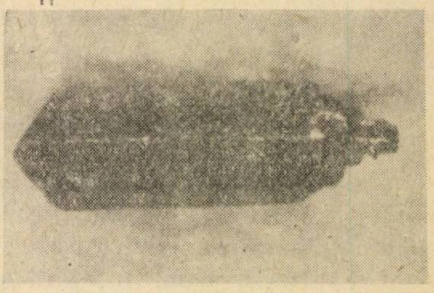


Fig. 6. Compus HgSe. Monocristal 1:1.

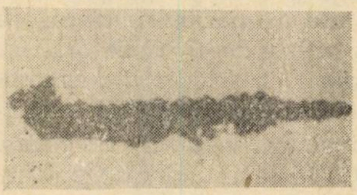


Fig. 7. Compus HgTe. Monocristal 1:1.

Drept abraziv se poate utiliza suspensia de alumină metalografică sau carbură de siliciu. În cazul compuşilor care reacţionează cu apa se foloseşte suspensie abrazivă în lichide organice.

Trebuie să se ţină seama că tăierea şi lustruirea deteriorează straturile superficiale ale probelor, cu atît mai mult cu cît compusul este mai

friabil. Dacă compusul este mai dur şi compact, stratul deteriorat va fi mai subţire.

Atacul constituie una dintre operaţiile principale în tehnologia dispozitivelor semiconductoare şi un procedeu indispensabil în cercetarea structurii şi proprietăţilor materialelor semiconductoare, avînd următoarele scopuri :

1 — îndepărtarea stratului deteriorat de la lustruire
2 — obţinerea unor suprafeţe curate
3 — realizarea unei anumite grosimi a probelor
4 — evidenţierea imperfecţiunilor structurale (limite de grăunţi, subgrăunţi, macle, blocuri în mozaic, dislocaţii, defecte de împachetare etc.).
5 — punerea în evidenţă a planelor cristalografice cu indici mici în scopul determinării orientării cristalelor.
6 — obţinerea unor viteze mici de recombinare superficială a purtătorilor de sarcini.
7 — punerea în evidenţă a segregaţiilor în cazul neomogenităţilor de compoziţie
8 — reliefarea joncţiunilor *p—n*
9 — studierea mecanismului de creştere a cristalelor
10 — evidenţierea altor detalii ale microstructurii.

Atacul compuşilor semiconductori se poate realiza prin procese specifice :

— *chimic* — materialul este corodat cu diferiţi reactivi chimici
— *electrolitic* — materialul este dizolvat anodic într-un electrolit corespunzător prin trecerea curentului electric
— *bombardament ionic* — materialul este legat la catod şi este bombardat cu ioni în vid.
— *termic* — materialul este încălzit în vid sau atmosferă inertă şi atacul se realizează prin vaporizare parţială
— *atacul cu metale topite* — care dizolvă selectiv materialul cercetat
— *dizolvare simplă* — folosind substanţe lichide.

În cercetările noastre am utilizat în deosebi procese chimice de atac, folosind soluţii acide sau alcaline, topituri sau gaze. În urma atacului nu trebuie să apară produse insolubile. Se pot deosebi mai multe categorii de reactivi de atac şi anume :

— *de polizare chimică* prin care se distrug denivelările şi neuniformităţile, obţinîndu-se suprafeţe netede şi curate,
— *selectivi,* prin care se pun în evidenţă figuri de atac (gropiţe sau moviliţe) bine conturate, ale căror feţe reprezintă plane cristalografice cu indici mici.

În cazul materialelor policristaline se vor pune în evidenţă limitele dintre grăunţi şi orientarea cristalografică.

În materialele polifazice se evidenţiază fazele corodate selectiv.

— *neselectivi,* la atac se produce în acelaşi timp lustruirea şi relevarea figurilor de atac.

În cazul atacului chimic al compuşilor semiconductori, reactivii de atac folosiţi trebuie să fie de mare puritate şi să se ia în considerare na-

tura elementelor chimice componente și viteza de atac. În general pentru dislocarea puternicelor legături interatomice în compușii cu componentă covalentă predominantă (de exemplu $A^{III}B^{V}$), reactivul trebuie să conțină un agent oxidant. Dacă dimpotrivă componenta ionică a legăturilor interatomice începe să predomine (de exemplu $A^{I}B^{VII}$) nu este necesară folosirea agenților oxidanți.

În calitate de agenți oxidanți se pot utiliza : H_2O_2, HNO_3, MnO_4^-, $Cr_2O_7^{2-}$ Fe^{3+}, etc. De obicei, în afară de agentul oxidant se adaugă o substanță tampon pentru stabilizarea ionilor în reactiv și eventual alte substanțe inhibitoare și diluanți pentru a regla viteza de atac.

Viteza de atac este determinată de compoziția, puritatea și temperatura reactivului precum și de tipul conductibilității (p sau n) și puritatea materialului semiconductor. De obicei, reactivii selectivi atacă cu aceiași viteză semiconductorii de tip n sau p, în timp ce reactivii neselectivi vor coroda cu viteze diferite, ceea ce permite punerea în evidență a joncțiunilor p—n. Există de asemenea reactivi care evidențiază variația concentrației de impurități electric active.

Durata de aplicare a atacului are mare importanță mai ales în cazul reactivilor selectivi. La un atac prea îndelungat figurile de atac nu își mai mențin formele geometrice regulate și nu mai marchează orientarea cristalografică.

În tabela 1 sînt enumerați cei mai importanți reactivi de atac, utilizați pentru compușii semiconductori, indicîndu-se compoziția chimică și durata optimă.

4. Studiul imperfecțiunilor structurale în monocristale

Atacul chimic se inițiază de obicei în regiunile cu imperfecțiuni de pe suprafața materialului semiconductor. Aceste imperfecțiuni avînd o energie liberă mai mare decît substanța de bază, vor da naștere la figuri de atac, a căror formă va depinde de mecanismul de interacțiune *reactiv-material*.

Întrucît viteza de atac are un caracter vectorial se pot distinge mai multe viteze de interacțiune reactiv-material și anume :

— viteza de atac de-a lungul imperfecțiunii (dislocației) : v_d,

— viteza de atac după normala la suprafață : v_n,

— viteza de atac după tangenta la suprafață : v_t,

— viteza de atac după normala la un plan cristalografic care face un unghi oarecare cu suprafața : v_p.

Întrucît în compușii semiconductori există plane cristalografice formate din atomi diferiți, spre exemplu atomi (ioni) din elementul A și atomi (ioni) din elementul B, vor rezulta și viteze diferite de atac pe aceste planuri :

$$v^A \neq v^B$$

În comparație cu evidențierea dislocațiilor în semiconductorii elementari, unde planele cristalografice conțineau atomi (ioni) identici, în cazul compușilor semiconductori binari, dislocațiile marginale devin de

Tabelul 1

Reactivi de atac chimic pentru compuși semiconductori

Nr. crt	Compoziția	Proporția	Parametrii atacului	Compusul atacat	Observații
1.	HNO_3+HF+H_2O	5:5:1	Durată = 5—10 s	InSb	Pune în evidență dislocațiile
2.	HNO_3+HF+acid acetic glacial	2:1:1	Durata = 4 s	InSb	Reactiv de lustruire chimică
3.	$H_2O_2+HF+H_2O$	1:1:4	v = 12 mg/cm² min durata = 5—10 s	InSb	Reactiv selectiv
4.	Acid picric + HCl + alcool etilic	40 g: 20 ml: 400 ml	—	InSb	Punerea în evidență a limitelor dintre grăunți
5.	HNO_3+HF	3:1	—	GaAs	Reactiv de lustruire
6.	HNO_3+H_2O	1:1	Durata 2—4 min	GaAs	Pune în evidență dislocațiile
7.	H_2O_2 + acid tartric	1:3	t = 75°C	GaAs	Reactiv selectiv
8.	HNO_3+HF	1:1	Durata = 8—10 s	CdTe	Reactiv de lustruire
9.	$HF+H_2O_2+H_2O$	3+2+1	Durata = 2 min	CdTe	Reactiv selectiv
10.	$HNO_3+HCl+H_2O$	6:1:1	Durata = 10—15 min	HgTe	Reactiv de lustruire
11.	HNO_3+HCl	1:1	Durata = 1—3 min	HgTe, ZnTe	Reactiv selectiv
12.	KOH topit	—	Durata = 2 min t = 900°C	SiC	Reactiv selectiv
13.	acid acetic glacial saturat cu acid citric + Br_2	19:1	—	In_2Te_3	Reactiv de lustruire
14.	HNO_3+HCl	1:1	—	Bi_2Te_3	Reactiv selectiv (și de lustruire dacă este diluat cu apă)
15.	HNO_3 conc.		t = 70°C	PbS	Reactiv de îndepărtare rapidă a materialului
16.	5g NaOH + 0,2 g I_2 + 10 ml H_2O	—	Durata = 5 min t = 95°C	PbTe	Reactiv selectiv
17.	$HCl+H_2O$	10:1	Durata = 2—6 s	ZnSb	Reactiv selectiv

$$v_d^{\alpha} \neq v_d^{\beta}$$

două tipuri : α sau β, după cum semiplanul dislocației se va termina cu un șir de atomi *A* sau *B*. Deci viteza de atac de-a lungul dislocațiilor are două componente :

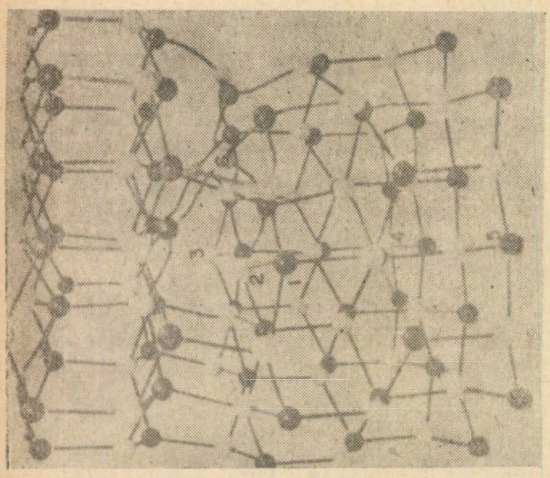


Fig. 8. Dislocație marginală β în rețea cristalină tip würtzit.

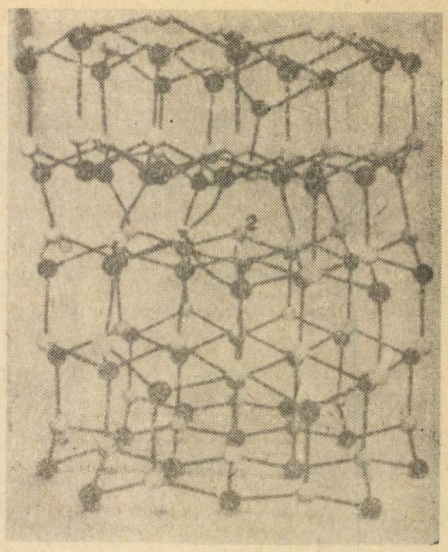


Fig. 9. Dislocație la 60° β în rețea cristalină tip würzit.

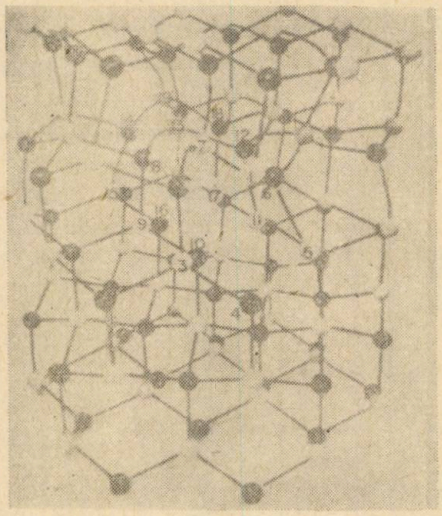


Fig. 10. Dislocație elicoidală în rețea cristalină tip würzit.

Problema se complică deoarece spre exemplu într-o rețea cristalină de tip würzit pot exista dislocații : marginale, la 60° și dislocații helicoidale, fiecare cu aspectul α sau β, după cum se arată în figurile 8, 9 și 10.

Pentru ca să se formeze o gropiță de atac pe o dislocație este necesar ca v_d să fie mai mare decît v_n, v_t și v_p. Forma gropiței de atac va de-

pinde de valoarea relativă a acestor componente ale vitezei. Dacă :

$$v_d > v_p > v_t \geqslant v_n$$

tendinţa este de a se forma gropiţe ale căror feţe laterale marchează plane cristalografice. Dacă

$$v_d > v_t > v_n \geqslant v_p$$

gropiţele vor prezenta feţe curbate.

Dacă gropiţa de atac s-a format la capătul unei linii de dislocaţii şi atacul chimic se continuă în interiorul materialului fără dislocaţii, v_d, nu va mai fi viteza maximă de atac şi gropiţa va lua o formă determinată

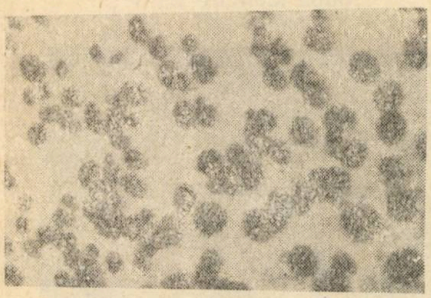


Fig. 11. Dislocaţii în InSb. Atac $5HNO_3+5HF+H_2O$ 450:1.

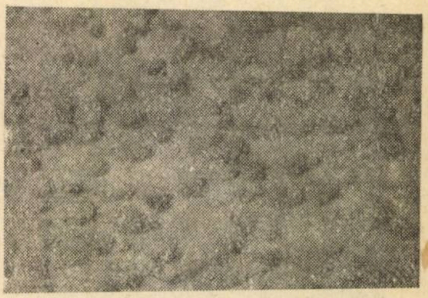


Fig. 12. Dislocaţii în InSb. Atac $5HNO_3+5HF+H_2O$ 450:1.

de relaţia dintre v_n, v_t şi v_p. Formele şi dimensiunile figurilor de atac pot fi diferite în funcţie de natura reactivului, orientarea suprafeţei atacate, durata atacului, tipul de imperfecţiuni.

Spre exemplu : la atacul cu un reactiv specific ($5HNO_3+5HF+H_2O$) al compusului semiconductor InSb, care are structura cristalină de tip blendă, dislocaţiile sînt evidenţiate prin gropiţe de formă conică sau aproape conică, după cum se observă în figurile 11 şi 12.

Reactivii selectivi produc figuri de atac a căror formă va depinde de planul cristalografic pe care se face atacul : piramide triunghiulare pentru {111} şi prisme tetragonale pentru {100}.

În acelaşi timp se poate determina densitatea de dislocaţii şi orientarea monocristalului. În figurile 13...19 se prezintă distribuţia figurilor de atac pentru dislocaţii în monocristale de compuşi semiconductori de tip $A^{II}B^{VI}$ şi anume : seleniura şi telurura de mercur. În figurile 13 (HgSe) şi 17 (HgTe) se observă distribuţia şirurilor de dislocaţii provocate prin identarea cu un microdurimetru cu piramidă de diamant.

Şirurile de dislocaţii sînt distribuite în stea, de-a lungul planelor de alunecare {111}.

În figura 15 se observă atît dislocaţii perpendiculare pe planul (111) — suprafaţa probei — care apar în evidenţă prin figurile triunghiulare, cît şi dislocaţii în planul (111) paralele cu suprafaţa probei, care apar sub forma unor fîşii de culoare închisă. O limită de blocuri formată dintr-un şir de dislocaţii poate fi observată în figura 16.

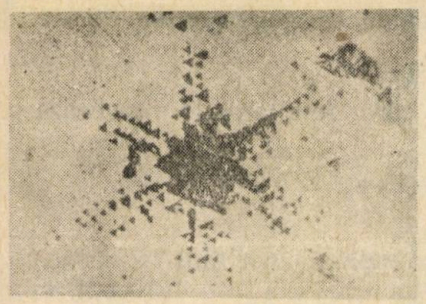


Fig. 13. Dislocații pe planul (111) în HgSe. Atac apă regală 15' 200:1.

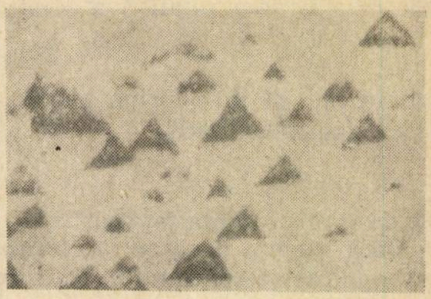


Fig. 14. HgSe. Suprafață atacată după identare 200:1.

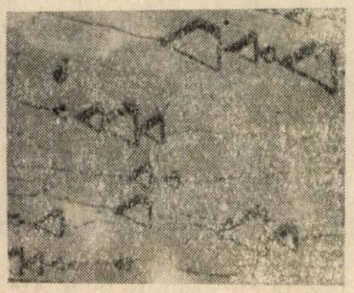


Fig. 15. HgSe. Dislocații pe planul (111). Atac $K_4/Fe(CN)_4/+KOH$ 350:1

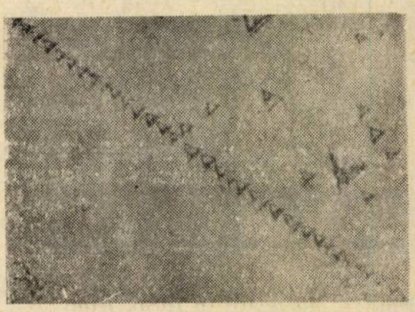


Fig. 16. SgSe. Limită de bloc. Atac cu apă regală 400:1.

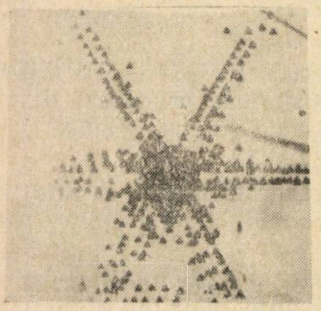


Fig. 17. HgTe. Șiruri de dislocații după identare 200:1.

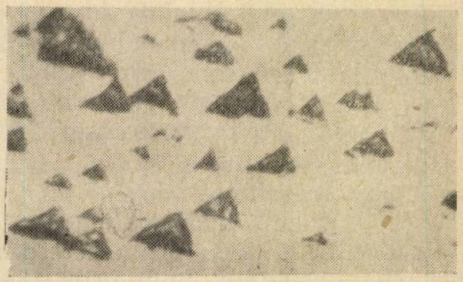


Fig. 18. HgTe. Dislocații pe planul (111). Atac $K_3/Fe(CN)_6/+KOH$ 200:1.

În monocristale de compus semiconductor InSb, obținute prin tragere din topitură după metoda Czochralski, se pot identifica următoarele tipuri de dislocații :

1 — dislocații aproximativ paralele cu direcția de tragere și distribuite neordonat în secțiunea probei, după cum se observă în figurile 20 și 21, respectiv în zona centrală mai puține și la marginea monocristalului, unde sînt mai numeroase. Ele continuă dislocațiile preexistente în amorsa cristalină folosită drept germene.

2 — dislocaţii care se formează în urma deformărilor plastice prin faţa lingoului monocristalin, cît şi a gradientului de temperatură pe verticală.

În figura 22 se observă dislocaţii la baza cristalului pe limita de clivaj, în figura 23 un şir de dislocaţii pe linia de maclare, iar în figura 24, sînt evidenţiate dislocaţii direcţionate după liniile de alunecare în domeniul dintre macle.

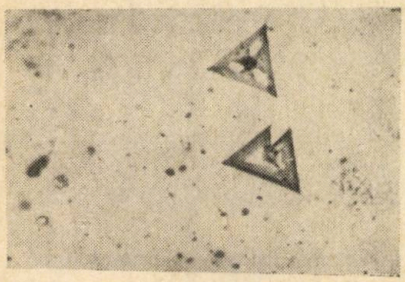


Fig. 19. HgTe. Dislocaţii pe planul (111) şi impurităţi. Atac $K_3/Fe(CN)_6/+KOH$ 200:1.

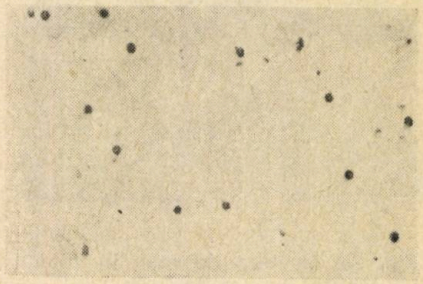


Fig. 20. Dislocaţii în zona centrală a unui monocristal de InSb 340:1.

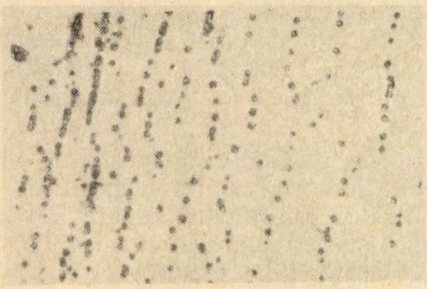


Fig. 21. Dislocaţii la limitele monocristalului de InSb 340:1.

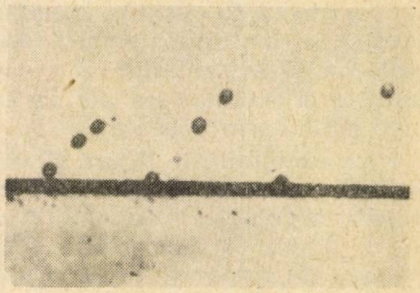


Fig. 22. Dislocaţii la baza monocristalului pe limita de clivaj 680:1.

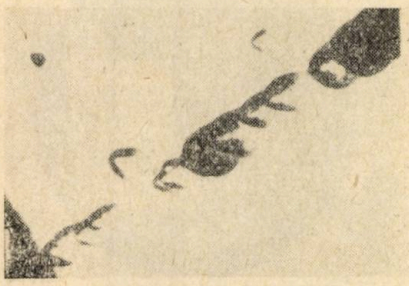


Fig. 23. Şir de dislocaţii pe linia de maclare (InSb) 450:1.

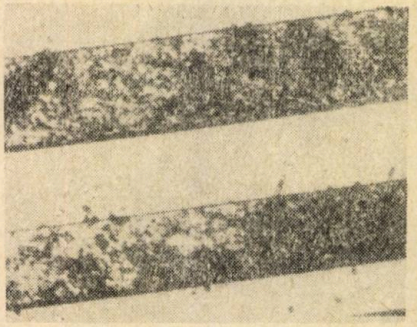


Fig. 24. Dislocaţii direcţionate după liniile de alunecare în domeniul dintre macle într-un monocristal de In-Sb 340:1.

3 — aglomerări de dislocații datorită unor remarcabile tensiuni interne provocate atît de răcirea bruscă cît și de existența unor domenii cu concentrație mare în impurități, după cum se observă în figurile 25 și 26.

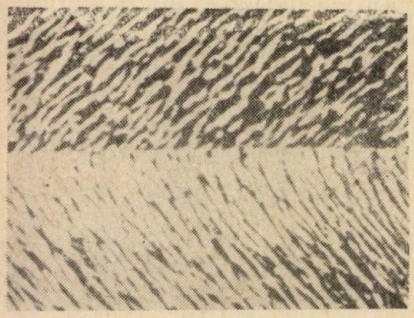


Fig. 25. Gropițe de atac în monocristal maclat de InSb 200:1.

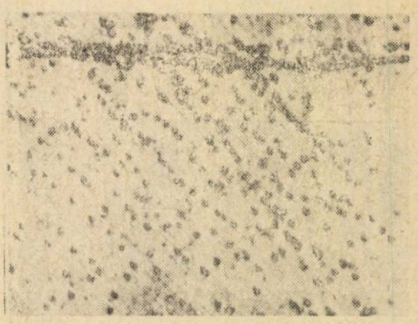


Fig. 26. Dislocații de maclare în InSb 200:1.

5. Studiul materialelor policristaline

Prin atacul cu reactivi specifici se poate pune în evidență structura granulară a compușilor semiconductori. Se pot distinge astfel materiale monofazice și heterofazice. Interesează forma, mărimea și distribuția grăunților cristalini, care pot da indicații despre tehnologia de obținere a materialului semiconductor.

Spre exemplu : în figura 27 se arată micrografia unei probe de compus Bi_2Te_3, obținut prin rafinare zonară. Forma alungită a grăunților și întrepătrunderea lor este rezultatul topirii și solidificării zonare. Dimpotrivă în figura 28 micrografia aceluiași compus semiconductor după un tratament de recoacere de omogenizare, arată uniformizarea și creșterea grăunților cristalini și macle.

Fig. 27. Compus Bi_2Te_3 după purificare zonară 70:1.

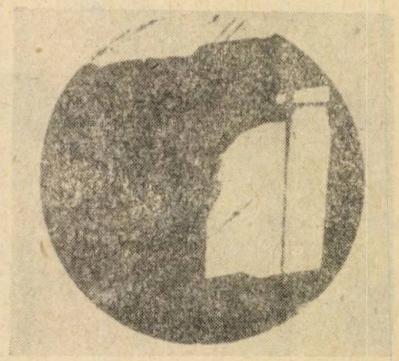


Fig. 28. Compus Bi_2Te_3 după purificare zonară și recoacere de omogenizare 70:1.

Micrografiile unor aliaje între compușii semiconductori : Bi_2Te_3—Bi_2Se_3 (aliaj *n*) și Bi_2Te_3—Sb_2Te_3 (aliaj *p*), cu diferite adause de aliere, destinate pentru confecționarea ramurilor *n* și *p* la frigiderele termoelectrice, sînt reproduse în figurile 29 și 30. Se observă că aceste aliaje sînt monofazice de tip soluții solide între compușii intermetalici.

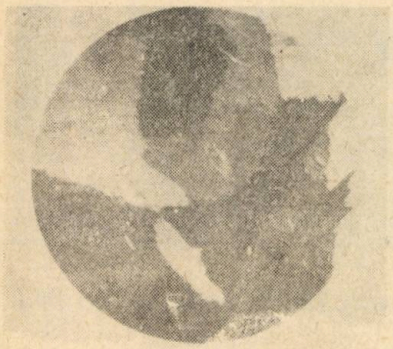


Fig. 29. Aliaj n.80% moli Bi_2Te_3+ 20% moli Bi_2Se_3+0,1—0,2% Ag 70:1.

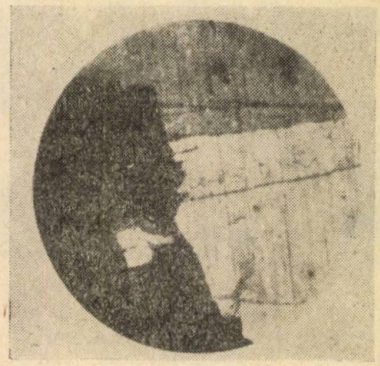


Fig. 30. Aliaj p. 74% moli Sb_2Te_3+26% moli Bi_2Te_3+ 0,1% Pb+3% Te 70:1.

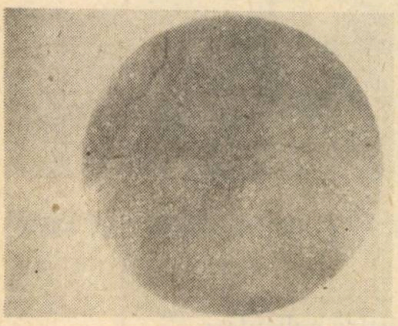


Fig. 31. Compus CdSb 100:1.

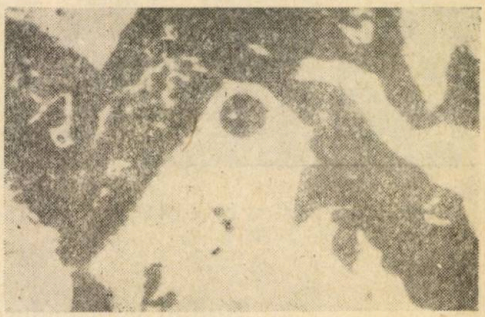


Fig. 32. Aliaj 70% Cd+30% Sb. Cristale primare de compus CdSb pe fond eutectic (Cd+CdSb), atac I+KI 70:1.

Prin studiul microstructural în sistemul de aliaje CdSb se pot depista atît particularitățile aliajului cu 52% Sb și 48% Cd monofazic care corespunde CdSb, cît și aliajele polifazice. În figura 31 s-au pus în evidență grăunții cristalini ai compusului semiconductor CdSb (A^{II} B^{V}). În figurile 32 și 33 sînt prezentate două aliaje heterofazice din același sistem arătînd în structură cristale primare de compus pe fond de eutectic.

În cazul materialelor semiconductoare, formate din ferite moi sau dure și destinate pentru industria electronică, structura devine mai complexă. După cum se observă în figurile 34, 35 și 36, multe ferite sînt de

tip soluții solide, prezentînd grăunți cristalini echiaxi, cu diferite orientări cristalografice. Este identificabilă porozitatea remanentă, datorită tehnologiei de fabricație a feritelor din pulberi prin presare și sinterizare.

Fig. 33. Aiaj 20% Cd+80%Sb Cristale primare de Sb pe fond eutectic de (CdSb+Sb), atac HNO_3 70 : 1.

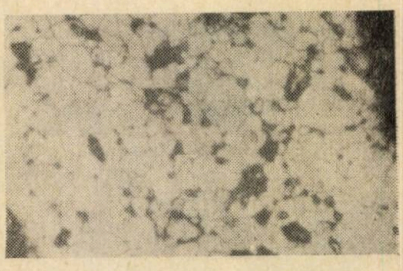


Fig. 34. Ferită cu MnO și MgO 300:1.

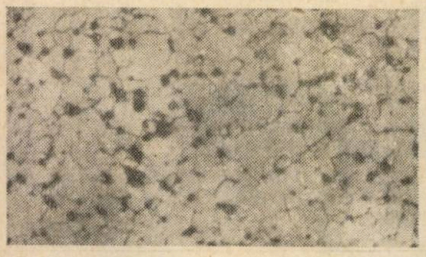


Fig. 35. Ferită cu NiO, MnO, CoO 300:1.

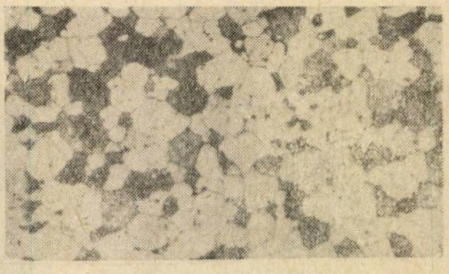


Fig. 36. Ferită cu ZnO și MnO 300:1.

6. Studiul semiconductorilor peliculari

Compușii semiconductori obținuți prin volatilizare în vid înaintat și depunere pe un substrat rece sau preîncălzit, se prezintă sub formă de pelicule subțiri, cu proprietăți foto și termoelectrice remarcabile.

Structura acestor straturi subțiri depinde de condițiile de obținere, de temperatura și natura suportului, de viteza de depunere și alți factori. Intrucît semiconductorii peliculari se folosesc în ultimul timp pentru fabricarea circuitelor integrate, structura materialului influențează considerabil caracteristicile electronice. La grosimi de peliculă sub 1000 Å acești compuși semiconductori pot fi studiați direct la microscopul electronic prin transmisie sub tensiune de accelerare de 80...100 KV. Tipul rețelei cristaline și parametrii reticulari se pot determina prin difracție electronică.

În figura 37 se arată micrografia electronică la mărire de 45.000 ori a unei pelicule de CdSe depusă în vid pe substrat încălzit la 100°C iar în figura 38 este electrograma aceleiași pelicule.

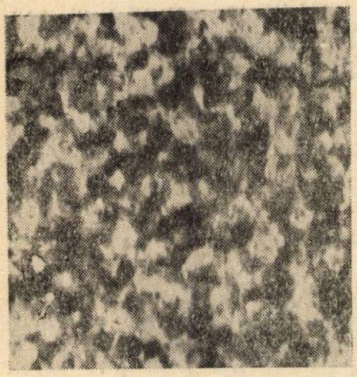


Fig. 37. Peliculă de CdSe depusă în vid la 100°C 45.000 : 1.

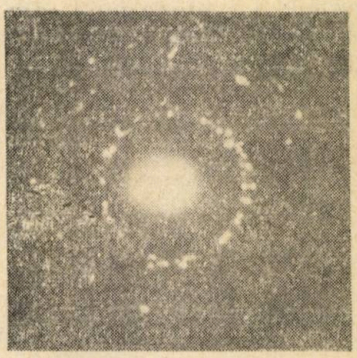


Fig. 38. Electronograma unei pelicule de CdSe depusă în la 100°C.

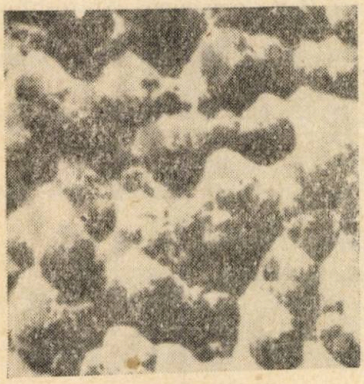


Fig. 39. Replica unei pelicule de CdS, umbrire cu aur, 122.000 : 1.

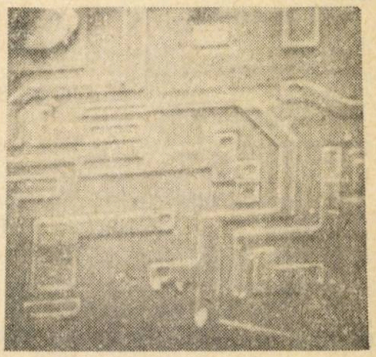


Fig. 40. Circuit integrat observat la Stereomicroscopul electronic 300 : 1.

În figura 39 s-a reprodus micrografia electronică a unei pelicule de compus CdS obținută cu replică de formwar și umbrire cu aur, fotografiată la mărire de 122.000 ori cu un microscop electronic Philips EM300

Structura complexă stratificată a unui circuit integrat, observată la stereomicroscopul electronic este arătată în figura 40.

7. Concluzii

Compușii semiconductori au devenit materiale de mare interes pentru tehnica modernă. Cercetările efectuate în acest domeniu și în țara noastră, trec progresiv la valorificare industrială. Inițierea unor studii

sistematice privind macro și microstructura acestor materiale se impune cu importanță atît științifică, cît și practică.

Importanța științifică se referă la aprofundarea cunoștințelor privind relațile dintre compoziție, structura și proprietățile acestor materiale speciale, iar importanța practică rezidă în stabilirea condițiilor optime pentru obținerea și selectarea unor noi materiale semiconductoare cu calități superioare, capabile de a satisface exigențele tehnicii moderne.

Catedra de studiul metalelor și semiconductorilor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Protopopescu, A. Aloman, A. Dobre, I. Vișa*, Contribuții la studiul macro- și microstructurii materialelor semiconductoare fabricate în țara noastră. Comunicare prezentată la a XIII-a sesiune științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București — mai 1970.
2. *R. K. Willardson, H. L. Goering*, Compound Semiconductors (vol. 1), Reihold Publ. Corp. — New York 1962.
3. *S. Gidea, M. Protopopescu, D. Drimer*, Metalurgia fizică a materialelor semiconductoare. Ed. Academiei R.S.R. — București 1966.
4. *M. Aven, J. S. Prener*, Physics and Chemistry of II-V Compounds, North-Holland Publ. Comp. Amsterdam 1967.
5. *N. A. Goriunova*, Slojnîie almazopodobnîie poluprovodniki, Sovetskoe radio — Moscova 1968.
6. *Hilsum C., Rose-Innes A. C.*, Semiconducting III-V compounds. Pergamon Press, London, 1961.
7. * * * Les composes semiconducteurs IV-VI. CNRS, Paris, 1969.
8. * * * II—VI Semiconducting compounds. Proceedings of International Conference. Ed. by D. G. Thomas. Benjamin, N.Y., 1967.
9. *Cijicov D .M., Sciastlivii V. P.*, Tellur i telluridî. Nauca, Moskva, 1966.
10. *Cijicov D. M., Sciastlivii V. P.*, Selen i selenidî. Nauca, Moskva, 1964.
11. *Abricosov N. H. ș.a.*, Poluprovodnicovîie soedinenia, ih polucenie i svoiszva. Nauca, Moskva, 1967.
12. *Holt D. B.*, Defects in the Sphalerite Structure. J. of. Physics and Chemistry of Solids, 23, 10, 1353, 1962.

SUMMARY OF THE 1971 REVIEW

POLITICAL ECONOMY

C. Lazăr Considerations Concerning the Ideals of Industrialisation in the Conditions of the Scientific and Technical Contemporaly Revolution (6—1971).

MATHEMATICS

M. St. Botez. Remarkes on the Iterated Hyperbolism (1 — 1971).

Gh. Mocică. Normal Affine Coordinates in a Mixed Absolute Calculation Subjected to Connexion Collination (1 — 1971).

Z. Stoian. Distribution Problem (1 — 1971).

I. M. Miu. Contributions to the Zeros in the Function Systems (2 — 1971).

Dimitar Pirgow. Study on the Ireductibility of Whole Polynomeals on the Rational Number Field of G. Polya (3 — 1971).

N. Mirescu. Epure Images Determination by Inaccessible Points (4 — 1971).

D. Filipescu. Integral Formulas for Random Convex Fugure Systems in Riemann Spaces (5 — 1971).

C. Radu. Stress and Strain Determination for a Rectangulary — shaped Viscous — elastic Body (5 — 1971).

D. S. Theil. Densities in Mixed Tensor Calculus (6 — 1971).

E. Grecu, Nicoleta Vinosu-Mihu. About a Functional Equations System (6—1971).

PHYSICS

Diana Moisil, C. Cristescu. Remarks Referring to Total Reflection Prisms used for Ellipsometer Aligning.

D. Anghelescu, B. Bogdan, V. Datcu, E. M. Friedländer. An Estimation of the Contribution of Beam-gas Collisions to the Pion Flux Expected at Large Angles from the Interesting Storage Rings (2 — 1971).

I. Agârbiceanu, I. Cucuruzeanu, Al. Preda, P. Suciu. Wawe Front Reconstitution Through the Holographie Method (3 — 1971).

G. C. Moisil. Distribution of the Electrostatic Potential in Uniaxial Anisotropic Layered Media (4 — 1971).

G. C. Moisil. Characteristics Phenomenologic Quantities for the Transition Layers (5 — 1971).

CHEMISTRY

Gr. Teodorescu. Determination Method for 3 Piperidine-1, 1-Diphenyl-1 Propanol Methyl Sulphonate (1 — 1971).

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

I. Blum, E. Cernica. An Interaction on Study Between the Organie Solvents and the Romanian Coal in Different Metamorphism Stages (1 — 1971).

Fr. Albert, D. Camboli, Viorica Cimpu. Spectrophotometric Determination of Hydrochloric 10(2-dimethyl-amino-propyl-phenothiasine atosiel) with Sodium Chlorite (2 — 1971).

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu. Comparative Study on the Acid and Alcaline Hydrolises of the n-Butyl Acetate in Water Dioxan (2 — 1971).

A. Ianu, A. Dinescu, A. T. Cerbu. A Study on Improving the Procedure for Obtaining Magnesium Oxide from Dolomites with Carbon Dioxide (3 — 1971).
Gh. Constantinescu. About the Annual Plaut Humificattion Technique, III (3—1971).
G. Costeanu, Cornelia Mateescu, Ortansa Landauer. Comparative Study of Acid and Basic Hydrolyses of Some Aliphatic Esters in Water-acetone Mixture (4 — 1971).
A. Ianu, A. Dinescu, I. Săveanu, Th. Bădescu, L. Seceleanu, V. Cimpu, V. Pană, A. Mateescu. On the Possibilities of Improving Some Physical-Chemical Characteristics of Indigenous Kaolins (4 — 1971).
Th. Bădescu, G. Ghițescu. Efficiency of the Densitometric Study in Quick Solving of Some Optimal and Technological Problemes (5 — 1971).
I. Gh. Constantinescu. On the Neutralization Rate of the Carbon Dioxide in Water with Lime Carbonate (5 — 1971).
Fr. Albert, M. Stoia, M. Văleanu. Volumetric Determination of Asomatic Aldehydes by Sodium Chlorite (6 — 1971).

AVIATION

C. Guță. Speend Field in the Threedimensional Bonndary Layer Formed on the Axial Turbomachines Walls (2 — 1971).
C. Guță. Considerations on Cosmic Apparatus Interception (4 — 1971).
C. Guță. On Rocket Flight in Atmospheric Rarefied Layers (5 — 1971).
C. Guță. Control of Spacecrafts by Means of Rocket Engines of Small Thrust Evolving in the Initial Path Plane (6 — 1971).
St. Staicu. Supersonic Flow Aronnd the Cross — shaped thin Non Symmetrical Wing Having a Supersonic Horizontal Plane with Supersonic Leading Edges Considering the Current Parting at the Edge (4 — 1971).
St. Staicu. High Order Delta Wings with Current Separation at the Subsonic Leading Edges (6 — 1971).

STRENGTH OF MATERIALS

M. Blumenfeld, Corina Voicu, H. Gheorghiu. Calculus of the Deflections and of the Critical Buckling Load for Beams by the Three Unknowns Method (2 — 1971).
L. Stoicescu, L. Fetcu, I. Constantinescu, M. Radeș. The Effect of Loading Through on Elastic Layer upon Stresses and Deflections in Beams Resting on Long Elastic Supports (2 — 1971).
T. Pană, H. Gheorghiu. Calculation of Free Pulsations of Bending — torsion Vibrations or Compression — stressed Clossed — profile thin Wall Bars (5 — 1971).
A Pavel. Contributions to the Strength Calculation of Tastening Jonits of Concentric Tubular Elements (5 — 1971).

GEAR THEORY

N Manolescu, P. Alexandru. Structural Study of the Steering Mechanisms of the Road Vehicles (1 — 1971).
P. Antonescu. Synthesis of Space Quadrilater Mechanisms in Terms of Pressure Angle (1 — 1971).
P. Antonescu. Synthesis of Plane Mechanisms for Plotting Cylinder-conics Intersection Curves (4 — 1971).

DETAILS OF MACHINES

R. Iatan, M. Renert. On the Dynamics of Sieves with Rolling Movement I (6 — 1971).

THERMODYNAMICS

C. Stamatescu, Marieta Grigoriu, T. Duicu. Refering to a Method of Study for How Economical the Refrigerating Process with Steam Ejectionis (2 — 1971).
Al. Dănescu, M. Marinescu. Computation of the Aer Excess Coeficient Useing Electrical Propeties, in the Case of Laminar Flames for the Gas Fuels (3 — 1971).

HEAT ENGINE

Al. Manea Possibilities of Reducing the Computation Time when Programming the Fuel Injection Process on a Digital Computer (3 — 1971).

Vs. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu. A Cycle Model to Study the Optimisation of the Supercharged Diesel Engines Performances (4 — 1971).

Vs. Radcenco, Al. Dănescu, B. Grünwald, Gh. Rusu. The Determination of the Performances of the Supercharged Engine Cycles by Means of the Digital Computers (5 — 1971).

T. Dudaş. Optimal Thermal Cycles of the Compression Ignition Engine with Normal Admission (6 — 1971).

MACHINES BULDING TECHNOLOGY

A. Oprean, Fl. Ionescu. Dynamics of Hydrostatic Mechanismus for Kinematic Chain Setting (2 — 1971).

I. Gheghea. Calculus of Volumetric Dissipations Through Interoval Slots of Small Ovality (5 — 1971).

ELECTRICITY

P. Dinculescu. Study of Single-phase Alternating Current Electromagnets (3—1971).

W. Szabo. Current-comparator Bridges for Measuring Magnetic Losses (3 — 1971).

N. Galan. Aspects of magnetic Field Calculation in Electric Machines (4 — 1971).

ELECTRIC POWER

N. Dănilă, R. Dumitrache. Discrete Representation of the Energetic Characteristics of the Units in the Thermoelectric Power Stations (1 — 1971).

A. Leca. The Change of Some Parameters with the Power of Pressurized Water Nuclear Reactors (5 — 1971).

N. Dănilă, G. Chercea. Considerations on the Influences of Pressure Losses on the Steam Condenser Vapour Side (6 — 1971).

AUTOMATION

C. Nițu. Proportional Hybrid Controller for Rapid Processes (1 — 1971).

S. Florea. Some Contributions Upon Studying the Steady-state Regime of the Fluidic Beam Amplifier (4 — 1971).

ELECTRONICS

P. Postelnicu. Distribution Matrix Expression of Symmetrical of Potentially Symmetrical Bridge Quadripoles (1 — 1971).

A. T. Murgan. The Quasi-abstract System Theory (2 — 1971).

Gh. Cartianu, Al. Preda, M. Ivanciovici, B. Schuster, D. Zamfirescu, Ileana Beluşică, Communication Sistem for Mines with Selective Call (3 — 1971).

A. Beldiman, M. C. Bodea. Stationary Temperature Distribution for a Stripe-geometry Multi-emitter Transistor (3 — 1971).

METALLURGY

M. Ienciu. Thermodynamics of the Reduction Reactions for the Sulphid-natural Gas Mixtures (3 — 1971).

M. Protopopescu, A. Aloman, Alexandra Dobre, Ionela Vişa. Contributions to the Study of Macro and Microstructures of Semiconductor Materials Produced in S.R.R. (4 — 1971).

N. Geru, M. Ursache, D. Chircă. The Influence of the Thermal Treatments on the Structure and Thermal Expansion Coefficients for the Fe-Ni Invartype Alloys (5 — 1971).

Fl. Oprea, P. Moldovan. Heterogenous Catalysis in Hydrometallurgical Process under Pressure (5 — 1971).

M. Protopopescu, A. Aloman, Alexandra Dobre, Ionela Vişa. Contribution to the Study of the Macro and Microstructure of Semiconductor Compunds (6 — 1971).

TRANSPORT

A. Carabulea, Gh. Ruşitor, Gh. Anton. Contributions to the Study of Decisional Informatics II (2 — 1971).

Gh. Anton, Gh. Frăţilă. Experimental Determination of Cartransmission Maximal Dynamic Loadings (3 — 1971).

I. Zăgănescu, V. Hoancă, N. Neguţ. The Use of the Adhesive Weight for Electrical Railway Engines CFR 060-EA (4 — 1971).

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 7462

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40830

1972 DEC 0 8